

# 利用格子 Boltzmann 方法模拟矩形腔内纳米流体 Raleigh-Benard 对流\*

郭亚丽<sup>†</sup> 徐鹤函 沈胜强 魏兰

(大连理工大学能源与动力学院, 大连 116024)

(2012年11月30日收到; 2013年2月2日收到修改稿)

利用格子 Boltzmann 方法模拟矩形腔内纳米流体 Rayleigh-Benard 对流, 得到温度场和流线分布, 比较分析不同  $Ra$  数、体积分数、粒径下纳米流体对流换热的变化情况. 结果表明: 在相同的  $Ra$  数和体积分数下, 纳米流体的对流换热随着粒径的增大而减弱; 在相同的  $Ra$  数和粒径下, 纳米流体的对流换热随着体积分数增大而增强.

关键词: 纳米流体, Raleigh-Benard, 多相流, 格子 Boltzmann 方法

PACS: 47.61.-K, 47.20.Bp, 47.61.Jd

DOI: 10.7498/aps.62.144704

## 1 引言

封闭腔体内的自然对流换热在工程上有着十分广泛的应用, 例如微电子设备的冷却、太阳能集热器、航天器热控系统等<sup>[1,2]</sup>, 这些热交换系统的传热负荷和热强度在日益增大, 故而对强化传热技术的要求也越来越高. 而传统的纯液体换热工质(如水、油、醇等)已很难满足一些特殊条件下的传热和冷却要求, 纳米流体作为一种新型传热工质, 能够有效提高热交换设备的传热性能, 大大提高热交换设备高效、低阻、紧凑等性能指标.

目前, 很多学者已经对纳米流体的对流换热特性进行实验和数值研究. 在实验方面, Ho 等<sup>[3]</sup>和 Agwa Nnanna<sup>[4]</sup>发现在溶液中添加纳米粒子可以加强液体的换热特性, 增大纳米粒子的体积分数, 纳米流体的换热减弱. Heris 等<sup>[5]</sup>通过实验观察到随着  $Pe$  数的增大, 纳米流体的换热增强. Xuan 和 Li<sup>[6,7]</sup>对纳米流体强化换热进行大量的研究, 得出“纳米流体的导热能力随着纳米粒子体积分数的增大而增强”的结论, 并对管内纳米流体的对流换热与流动特性进行实验观察. 在数值模拟方面, Wu 和

Kumar<sup>[8]</sup>认为纳米流体的换热特性要强于纯流体. Fattahi 等<sup>[9]</sup>对  $Al_2O_3$  和  $CuO$  纳米流体进行数值模拟, 纳米粒子的体积分数越大, 纳米流体的努赛尔数越大, 对流换热越强. Kefayati 等<sup>[10]</sup>认为在溶液中加入纳米粒子可以促进流体的流动, 使努赛尔数变大, 从而增强换热效果. Guo 等<sup>[11]</sup>对方腔内纳米流体进行数值模拟, 结果表明纳米流体的换热性能要高于传统纯流体, 并且纳米粒子的体积分数越大, 方腔内纳米流体的平均努赛尔数越大, 对流换热越强. Hwang 等<sup>[12]</sup>和 Santra 等<sup>[13]</sup>的模拟结果表明  $Ra$  数一定时, 随着纳米粒子的体积分数增大, 纳米流体的换热特性减弱. 可见, 随着纳米颗粒体积分数的增加, 纳米流体对流换热增强与否在学术界还存在争议.

本文采用格子 Boltzmann (LBM) 方法模拟矩形腔内纳米流体 Raleigh-Benard 对流, 利用双分布函数模拟对流换热过程, 目前尚未见到有关采用 LBM 模拟纳米流体在矩形腔内的 Rayleigh-Benard 对流报道. 本文模拟中选取  $Al_2O_3-H_2O$  纳米流体为研究对象. 在相同的  $Ra$  数下, 比较分析纳米流体和纯流体的换热特性. 模拟在不同  $Ra$  数、粒子体积分数和粒径下, 矩形腔内纳米流体的温度、流线分

\* 国家自然科学基金(批准号: 50906005)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: ylguo@dlut.edu.cn

布以及平均努赛尔数变化情况, 为研究矩形腔内纳米流体的对流换热提供参考.

