

# 计及激子 - 双激子相干下半导体单量子点中的空间光孤子对\*

曾宽宏<sup>1)</sup> 王登龙<sup>1)†</sup> 余彦超<sup>1)2)</sup> 张蔚曦<sup>2)</sup>

1) (湘潭大学物理系, 湘潭 411105)

2) (铜仁学院物理与电子科学系, 铜仁 554300)

(2013年1月8日收到; 2013年2月3日收到修改稿)

考虑激子 - 双激子的相干效应, 解析地研究了半导体单量子点中探测光和信号光的吸收特性和非线性传播特性。结果发现, 在线性条件下, 单量子点中出现电磁感应透明现象; 进一步分析可得, 电磁感应透明所呈现的是单窗口或双窗口或光学增益均可通过调节控制光强加以控制。在非线性条件下, 弱信号光诱导弱探测光产生两个分量, 这两个分量在系统中所激发的自克尔和交叉克尔非线性效应与系统的衍射效应相平衡从而形成稳定的亮 - 亮, 亮 - 暗, 暗 - 暗等空间光孤子对。

**关键词:** 半导体量子点, 电磁感应透明, 空间光孤子对

**PACS:** 78.67.Hc, 42.50.Gy, 42.65.Tg

**DOI:** 10.7498/aps.62.147801

## 1 引言

空间光孤子是指在非线性光学介质中展现为自陷 (self-trap) 的光束。由于孤子独特的传播性质, 空间光孤子能使光信号经历远距离传播甚至彼此碰撞后也不会出现失真, 因而在光通信和光信息工程方面具有巨大的应用潜力而倍受关注<sup>[1-8]</sup>。对于空间光孤子的研究领域起初是来自于光纤、光波导、光折变晶体等<sup>[9-16]</sup> 被动介质。然而由于被动介质是利用非共振激发机制来产生非线性效应, 所提供的非线性效应非常微弱, 而产生空间光孤子常需要很强的非线性效应。

基于量子相干效应的电磁感应透明 (EIT) 介质恰能有效消除入射光信号吸收, 同时提供极强的非线性效应, 从而成为能实现空间光孤子的理想介质。其中超冷原子所组成的 EIT 介质由于具有分立的能谱、足够长的退相干时间, 成为较为广泛研究对

象<sup>[8,17-24]</sup>。但由于其低温、稀薄等缺陷, 使之难以在器件小型化设计中被应用。于是人们寻求其他与冷原子介质具有相类似特性且又能付之于实际应用的介质进而研究其中的非线性性质, 被称为“人工原子”的半导体量子点体系就成为候选介质。这主要是半导体量子点不仅具有类似超冷原子体系的分立能级结构, 而且还具有较大的偶极矩, 常温下能稳定存在等优点, 尤其是它作为一种半导体固体材料, 具有成熟的生产工艺和集成技术, 且其量子特性能通过尺寸、形貌的修饰或者外加偏压来进行调控。因此半导体量子点中的量子相干、量子干涉和非线性效应及其应用的研究已经成为量子光学和量子信息等研究领域中的热点之一<sup>[25-33]</sup>。研究表明半导体单量子点中可通过四波混频实现最大纠缠态<sup>[25]</sup>, 对于环形四能级的半导体量子点中, 可通过自相位调制和交叉相位调制增强体系的非线性效应<sup>[26]</sup>。然而, 迄今为止对于半导体量子点中的光孤子研究涉及较少, 特别是多弱光场共存所

\* 国家自然科学基金 (批准号: 51032002)、湖南省教育厅研究基金 (批准号: 12A140) 和贵州省科技厅科学技术基金 (批准号: J20112219, J20122314) 资助的课题。

† 通讯作者。E-mail: dlwang@xtu.edu.cn

诱导多标量光孤子甚至多分量光孤子的研究还鲜有报道。在此, 我们考虑一束弱探测光、一束弱信号光和两束强耦合光与环形四能级半导体单量子点相互作用所组成的模型, 研究其中弱探测光和信号光的吸收特性和非线性传播特性。结果发现, 考虑激子 - 双激子的相干效应下系统呈现出电磁感应透明现象, 且其所呈现的是单窗口或双窗口或光学增益均可通过调节控制光的强度加以控制, 而且体系能够形成稳定的亮 - 亮, 亮 - 暗, 暗 - 暗等空间光孤子对。

## 2 线性光学吸收特性

为了得到半导体单量子点的线性光学性质, 我们在此考虑一个  $\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  所组成的半导体单量子点体系<sup>[34,35]</sup>, 其样品如图 1(a) 所示。整个样品是由基态 - 激子 - 双激子所组成的四能级体系。它所对应的环形四能级半导体单量子点的能带结构和跃迁如图 1(b) 所示。图中  $|0\rangle$  为基态;  $|1\rangle$  和  $|2\rangle$  分别表示单激子态的两个正交偏振态;  $|3\rangle$  为双激子态; 其中信号光和探测光相应的拉比频率为  $\Omega_s$  和  $\Omega_p$ ; 两束强耦合光对应的拉比频率为  $\Omega_c$  和  $\Omega_d$ 。根据相互作用绘景, 由该体系的哈密顿量可以推出如下概率幅度方程<sup>[24–26]</sup>

$$\frac{\partial A_0}{\partial t} = i\Omega_p A_1 + i\Omega_s A_2, \quad (1a)$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial t} = -(i\Delta_p + \gamma_1) A_1 + i\Omega_p A_0 + i\Omega_c A_3, \quad (1b)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial t} = -(i\Delta_s + \gamma_2) A_2 + i\Omega_s A_0 + i\Omega_d A_3, \quad (1c)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_3}{\partial t} = & -(i\Delta_p + i\Delta_c + \gamma_3) A_3 + i\Omega_c A_1 \\ & + i\Omega_d A_2, \end{aligned} \quad (1d)$$

