## 气泡成核过程的格子 Boltzmann 方法模拟\*

曾建邦1) 李隆键2)† 蒋方明1);

1)(中国科学院广州能源研究所先进能源系统实验室,中国科学院可再生能源重点实验室,广州 510640)

2) (重庆大学动力工程学院,低品位能源利用技术及系统教育部重点实验室,重庆 400030)

(2013年3月19日收到;2013年5月14日收到修改稿)

利用精确差分格子 Boltzmann 模型探讨水在特定温度下的亚稳态及不稳定平衡态,获得等温相变过程中形成气泡和液滴的条件,模型预测结果与理论解符合良好.在该等温模型的基础上耦合能量方程,通过调节流体-壁面相互作用力获得不同的气泡与固壁间接触角,从而建立了一种新的描述气液相变的格子 Boltzmann 理论模型.利用该新模型模拟不同流体-壁面相互作用力下凹坑气泡成核过程,再现了气泡成核过程中的三阶段特性;探讨了接触角、曲率半径及气泡体积随气泡成核过程的变化关系,获得了与文献结果定性符合的曲率-气泡体积关系曲线.

关键词:格子 Boltzmann 方法, 气泡成核过程, 气液相变, 接触角
 PACS: 64.60.qe, 63.70.+h, 68.35.Rh
 DOI: 10.7498/aps.62.176401

## 1引言

亚稳态两相流动过程研究,对相变成核机理 和反应堆事故暂态过程研究十分有用,常用于解 释反应堆失水事故喷放过程中遇到的一些现象 [1]. 而相变成核又是沸腾传热学研究的重要内容,更 是沸腾传热学最基础的问题.因此,研究气泡成核 过程具有重要理论及工程意义. 稍显遗憾的是人 们至今对气泡成核过程所基于的微尺度传输机理 还未完全弄清<sup>[2]</sup>.此外,在实际工程中,沸腾表面 大多数包含自然的或机械加工形成的凹坑、刻痕 等,呈半圆槽和沟槽形状,大小从肉眼可见到微观 尺寸<sup>[3]</sup>. Clark 等<sup>[4]</sup> 用显微镜观察到活化凹坑尺 寸大约 10 µm 到 100 µm, 要描述如此小的范围内 的气泡成核过程, 宏观数值求解方法是很难胜任 的.因此,学者们另辟蹊径,以求在理论上有所突 破,但至今无论是从理论还是实验上,只能探寻气 泡成核条件,以及活化核心的相互作用,而无法了 解气泡成核过程中所涉及的详细物理信息(如曲 率半径、接触角及气泡体积等随气泡成核过程的

变化). Bankoff<sup>[5]</sup> 首次建立气泡成核理论,并提出 沸腾表面凹坑成核条件; Griffith 和 Wallis<sup>[6]</sup> 测出了 工程表面上水的静态接触角对气泡成核过程的影 响,并定性地给出了气泡体积随曲率的变化关系; Sato 和 Matsumura<sup>[7]</sup> 针对 Bankoff<sup>[5]</sup> 成核理论进行 改进,提出了新的预测沸腾壁面过热度的公式;随 后 Davis 和 Anderson<sup>[8]</sup> 将 Sato 和 Matsumura<sup>[7]</sup> 的 预测公式推广到非圆形气泡成核条件; Lorenz 等<sup>[9]</sup> 在 Bankoff<sup>[5]</sup> 理论基础上引入新的凹坑半径条件: Wang 等<sup>[10]</sup> 通过最小化单个沸腾系统的赫尔姆兹 自由能,改进了接触角条件; Mikic 和 Rohsenow<sup>[11]</sup>, Judd 和 Hwang<sup>[12]</sup> 以及 Dhir<sup>[13]</sup> 先后讨论了相邻活 化核心间存在相互作用; Kenning 和 Yan<sup>[14]</sup> 在池沸 腾实验中发现气泡生长形成的过冷区域大小等于 该点上气泡脱离时的投影范围. Zhang 和 Shoji<sup>[15]</sup> 对人工凹坑实验的活化核心间相互作用进行 分类.

