

相干场成像技术分辨率研究*

张文喜^{1)2)†} 相里斌¹⁾ 孔新新¹⁾²⁾ 李杨²⁾ 伍洲¹⁾ 周志盛¹⁾³⁾

1) (中国科学院光电技术研究院, 北京 100094)

2) (中国科学院大学, 北京 100049)

3) (中国科学技术大学精密机械及精密仪器系, 合肥 230027)

(2013年3月28日收到; 2013年4月12日收到修改稿)

根据光学传递函数的相关理论, 推导了相干场成像技术(又称傅里叶望远镜)的光学传递函数和点扩散函数, 给出了 T 型、O 型两种发射镜阵列布局相干场成像系统的分辨率计算公式, 为分析相干场成像系统能实现的极限角分辨率提供了理论依据. 在此基础上研究了 T 型、O 型两种发射镜阵列布局相干场成像系统的分辨率之间的关系.

关键词: 相干场成像, 傅里叶望远镜, 分辨率, 光学传递函数

PACS: 42.25.Kb, 42.30.Kq, 07.07.Df

DOI: 10.7498/aps.62.164203

1 引言

相干场成像技术是一种能够对超远距离目标进行高分辨率成像的新型间接成像技术^[1,2]. 其基本原理为采用不同空间位置的多光束相干照明空间目标, 接收系统探测目标的反射信息, 利用解调技术获得目标的空间频谱信息, 利用相位闭合技术抑制大气湍流的影响^[3,4], 最后通过对空间频谱信息傅里叶逆变换重构目标的几何图像.

光学成像系统的分辨率是衡量光学成像系统成像能力的指标参数, 也是光学成像系统设计所需的重要参数. 文献[2,5—8]认为相干场成像系统的角分辨率由发射激光波长和系统的等效口径决定, 但没有给出精确的表达式. 导致在进行相干场成像系统方案设计时, 很难根据分辨率要求确定系统的发射镜个数及等效口径等重要参数.

本文基于相干场成像技术和光学传递函数的相关理论^[9,10], 详细研究了相干场成像系统光学传递函数和点扩散函数, 理论推导了 T 型、O 型两种典型的发射镜阵列布局的相干场成像系统角分辨率表达式, 并进行了仿真验证.

2 相干场成像技术原理

根据傅里叶光学相关知识, 目标的几何信息 $O(x, y)$ 可以表示为

$$O(x, y) = \iint F(u, v) e^{i(xu+yv)} du dv, \quad (1)$$

其中 (u, v) 为图像的空间频率, $F(u, v)$ 为该频率对应的频谱, 如果能获取目标的空间频谱信息, 利用(1)式即可重构目标的空间图像. 相干场成像技术通过特殊的发射镜阵列布局, 每次发射三束激光获取目标的空间频谱, 再经傅里叶逆变换获得目标的几何图像信息.

图 1 为相干场成像探测目标频谱图像的示意图, T 型发射系统每次发射三束激光照射空间目标, 接收系统探测目标的发射能量信息, 接收信号的表达式如下:

$$\begin{aligned} S(t) = & c [3 + F(\mathbf{k}_{0m}) e^{i(\Delta\omega_{0m}t + \phi_{0m})} \\ & + F^*(\mathbf{k}_{0m}) e^{-i(\Delta\omega_{0m}t + \phi_{0m})} \\ & + F(\mathbf{k}_{0n}) e^{i(\Delta\omega_{0n}t + \phi_{0n})} \\ & + F^*(\mathbf{k}_{0n}) e^{-i(\Delta\omega_{0n}t + \phi_{0n})} \\ & + F(\mathbf{k}_{mn}) e^{i(\Delta\omega_{mn}t + \phi_{mn})} \end{aligned}$$

* 国家高技术研究发展计划(批准号: 2012AA7031003A)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: zhangwenxi@aoe.ac.cn

$$+ F^*(\mathbf{k}_{mn}) e^{-i(\Delta\omega_{mn}t + \phi_{mn})}], \quad (2)$$

其中 \mathbf{k} 为发射激光的波矢, 目标的空间频率 $\mathbf{k}_{mn} = \mathbf{k}_m - \mathbf{k}_n$, $F(\mathbf{k})$ 为目标的空间频谱. 对探测数据 $S(t)$ 进行数字解调可以得到目标的空间频谱 $F(\mathbf{k})$, 改变发射激光的位置, 可获得整个频谱面的空间频谱信息. 进一步利用相位闭合处理方法消除频谱数据的相位误差, 并进行傅里叶逆变换就可获得目标的几何图像信息.