其中  $A_j$  表示能级  $|j\rangle$  的原子布居概率幅度, 它满足概率幅度守恒关系  $|A_1|^2 + |A_2|^2 + |A_3|^2 + |A_4|^2 = 1$ ;  $\Omega_p = E_p \mu_{01} / (2\hbar)$ ,  $\Omega_s = E_s \mu_{02} / (2\hbar)$ ,  $\Omega_c = E_c \mu_{31} / (2\hbar)$ ,  $\Omega_d = E_d \mu_{32} / (2\hbar)$ 。 $E_p$ ,  $E_s$ ,  $E_c$  和  $E_d$  分别表示探测光  $p$ , 信号光  $s$ , 耦合控制光  $c$  和  $d$  的振幅;  $\mu_{ij}$  表示能级  $|i\rangle \rightarrow |j\rangle$  之间的跃迁偶极矩。 $\Delta_p$ ,  $\Delta_s$  和  $\Delta_c$  分别表示探测光、信号光和耦合光的失谐;  $\gamma_j$  表示能级  $|j\rangle$  上衰减率, 由能级寿命展宽  $\gamma_{jl}$  和失相 (dephasing) 展宽  $\gamma_{jd}$  两部分所组成, 即  $\gamma_j = \gamma_{jl} + \gamma_{jd}$ 。其中  $\gamma_{jl}$  主要是由于低温下纵波光学声子发射产生,

而  $\gamma_{jd}$  主要由于电子与电子, 电子与声子散射以及表面粗糙所引起。

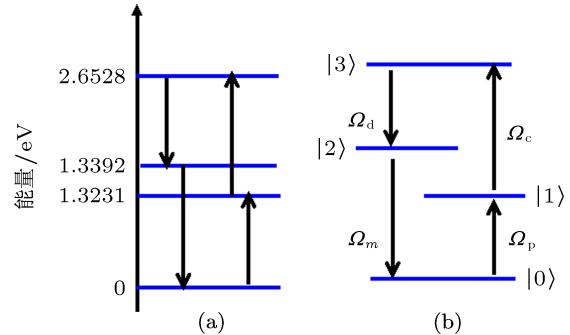


图 1 (a) 由基态 - 激子 - 双激子组成的  $\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  半导体单量子点样品的能级示意图; (b) 半导体单量子点与光场相互作用时所形成的环形四能级示意图

当探测光和信号光都非常弱时, 因弱光激发导致激发强度极小, 从而所有的粒子几乎仍然布居在基态  $|0\rangle$  态, 我们就可以对方程 (1) 进行稳态求解, 并得到探测光和信号光的电极化率为

$$\begin{aligned} \chi_p &= \frac{N\mu_{01}}{\epsilon_0 E_p} A_1 A_0^* = \frac{N|\mu_{01}|^2}{2\hbar\epsilon_0\Omega_p} D_1 |A_0|^2 \\ &= \chi_p^{(1)} + \chi_p^{(3,s)} |E_p|^2 + \chi_p^{(3,c)} |E_s|^2 + \dots, \end{aligned} \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} \chi_s &= \frac{N\mu_{02}}{\epsilon_0 E_s} A_2 A_0^* = \frac{N|\mu_{02}|^2}{2\hbar\epsilon_0\Omega_s} D_2 |A_0|^2 \\ &= \chi_s^{(1)} + \chi_s^{(3,p)} |E_s|^2 + \chi_s^{(3,c)} |E_p|^2 + \dots, \end{aligned} \quad (2b)$$

这里  $\chi_p^{(1)}$  和  $\chi_s^{(1)}$  分别是探测光和信号光的线性极化率, 在满足耦合光及三光子共振条件下, 即  $\Delta_c = 0$ ,  $\Delta_p = \Delta_s$ , 其表达式是

$$\begin{aligned} \chi_p^{(1)} &= \frac{N|\mu_{01}|^2}{2\hbar\epsilon_0} \\ &\times \frac{\Delta_p^2 - \gamma_2 \gamma_3 - |\Omega_d|^2 + \Omega_c \Omega_d - i\Delta_p (\gamma_2 + \gamma_3)}{A - iB}, \end{aligned} \quad (3a)$$

$$\begin{aligned} \chi_s^{(1)} &= \frac{N|\mu_{02}|^2}{2\hbar\epsilon_0} \\ &\times \frac{\Delta_p^2 - \gamma_2 \gamma_3 - |\Omega_c|^2 + \Omega_c \Omega_d - i\Delta_p (\gamma_2 + \gamma_3)}{A - iB}, \end{aligned} \quad (3b)$$