## 2 数值模拟及结果分析

### 2.1 物理模型

如图 1 所示, 矩形腔的长宽比为 2:1, 左右壁为绝热壁面, 下壁为高温壁  $T_h = 1$ , 上壁为低温壁  $T_c = 0$ . 模拟中, 矩形腔中充有  $\text{Al}_2\text{O}_3\text{-H}_2\text{O}$  纳米流体, 水和  $\text{Al}_2\text{O}_3$  的热物性参数如表 1 所示. 纳米流体的物性参数有密度  $\rho_{\text{nf}}$ , 黏度  $\mu_{\text{nf}}$ , 导热系数  $k_{\text{nf}}$ , 和定压比热  $C_{p_{\text{nf}}}$ , 可以通过表 1 中的参数计算得到. 其中, 纳米流体黏度计算采用 Einstein 简化模型计算, 导热系数计算采用 Maxwell 模型.

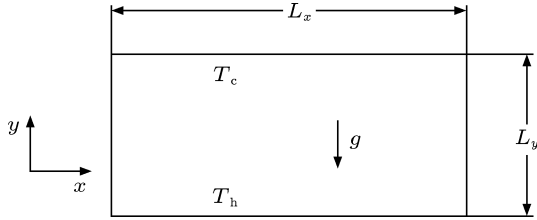


图 1 物理模型

表 1 纳米流体各相的物性参数

材料	水	$\text{Al}_2\text{O}_3$
比热 $C_p/\text{J}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	4179	765
密度 $\rho/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	997.1	3970
导热系数 $K/\text{W} \cdot \text{m} \cdot \text{K}^{-1}$	0.613	25
热膨胀系数 $\beta \times 10^{-5}/\text{K}^{-1}$	21	0.85
Harmaker 常数 $J$	$3.3\text{--}6.4 \times 10^{-20}$	$15.2 \times 10^{-20}$

纳米流体密度计算表达式为

$$\rho_{\text{nf}} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_p, \quad (1)$$

式中,  $\varphi$  为纳米粒子的体积分数,  $\rho_f$  为水的密度,  $\rho_p$  为粒子的密度. 纳米流体定压比热:

$$\rho_{\text{nf}}C_{p_{\text{nf}}} = (1 - \varphi)\rho_fC_{p_f} + \varphi\rho_pC_{p_p}, \quad (2)$$

式中,  $C_{p_f}$ ,  $C_{p_p}$  分别为水和纳米粒子的定压比热. 纳米流体的黏度为

$$\mu_{\text{nf}} = \mu_f(1 + 2.5\varphi), \quad (3)$$

式中,  $\mu_f$  为水的黏度. 纳米流体的导热系数由下式确定:

$$\frac{k_{\text{nf}}}{k_f} = \frac{k_p + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_p)}{k_p + 2k_f + \varphi(k_f - k_p)}, \quad (4)$$

式中,  $k_f$  为水的导热系数,  $k_p$  为纳米粒子的导热系数.

### 2.2 LBM 模型

计算以 D2Q9 模型为基础, 采用 He 等<sup>[14]</sup> 提出的双分布函数模型. 基于所用纳米流体是双组分流体, 悬浮的纳米粒子在流体发生自然对流时受到重力、黏滞力、分子间相互作用力、浮升力、布朗力等的作用, 同时视纳米流体为连续相, 因此采用两相的 LBM 模型处理流动过程. 其离散方程如下:

$$\begin{aligned} f_i^\sigma(x + e_i\Delta t, t + \Delta t) - f_i^\sigma(x, t) &= -\frac{1}{\tau_n^\sigma} (f_i^\sigma(x, t) - f_i^{\sigma, \text{eq}}(x, t)) \\ &+ \frac{2\tau_n^\sigma - 1}{2\tau_n^\sigma} \frac{D\Delta t}{A_i c^2} e_i \cdot \mathbf{F}^\sigma, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} g_i^\sigma(x + e_i\Delta t, t + \Delta t) - g_i^\sigma(x, t) &= -\frac{1}{\tau_\theta^\sigma} (g_i^\sigma(x, t) - g_i^{\sigma, \text{eq}}(x, t)). \end{aligned} \quad (6)$$

