一类广义扰动 KdV-Burgers 方程的同伦近似解*

洪宝剑[1)2)] 卢殿臣[1)†]

1) (江苏大学理学院, 镇江 212013)

2) (南京工程学院数理部, 南京 211167)

(2013 年 4 月 5 日收到; 2013 年 5 月 28 日收到修改稿)

通过构造一个同伦映射, 研究了一类广义扰动 KdV-Burgers 方程. 在引入典型无扰动任意次广义 KdV-Burgers 方程扭状孤立波解的基础上, 研究了扰动方程的具有任意精度的近似解, 指出了近似解级数的收敛性, 最后利用不动点定理, 进一步说明近似解的有效性, 并对精度进行了讨论.

关键词: 广义扰动 KdV-Burgers 方程, 同伦映射, 渐近方法, 近似解

PACS: 02.30.Mv, 02.30.Jr **DOI:** 10.7498/aps.62.170202

1 引 言

对非线性偏微分方程 (NPDE) 的求解一直是数学物理工作者研究的重要课题, 近年来, 国内外学者发展了许多求 NPDE 精确解的方法, 如反散射方法 [1]、齐次平衡方法 [2]、椭圆函数方法 [3] 等等. 然而, 由于绝大多数非线性问题没有精确解, 人们不得不发展各类求近似解的方法, 如多尺度法 [4]、变分迭代法 [5]、匹配法 [6]、重正规化方法 [7]、摄动方法 [8] 等等. 同伦映射方法 [9,10] 是一种高效的, 普适性强的解析近似方法, 被成功应用于解决工程技术中的许多非线性问题, 如非线性振动 [11]、边界层流动 [12] 等等. 文献 [13—20] 研究了各类常系数方程的孤子近似解, 本文将该方法应用于任意次幂广义扰动方程, 求其孤立波近似解, 得到了有意义的结果.

2 广义扰动 KdV-Burgers 方程的近似解

现讨论如下广义扰动 KdV-Burgers 方程:

$$u_t + au^p u_x + bu^{2p} u_x + \gamma u_{xx} + \delta u_{xxx} = f(t,x,u), \quad (1)$$

其中 $a, b, \gamma, \delta, p > 0$ 是任意常数, f 为扰动项, 设 f 是关于其变量的充分光滑函数. 该方程包含 KdV 方程, MKdV 方程, CKdV 方程, KdV-Burgers 方程, CKdV-Burgers 方程, 广泛应用于等离子体物理、固体物理、原子物理、流体力学和量子场理论等各类数学物理领域. 如: 当 $f = 0$, $\gamma = 0$, $p = 1$ 时, 转化为著名的组合 KdV 方程, 该方程在等离子体物理中它描述了无 Laudau 衰变小振幅离子声波的传播, 在固体物理中用于解释通过氟化纳单晶的热脉冲传播, 同时还可以很好地描述在具有非谐束缚粒子的一维非线性晶格中波的传播, 又可作为流体力学中的一个模型方程, 相关研究可参考文献 [21—23]. 当 $f = 0$, $b = 0$, $p = 1$ 时, 方程 (1) 转化为 KdV-Burgers 方程, 该方程主要用来研究液体内含有气泡流动以及弹性管内液体流动等问题, 文献 [24, 25] 研究了其各种复合形式的孤立波解. 当 $f = 0$ 时方程 (1) 转化为典型广义 KdV-Burgers 方程, 关于其研究可参见文献 [26—30], 因而研究方程 (1) 的解有重要的理论和现实意义, 接下来我们研究其近似解. 首先考虑无扰动方程

$$u_t + au^p u_x + bu^{2p} u_x + \gamma u_{xx} + \delta u_{xxx} = 0. \quad (2)$$

由形变映射法 [30], 我们可以得到对应于方程

* 国家自然科学基金 (批准号: 61070231)、江苏省六大人才高峰杰出个人基金 (批准号: 2009188)、江苏省研究生培养创新工程基金 (批准号: CXLX13_673) 和南京工程学院创新基金 (批准号: CKJB201218) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: dclu@ujs.edu.cn