其中  $A = \Delta_p (\Delta_p^2 - \gamma_1 \gamma_2 - \gamma_1 \gamma_3 - \gamma_2 \gamma_3 - |\Omega_d|^2 - |\Omega_c|^2)$ ,  $B = \Delta_p^2 \gamma_1 + \Delta_p^2 \gamma_2 + \Delta_p^2 \gamma_3 - \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 - |\Omega_d|^2 \gamma_1 - |\Omega_c|^2 \gamma_2$ , 此处  $N$  为电子数密度,  $\epsilon_0$  为真空中介电常数。探测光和信号光线性极化率的实部  $\text{Re } \chi_p^{(1)}$  和  $\text{Re } \chi_s^{(1)}$  分别表示探测和信号光的折射; 探测光和信号光线性极化率的虚部  $\text{Im } \chi_p^{(1)}$  和  $\text{Im } \chi_s^{(1)}$  分别描述探测光和信号光的吸收。

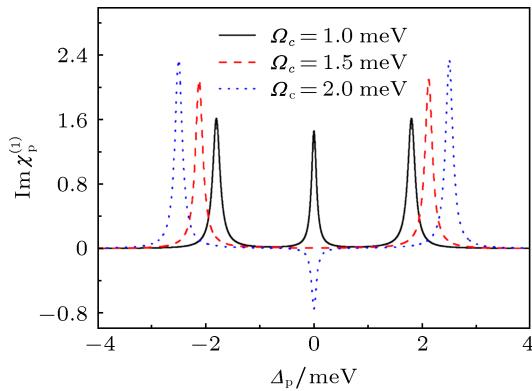


图 2 不同耦合光强度下探测光吸收随其光失谐的变化关系

为进一步直观地获得半导体单量子点体系的线性吸收特性, 根据文献 [34, 35], 我们可选择体系各参数为  $N = 4 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\mu_{01} = \mu_{02} = 1 \times 10^{-16} \text{ esu} \cdot \text{cm}^{-1}$ ,  $\Delta_c = 0 \text{ meV}$ ,  $\gamma_1 = 0.054 \text{ meV}$ ,  $\gamma_2 = 0.054 \text{ meV}$ ,  $\gamma_3 = 0.108 \text{ meV}$ ,  $\Omega_d = 1.5 \text{ meV}$ . 从而可以得到探测光的吸收随探测光失谐的变化情况如图 2 所示. 可看出, 当控制光的光强在  $\Omega_c = 1.0 \text{ meV}$  时, 探测光吸收曲线 (图 2 中实线) 在探测光共振位置处出现一个较大的吸收峰, 但在该峰的两侧则同时出现两个吸收被抑制的透明窗口, 即 EIT 双窗口现象. 当进一步增加控制光强度至  $\Omega_c = 1.5 \text{ meV}$  时, 体系的吸收特性曲线 (图 2 中虚线) 在探测光共振位置处的吸收峰消失, EIT 双透明窗口将变化为一个单透明窗口, 在窗口范围内, 吸收被完全抑制, 且最外侧的俩吸收峰之间的宽度也随着控制光的增大而增加. 出现此现象是由于两个不同的激发通道之间的多光子量子相消干涉所导致, 即耦合激发通道与反向耦合激发通道之间的相消干涉的结果. 当信号光和探测光的光强相等时, 由双激子态  $|3\rangle$  经过  $\Omega_s + \Omega_d + \Omega_c$  所诱导的  $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$  之间反向耦合激发通道是变得更加重要, 它与由探测光所诱导的  $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$  之间的耦合激发通道的相位差为  $\pi$ , 这个过程将导致两个激发通道的相消叠加, 进而对基态 - 单激子态之间的跃迁进行抑制, 使得单激子态  $|1\rangle$  呈现暗态, 因而探测光在共振吸收附近处出现电磁感应透明现象. 当继续增大控制光, 使得  $\Omega_c = 2.0 \text{ meV}$  时, 发现探测光的吸收曲线 (图 2 中点线) 在探测光共振位置处将出现吸收为负的情况, 即探测光呈现出增益现象. 由此, 我们可归纳出: 在一个由基态 - 激子 - 双激子组成的环形四能级半导体单量子点中, 由于激子 - 双激

子所诱导的量子相干效应, 通过合理的调节控制光强, 可实现体系中对探测光吸收的 EIT 单窗口和双窗口, 以及增益之间的相互转变. 类似地, 根据体系的模型可以看出, 信号光与探测光所处的地位是完全等价的, 因此若通过合理地选取实验参数, 并通过调节耦合光场  $d$  的强度, 也能对信号光的吸收实现 EIT 单窗口和双窗口, 以及增益之间的相互转变.

### 3 非线性光学传播特性

为了研究环形四能级半导体单量子点体系中探测光  $\Omega_p$  和信号光  $\Omega_s$  的传播特性, 我们从 Maxwell 方程推导出它们的演化方程:

$$i \left( \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \Omega_p + \frac{c}{2\omega_p} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Omega_p + k_{01} A_1 A_0^* = 0, \quad (4a)$$

$$i \left( \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \Omega_s + \frac{c}{2\omega_s} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Omega_s + k_{02} A_2 A_0^* = 0, \quad (4b)$$

其中  $k_{01} = 2\pi N_a |\mu_{01}|^2 \omega_p / \hbar c$ ,  $k_{02} = 2\pi N_a |\mu_{02}|^2 \omega_s / \hbar c$  分别表示它们传播系数. 由于体系中探测光  $\Omega_p$  和信号光  $\Omega_s$  的脉冲宽度足够宽, 因而可以认为它们随时间的变化非常慢, 在慢变包络近似下, 方程 (4) 简化为

$$i \frac{\partial}{\partial z} \Omega_p + \frac{c}{2\omega_p} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Omega_p + k_{01} A_1 A_0^* = 0, \quad (5a)$$

$$i \frac{\partial}{\partial z} \Omega_s + \frac{c}{2\omega_s} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Omega_s + k_{02} A_2 A_0^* = 0. \quad (5b)$$