平衡态分布函数为

$$\begin{aligned} f_i^{\sigma, \text{eq}} &= \rho^\sigma w_i \left( 1 + \frac{3}{c^2} e_i \mu^{\sigma, q} \right. \\ &\left. + \frac{9}{2c^4} (e_i \mu^{\sigma, q})^2 - \frac{3}{2c^2} (\mu^{\sigma, q})^2 \right), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} g_i^{\sigma, \text{eq}} &= \theta^\sigma w_i \left( 1 + \frac{3}{c^2} e_i \mu^{\sigma, \text{eq}} \right. \\ &\left. + \frac{9}{2c^4} (e_i \mu^{\sigma, \text{eq}})^2 - \frac{3}{2c^2} (\mu^{\sigma, \text{eq}})^2 \right), \end{aligned} \quad (8)$$

其中  $\mu^{\sigma, q} = \mu^{\sigma, \text{eq}} + \mathbf{F}^\sigma \frac{\Delta t}{2\rho^\sigma}$ .

(5)—(8) 式中,  $\sigma = f, p$  分别表示基液和粒子; eq 表示平衡状态;  $\tau_n^\sigma, \tau_\theta^\sigma$  是各组分密度分布函数和内能密度分布函数的时间松弛因子;  $D$  是维数;  $w_i$  是权重系数;  $e_i$  是离散速度;  $c = \Delta x/\Delta t$  是格子速度,  $A_i$  系数用于保证计算时质量和动量守恒;  $\mathbf{F}^\sigma$  为外力总和. 宏观密度  $\rho$ , 速度  $u$ , 温度  $T$ :

$$\rho^\sigma(x, t) = \sum_i f_i^\sigma(x, t), \quad (9)$$

$$\rho^\sigma(x, t) \mu^\sigma(x, t) = \sum_i f_i^\sigma(x, t) e_i, \quad (10)$$

$$\mu^{\text{eq}} = \frac{\sum_\sigma \frac{\rho^\sigma \mu^\sigma}{\tau^\sigma}}{\sum_\sigma \frac{\rho^\sigma}{\tau^\sigma}}, \quad (11)$$

$$T(x, t) = \frac{\sum_\sigma \sum_i g_i^\sigma(x, t)}{\sum_\sigma \rho^\sigma c_p^\sigma}. \quad (12)$$

模拟时纳米流体各相的松弛时间因子可根据纳米流体的平均运动黏性系数和热扩散系数确定,其关系如下:

$$v = \frac{2 \sum c_{\sigma} \tau_n^{\sigma} - 1}{6} c^2 \Delta t, \quad (13)$$

$$\chi = \frac{2 \sum c_{\sigma} \tau_{\theta}^{\sigma} - 1}{6} c^2 \Delta t, \quad (14)$$

其中  $C_{\sigma} = \frac{\rho^{\sigma}}{\sum \rho^{\sigma}} = \frac{\phi^{\sigma'}}{m^{\sigma'} \phi^{\sigma} + m^{\sigma} \phi^{\sigma'}}$ ,  $m^{\sigma}$ ,  $\phi^{\sigma}$  分别是

各组分的质量分数和体积分数,且有  $\phi^{\sigma} = 1 - \phi^{\sigma'}$ .

计算时,纳米粒子受到的力为粒子间相互作用力、布朗力、相间作用力、重力及浮升力,水所受到的力是纳米粒子对其反作用力<sup>[11]</sup>.

纳米粒子间的相互作用力为

$$F_H = \left( -\frac{AR}{12H} + \frac{1}{2} \varepsilon R \varphi_0^2 e(-\kappa H) \right) / L, \quad (15)$$

式中,  $A$  是 Hamaker 常数,  $H$  是两球粒子间的最短距离,  $\varepsilon$  为介电常数,  $\kappa$  为粒子氛半径的倒数,  $\varphi_0$  是微粒表面的电势,  $L$  是粒子间距离.

布朗力的大小可根据统计热力学确定为

$$F_B = C \frac{KT}{R}, \quad (16)$$

式中,  $C$  为调节系数,是  $K$  Boltzmann 常数,  $T$  是绝对温度,布朗力的方向随机可由随机函数确定.

黏滯力大小为

$$F_n = -6\pi\mu R \Delta u, \quad (17)$$

式中,  $\mu$  纳米流体黏度系数,  $\Delta u$  是粒子和基液速度差,力的方向与粒子速度方向相反.