(2) 的下列解:

$$\begin{aligned}&\tilde{u}_0(x,t)\\&=\left[B\left[1+\tanh\left[\pm\sqrt{-\frac{bp^2}{(1+p)(1+2p)\delta}}\right.\right.\right.\\&\quad\left.\left.\left.\times B\left(x-\left(\frac{4p}{1+2p}B^2+\frac{2a}{1+p}B\right)t+\xi_0\right)\right]\right]\right]^{1/p},\end{aligned}\tag{3}$$

$$\begin{aligned}B=&-\frac{a(1+2p)}{2b(2+p)}\\&\pm\frac{\gamma\sqrt{-(1+p)(1+2p)b\delta}}{2b(2+p)\delta}.\end{aligned}\tag{4}$$

为了得到方程 (1) 的近似解, 我们引入一个同伦映射 $H(u,q)$: $R\times I\to R$,

$$\begin{aligned}H(u,q)=&Lu-L\tilde{u}_0+q\left(L\tilde{u}_0+au^pu_x\right.\\&\left.+bu^{2p}u_x-f(t,x,u)\right),\end{aligned}\tag{5}$$

式中 $R=(-\infty,+\infty)$, $I=[0,1]$, $\tilde{u}_0$ 为方程 (2) 的解, 线性算子 L 表示为

$$L(u)=u_t+\gamma u_{xx}+\delta u_{xxx}.\tag{6}$$

易知 $H(u,1)=0$ 与方程 (1) 相同, 故方程 (1) 的解 $u(x,t)$ 就是当 $q\to 1$ 的情形下 $H(u,q)=0$ 的解. 令

$$u=\sum_{i=0}^{\infty}u_i(x,t)q^i=u_0+qu_1+q^2u_2+\cdots.\tag{7}$$

若取 u_0 为 (2) 的解, 注意到 f 及 (5) 的解析性, 由文献 [31] 可知该级数在 $q\in[0,1]$ 上是一致收敛的.

将 (7) 式代入方程 $H(u,q)=0$ 中, 对 q 的同次幂的系数进行比较:

$$q^0: Lu_0=L\tilde{u}_0,\tag{8}$$

$$q^1: Lu_1=f(t,x,u_0),\tag{9}$$

$$\begin{aligned}q^2: Lu_2=&-\left(apu_0^{p-1}u_1u_{0x}+au_0^pu_{1x}\right.\\&\left.+2bpu_0^{2p-1}u_1u_{0x}+bu_0^{2p}u_{1x}\right)+f_uu_1,\\&\vdots\end{aligned}\tag{10}$$

由 (8) 式可得

$$u_0(x,t)=\tilde{u}_0(x,t).\tag{11}$$

利用傅里叶变换得到 (9) 在零初始条件 $u_1|_{t=0}=0$ 时的解为

$$\begin{aligned}u_1(x,t)=&\frac{1}{\pi}\int_0^t\int_0^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(\xi,\tau,u_0(\xi,\tau))\\&\times\exp[\lambda^2\gamma(t-\tau)]\cos[\lambda(x-\xi)\\&+\lambda^3\delta(t-\tau)]\mathrm{d}\xi\mathrm{d}\lambda\mathrm{d}\tau.\end{aligned}\tag{12}$$

同理可得到 (10) 式在零初始条件 $u_2|_{t=0}=0$ 时的解

$$\begin{aligned}u_2(x,t)=&\frac{1}{\pi}\int_0^t\int_0^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[f_u(\xi,\tau,u_0)u_1\right.\\&-t(apu_0^{p-1}u_1u_{0\xi}+au_0^pu_{1\xi}\\&\left.+2bpu_0^{2p-1}u_1u_{0\xi}+bu_0^{2p}u_{1\xi})\right]\\&\times\exp[\lambda^2\gamma(t-\tau)]\cos[\lambda(x-\xi)\\&+\lambda^3\delta(t-\tau)]\mathrm{d}\xi\mathrm{d}\lambda\mathrm{d}\tau,\end{aligned}\tag{13}$$

其中 $u_0=u_0(\xi,\tau)$, $u_1=u_1(\xi,\tau)$.