为求解方程 (5), 我们引入奇异摄动理论中的多重尺度方法 [5, 36–38]. 首先进行渐近展开  $A_0 = 1 + \sum_{j=2}^{\infty} \varepsilon^j A_0^{(j)}$ ,  $A_l = \sum_{j=1}^{\infty} \varepsilon^j A_l^{(j)}$ ,  $\Omega_{p(s)} = \sum_{j=1}^{\infty} \varepsilon^j \Omega_{p(s)}^{(j)}$ , 这里  $\varepsilon$  为一个小参量, 它表征基态的布居耗散. 同时假设  $A_l^{(j)}$  ( $l = 0, 1, 2, 3$ ) 和  $\Omega_{p(s)}^{(j)}$  是关于变量  $z_m = \varepsilon^m z$  ( $m = 0, 1, 2$ ) 和  $x_1 = \varepsilon x$  的函数. 并将它们代入方程 (1) 及方程 (5), 可得稳态近似下关于  $A_l^{(j)}$  和  $\Omega_{p(s)}^{(j)}$  的一组方程:

$$\delta_p A_1^{(j)} - \Omega_p^{(j)} - \Omega_c A_3^{(j)} = \alpha^{(j)}, \quad (6a)$$

$$\delta_s A_2^{(j)} - \Omega_s^{(j)} - \Omega_d A_3^{(j)} = \beta^{(j)}, \quad (6b)$$

$$\delta A_3^{(j)} - \Omega_c A_1^{(j)} - \Omega_d A_2^{(j)} = \rho^{(j)}, \quad (6c)$$

$$i \frac{\partial}{\partial z} \Omega_p^{(j)} + k_{01} A_1^{(j)} = \Gamma^{(j)}, \quad (6d)$$

$$i \frac{\partial}{\partial z} \Omega_s^{(j)} + k_{02} A_2^{(j)} = \Xi^{(j)}. \quad (6e)$$

对于  $j=1$ , 探测光和信号光的解分别为  $\Omega_p^{(1)} = u \exp(iK_1 z_0) + v \exp(iK_2 z_0)$ ,  $\Omega_s^{(1)} = G_1 u \exp(iK_1 z_0) + G_2 v \exp(iK_2 z_0)$ , 其中  $G_1, G_2, K_1, K_2$  分别为  $G_1 = (K_1 - k_{01} D'_1) / (k_{01} D''_1)$ ,  $G_2 = (K_2 - k_{01} D'_1) / (k_{01} D''_1)$ ,

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{1}{2} \left[ (k_{01} D'_1 + k_{02} D'_2) \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{(k_{01} D'_1 + k_{02} D'_2)^2 - 4 k_{01} k_{02} (D'_1 D'_2 - D''_1 D''_2)} \right], \\ K_2 &= \frac{1}{2} \left[ (k_{01} D'_1 + k_{02} D'_2) \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{(k_{01} D'_1 + k_{02} D'_2)^2 - 4 k_{01} k_{02} (D'_1 D'_2 - D''_1 D''_2)} \right], \end{aligned}$$

式中各参量的表达式如下:

$$\begin{aligned} D'_1 &= (\delta_s \delta - |\Omega_d|^2) / (\delta_p \delta_s \delta - \delta_p |\Omega_d|^2 - \delta_s |\Omega_c|^2), \\ D''_1 &= \Omega_c \Omega_d / (\delta_p \delta_s \delta - \delta_p |\Omega_d|^2 - \delta_s |\Omega_c|^2), \\ D'_2 &= (\delta_p \delta - |\Omega_c|^2) / (\delta_p \delta_s \delta - \delta_p |\Omega_d|^2 - \delta_s |\Omega_c|^2), \\ D''_2 &= \Omega_c \Omega_d / (\delta_p \delta_s \delta - \delta_p |\Omega_d|^2 - \delta_s |\Omega_c|^2). \end{aligned}$$

从探测光和信号光的解的形式可看出: 探测光和信号光在相互诱导以及受耦合光诱导的情况下, 将会形成两个分量, 且相应地, 两者之间对应的两分量仅分别相差一个常数  $G_1$  和  $G_2$ , 这个常数仅对信号光的两分量的幅度造成影响, 而不会改变两分量的色散关系. 因而在研究它们的色散特性时, 为使得问题简化, 只需考虑探测光的两个分量的传播性质即可. 同时这里  $K_1$  及  $K_2$  可以写成  $K_n = \varphi_n + i\alpha_n/2$  ( $n=1, 2$ ) 的形式, 其中  $\varphi_1$  和  $\varphi_2$  表示探测光两个分量  $u$  和  $v$  在介质中传播单位长度所发生的相移; 而  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  则表示两分量  $u$  和  $v$  在介质中传播时的吸收系数. 为了讨论探测光的两分量在介质中能否稳定传播, 这里对探测光的两个分量  $u$  和  $v$  的吸收系数进行了研究. 为此, 根据文献 [34, 35], 可选取如下实验参数  $\kappa_{01} = \kappa_{02} = 3.4 \times 10^6 \text{ cm}^{-1} \text{ meV}$ ,  $\gamma_1 = 0.054 \text{ meV}$ ,  $\gamma_2 = 0.054 \text{ meV}$ ,  $\gamma_3 = 0.108 \text{ meV}$ ,  $\Delta_p = 3.1\gamma_1$ ,  $\Delta_s = 12\gamma_1$ ,  $\Delta_c = -0.05\gamma_1$ . 图 3 示出了吸收系数  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  随控制光强度  $\Omega_c$  的变化情况. 从图 3(a) 可看出, 在  $\Omega_c$  较小时, 探测光的分量  $u$  出现极大的负吸收, 即存在着较大的光学增益现象, 这将会导致探测光的  $u$  分量被放大, 从而无法保持稳定地传播, 但随着  $\Omega_c$  的逐渐增大,  $u$  分量的增益是被逐渐抑制的, 直到  $\Omega_c$  增大到较大值时,  $u$  分量的