重力和浮升力为

$$F_{gf} = -\frac{4}{3} \pi R^3 \Delta \rho, \quad (18)$$

式中,  $R$  是粒子半径,  $\Delta \rho$  是纳米粒子和基液的密度差.

纳米粒子受到的由于温度差所引起的浮升力为

$$F_T = \rho^p g \beta \Delta T, \quad (19)$$

式中,  $\rho^p$  粒子密度,  $g$  是重力加速度,  $\beta$  是流体热膨胀系数,  $\Delta T$  是流场温度差.

纳米粒子和基液所受到的合力分别为

$$F^p = F_{gf} + F_n + F_B + F_H + F_T, \quad (20)$$

$$F^f = -(F_n + F_B). \quad (21)$$

根据格子 Boltzmann 粒子迁移碰撞规则进行计算迭代,边界条件采用非平衡外推格式,收敛的判定条件为

$$\frac{\text{sqrt}((u_x(t+1) - u_x(t))^2 + (u_y(t+1) - u_y(t))^2)}{\text{sqrt}(u_x^2(t) + u_y^2(t))} \leq 1e^{-10}, \quad (22)$$

式中  $u_x, u_y$  分别表示宏观的  $x, y$  方向的速度.

模拟时纳米流体热壁的平均努塞尔数 ( $\overline{Nu}$ ) 计算式为

$$Nu(x) = \frac{h(x)L(x)}{k_{nf}} = \frac{L(x)}{T_h(x) - T_c(x)} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0}, \quad (23)$$

$$\overline{Nu} = \frac{\int_0^L Nu(x) dx}{L}, \quad (24)$$

式中,  $h(x)$  是局部换热系数,  $k_{nf}$  是纳米流体导热系数,  $L(x)$  是局部特征长度,  $L$  是腔体的长度,  $T_h(x)$  和  $T_c(x)$  分别是热壁和纳米流体局部平均温度.

## 2.3 模拟结果及分析

### 2.3.1 纳米流体与传统流体的对比分析

图 2 显示了不同  $Ra$  数下,纳米流体和传统流体的平均  $Nu$  数的对比情况.从图中可以看出,在相同的  $Ra$  数下,纳米流体的平均  $Nu$  数要大于传统流体的平均  $Nu$  数.在相同的条件下,当  $Ra$  数较小时,由于纳米粒子的存在,增强了流动的扰动性,换热增强,纳米流体的平均  $Nu$  数高于传统流体,换热强于传统流体.随着  $Ra$  数的不断增大,纳米颗粒受力作用加强,加剧了粒子无规则运动,破坏了流动的层流底层,流体流动增强,换热性能显著提高.因此,当  $Ra$  数较大时,纳米流体的平均  $Nu$  数要明显高于传统流体.