由 (3), (4), (11), (12), (13) 式, 方程 (1) 的二次同伦近似解为

$$\begin{aligned}&u_{2\,\mathrm{hom}}(x,t)\\&=\left[B\left[1+\tanh\left[\pm\sqrt{-\frac{bp^2}{(1+p)(1+2p)\delta}}\right.\right.\right.\\&\quad\left.\left.\left.\times B\left(x-\left(\frac{4p}{1+2p}B^2+\frac{2a}{1+p}B\right)t+\xi_0\right)\right]\right]\right]^{1/p}\\&\quad+\frac{1}{\pi}\int_0^t\int_0^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(\xi,\tau,u_0(\xi,\tau))\exp[\lambda^2\gamma(t-\tau)]\\&\quad\times\cos[\lambda(x-\xi)+\lambda^3\delta(t-\tau)]\mathrm{d}\xi\mathrm{d}\lambda\mathrm{d}\tau\\&\quad+\frac{1}{\pi}\int_0^t\int_0^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}[f_u(\xi,\tau,u_0)u_1\\&\quad-(apu_0^{p-1}u_1u_{0\xi}+au_0^pu_{1\xi}\\&\quad+2bpu_0^{2p-1}u_1u_{0\xi}+bu_0^{2p}u_{1\xi})]\\&\quad\times\exp[\lambda^2\gamma(t-\tau)]\cos[\lambda(x-\xi)+\lambda^3\delta(t-\tau)]\\&\quad\times\mathrm{d}\xi\mathrm{d}\lambda\mathrm{d}\tau.\end{aligned}\tag{14}$$

用同样的方法比较 q 的更高次幂的系数, 还可以得到更高次幂的近似解, 从而可以求出方程 (1) 的任意次近似解. 比如, 对 q 的 n 次幂的系数进行比较, 我们有

$$\begin{aligned}&u_n(x,t)\\&=\frac{1}{\pi}\int_0^t\int_0^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[F(u_0,u_1,\cdots,u_{n-1})\right.\\&\quad-\left(a\sum_{k_1=0}^{p}\sum_{k_2=0}^{k_1}\sum_{k_3=0}^{k_2}\cdots\sum_{k_{n-1}=0}^{k_{n-2}}\sum_{i=0}^{n-1}C_p^{k_1}C_{k_1}^{k_2}C_{k_2}^{k_3}\cdots\right.\\&\quad C_{k_{n-2}}^{k_{n-1}}u_0^{p-k_1}u_1^{k_1-k_2}u_2^{k_2-k_3}\cdots u_{n-2}^{k_{n-2}-k_{n-1}}u_{n-1}^{k_{n-1}}u_{i\xi}\\&\quad+b\sum_{k_1=0}^{2p}\sum_{k_2=0}^{k_1}\sum_{k_3=0}^{k_2}\cdots\sum_{k_{n-1}=0}^{k_{n-2}}\sum_{i=0}^{n-1}C_{2p}^{k_1}C_{k_1}^{k_2}C_{k_2}^{k_3}\cdots\end{aligned}$$

$$C_{k_{n-2}}^{k_{n-1}} u_0^{p-k_1} u_1^{k_1-k_2} u_2^{k_2-k_3} \cdots u_{n-2}^{k_{n-2}-k_{n-1}} u_{n-1}^{k_{n-1}} u_{i\xi} \Big) \Big]$$
$$\times \exp[\lambda^2 \gamma(t-\tau)] \cos[\lambda(x-\xi) + \lambda^3 \delta(t-\tau)]$$
$$\times \mathrm{d}\xi \mathrm{d}\lambda \mathrm{d}\tau. \tag{15}$$

这里 $p \geqslant k_1 \geqslant k_2 \geqslant \cdots \geqslant k_{n-1} \geqslant 0 \in N$, 且有 $\sum_{j=1}^{n-1} k_j + i = n-1, i = 0, \cdots, n-1$. 其中

$$F(u_0, u_1, \cdots, u_{n-1}) = \frac{1}{(n-1)!} \frac{\partial^{(n-1)}}{\partial q^{n-1}} f(\xi, \tau, u_0(\xi, \tau), u_1(\xi, \tau), \cdots, u_{n-1}(\xi, \tau))\big|_{q=0}.$$

由此得方程 (1) 的 n 次同伦近似解为

$$u_{n\,\mathrm{hom}}(x,t) = \Bigg[B\Bigg[1+\tanh\Bigg[\pm\sqrt{-\frac{bp^2}{(1+p)(1+2p)\delta}} \times B\left(x - \left(\frac{4p}{1+2p}B^2 + \frac{2a}{1+p}B\right)t + \xi_0\right)\Bigg]\Bigg]\Bigg]^{1/p} + \sum_{k=1}^{n} u_k.$$

这里 u_k 由 (15) 式表示.

