

一个修改的混沌蚁群优化算法*

刘乐柱 张季谦[†] 许贵霞 梁立嗣 黄守芳

(安徽师范大学物理与电子信息学院, 芜湖 241000)

(2013年5月8日收到; 2013年5月22日收到修改稿)

本文提出一个用于混沌蚁群优化算法的算法结束条件, 并将算法结束条件加入混沌蚁群优化算法. 通过数值试验, 验证其有效性. 数值试验表明混沌蚁群优化算法可以得到较高精度的最优解. 修改的混沌蚁群优化算法可以通过多次混沌搜寻, 逐步逼近最优解, 可以用来求解复杂连续空间优化问题.

关键词: 混沌蚁群优化算法, 优化, 数值模拟

PACS: 05.10.-a, 05.45.Gg, 02.60.Cb, 02.60.Pn

DOI: 10.7498/aps.62.170501

1 引言

离散蚁群优化算法首先由 Coloni, Dorigo, Maniuzzo 等人提出^[1], 并用于求解离散的组合优化问题, 如邮递员问题、分配问题、最近路径问题等.

离散蚁群优化算法的主要思想是基于真实蚁群的搜寻食物行为. 蚁群在搜寻食物时, 它们首先在蚁穴附近随机搜寻. 当一只蚂蚁发现食物时, 它对食物进行评估并带一些食物返回巢穴. 在返回巢穴的过程中, 它沿途释放信息素. 这些信息素可被其他蚂蚁发觉, 并引导它们到达发现食物的地点. 信息素的多少由食物的数量和质量决定. 蚁群利用此行为可以找到巢穴与食物的最近路径^[1,5].

基于蚁群搜寻食物行为发展的离散蚁群优化算法, 对离散优化问题取得了很好的效果. 但离散蚁群优化算法不能解决连续变量的优化问题. 许多研究者在努力发展用于连续变量优化体系的蚁群优化算法. 其中一种思想是用连续概率密度函数代替离散概率分布, Socha 提出用多个正态分布函数混合的蚁群优化算法^[1]. 另一种思想是可以用混沌来描述蚁群搜寻食物行为, 可以引入混沌体系建立用于连续变量的蚁群优化算法. 李丽香等提出一个

混沌蚁群优化算法, 并对其做了许多改进^[2-5]. 连续蚁群优化算法已用于求解电力系统的 ED 问题、混沌系统参数估计、混沌系统控制与同步等^[1,3-8].

混沌蚁群优化算法主要包含四个组成部分: 初始位置、迭代算法、信息交换、结束条件. 混沌蚁群优化算法中信息交换(学习机制)是在部分群体中进行, 即近邻的部分蚂蚁最优解信息交换. 为了简化算法, 本文使用全群体信息交换. 使用全群体信息交换, 有助于算法快速收敛, 但可能导致算法收敛于局域最优解. 为了使算法能够跳出局域最优解, 找到全局最优解, 我们使用多次混沌搜寻的策略. 混沌蚁群优化算法的结束条件是设定一个较大的迭代次数, 完成迭代后结束程序. 或者目标函数达到一定优化程度后, 算法结束. 迭代次数或目标函数的最优解并不都是可方便确定的, 因此本文给出一个可行有效的算法结束条件, 即全体蚂蚁都位于算法得到的最优解处, 算法结束.

2 混沌蚁群优化算法

混沌蚁群优化算法是基于蚁群搜寻食物的混沌行为, 得到的用于求解连续空间优化问题的算法. 对于 l 维空间优化问题, 蚁群中第 i 只蚂蚁位置 $\mathbf{x}_i = (x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,l})$ 是问题的一个可能最优解. 蚂

* 国家自然科学基金理论物理专项项目(批准号: 11047017)和安徽省教育厅高等学校省级优秀青年人才基金项目(批准号: 2011SQRL023)资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: zhangdc@mail.ahnu.edu.cn

蚁移动到下一位置与自己的可能最优解进行比较,更新自己找到的可能最优解. 经过多次迭代蚁群中每只蚂蚁都得到一个自认为的可能最优解, 通过比较所有得到的可能最优解, 集体更新可能最优解信息. 然后继续搜寻, 直到都位于最优解后, 算法结束.