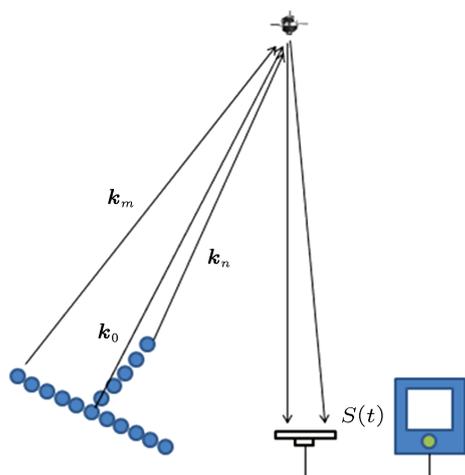


图1 相干场成像原理图

$$= \frac{\lambda R \mathbf{k}_{mn}}{2\pi}. \quad (3)$$

空间频率 \mathbf{k}_{mn} 为

$$\mathbf{k}_{mn} = \frac{2\pi \mathbf{r}_{mn}}{\lambda R}, \quad (4)$$

其中 \mathbf{r}_{mn} 为发射望远镜的坐标矢量, R 为探测距离, λ 为发射激光波长. 因此相干场成像技术能够探测到的目标空间频率是由发射望远镜的相对位置、激光波长和探测距离共同决定.

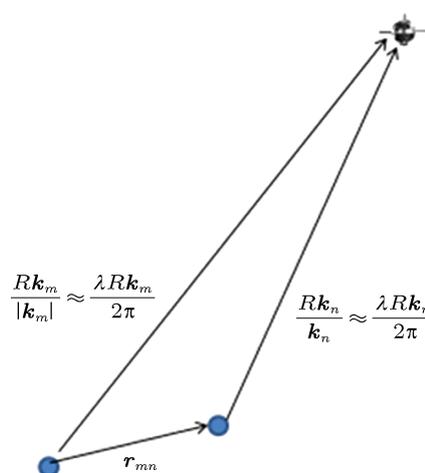


图2 发射激光布置与空间频率关系

3 相干场成像技术分辨率分析

仪器的分辨率是指仪器分辨物体细节的能力, 瑞利指出: 一个亮点的衍射图案中心与另一个亮点的衍射图案第一个暗环重合时, 这两个亮点能够被分辨^[11], 两个亮点的距离为仪器的分辨率. 为了定量研究两个衍射光斑能否被分辨出来, 经常采用鞍峰比的大小进行判断, 鞍-峰比是指两个衍射光斑之间的极小值与极大值比值. 一般认为当两个衍射光斑鞍-峰比的值小于 0.8 时, 两个衍射光斑能够分辨出来^[12,13].

3.1 发射镜布置与空间频率的关系

相干场成像系统所能够获得的空间频率与发射望远镜的布置有关, 下面给出探测的空间频率与发射镜布置关系.

根据图 2 的几何关系能够得出:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{mn} &= \frac{\lambda R \mathbf{k}_m}{2\pi} - \frac{\lambda R \mathbf{k}_n}{2\pi} \\ &= \frac{\lambda R (\mathbf{k}_m - \mathbf{k}_n)}{2\pi} \end{aligned}$$

3.2 T型发射系统分辨率

T型发射镜布局是相干场成像技术中常用的一种发射镜布置方式, 如图 3(a) 所示. 发射镜等间隔布置于 T 型架的三个臂上, 使用该发射系统探测的频谱点位置如图 3(b) 所示. 结合上述分析频谱位置坐标 (u, v) 与发射镜位置坐标 (x, y) 的关系为

$$u = \frac{2\pi x}{\lambda R}, \quad v = \frac{2\pi y}{\lambda R}, \quad (5)$$

其中最大频率为

$$u_0 = \frac{\pi D}{\lambda R}, \quad v_0 = \frac{\pi D}{\lambda R}. \quad (6)$$