3 微扰解

若方程 (1) 中扰动项是微扰的, 不妨设 $f = \varepsilon \exp(-u^n)$, 其中 $0 < \varepsilon \ll 1$ 为小参数, 则

$$u_t + au^p u_x + bu^{2p} u_x + \gamma u_{xx} + \delta u_{xxx} = \varepsilon \exp(-u^n), \quad n \in N^+. \tag{16}$$

使用上述方法可得, 方程 (16) 的零次近似解为

$$u_{0\,\mathrm{hom}}(x,t) = \Bigg[B\Bigg[1+\tanh\Bigg[\pm\sqrt{-\frac{bp^2}{(1+p)(1+2p)\delta}} \times B\left(x - \left(\frac{4p}{1+2p}B^2 + \frac{2a}{1+p}B\right)t + \xi_0\right)\Bigg]\Bigg]\Bigg]^{1/p}. \tag{17}$$

一次近似解为

$$u_{1\,\mathrm{hom}}(x,t) = \Bigg[B\Bigg[1+\tanh\Bigg[\pm\sqrt{-\frac{bp^2}{(1+p)(1+2p)\delta}} B\left(x - \left(\frac{4p}{1+2p}B^2 + \frac{2a}{1+p}B\right)t + \xi_0\right)\Bigg]\Bigg]\Bigg]^{1/p}$$
$$+ \frac{1}{\pi}\int_0^t \int_0^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon \exp(-u_0^n) \exp[\lambda^2 \gamma(t-\tau)] \times \cos[\lambda(x-\xi) + \lambda^3\delta(t-\tau)] \mathrm{d}\xi \mathrm{d}\lambda \mathrm{d}\tau. \tag{18}$$

二次近似解为

$$u_{2\,\mathrm{hom}}(x,t) = \Bigg[B\Bigg[1+\tanh\Bigg[\pm\sqrt{-\frac{bp^2}{(1+p)(1+2p)\delta}} B\left(x - \left(\frac{4p}{1+2p}B^2 + \frac{2a}{1+p}B\right)t + \xi_0\right)\Bigg]\Bigg]\Bigg]^{1/p}$$
$$+ \frac{1}{\pi}\int_0^t \int_0^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon \exp(-u_0^n) \exp[\lambda^2 \gamma(t-\tau)] \times \cos[\lambda(x-\xi) + \lambda^3\delta(t-\tau)] \mathrm{d}\xi \mathrm{d}\lambda \mathrm{d}\tau$$
$$+ \frac{1}{\pi}\int_0^t \int_0^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} [-n\varepsilon u_0^{n-1} u_1 \exp(-u_0^n) - (apu_0^{p-1} u_1 u_{0\xi} + au_0^p u_{1\xi} + 2bpu_0^{2p-1} u_1 u_{0\xi} + bu_0^{2p} u_{1\xi})]$$
$$\times \exp[\lambda^2\gamma(t-\tau)] \cos[\lambda(x-\xi) + \lambda^3\delta(t-\tau)] \times \mathrm{d}\xi \mathrm{d}\lambda \mathrm{d}\tau. \tag{19}$$

其中

$$u_0 = u_0(\xi, \tau) = u_{0\,\mathrm{hom}}(\xi, \tau),$$
$$u_1 = u_1(\xi, \tau) = \frac{1}{\pi}\int_0^t \int_0^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon \exp(-u_0^n) \exp[\lambda^2 \gamma(t-\tau)] \times \cos[\lambda(x-\xi) + \lambda^3\delta(t-\tau)] \mathrm{d}\xi \mathrm{d}\lambda \mathrm{d}\tau\big|_{(x,t)=(\xi,\tau)}.$$

还可以用相同的方法得到微扰方程 (16) 更高次的近似解. 我们容易验证, 利用摄动方法令 $u = \sum_{i=0}^{\infty} u_i(x,t)\varepsilon^i$, 求得此方程二次近似解的精度与同伦映射方法得到的二次近似解的精度相比较是一致的.