2.1 混沌蚁群优化算法

许多优化问题可以转化成 l 维最小值问题

$$z = \min f(\mathbf{x});$$

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_l), \quad (1)$$

其中 $f(\mathbf{x})$ 称为最小值问题的目标函数. 算法开始时, 蚁群每只蚂蚁在搜寻空间中都随机生成一个初始位置 $\mathbf{x}_i(0) = (x_{i,1}(0), x_{i,2}(0), \dots, x_{i,l}(0))$, 并将初始位置作为初始可能最优信息. 以后由 $\mathbf{x}_i(k-1)$ 通过迭代方程 (3) 计算下一位置 $\mathbf{x}_i(k)$, 并判断是否更新可能最优位置 $\mathbf{p}_i(k)$. 式中 r_i 称为组织因子, $r_i \in [0, 0.5]$, r_i 的取值影响算法的收敛速度, 甚至会影 响算法的结果和收敛; ψ_d 由第 d 个参数的搜寻范围确定; $v_i \in [0, 1]$, 决定每只蚂蚁在搜寻区域中搜寻不同的区域; a 是一个较大的整常数, 文中取 $a = 200$; b 是正常数, $b \in [0, 2/3]$, 文中取 $b = 0.5^{[2-5]}$.

$$y_i(k) = y_i(k-1)^{1+r_i}, \quad (2)$$

$$x_{i,d}(k) = \left(x_{i,d}(k-1) + \frac{7.5}{\psi_d} v_i \right) \times e^{(1-e^{-ay_i(k)}) \left\{ 3 - \psi_d \left[x_{i,d}(k-1) + \frac{7.5}{\psi_d} v_i \right] \right\}} - \frac{7.5}{\psi_d} v_i + [p_{i,d}(k-1) - x_{i,d}(k-1)] \times e^{(-2ay_i(k)+b)}. \quad (3)$$

2.2 信息交换

由初始值开始, 每经过一定迭代次数, 蚁群中全体蚂蚁进行交换信息. 在所有得到的可能最优位置中进行比较, 得到一个最优的可能最优位置, 所有蚂蚁都更新此最优信息. 接着继续搜寻可能最优解, 直至满足结束条件.

2.3 算法结束条件

本文提出一个有效的算法结束条件, 即蚁群中所有蚂蚁都达到最优解位置. 由 (4) 式定义平均最优位置 \bar{p}_d , 通过 (5) 式计算蚁群的平均偏移距离 s_d ,

由条件 (6) 式确定算法结束条件. 式中 N 是蚁群中蚂蚁总数.

$$\bar{p}_d = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_{i,d}, \quad (4)$$

$$s_d = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |x_{i,d} - \bar{p}_d|, \quad (5)$$

$$s_d < 1 \times 10^{-8}, \quad d = 1, 2, \dots, l, \quad (6)$$

$$|\bar{p}_d(k) - \bar{p}_d(k-1)| < 1 \times 10^{-6},$$

$$d = 1, 2, \dots, l. \quad (7)$$

与算法结束条件类似, 我们使用前后两次混沌搜索得到的最优位置偏移量, 满足 (7) 式作为程序的结束条件. 否则蚁群在得到的最优位置的基础上, 再进行混沌搜寻, 直至满足条件 (7), 结束程序. 由数值试验可以验证这种策略可以得到精度较高的最优解.