使用该发射系统探测目标的图像 $O'(x, y)$ 为

$$\begin{aligned} O'(x, y) &= \int_{-u_0}^{u_0} \int_{-v_0}^{v_0} F(u, v) e^{i(xu+yv)} du dv \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) T(u, v) e^{i(xu+yv)} du dv \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) e^{i(xu+yv)} du dv \\ &\quad \otimes \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} T(u, v) e^{i(xu+yv)} du dv \\ &= O(x, y) \otimes t(x, y), \end{aligned} \quad (7)$$

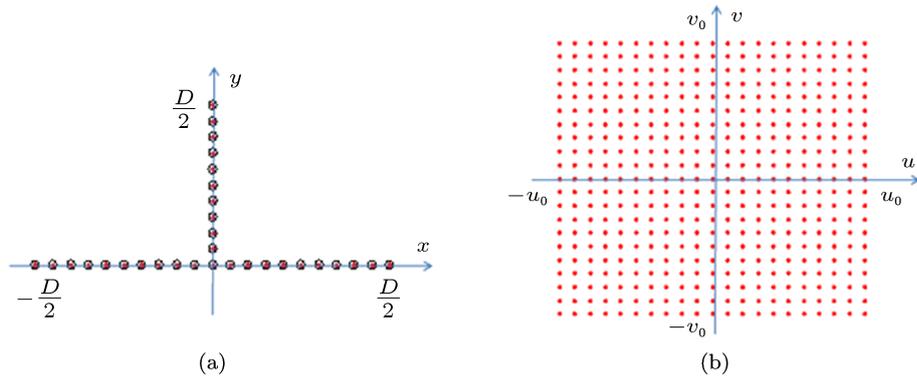


图3 T型发射镜布置与探测频谱面关系 (a) 发射镜布置图; (b) 探测频谱点位置

上式 $F(u, v)$ 和 $O(x, y)$ 分别为目标的空间频谱和几何图像, 因此目标的探测图像为目标图像 $O(x, y)$ 与函数 $t(x, y)$ 的卷积, (7) 式与传统衍射受限光学成像系统点扩散函数比较, 则 $t(x, y)$ 为相干场成像系统的点扩散函数, $T(u, v)$ 为相干场探测系统的光学传递函数. 因为 $O(x, y)$ 和 $O'(x, y)$ 为强度信息, 该成像系统的传递函数为强度传递函数. 可见, 相干场成像系统光学传递函数与非相干光学成像系统传递表达方式相同. 根据 (7) 式探测系统的光学传递函数 $T(u, v)$ 可表示为

$$T(u, v) = \begin{cases} 1 & u \leq u_0 \text{ 且 } v \leq v_0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

点扩散函数 $t(x, y)$ 为

$$\begin{aligned} t(x, y) &= \int_{-u_0}^{u_0} \int_{-v_0}^{v_0} T(u, v) e^{i(xu+yv)} du dv \\ &= \int_{-u_0}^{u_0} \int_{-v_0}^{v_0} e^{i(xu+yv)} du dv \\ &= \text{sinc}(u_0 x) \text{sinc}(v_0 y) \\ &= \text{sinc}\left(\frac{\pi D x}{\lambda R}\right) \text{sinc}\left(\frac{\pi D y}{\lambda R}\right), \end{aligned} \quad (9)$$