4 近似解的精度比较

设 $u_{exa}(x,t) = \sum_{i=0}^{\infty} u_i(x,t)$ 为方程 (16) 由上述方法得到的一个精确解, 现在估计误差 $u_{\mathrm{exa}} - u_{2\,\mathrm{hom}}$, 首先估计

$$L(u_{\mathrm{exa}} - u_{2\,\mathrm{hom}})$$
$$= Lu_{\mathrm{exa}} - Lu_{2\,\mathrm{hom}}$$
$$= (u_{\mathrm{exa},t} + \gamma u_{\mathrm{exa},xx} + \delta u_{\mathrm{exa},xxx}) - (Lu_0 + Lu_1 + Lu_2)$$
$$= f(u) - au^p u_x - bu^{2p} u_x$$

$$
\begin{aligned}
&-\Big[-au_0^p u_{0x}-bu_0^{2p}u_{0x}+f(u_0)\\
&-(apu_0^{p-1}u_1u_{0x}+au_0^pu_{1x}\\
&+2bpu_0^{2p-1}u_1u_{0x}+bu_0^{2p}u_{1x})\\
&-n\varepsilon u_0^{n-1}u_1\exp(-u_0^n)\Big]\\
=&\,\varepsilon\exp\left[-\left(\sum_{i=0}^{\infty}u_i\right)^n\right]-a\left(\sum_{i=0}^{\infty}u_i\right)^p\left(\sum_{i=0}^{\infty}u_i\right)_x\\
&-b\left(\sum_{i=0}^{\infty}u_i\right)^{2p}\left(\sum_{i=0}^{\infty}u_i\right)_x\\
&-[-au_0^pu_{0x}-bu_0^{2p}u_{0x}\\
&+\varepsilon\exp(-u_0^n)-(apu_0^{p-1}u_1u_{0x}+au_0^pu_{1x}\\
&+2bpu_0^{2p-1}u_1u_{0x}\\
&+bu_0^{2p}u_{1x})-n\varepsilon u_0^{n-1}u_1\exp(-u_0^n)]\\
=&\,O(\varepsilon^2).
\end{aligned}
\tag{20}
$$

这里 $0<\varepsilon\ll 1$, 其次选择任意常数使得 $u_{\mathrm{exa}}(0)=u_{2\,\mathrm{hom}}(0)$, 这时由不动点定理 [32], 我们有

$$u_{\mathrm{exa}}-u_{2\,\mathrm{hom}}=O(\varepsilon^2),\quad 0<\varepsilon\ll 1.$$

因此, 利用上述方法得到的近似解 $u_{2\,\mathrm{hom}}$ 具有较好的精度.

5 结 论

本文首次利用同伦分析法求解一类广义扰动 KdV-Burgers 方程, 得到了具有较好精度的二次近似解, 同时得到了 n 次近似解表达式, 作为一个例子, 研究了其微扰情形下的近似解. 研究表明, 同伦映射法可以应用于具有任意次幂的广义孤子方程, 并且与摄动方法相比较更简洁、高效, 得出的近似解精度高. 如何将该方法应用于高阶高维系统还有待进一步研究.

[1] Ablowitz M J, Clarkson P A 1991 *Soliton, Nonlinear Evolution Equations and Inverse Scatting* (New York: Cambridge University Press)

[2] Fan E G 2000 *Phys. Lett.* A **265** 353

[3] Hong B J 2009 *Appl. Math. Comput.* **215** 2908

[4] Ren A D, He X J, Wang X L, Zhang L X 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 060501 (in Chinese) [任爱娣, 何学军, 王晓林, 张良欣 2012 物理学报 **61** 060501]

[5] Mo J Q 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 020202 (in Chinese) [莫嘉琪 2011 物理学报 **60** 020202]

[6] Wu Q K 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2510 (in Chinese) [吴钦宽 2005 物理学报 **54** 2510]

[7] Tang R R 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 200201 (in Chinese) [唐荣荣 2012 物理学报 **61** 200201]

[8] Fu H S, Cao L, Han B 2004 *Chinese J. Geophys.* **55** 2173 (in Chinese) [傅红笋, 曹莉, 韩波 2004 地球物理学报 **55** 2173]

[9] Liao S J 2009 *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat.* **14** 983

[10] Mo J Q, Chen X F 2010 *Chin. Phys.* B **19** 100203

[11] Zhang Q C, Wang W, He X J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5384 (in Chinese) [张琪昌, 王炜, 何学军 2008 物理学报 **57** 5384]

[12] Li R Q, Li C B 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1743 (in Chinese) [李睿劬, 李存标 2002 物理学报 **51** 1743]