增益将被极大地抑制, 从而形成较为稳定的传播. 从图 3(b) 可观察到, 探测光的分量  $v$  在  $\Omega_c$  较小时呈现出较大的正吸收现象, 而大的正吸收会使得  $v$  分量出现极大的损耗, 因而光在介质中也无法稳定地传播下去, 但随着控制光强  $\Omega_c$  的逐渐增大,  $v$  分量的吸收将被迅速地抑制下来, 且随着  $\Omega_c$  的进一步增大,  $v$  分量的吸收将被完全抑制, 以致达到零吸收, 此时的探测光的  $v$  分量在介质中能保持无耗散地传播开来. 由此可归结为, 随着控制光强  $\Omega_c$  的增加,  $u$  和  $v$  两分量的增益和吸收是逐渐被抑制, 这将能使得探测光的  $u$  和  $v$  两分量能同时在介质体系中稳定地传播.

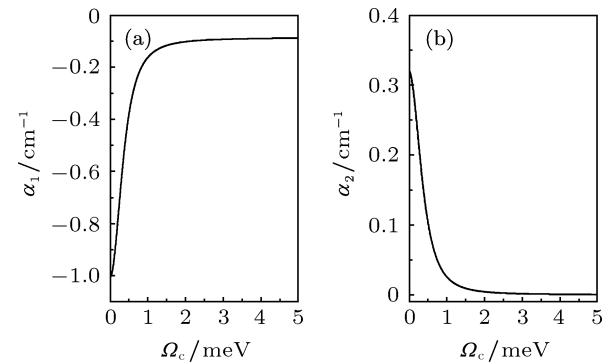


图 3 探测光 (a)  $u$  分量, (b)  $v$  分量的吸收随耦合光强  $\Omega_c$  的变化

对于  $j=2$  的情况, 方程 (6) 中的各参量为  $\alpha^{(2)} = 0$ ,  $\beta^{(2)} = 0$ ,  $\rho^{(2)} = 0$ ,  $\Gamma^{(2)} = -i\partial\Omega_p^{(1)}/\partial z_1$ ,  $\Xi^{(2)} = -i\partial\Omega_s^{(1)}/\partial z_1$ . 相应方程 (6) 的解为  $\partial u/\partial z_1 = 0$  及  $\partial v/\partial z_1 = 0$ .

当  $j=3$  时, 方程 (6) 的各参量是  $\alpha^{(3)} = \Omega_p^{(1)} A_0^{(2)}$ ,  $\beta^{(3)} = \Omega_s^{(1)} A_0^{(2)}$ ,  $\rho^{(3)} = 0$ ,  $\Gamma^{(3)} = -i\partial\Omega_p^{(2)}/\partial z_1 - i\partial\Omega_p^{(1)}/\partial z_2 - (c/2\omega_p) \partial^2\Omega_p^{(1)}/\partial x_1^2 - k_{01} A_1^{(1)} A_0^{(2)*}$ ,  $\Xi^{(3)} = -i\partial\Omega_s^{(2)}/\partial z_1 - i\partial\Omega_s^{(1)}/\partial z_2 - (c/2\omega_s) \partial^2\Omega_s^{(1)}/\partial x_1^2 - k_{02} A_2^{(1)} A_0^{(2)*}$ . 然后联立一、二阶展开, 可得到下方程组

$$i \frac{\partial u}{\partial z_2} + H_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (S_1 |u|^2 + L_1 |v|^2) u = 0, \quad (7a)$$

$$i \frac{\partial v}{\partial z_2} + H_2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (S_2 |u|^2 + L_2 |v|^2) v = 0, \quad (7b)$$