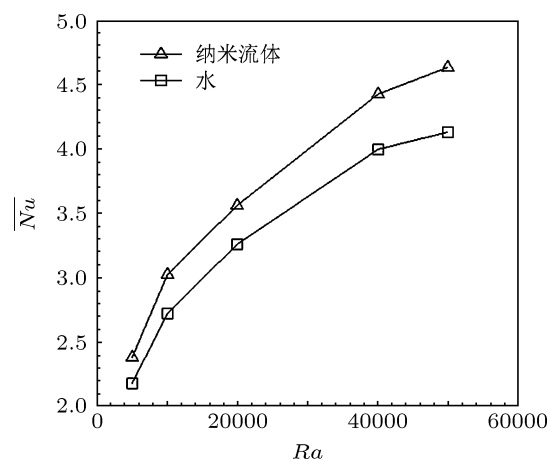


图 2 不同  $Ra$  数下纳米流体和传统流体的平均  $Nu$  数对比

### 2.3.2 粒径对纳米流体换热影响的分析

图 3 是  $Ra = 50000$ , 体积分数  $\phi = 0.5\%$  时不同粒径 ( $R = 10\text{ nm}$ ,  $R = 100\text{ nm}$ ) 下纳米流体的温度分布, 图 4 给出了体积分数  $\phi = 0.5\%$  时不同粒径对纳米流体平均  $Nu$  数的影响. 从图 3 可以看出,  $Ra$  数一定时, 随着粒径的减小, 腔体上部纳米流体的等温线越来越贴近壁面, 等温线越来越弯曲, 说明纳米流体的对流换热增强. 从图 4 可以看出, 随着粒径的减小, 纳米流体的平均  $Nu$  数增大, 这说明粒径是影响纳米流体对流换热的一个重要因素. 分析其原因, 一方面是纳米粒子的粒径越小, 粒子的比表面积越大, 在其他条件相同的情况下, 粒子的总表面积急剧上升, 即粒子与基液的接触面急剧变大, 从而增大了纳米流体的导热系数, 使换热增强. 另一方面<sup>[15]</sup>是由于粒径减小, 总表面积急剧增大, 粒子的表面原子数增加, 从而产生大量的不饱和键, 使粒子的活性提高, 布朗运动增强, 加剧了粒子对纳米流体的扰动, 增强了纳米流体能量的传递.

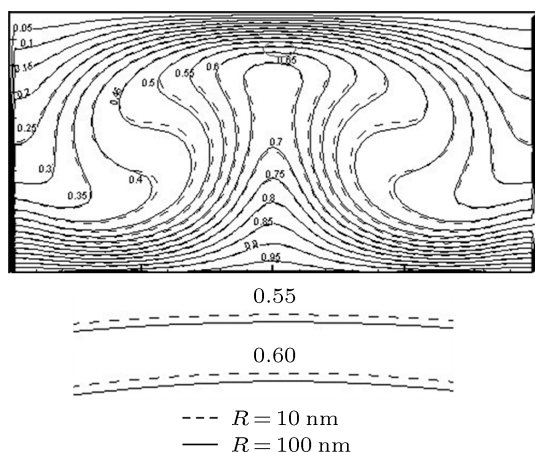


图 3 不同粒径下纳米流体的温度及流线分布 ( $Ra = 50000$ ,  $\phi = 0.5\%$ ), 下图为等温线 0.55 和 0.6 的放大图

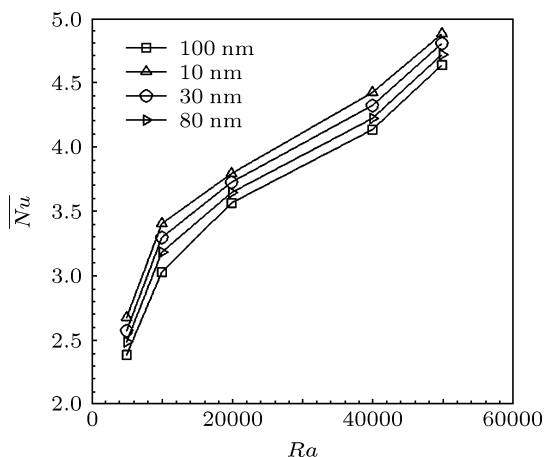


图 4 粒径对纳米流体平均  $Nu$  数的影响

### 2.3.3 体积分数对纳米流体换热

图 5 表示不同  $Ra$  数不同体积分数下纳米流体温度分布情况. 从图中可以看出, 当  $Ra$  数较小时, 纳米流体的体积分数越大, 矩形腔上部的等温线越贴近上壁面, 等温线越弯曲, 说明随着体积分数的增大, 纳米流体的对流换热增强. 当  $Ra$  数较大时, 在矩形腔的中部, 纳米流体的体积分数越大, 纳米流体的等温线越弯曲, 与  $Ra$  数小的情况相比, 弯曲程度更明显. 这是由于随着粒子体积分数的增加, 大量粒子的无规则运动和粒子与基液分子相互作用增强, 粒子运动加剧, 从而增强了换热,  $Ra$  较大时, 浮升力的作用较强, 进一步加剧了粒子的运动, 反映在图 5 中就表现为等温线分布随纳米颗粒体积分数的变化具有较为明显的变化. 而在  $Ra$  较小时, 黏滞力较之浮升力的影响更大, 随着粒子体积分数的增加, 粒子无规则运动受黏滞力影响, 故温度分布增大幅度较小. 总体来看, 粒子体积分数的提高加剧了粒子运动, 增强了流体的热扩散, 促进了流体的能量传输.