[13] Shi Y R, Xu X J, Wu Z X 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1555 (in Chinese) [石玉仁, 许新建, 吴枝喜 2006 物理学报 **55** 1555]

[14] Shi Y R, Yang H J 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 0067 (in Chinese) [石玉仁, 杨红娟 2010 物理学报 **59** 0067]

[15] Mo J Q, Yao J S 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7419 (in Chinese) [莫嘉琪, 姚静荪 2008 物理学报 **57** 7419]

[16] Shi L F, Mo J Q 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 8123 (in Chinese) [石兰芳, 莫嘉琪 2009 物理学报 **58** 8123]

[17] Shi L F, Lin W T, Lin Y H, Mo J Q 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 010201 (in Chinese) [石兰芳, 林万涛, 林一骅, 莫嘉琪 2013 物理学报 **62** 010201]

[18] Wu Q K 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 068802 (in Chinese) [吴钦宽 2011 物理学报 **60** 068802]

[19] Ye W C, Li B, Wang J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 030207 (in Chinese) [叶望川, 李彪, 王佳 2011 物理学报 **60** 030207]

[20] Naranmandula, Han Y C 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2942 (in Chinese) [那仁满都拉, 韩元春 2010 物理学报 **59** 2942]

[21] Shi Y R, Zhang J, Yang H J, Duan W S 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 020402 (in Chinese) [石玉仁, 张娟, 杨红娟, 段文山 2011 物理学报 **60** 020402]

[22] Pan J T, Gong L X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5585 (in Chinese) [潘军廷, 龚伦训 2007 物理学报 **56** 5585]

[23] Lu D C, Hong B J, Tian L X 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5617 (in Chinese) [卢殿臣, 洪宝剑, 田立新 2006 物理学报 **55** 5617]

[24] Lü K P, Shi Y R, Duan W S, Zhao J B 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2073 (in Chinese) [吕克璞, 石玉仁, 段文山, 赵金保 2001 物理学报 **50** 2073]

[25] Luwai W 2009 *Commun Nonlinear Sci Numer Simul.* **14** 443

[26] Zhang W G, Chang Q S, Jiang B G 2002 *Chaos, Solitons and Fractals* **13** 311

[27] Doğan Kaya 2004 *Appl. Math. Comput.* **152** 709

[28] Wang J 2010 *Appl. Math. Comput.* **217** 1652

[29] Hassan M M 2004 *Chaos, Solitons and Fractals* **19** 1201

[30] Li B, Chen Y, Zhang H Q 2003 *Chaos, Solitons and Fractals* **15** 647

[31] Liao S J 2004 *Beyond Perturbati on: Introduction to the Homotopy Analysis Method* (New York: CRC Press)

[32] Barbu L, Morosanu G 2007 *Singularly Perturbed Boundary-Value Problems* (Basel: Birkhauserm Verlag AG)

Homotopic approximate solutions for a class of generalized perturbed Kdv-Burgers equation*

Hong Bao-Jian[1)2)] Lu Dian-Chen[1)†]

1) (*Faculty of Science, Jiangsu University, Zhenjiang* 212013, *China*)

2) (*Department of mathematical and physical science, Nanjing Institute of Technology, Nanjing* 211167, *China*)

(Received 5 April 2013; revised manuscript received 28 May 2013)

Abstract

A class of generalized disturbed KdV-Burgers equation is studied by constructing a homotopy mapping. Based on the kinked solitary-wave solution of the corresponding typical undisturbed generalized KdV-Burgers equation with nonlinear terms of any order,the approximate solution with arbitrary degree of accuracy for the disturbed equation is researched. It is pointed out that the series of approximate solution is convergent. Finally,the efficiency and accuracy of the approximate solutions is also discussed by using the fixed point theorem.

Keywords: generalized disturbed KdV-Burgers equation, homotopy mapping, asymptotic method, approximate solution

PACS: 02.30.Mv, 02.30.Jr **DOI:** 10.7498/aps.62.170202

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61070231), the Outstanding Personal Program in Six Fields of Jiangsu Province, China (Grant No. 2009188), the Graduate Student Innovation Project of Jiangsu Province, China (Grant No. CXLX13_673), and the General Program of Innovation Foundation of NanJing Institute of Technology, China (Grant No. CKJB201218).

† Corresponding author. E-mail: dclu@ujs.edu.cn