要数值模拟气泡成核过程,首先必须寻求适 合该尺寸范围的数值建模方法,而作为介观尺度 方法之一的格子 Boltzmann 方法 (lattice Boltzmann method, LBM) 是近 20 年来飞速发展起来的一种流

\* 国家自然科学青年基金 (批准号: 51206171)、国家自然科学基金 (批准号: 51076172)、中国科学院广州能源研究所所长创新基金 (批准号: y207r31001) 和中国科学院 "百人计划" 资助的课题.

© 2013 中国物理学会 Chinese Physical Society

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: longjian@cqu.edu.cn

<sup>‡</sup> 通讯作者. E-mail: jiangfm@ms.giec.ac.cn

体系统建模和模拟新方法,和传统的数值计算方法 相比,它具有许多独特优势,如天然的并行性,编程 简单及边界条件容易实现等,尤其是其介观背景使 得流体内部的相互作用在 LBM 中可以方便地描 述,因而可自动追踪相界面(无需增加追踪气液界 面的控制方程).为此,在多相流、相变和界面动力 学等微观相互作用明显的流体系统方面得到了成 功的应用 [16-20]. 然而, 以往的模型大都是等温相变 模型,如何构建适合描述非等温相变的格子 Boltzmann 模型至今仍是个难点, 1999 年 Bruce 等<sup>[21]</sup> 在自由能模型的基础上耦合能量方程试图实现对 非等温相变的模拟,该方法求解起来非常复杂,且 保留了自由能模型的所有缺点; 2003 年 Tentner 等 <sup>[22]</sup> 提出利用 Zhang<sup>[23]</sup> 模型求解流场及有限差分方 法求解能量方程,该模型在管道内的流动沸腾中得 到验证,但 Zhang<sup>[23]</sup> 模型适用的温度变化范围小、 且伪速度大,这些缺点导致其应用前景不被看好; 2007 年 Gonnella 等<sup>[24]</sup> 在有限差分格子 Boltzmann 模型的基础上耦合能量方程,并利用其模拟两相流 传热,虽然该方法减小了伪速度,增大了适用温度 变化范围,但其需构建合理的平衡态分布函数、较 难于处理; 2008 年 Gabor 等<sup>[25]</sup> 在 Shan 和 Chen 提 出的单组分多相模型 (SC 模型)<sup>[26]</sup> 的基础上耦合能 量方程,并利用其模拟气泡生长过程,取得一定的 结果,但 SC 模型具有计算结果与理论值偏差大,适 用温度范围窄,能够处理的气液两相密度比小等缺 点<sup>[27]</sup>. 2010年,我们通过引入精确差分方法对单 组分多相格子 Boltzmann 模型实施改进,发现精确 差分格子 Boltzmann 模型较 SC 模型<sup>[28]</sup> 在适用温 度变化范围和能够处理的气液两相密度比等方面 均取得较大的改进; 最近, 我们又在精确差分格子 Boltzmann 模型的基础上耦合能量方程,以及通过 调节流体-壁面相互作用力获取气泡与固壁间的 接触角,从而建立了一种新的描述气液相变的格子 Boltzmann 理论模型<sup>[29]</sup>,新模型的先进性在模拟池 沸腾气泡生长过程中得到验证.

本文应用我们在文献 [28] 中提出的精确差分 格子 Boltzmann 模型探讨水在特定温度下的亚稳 态及不稳定平衡态,进而应用我们在文献 [29] 中建 立的非均相相变格子 Boltzmann 模型,针对人造核 化穴,对不同流体 - 壁面相互作用力下的凹坑气泡 成核过程进行模拟研究;根据模型结果,我们重点 探讨了接触角、曲率半径及气泡体积在气泡成核 过程的变化. 2 计算模型

## 2.1 格子 Boltzmann 模型

单组分多相格子 Boltzmann 方程为 [23,28-30]

$$f_i(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{e}_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(\boldsymbol{x}, t)$$
  