3 数值试验

本文用四个测试函数: 球测试函数、Rosenbrock 函数、Rastrigin 函数及改造的 Rastrigin 函数, 来对混沌蚁群优化算法进行试验, 数值试验通过 VC 编程实现. 在球测试函数和 Rosenbrock 函数的数值试验中取蚁群中蚂蚁总数 $N = 500$, 由于 Rastrigin 函数和改造的 Rastrigin 函数具有多个局域最优解, 我们增加蚂蚁总数, 并讨论蚁群规模对算法搜寻结果的影响. 数值试验中, 算法其他参数取值如下, v_i 是 0—1 的随机数; 每个变量的搜寻区域都是 $[-50, 50]$, $\psi_d = 0.075$; $r_i = 0.1 + 0.02R$; $x_{i,d}(0) = \frac{7.5}{\psi_d} (1 - v_i)R$, R 是 0—1 的随机数. 程序中随机数采用混合同余法生成.

3.1 球测试函数

(8) 式是我们使用的球测试函数, 最优解为 $x_d^* = (-1)^d (d-1)$, 最小值 $z^* = 0$.

$$f_s(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^l [x_i + (-1)^{i-1} (i-1)]^2. \quad (8)$$

我们分别对 $l = 10$ 和 $l = 30$ 的球测试函数进行试验. 对 $l = 10$ 的球测试函数, 蚁群经过 13 次混沌搜寻执行 2771 次迭代, 得到 10^{-6} 精度要求的最优解

$$\mathbf{x} = (-0.00000012, 1.00000003, -1.99999986, 3.00000000, -4.00000002, 4.99999999,$$

- 6.00000000, 6.99999994,
- 8.00000014, 8.99999992).

图 1 给出第 7 维 $x_7(k)$, 蚁群的搜寻演化图. 由图 1 可以看出, 蚁群经过多次混沌搜寻, 最终都收敛于最优位置 (图中为了清晰显示演化过程, 只给出了 $[-7, -5]$ 区间的散点图).

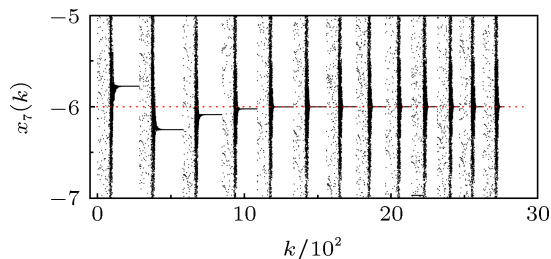


图 1 球测试函数 $l = 10$, x_7 分量蚁群搜寻演化图

搜寻空间的大小与空间维度成指数关系, 因此随维度的增加, 搜寻空间迅速膨胀. 找到最优解的概率变得更小, 这样为了找到最优解, 就需要进行大量的搜寻. 对于 $l = 30$ 的球测试函数, 蚁群经过 100 次混沌搜寻, 执行 22781 次迭代, 得到 10^{-6} 精度要求的最优解

$x = (-0.00000012, 0.99999950, -2.00000034,$
 $3.00000002, -4.00000048, 5.00000081,$
 $- 5.99999942, 6.99999976, -7.99999985,$
 $8.99999971, -10.00000074, 10.99999992,$
 $- 11.99999820, 13.00000000, -13.99999922,$
 $14.99999992, -16.00000339, 16.99999996,$
 $- 17.99999654, 19.00000003, -20.00000014,$
 $20.99999991, -22.00000004, 23.00000045,$
 $- 24.00000088, 25.00000002, -26.00000005,$
 $26.99999997, -28.00000048, 28.99999982).$

各分量的搜寻演化过程与图 1 类似. 作为对比, 图 2 分别给出蚁群对 $l = 10$ 和 $l = 30$ 球测试函数所得最小值演化图, $z(k)$ 是蚁群第 k 次迭代找到的最小值. 从图中可以看出, 在 30 维搜寻空间中蚁群向最优解靠近比 10 维搜寻空间要难很多, 经过大

量的搜寻过程, 蚁群才找到最优解.