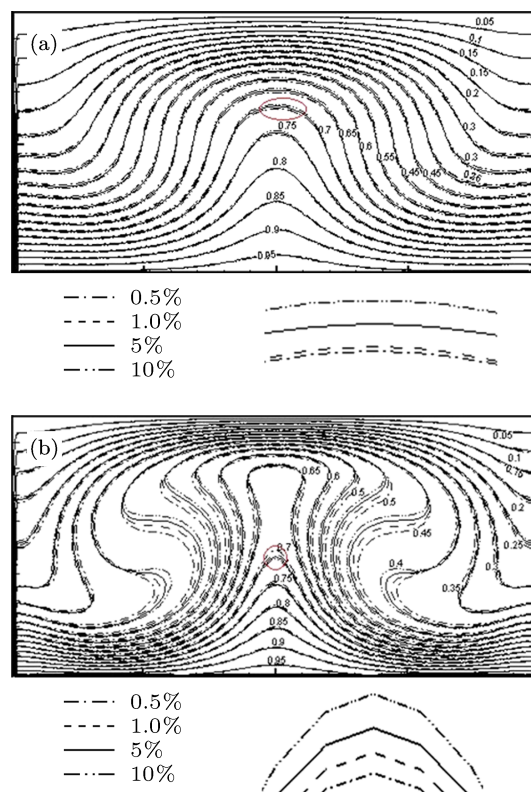


图 5 不同  $Ra$  数不同体积分数下纳米流体温度分布的对比 (a)  $Ra = 5000$  (下图为等温线 0.7 的放大图); (b)  $Ra = 50000$  (下图为等温线 0.7 的放大图)

表 2 为不同  $Ra$  数不同体积分数下, 矩形腔内纳米流体的流线最大强度值. 从表中可以看出, 在相同的  $Ra$  数下, 随着纳米粒子体积分数的不断增

大, 矩形腔内流线的最大强度值逐渐变大, 这是由于增大纳米粒子的体积分数, 粒子无规则运动增强, 使流体对流运动增强所致. 故纳米粒子体积分数增大能够强化纳米流体对流换热, 这与图 5 中等温线的弯曲程度变化是一致的.

表 2 不同  $Ra$  数不同体积分数下矩形腔内纳米流体的流线最大强度值

$Ra$ 数	浓度			
	0.005	0.01	0.05	0.1
5000	2.332	2.354	2.370	2.390
50000	4.566	4.590	4.612	4.630

图 6 表示不同  $Ra$  数下, 纳米流体平均努赛尔数随体积分数的变化曲线. 从图中可以看出, 在相同的  $Ra$  数下, 纳米流体的平均  $Nu$  数随着纳米粒子体积分数的增大而增大, 说明纳米流体的对流换热增强. 根据 Boussinesq 假设, 在流体流动运动中, 当流体  $Ra$  数大于临界值  $Ra_c = 1707.76$  时, 流动的换热机制将由导热转变为对流换热, 即对流换热占主导地位. 从  $Ra = g\beta\Delta T L^3 / \nu\alpha$  的表达式分析, 对于纳米流体, 由于纳米颗粒的存在, 流体黏度系数和热扩散系数均变大, 布朗运动和热扩散效应强化了纳米流体自然对流流动, 在相同条件下使纳米流体的临界  $Ra$  数比纯基液的低<sup>[16]</sup>. 因此, 在相同的体积分数下, 当  $Ra = 5000$  和  $Ra = 50000$  时, 均以对流换热为主, 且  $Ra = 50000$  时, 对流换热更强, 纳米流体的平均  $Nu$  数较大. 可见, 尽管  $Al_2O_3$  纳米粒子具有很高的导热系数, 但当增大纳米粒子的体积分数时, 由 (4) 式可知, 纳米流体的导热系数并不增大,

此时纳米流体的换热增强是流体以对流换热为主导、热对流增强的结果.

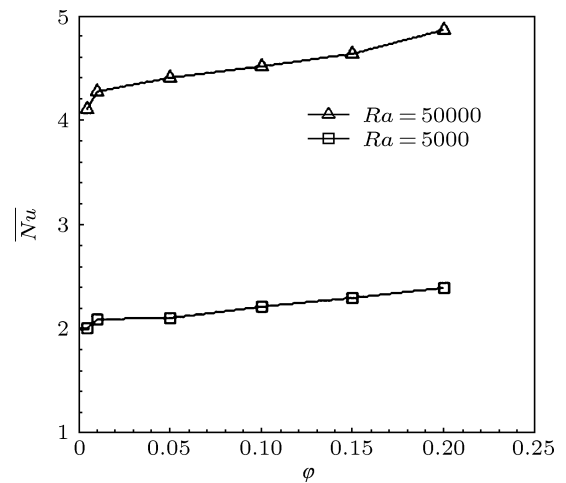


图 6 不同  $Ra$  数下纳米流体平均  $Nu$  随体积分数的变化

### 3 结论

采用 LBM 中双分布函数模型, 模拟矩形腔内纳米流体的 Rayleigh-Benard 对流, 得到如下结论:

- 1) 在  $Ra$  数相同的条件下, 纳米流体的对流换热要强于纯流体;
- 2) 在相同的  $Ra$  数和体积分数下, 不同的粒径对纳米流体的对流换热影响不同, 粒径越小, 纳米流体的对流换热越强;
- 3) 在相同的  $Ra$  数和粒径下, 不同的体积分数对纳米流体的对流换热影响不同, 随着纳米粒子体积分数的增大, 纳米流体中粒子无规则运动增强, 使流体对流运动增强, 从而强化了流体对流换热.

[1] Zhao B W, Xing R P 2008 *J. Zhejiang Sci.-Tech. Univ.* **25** 457 (in Chinese) [赵秉文, 邢荣鹏 2008 浙江理工大学学报 **25** 457]

[2] Barakos G, Mistoulis E 1994 *Int. J. Numer. Meth. Heat Fluid Fl.* **18** 695

[3] Ho C J, Liu W K, Chang Y S, Lin C C 2010 *Int. J. Therm. Sci.* **49** 1345

[4] Agwa Nnana A G 2007 *ASME, J. Heat Transfer* **129** 697

[5] Heris S Z, Etemad S G, Esfahany M N 2006 *Int. Commun. Heat Mass* **33** 529

[6] Xuan Y M, Li Q 2000 *Int. J. Heat Fluid Fl.* **21** 58

[7] Xuan Y M, Li Q 2003 *J. Heat Trans.* **125** 151

[8] Wu X, Kumar R 2005 *ASME Summer Heat Transfer Conference* San Francisco, California, USA, July 17–22, 2005 p72660

[9] Fattahi E, Farhadi M, Sedighi K, Nemat H 2012 *Int. J. Therm. Sci.* **52** 137

[10] Kefayati G H R, Hosseinzadeh S F, Gorji M, Sajjadi H 2011 *Int. Commun. Heat Mass* **38** 798

[11] Guo Y L, Qin D Y, Shen S Q, Bennacer R 2012 *Int. Commun. Heat Mass* **39** 350

[12] Hwang K S, Lee J H, Jang S P 2007 *Int. J. Heat Mass Transf.* **50** 4003

[13] Santra A K, Sen S, Chakraborty N 2008 *Enhanced Heat Transf.* **15** 273

[14] He X, Chen S, Doolen G D 1998 *J. Comput. Phys.* **146** 282300

[15] Lin H 2008 *M. S. Dissertation* (Qingdao: Qingdao University of Science and Technology) (in Chinese) [林红 2008 硕士学位论文 (青岛: 青岛科技大学)]

[16] Qing D Y 2012 *M. S. Dissertation* (Dalian: Dalian University of Technology) (in Chinese) [秦道洋 2012 硕士学位论文 (大连: 大连理工大学)]

# Nanofluid Raleigh-Benard convection in rectangular cavity: simulation with lattice Boltzmann method\*

Guo Ya-Li<sup>†</sup> Xu He-Han Shen Sheng-Qiang Wei Lan

(School of Energy and Power Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

(Received 30 November 2012; revised manuscript received 2 February 2013)

## Abstract

The lattice Boltzmann method is used to simulate the thermal field and flow field of nanofluid Raleigh-Benard convection in a rectangular cavity. The heat transfer characteristics of nanofluid are compared under different Raleigh numbers, volume fractions of nanoparticles and particle sizes. The results show that under the same Raleigh number and volume fraction, the convection heat transfer of nanofluid becomes weakened by increasing the particle size. Under the same Raleigh number and particle size, the convection heat transfer of nanofluid becomes strengthened by increasing the volume fraction of nanoparticles.

**Keywords:** nanofluid, Raleigh-Benard, multiphase flow, lattice Boltzmann method

**PACS:** 47.61.-K, 47.20.Bp, 47.61.Jd

**DOI:** 10.7498/aps.62.144704

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50906005).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: ylguo@dlut.edu.cn