其中

$$\begin{aligned} H_1 &= \frac{c}{2\omega_p} \frac{k_{02} D'_2 - K_1}{K_1 + k_{02} D'_2 - k_{01} D''_1} \\ &\quad - \frac{k_{01} D''_1}{K_1 + k_{02} D'_2 - k_{01} D''_1} \frac{c}{2\omega_s}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_2 &= \frac{c}{2\omega_p} \frac{k_{02}D'_2 - K_2}{K_2 + k_{02}D'_2 - k_{01}D''_1} \\
&\quad - \frac{k_{01}D''_1}{K_2 + k_{02}D'_2 - k_{01}D''_1} \frac{c}{2\omega_s}, \\
S_1 &= \frac{k_{01}D''_1}{K_1 + k_{02}D'_2 - k_{01}D''_1} \left[ \frac{k_{02}D'_2 - K_1}{k_{01}D''_1} k_{01} \right. \\
&\quad \times \left. (D'_1 + D''_1 G_1) - k_{02} (D'_2 G_1 + D''_2) \right] M, \\
S_2 &= \frac{k_{01}D''_1}{K_2 + k_{02}D'_2 - k_{01}D''_1} \left[ \frac{k_{02}D'_2 - K_2}{k_{01}D''_1} k_{01} \right. \\
&\quad \times \left. (D'_1 + D''_1 G_2) - k_{02} (D'_2 G_2 + D''_2) \right] M, \\
L_1 &= \frac{k_{01}D''_1}{K_1 + k_{02}D'_2 - k_{01}D''_1} \left[ \frac{k_{02}D'_2 - K_1}{k_{01}D''_1} k_{01} \right. \\
&\quad \times \left. (D'_1 + D''_1 G_1) - k_{02} (D'_2 G_1 + D''_2) \right] N, \\
L_2 &= \frac{k_{01}D''_1}{K_2 + k_{02}D'_2 - k_{01}D''_1} \left[ \frac{k_{02}D'_2 - K_2}{k_{01}D''_1} k_{01} \right. \\
&\quad \times \left. (D'_1 + D''_1 G_2) - k_{02} (D'_2 G_2 + D''_2) \right] N, \\
M &= -\frac{1}{2} \left[ |D'_1 + D''_1 G_1|^2 + |D'_2 G_1 + D''_2|^2 \right. \\
&\quad + \left. \left| \frac{1}{\delta} \right|^2 |\Omega_c (D'_1 + D''_1 G_1) + \Omega_d (D'_2 G_1 + D''_2)|^2 \right], \\
N &= -\frac{1}{2} \left[ |D'_1 + D''_1 G_2|^2 + |D'_2 G_2 + D''_2|^2 \right. \\
&\quad + \left. \left| \frac{1}{\delta} \right|^2 |\Omega_c (D'_1 + D''_1 G_2) + \Omega_d (D'_2 G_2 + D''_2)|^2 \right],
\end{aligned}$$

显然地, 方程(7)为一复系数的耦合非线性 Schrödinger 方程组, 其中  $H_1$  和  $H_2$  分别表征分量  $u$  和  $v$  的衍射效应;  $S_1$  和  $L_2$  分别表示分量  $u$  和  $v$  的自克尔非线性效应;  $L_1$  和  $S_2$  则分别为分量  $u$  和  $v$  交叉克尔非线性效应。由于该方程中系数均为复数, 故该方程不可积分, 因此难以得到解析解。但我们考虑目前文献 [34, 35] 所实现半导体量子点体系的条件, 可选取以下实验参数:  $\kappa_{01} = \kappa_{02} = 3.4 \times 10^6 \text{ cm}^{-1} \cdot \text{meV}^{-1}$ ,  $\gamma_1 = 0.054 \text{ meV}$ ,  $\gamma_2 = 0.054 \text{ meV}$ ,  $\gamma_3 = 0.108 \text{ meV}$ ,  $\Delta_p = 3.1\gamma_1$ ,  $\Delta_s = 12\gamma_1$ ,  $\Delta_c = -0.05\gamma_1$ ,  $\omega_p = \omega_s = 1.386 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ , 我们可以得到  $H_1 = 5.04 \times 10^{-2} + 3.07 \times 10^{-4}i$ ,  $H_2 = 3.1 \times 10^{-4} + 1.17 \times 10^{-6}i$ ,  $S_1 = 2.35 \times 10^2 + 22.5i$ ,  $S_2 = 1.5 + 1.7 \times 10^{-1}i$ ,  $L_1 = 2.44 \times 10^{-1} + 2.4 \times 10^{-2}i$ ,  $L_2 = 1.5 \times 10^{-3} + 1.8 \times 10^{-4}i$ 。显然, 上述 6 个复数  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $L_1$  和  $L_2$  的实部均大于虚部, 一般可将各系数的虚部略去, 仅保留实部, 从而得到如

下实系数的非线性 Schrödinger 方程组

$$i \frac{\partial u}{\partial z_2} + H'_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \left( S'_1 |u|^2 + L'_1 |v|^2 \right) u = 0, \quad (8a)$$

$$i \frac{\partial v}{\partial z_2} + H'_2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \left( S'_2 |u|^2 + L'_2 |v|^2 \right) v = 0. \quad (8b)$$

根据文献 [36], 方程(8)满足条件  $H'_1 L'_2 = H'_2 L'_1$  及  $S'_1 L'_2 = S'_2 L'_1$  时, 它将存在四种类型的孤子对解, 具体分别为:

亮 - 亮孤子对解

$$\begin{aligned}
u &= \sqrt{2}u_0 \operatorname{sech}[A(x - Bz)] \\
&\quad \times \exp \left\{ i \left[ \frac{B}{2H'_1} x + \left( A^2 H'_1 - \frac{B^2}{4H'_1} \right) z \right] \right\}, \quad (9a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v &= \sqrt{2}v_0 \operatorname{sech}[A(x - Bz)] \\
&\quad \times \exp \left\{ i \left[ \frac{B}{2H'_2} x + \left( A^2 H'_2 - \frac{B^2}{4H'_2} \right) z \right] \right\}, \quad (9b)
\end{aligned}$$