=  $-(f_i(\boldsymbol{x}, t) - f_i^{eq}(\boldsymbol{x}, t))/\tau_1 + \Delta f_i(\boldsymbol{x}, t),$  (1)

式中  $\tau_1$  为无量纲松弛时间, 与物质的黏性 v 相关, 即  $v = (2\tau_1 - 1)c\Delta x/6; c = \Delta x/\Delta t$  为粒子迁移速率;  $\Delta x$  为格子长度;  $\Delta t$  为时间步长;  $e_i$  为离散方向 i 上 的速度矢量, 在 D2Q9 模型中,  $e_0 = [0,0]$ ,

$$e_{i} = [\cos((i-1)\pi/2), \sin((i-1)\pi/2)],$$
  

$$i = 1, 2, 3, 4,$$
  

$$e_{i} = \sqrt{2}[\cos((i-5)\pi/2 + \pi/4),$$
  

$$\sin((i-5)\pi/2 + \pi/4)], \quad i = 5, 6, 7, 8$$

 $\Delta f_i(x,t)$ 为体积力项;  $f_i(x,t)$ ,  $f_i^{eq}(x,t)$ 分别是 t 时刻, 位置 x 处的粒子分布函数和平衡态分布函数, 在 D2Q9 模型中, 粒子平衡态分布函数为 <sup>[30]</sup>

$$f_{i}^{eq}(\boldsymbol{x},t) = w_{i} \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{x},t) [1 + (\boldsymbol{e}_{i} \cdot \boldsymbol{u})/c_{s}^{2} + (\boldsymbol{e}_{i} \cdot \boldsymbol{u})^{2}/(2c_{s}^{4}) - \boldsymbol{u}^{2}/(2c_{s}^{2})], \quad (2)$$

式中,  $w_0 = 4/9$ ,  $w_i = 1/9$ , i = 1, 2, 3, 4,  $w_i = 1/36$ , i = 5, 6, 7, 8; 声速  $c_s = c/\sqrt{3}$ ; 宏观密度和速度分别为

$$\rho(\boldsymbol{x},t) = \sum_{i=0}^{8} f_i(\boldsymbol{x},t) = \sum_{i=0}^{8} f_i^{\text{eq}}(\boldsymbol{x},t),$$
$$u(\boldsymbol{x},t) = \left(\sum_{i=0}^{8} e_i f_i(\boldsymbol{x},t)\right) / \rho(\boldsymbol{x},t).$$
(3)

如何将粒子间相互作用力引入格子 Boltzmann 模型中直接关系到模型的稳定性.为此,学者们投 入了大量的精力来研究该问题<sup>[23,26,27,30]</sup>,以期避免 由体积力的引入而引起模型的不稳定性,如 SC 模 型<sup>[26]</sup>在计算体积力时引入了根号,但却无法确保 其根号内部为正,若对其添加绝对值,计算结果又 与理论解偏差太大; Zhang 等<sup>[23]</sup>提出的模型未对 速度进行修正,导致伪速度过大,影响模型的稳定 性.为此,本文选择由 Kupershtokh 等<sup>[30]</sup>提出的精 确差分法来计算体积力

$$\Delta f_i(\boldsymbol{x},t) = f_i^{\text{eq}}(\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{x},t), \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t) + \Delta \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)) - f_i^{\text{eq}}(\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{x},t), \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)). \quad (4)$$

速度改变量  $\Delta u(x,t)$  可通过下式求得:

$$\Delta \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t) = \Delta M / \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{x},t)$$
$$= \boldsymbol{F}_{\text{total}}(\boldsymbol{x},t) \Delta t / \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{x},t), \qquad (5)$$

式中 $\Delta M$ 为每个时间步内的动量改变量;  $F_{\text{total}}(x,t)$ 源于流体粒子间相互作用力 $F_{\text{cohesive}}(x,t)$ 、流体与壁面间的吸附力 $F_{\text{adhesive}}(x,t)$ 和外力项 $F_{\text{external}}(x,t)$ (如重力等);因此有

$$F_{\text{total}}(\boldsymbol{x},t) = F_{\text{cohesive}}(\boldsymbol{x},t) + F_{\text{adhesive}}(\boldsymbol{x},t) + F_{\text{external}}(\boldsymbol{x},t)$$
(6)