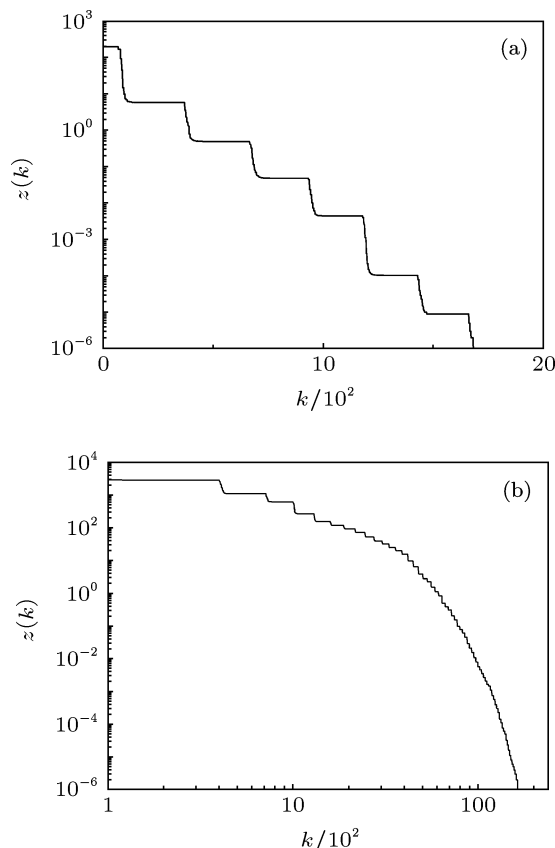


图 2 混沌蚁群优化算法得到的球测试函数最小值演化图 (a) $l = 10$, 球测试函数; (b) $l = 30$, 球测试函数

3.2 Rosenbrock 函数

在上面的球测试函数, 由于最优解较复杂, 当维数较大时, 混沌蚁群优化算法需要进行大量搜寻, 才能得到最优解. 接着我们应用一个常用的优化算法测试函数 Rosenbrock 函数进行数值试验. (9) 式是我们使用的 Rosenbrock 函数, 其最优解 $x_d^* = 1$, 最小值 $z^* = 0$.

$$f_r(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{l-1} [100(x_{i+1} - x_i)^2 + (x_i - 1)^2]. \quad (9)$$

在数值试验中, 我们仍然采用 $l = 10$ 和 $l = 30$ 两个 Rosenbrock 函数, 混沌蚁群优化算法对 Rosenbrock 函数的求解很快且得到最优解. 混沌蚁群优化算法对 10 维和 30 维 Rosenbrock 函数都只进行 2 次混沌搜寻、270 次左右的迭代运算, 便可得到最优解. 图 3 给出 30 维 Rosenbrock 函数, 蚁群对 x_7

的搜寻演化图,其他分量的搜寻与此相似。

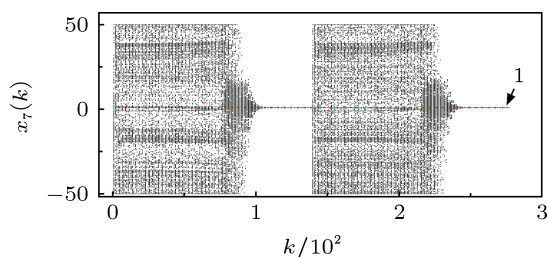


图3 Rosenbrock 函数 $l = 30$, 蚁群在第 7 维区间的搜寻演化图

3.3 Rastrigin 函数

Rastrigin 函数具有多个局域最优解和一个确定的全局最优解,其全局最优解是 $x_d = 0$, 最小值 $z^* = 0$.

$$f_{ra}(\mathbf{x}) = 10l + \sum_{i=1}^l [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)]. \quad (10)$$

图 4 是 2 维 Rastrigin 函数等高图,蓝色区域出现极小值,红色区域出现极大值.全局最优位置是 $(0,0)$,在其周围分布多个局域最优位置.