其中  $v_0^2 = (A^2 H'_1 - S'_1 u_0^2)/L'_1$ .  $u_0$ ,  $A$  和  $B$  是任意实常数;

亮 - 暗孤子对解

$$\begin{aligned}
u &= \sqrt{2}u_0 \operatorname{sech}[A(x - Bz)] \exp \left\{ i \left[ \frac{B}{2H'_1} x \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \left( A^2 H'_1 - 2L'_2 v_0^2 - \frac{B^2}{4H'_1} \right) z \right] \right\}, \quad (10a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v &= \sqrt{2}v_0 \tanh[A(x - Bz)] \exp \left\{ i \left[ \frac{B}{2H'_2} x \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - 2 \left( A^2 H'_2 + S'_2 u_0^2 + \frac{B^2}{8H'_2} \right) z \right] \right\}, \quad (10b)
\end{aligned}$$

其中  $v_0^2 = -(A^2 H'_1 - S'_1 u_0^2)/L'_1$ ;

暗 - 亮孤子对解

$$\begin{aligned}
u &= \sqrt{2}u_0 \tanh[A(x - Bz)] \exp \left\{ i \left[ \frac{B}{2H'_1} x \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - 2 \left( A^2 H'_1 + L'_2 v_0^2 + \frac{B^2}{8H'_1} \right) z \right] \right\}, \quad (11b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v &= \sqrt{2}v_0 \operatorname{sech}[A(x - Bz)] \exp \left\{ i \left[ \frac{B}{2H'_2} x \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \left( A^2 H'_2 - 2S'_2 u_0^2 - \frac{B^2}{4H'_2} \right) z \right] \right\}, \quad (11b)
\end{aligned}$$

其中  $v_0^2 = (A^2 H'_1 + S'_1 u_0^2)/L'_1$ ;

暗 - 暗孤子对解

$$\begin{aligned}
u &= \sqrt{2}u_0 \tanh[A(x - Bz)] \exp \left\{ i \left[ \frac{B}{2H'_1} x \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - 2 \left( A^2 H'_1 + \frac{B^2}{8H'_1} \right) z \right] \right\}, \quad (12a)
\end{aligned}$$

$$v = \sqrt{2}v_0 \tanh[A(x - Bz)] \exp \left\{ i \left[ \frac{B}{2H'_2} x \right. \right.$$

$$-2 \left( A^2 H'_1 + \frac{B^2}{8H'_2} \right) z \Big] \Big\}, \quad (12b)$$

其中  $v_0^2 = -(A^2 H'_1 + S'_1 u_0^2)/L'_1$ .

从上讨论可知, 探测光和信号光通过相互诱导而产生两个分量, 且这两个分量具有不同的线性和非线性特性. 由前面所讨论的探测光和信号光两个分量的吸收特性, 我们已经得到可通过调节控制光强来使这两个分量的增益和吸收特性被完全抑制. 因此, 可调节控制光强导致这两个分量能同时在介质体系中的稳定传播. 且在此环形四能级半导体单量子点中, 当衍射系数、自克尔非线性系数和交叉克尔非线性系数满足  $H'_1 L'_2 = H'_2 S'_1$ ,  $S'_1 L'_2 = S'_2 L'_1$  时, 它可以存在四种不同类型的稳定空间光孤子对解, 这四种解分别是亮 - 亮, 亮 - 暗, 暗 - 亮, 以及暗 - 暗孤子对解, 且它们均能在介质中稳定地传播. 这是完全不同于平面波导等传统介质, 因为对于平面波导, 它们仅能产生一种类型的孤子对解.

## 4 结 论

利用多重尺度法, 解析地研究了由基态 - 激子态 - 双激子态所组成的环形四能级半导体单量子点中探测光和信号光的线性吸收特性和非线性传播特性, 结果表明: 在线性范围, 由于探测光和信号光以及耦合光的诱导, 而使得基态与单激子态之间将出现耦合激发通道和反向耦合激发通道, 这两条激发通道由于存在干涉相消, 而导致单量子点系统中探测光和信号光的吸收将出现 EIT 效应, 且通过调节控制光强能够实现电磁感应透明单、双透明窗口以及增益之间的转变; 在非线性范围, 由一组表征探测光和信号光演化的 Maxwell 方程组联合概率幅方程求解, 得到探测光和信号光的两个分量的吸收也能够调节控制光强而被抑制, 且当体系中自克尔非线性效应以及交叉克尔非线性效应与光场的衍射效应达到平衡时, 体系将能得到四种类型的两组分空间弱光孤子对解. 这与光折变晶体、平面波导等传统介质完全不同.