探测系统的点扩散函数为两个 sinc 函数的乘积, sinc 函数最大值与第一个最小值的间距为 1.43π ,

系统的空间极限分辨率 Δl 应满足 (10) 式:

$$\frac{2\pi D}{\lambda R} \Delta l = 1.43\pi, \quad (10)$$

即

$$\Delta l = 1.43 \frac{\lambda}{D} R. \quad (11)$$

角分辨率为

$$\theta = 1.43 \frac{\lambda}{D}. \quad (12)$$

因此, T型发射镜布局相干场成像系统的极限角分辨率与波长成正比, 与臂长 D 成反比. 图4为T型发射镜布局相干场成像系统对两个点目标的仿真成像结果, 仿真系统的长臂为9 m, 激光波长为 $0.9 \mu\text{m}$, 探测距离为1000 km, 根据 (12) 式该系统的极限角分辨率为 $0.143 \mu\text{rad}$, 应能够分辨出空间距离为 0.143 m 两点. 图4(a)为轨道高度1000 km两个点目标, 图4(b), 4(c)为探测结果, 其中图4(b)为两点目标相距为 0.143 m 时的成像结果, 鞍-峰比为0.79, 两个点目标能够区分; 图4(c)为相距 0.140 m 两空间点的成像结果, 鞍-峰比为0.86, 两个点目标区分较为困难. 仿真结果验证了T型发射镜布局相干场成像系统分辨率 (12) 式.

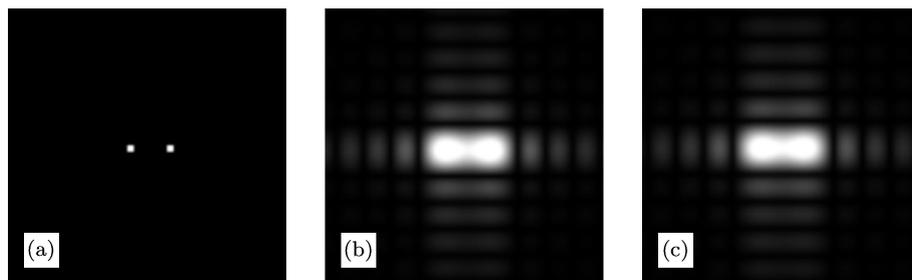


图4 T型发射镜布局对空间两点目标的成像仿真结果 (a) 空间目标; (b) 相距 0.143 m 时成像结果; (c) 相距 0.140 m 时成像结果

3.3 O型发射系统分辨率

发射镜阵列O型布局的相干场成像系统具有结构对称、体积紧凑、相同发射镜个数测量的傅里叶分量较多等优点. 图5(a)为15个发射孔径的布局图, 孔径间最大间距为 D , 图5(b)为探测频谱的频率位置. 最大频率 ρ_0 与 D 之间的关系应满足(4)式, 即:

$$\rho_0 = \frac{2\pi D}{\lambda R}.$$

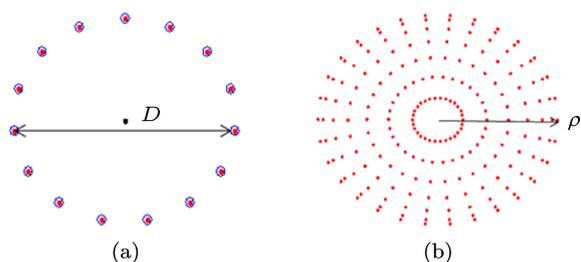


图5 O型发射镜布置与探测频谱面关系 (a) 发射镜布置图; (b) 探测频谱点位置

O型发射镜布局探测系统探测的频谱面为圆形且中心对称, 其光学传递函数 $T(\rho)$ 可表示为

$$T(\rho) = \begin{cases} 1 & \rho \leq \rho_0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}. \quad (13)$$

点扩散函数 $t(r)$ 为

$$\begin{aligned} t(r) &= \int_0^\infty \int_0^{2\pi} T(\rho, \varphi) \exp[i r \rho \cos(\varphi - \theta)] \rho d\rho d\varphi \\ &= \int_0^{\rho_0} \rho d\rho \int_0^{2\pi} \exp[i r \rho \cos(\varphi - \theta)] d\varphi \\ &= \int_0^{\rho_0} \rho J_0(r\rho) d\rho \end{aligned}$$