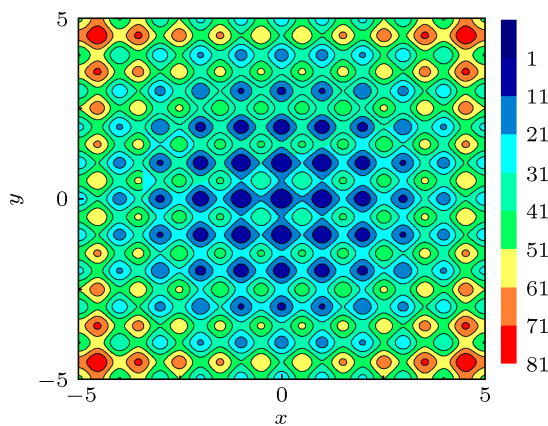


图4 2 维 Rastrigin 函数等高图

数值试验中取 $N = 1000$, 结果发现混沌蚁群优化算法可以很快得到 Rastrigin 函数的全局最优解.混沌蚁群优化算法对 30 维 Rastrigin 函数只进行 2 次混沌搜寻、277 次迭代运算,便可得到最优解.图 5 是蚁群对 30 维 Rastrigin 函数的 x_{15} 分量的搜寻演化图,其他分量的搜寻与此相似.混沌蚁群优化算法对 Rastrigin 函数的计算结果是令人满意的,但是并不能断定混沌蚁群优化算法一定能够得到全局最优解.接着我们构造一个改造的 Rastrigin 函

数,来对混沌蚁群优化算法进行测试。

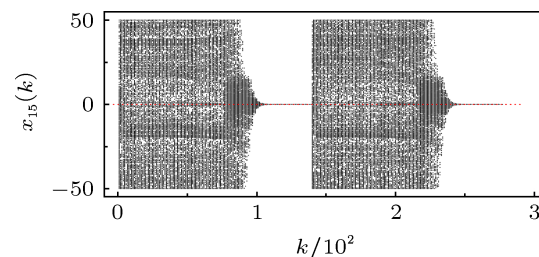


图5 Rastrigin 函数 $l = 30$, 蚁群在第 15 维区间的搜寻演化图

3.4 改造的 Rastrigin 函数

为了测试混沌蚁群优化算法对局域最优解的敏感程度,我们构造一个全局最优解形式较复杂的改造的 Rastrigin 函数.(11) 式是改造的 Rastrigin 函数,其全局最优解为 $x_d^* = (-1)^d(d-1)$, 最小值 $z^* = 0$.

$$f_{ra}(\mathbf{x}) = 10l + \sum_{i=1}^l \left\{ [x_i + (-1)^{i-1}(i-1)]^2 - 10 \cos(2\pi x_i) \right\}. \quad (11)$$

由于其解形式复杂,最优解周围局域最优解很多.算法中取 $N = 1000$, 我们分别对 $l = 10$ 和 $l = 30$ 改造的 Rastrigin 函数进行试验.我们把所得最优解的目标函数值与 Mathematica 8.0 中最优化命令 NMinimize 得到的最优解比较.对 10 维改造的 Rastrigin 函数,我们得到 $z = 17.91$, 利用 Mathematica 8.0 计算得 $z = 247.76$; 对 30 维改造的 Rastrigin 函数,我们得到 $z = 309.43$, 利用 Mathematica 8.0 计算得 $z = 1249.59$.从结果看混沌蚁群优化算法不能完全跳出局域最优解,但可以得到更好的局域最优解.因此混沌蚁群优化算法仍具有较高的实用价值.

接着我们通过数值试验来分析蚁群中蚂蚁总数对算法的影响.我们分别从 $N = 50$ 开始,每次增加 50 只蚂蚁,一直到 $N = 3000$, 共 60 组混沌蚁群优化算法.每组算法对 10 维改造的 Rastrigin 函数进行数值试验.每次试验分别得到 30 个最优解.这样共 60 组数据,每组数据中包含 30 个最优解.然后分别对这 60 组数据进行统计分析,每组最优解的平均值及标准差如图 6 所示.由图 6 可以看出,随着 N 的增加,所得最优解的平均值有下降的趋势,且标准差有减小的趋势.平均值下降表明混沌蚁群优化算法找到的最优解越接近全局最优解;标准差减小表明算法稳定性变好.因此通过增加蚁群中蚂蚁总数,可以提高混沌蚁群优化算法找到较好

最优解的能力.