- 
- [1] Segev M 1998 *Opt. Quantum Electron.* **30** 503  
[2] Segev M, Stegeman G I 1998 *Phys. Today* **51** 48  
[3] Chen Z G, Segev M, Christodoulides D N 2012 *Rep. Prog. Phys.* **75** 086401  
[4] Hang C, Konotop V V, Huang G X 2009 *Phys. Rev. A* **79** 033826  
[5] Huang G X, Deng L, Payne M G 2005 *Phys. Rev. E* **72** 016617  
[6] Hu W, Ouyang S G, Yang P B, Guo Q, Lan S 2008 *Phys. Rev. A* **77** 033842  
[7] Kivshar Y S, Yang X P 1994 *Phys. Rev. E* **50** 40(R)  
[8] Hang C, Huang G X, Deng L 2006 *Phys. Rev. E* **74** 046601  
[9] Hu B, Huang G X, Velarde M G 2000 *Phys. Rev. E* **62** 2827  
[10] Stegeman G I, Segev M 1999 *Science* **286** 1518  
[11] Kang J U, Stegeman G I, Aitchison J S, Akhmediev N 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 3699  
[12] Zhang H, Tang D Y, Zhao L M, Wu X 2009 *Phys. Rev. B* **80** 052302  
[13] Delqué M, Sylvestre T, Maillotte H, Cambournac C, Kockaert P, Haelterman M 2005 *Opt. Lett.* **30** 3383  
[14] Zhang Y, Hou C F, Sun X D 2007 *Chin. Phys.* **16** 159  
[15] Liu J S, Zhang D Y, Liang C H 2000 *Chin. Phys.* **9** 667  
[16] Chen Z G, Segev M, Coskun T H, Christodoulides D N 1996 *Opt. Lett.* **21** 1436  
[17] Huang G X, Jiang K J, Payne M G, Deng L 2006 *Phys. Rev. E* **73** 056606  
[18] Xie X T, Li W B, Yang X X 2006 *J. Opt. Soc. Am. B* **23** 1609  
[19] She Y C, Wang D L, Ding J W 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3198 (in Chinese) [余彦超, 王登龙, 丁建文 2009 物理学报 **58** 3198]  
[20] She Y C, Zhang W X, Wang D L 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 064205 (in Chinese) [余彦超, 张蔚曦, 王登龙 2011 物理学报 **60** 064205]  
[21] Si L G, Yang W X, Yang X X 2009 *J. Opt. Soc. Am. B* **26** 478  
[22] Wu Y, Deng L 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 143904  
[23] Wu Y 2005 *Phys. Rev. A* **71** 053820  
[24] Wu Y, Deng L 2004 *Opt. Lett.* **29** 2064  
[25] Ding C L, Hao X Y, Yang X X 2010 *Phys. Lett. A* **374** 680  
[26] Hao X Y, Zheng A T, Wang Y, Li X G 2012 *Commun. Theor. Phys.* **57** 866  
[27] Yang W X, Chen A X, Lee R K, Wu Y 2011 *Phys. Rev. A* **84** 013835  
[28] Li J H, Yu R, Huang P, Yang X X 2009 *Phys. Lett. A* **373** 554  
[29] Sun H, Feng X L, Gong S Q, Oh C H 2009 *Phys. Rev. B* **79** 193404  
[30] Luo J, Lai W, Lu D, Du C L, Liu Y W, Gong S Q, Shi D N, Guo C L 2012 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **45** 035402  
[31] Wu F, Tian W, Ma i N, Chen W J, Zhang G L, Zhao G F, Cao S D, Xie W 2008 *Chin. Phys. Lett.* **25** 1461  
[32] Guo R H, Shi H Y, Sun X D 2004 *Chin. Phys.* **13** 2141  
[33] Zhang G Q, Chen C, Gao F, Bo F, Liu J B, Xu J J, Tu Y F 2007 *Physics* **36** 399  
[34] Gammon D, Snow E S, Shanabrook B V, Katzer D S, Park D 1996 *Science* **273** 87  
[35] Brunner K, Abstreiter G, Böhm G, Tränkle, Weimann G 1994 *Phys. Rev. Lett.* **73** 1138  
[36] Luo B, Hang C, Li H J, Huang G X 2010 *Chin. Phys. B* **19** 054214  
[37] Li L, Huang G X 2010 *Phys. Rev. A* **82** 023809  
[38] Li H J, Huang G X 2008 *Phys. Lett. A* **372** 4127

# Spatial optical soliton pairs in a quantum dot with exciton-biexciton coherence\*

Zeng Kuan-Hong<sup>1)</sup> Wang Deng-Long<sup>1)†</sup> She Yan-Chao<sup>1,2)</sup> Zhang Wei-Xi<sup>2)</sup>

1) (*Department of Physics, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China*)

2) (*Department of Physics and Electronic Science, Tongren University, Tongren 554300, China*)

(Received 8 January 2013; revised manuscript received 3 February 2013)

## Abstract

Considering the exciton-biexciton coherence, we analytically study the linear absorption and nonlinear propagation properties of the probe and signal field in a semiconductor quantum dot. It is found that in the linear case, in the system takes place an electromagnetically induced transparency phenomenon. Furthermore, we obtain that in the system there occurs one- or two-transparency window, or optical gain, which is controlled by adjusting the coupling control field. For the nonlinear case, the weak probe field, which is induced by a signal field, splits into two parts. When their excited self-Kerr and cross-Kerr nonlinear effects balance the refractive effect of the beam, the system exhibits bright-bright, bright-dark, dark-bright, dark-dark soliton pairs.

**Keywords:** semiconductor quantum dot, electromagnetically induced transparency, spatial optical soliton pairs

**PACS:** 78.67.Hc, 42.50.Gy, 42.65.Tg

**DOI:** 10.7498/aps.62.147801

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51032002), the Scientific Research Fund of Hunan Provincial Education Department of China (Grant No. 12A140), and the Science and Technology Foundation of Guizhou Province of China (Grant Nos. J20112219, J20122314).

† Corresponding author. E-mail: dlwang@xtu.edu.cn