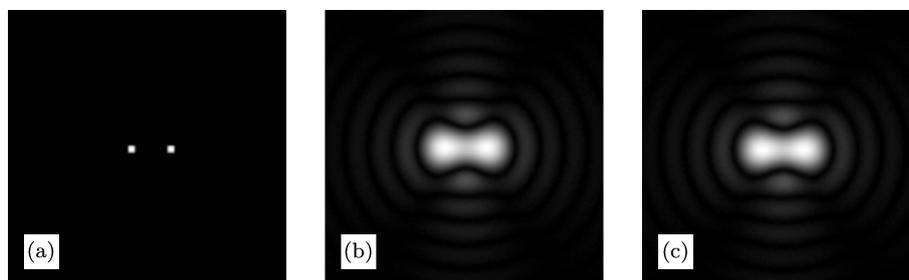


图6 O型发射镜布局对空间两点目标的成像仿真结果 (a) 空间目标; (b) 相距0.169 m时成像结果; (c) 相距0.164 m时成像结果

3.4 两种发射系统分辨率性能比较

直观上从两种发射系统角分辨率(12)和(17)式得出, 在等效口径相等的情况下O型发射镜布局

$$= \rho_0^2 \frac{J_1(r\rho_0)}{r\rho_0}, \quad (14)$$

因此O型发射镜布局系统的点扩散函数为Besinc函数, 主极大值与第一个最小值的距离为 1.64π . 系统的空间极限分辨率 Δl 应满足(15)式:

$$\Delta l \rho_0 = \frac{2\pi D}{\lambda R} \Delta l = 1.64\pi, \quad (15)$$

即

$$\Delta l = 0.82 \frac{\lambda}{D} R. \quad (16)$$

角分辨率为

$$\theta = 0.82 \frac{\lambda}{D}. \quad (17)$$

图6为O型发射镜布局相干场成像系统仿真成像结果, 发射系统口径为4.49 m, 激光波长为 $0.9 \mu\text{m}$, 探测距离为1000 km, 根据(12)式该系统的极限角分辨率为 $0.165 \mu\text{rad}$, 对应的空间分辨率为0.165 m. 图6(a)轨道高度为1000 km的两个点目标, 图6(b), 6(c)为成像结果. 其中图6(b)是相距为0.169 m时的成像结果, 鞍-峰强度比为0.79, 两个点目标能够区分; 图6(c)是相距为0.164 m时的成像结果, 鞍-峰比为0.86, 两个点目标区分较困难. 根据仿真结果O型发射镜布局成像系统的角分辨率应为

$$\theta = 0.83 \frac{\lambda}{D}. \quad (18)$$

与理论角分辨率(17)式相比, 仿真结果得到的角分辨率公式系数比理论角分辨率公式系数大于0.01, 这个误差是由于仿真算法采用的不等间隔傅里叶变换带来的, 因此仿真结果较好地验证了O型发射镜布局相干场成像系统角分辨率(17)式.

系统的角分辨率优于T型发射架布局系统的角分辨率. 因为发射镜个数影响系统的复杂度、造价和成像时间, 实际情况还需要考虑发射镜个数与发射镜最小间距. 因此应在发射镜个数相同、发射镜最

小间距相等的情况下比较这两种发射系统分辨率的优劣.

根据两种发射镜布局方案, 在发射镜个数相同、发射镜最小间距相等的情况下, T 型发射镜布局系统的等效孔径 D_T 与 O 型发射镜布局系统的等效孔径 D_O 满足如下公式:

$$D_T \approx 2D_O. \quad (19)$$

结合 (12) 和 (17) 式, T 型发射镜布局系统的角分辨率和 O 型发射镜布局系统角分辨率关系为

$$\begin{aligned} \theta_T &= 1.43 \frac{\lambda}{D_T} \approx 1.43 \frac{\lambda}{2D_O} \\ &= 0.72 \frac{\lambda}{D_O} = 0.88\theta_O, \end{aligned} \quad (20)$$

上式表明在发射镜个数相同、发射镜最小间距相等的情况下, T 型发射镜布局系统的角分辨率优于 O 型发射镜布局系统的角分辨率. 但 O 型发射镜系

统等效口径仅为 T 型发射镜系统等效口径的二分之一, 说明 O 型发射镜布局具有结构紧凑的优点. 因此在选择采用何种发射系统布局时需要综合考虑.