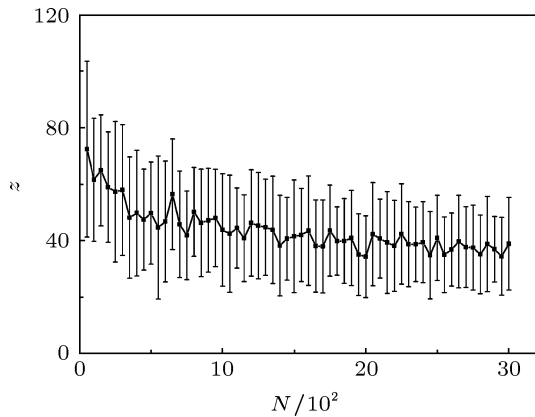


图6 混沌蚁群优化算法对10维改造的Rastrigin函数的数值试验结果

4 结论

在数值试验中,使用修改的混沌蚁群优化算法对测试函数进行求解,取得了很好的结果.通过数值试验验证了混沌蚁群优化算法可以得到精度较高的最优解,这表明我们对混沌蚁群优化算法的修改是可行的,混沌蚁群优化算法对连续空间优化问题的求解是有效的.

对于一次蚁群混沌搜寻得不到理想结果的优化问题,可以在已经得到近最优位置的基础上,进行多次混沌搜寻,随着近最优位置慢慢向最优解逼近,从而得到最优解.在对上述30维球测试函数的数值试验中,就是使用这种逐步逼近的策略得到了较高精度的最优解.

- [1] Leandro d S C, Diego L d A B 2010 *Exp. Syst. Appl.* **37** 4198
- [2] Li Y Y, Wen Q Y, Li L X 2009 *J. China Univ. Post. Telec.* **16** 58
- [3] Cai J J, Li Q, Li L X, Peng H P, Yang Y X 2012 *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* **34** 154
- [4] Li L X, Peng H P, Yang Y X, Wang X D 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 0051 (in Chinese) [李丽香, 彭海朋, 杨义先, 王向东 2007 物理学报 **56** 0051]
- [5] Li L X, Peng H P, Yang Y X 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 0703 (in Chinese) [李丽香, 彭海朋, 杨义先 2008 物理学报 **57** 0703]
- [6] Krzysztof S, Marco D 2008 *Eur. J. Oper. Res.* **185** 1155
- [7] Li Y Y, Wen Q Y, Li L X, Peng H P 2009 *Chaos, Soliton. Fract.* **42** 880
- [8] Wan M, Wang C, Li L X, Yang Y X 2012 *Appl. Soft Comput.* **12** 2387

A modified chaotic ant swarm optimization algorithm*

Liu Le-Zhu Zhang Ji-Qian[†] Xu Gui-Xia Liang Li-Si Huang Shou-Fang

(College of Physics and Electronic Information, Anhui Normal University, Wuhu 241000, China)

(Received 8 May 2013; revised manuscript received 22 May 2013)

Abstract

This paper proposed a modified chaotic ant swarm optimization under an effective termination condition. Numerical calculation verifies the validity of the modified algorithm. Simulation of the algorithm indicates that the algorithm can have a high-accuracy optimal solution. Through multiple chaotic searches, the modified algorithm gradually approaches the optimal solution which can be used to solve complex continuous domain optimization problem.

Keywords: chaotic ant swarm optimization, optimization, numerical simulation

PACS: 05.10.-a, 05.45.Gg, 02.60.Cb, 02.60.Pn

DOI: 10.7498/aps.62.170501

* Project supported by the National Natural Science, and Special Fund for the Theoretical Physics of China (Grant No. 11047017), and the Special Foundation of Education of Anhui Province for Excellent Young Scientists, China (Grant No. 2011SQRL023).

[†] Corresponding author. E-mail: zhangcdc@mail.ahnu.edu.cn