4 结论

研究了 T 型和 O 型两种发射镜布局相干场成像系统的光学传递函数和点扩散函数, 理论推导了两种发射方案成像系统的角分辨率, 给出了精确的计算公式, 并通过仿真验证了角分辨率计算公式的正确性. 该研究可作为分析相干场成像系统极限角分辨率和系统设计时确定相关参数的理论依据.

分析了两种典型发射镜布局成像方案角分辨率之间的关系. 分析结果表明, 在发射镜个数相同、发射镜最小间距相等的情况下, T 型发射镜布局系统的角分辨率优于 O 型发射镜布局系统的角分辨率.

-
- [1] Holmes R B, Ma S, Bhowmik A, Greninger C 1996 *J. Opt. Soc. Am. A* **13** 351
- [2] Ford S D, Voelz D G, Gamiz V L, Gamiz V L, Storm S L, Czyzak S R 1999 *Proc. SPIE* **3815** 2
- [3] Liu Y Y, Lü Q B, Zhang W X 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 124201 (in Chinese) [刘扬阳, 吕群波, 张文喜 2012 物理学报 **61** 124201]
- [4] Li B, Tan Z W, Zhang X X 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 084204 (in Chinese) [李波, 谭中伟, 张晓兴 2011 物理学报 **60** 084204]
- [5] Thornton M A, Oldenettel J R, Hult D W, Koski K, Depue T, Cuellar L, Balfour J, Roof M, Yarger F D, Newlin G, Ramzel L, Buchanan P 2002 *Proc. SPIE* **4489** 78
- [6] Cuellar E L, Stapp J, Cooper J 2005 *Proc. SPIE* **5896** 58960D-1
- [7] Cuellar E L, Cooper J, Mathis J, Fairchild P 2008 *Proc. SPIE* **7094** 70940G-1
- [8] Stapp J, Spivey B, Chen L, Leon L, Hughes K, Sandler D, Cuellar E L 2006 *SPIE* **6307** 630701
- [9] Xiang L B, Yuan Y, Lü Q B 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5399 (in Chinese) [相里斌, 袁艳, 吕群波 2009 物理学报 **58** 5399]
- [10] Wang F, Zhao X, Yang Y, Fang Z L, Yuan X C 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 084212 (in Chinese) [王芳, 赵星, 杨勇, 方志良, 袁小聪 2012 物理学报 **61** 084212]
- [11] Huo Y C, Peng Y 2011 *Phys. Engineer.* **21** 6 (in Chinese) [霍雨翀, 彭毅 2011 物理与工程 **21** 6]
- [12] Jiang H, Zhang X T, Guo C S 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 244203 (in Chinese) [江浩, 张新廷, 国承山 2012 物理学报 **61** 244203]
- [13] Yu D Y, Tan H Y 2010 *Engineering Optics* (Beijing: China Machine Press) p195 (in Chinese) [郁道银, 谈恒英 2010 工程光学 (北京: 机械工业出版社) 第 195 页]

Resolution of coherent field imaging technique*

Zhang Wen-Xi^{1)2)†} Xiang Li-Bin¹⁾ Kong Xin-Xin¹⁾²⁾
Li Yang¹⁾ Wu Zhou¹⁾ Zhou Zhi-Sheng¹⁾³⁾

1) (*Academy of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China*)

2) (*University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

3) (*Department of Precision Machinery and Precision Instrumentation, University of Science and Technology, Hefei 230027, China*)

(Received 28 March 2013; revised manuscript received 12 April 2013)

Abstract

According to the relevant theory of optical transfer function (OTF), the OTF and point spread function of coherent field imaging technology (also known as Fourier telescoping) are derived. The formulas for calculating the resolution power of coherent field imaging system with T type and O type transmitter arrangement are given, which provides a theoretic basis of analyzing the limited angle resolution of coherent field imaging system. Based on this study, the relationship between resolutions of the coherent field imaging system with T type and O type transmitter arrangement is investigated.

Keywords: coherent field imaging, fourier telescope, resolution, optical transfer function

PACS: 42.25.Kb, 42.30.Kq, 07.07.Df

DOI: 10.7498/aps.62.164203

* Project supported by the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2012AA7031003A).

† Corresponding author. E-mail: zhangwenxi@aoe.ac.cn