为使两相分离,须考虑异相间相互作用力, Zhang 等<sup>[23]</sup> 直接利用状态方程来获取

$$F_{\text{cohesive}}(\boldsymbol{x},t) = -\nabla U(\boldsymbol{x},t),$$
 (7)

式中势函数 U(x,t) 与选取的状态方程有关, 取如下形式:

$$U(\boldsymbol{x},t) = p(\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{x},t),T(\boldsymbol{x},t)) - \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{x},t)RT_0, \quad (8)$$

式中  $p(\rho(x,t),T(x,t))$  为任意状态方程; T(x,t) 为 温度; R 为通用气体常数,  $T_0$  与格子模型有关, 在 D2Q9 模型中  $T_0 = 1/3$ . 定义粒子间相互作用势为  $\varphi(x,t)$ , 且  $\varphi^2(x,t) = |U(x,t)|$ . 因此有

$$\boldsymbol{F}_{\text{cohesive}}(\boldsymbol{x},t) = 2\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x},t)\nabla\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x},t). \tag{9}$$

为考察流体与壁面间的润湿效应,我们参考了 文献 [28] 中处理方式.

$$\boldsymbol{F}_{\text{adhesive}}(\boldsymbol{x},t) = -G_w \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{x},t) \sum_i S(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{e}_i,t) \boldsymbol{e}_i. \quad (10)$$

若  $x + e_i$  处在固体节点上,则有效密度  $S(x + e_i, t) =$  1.0, 否则  $S(x + e_i, t) = 0$ . 参数  $G_w$  是控制流体与固壁间相互作用强度,它可以改变流体与壁面间的接触角,即体现流体在此壁面上的润湿能力.对于处理流体与固壁间的相互作用力,还有其他处理方式,详见文献 [32].

外力项 (如重力) 可表示为

$$F_{\text{external}}(\boldsymbol{x},t) = \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{x},t)\boldsymbol{g},$$
 (11)

式中 g 为流体运动的加速度. 而流体的真实速度可 通过下式求得:

$$\rho(\boldsymbol{x},t)\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t) = \boldsymbol{F}_{\text{total}}(\boldsymbol{x},t)\Delta t/2 + \sum_{i=0}^{8} \boldsymbol{e}_{i}f_{i}(\boldsymbol{x},t). \quad (12)$$

据文献 [28] 所知,相比较 Zhang 等提出的模型<sup>[23]</sup>,该模型改变了求取体积力的方式,使得模型 求解更加简单,且对速度进行了修正,因而减小了 伪速度,提高了模型的稳定性,使得模型应用范围 更加广泛.

## 2.2 能量方程

此前 Qin<sup>[33]</sup> 通过引进热力学扰动的形式来实 现对均相气泡成核过程的模拟,他指出为实现对初 始状态为饱和液体的系统相变过程的模拟,其热力 学扰动须足够大,以便驱使系统由饱和态向亚稳态 方向发展.因此,模拟真实流体的沸腾现象,首先须 选择适合描述该工质的状态方程. 据文献 [28] 可 知, Peng-Robinson (P-R) 状态方程的饱和密度曲线 与水的气液两相密度值甚为符合,为此下文将考察 工质为水 (用 P-R 状态方程描述)的沸腾现象.考察 非均相沸腾现象就必须考虑能量的传输过程,而在 格子 Boltzmann 模型中处理能量方程的思路大致 有下述两种 [25]: 一是通过引入介观能量守恒方程, 利用有限差分或有限容积法求解温度场,该思路非 常直观,很具有吸引力,但可惜的是经过学者们的 不断探索,此类模型计算稳定性仍然较差<sup>[27]</sup>;二是 将能量与动量方程进行整体耦合求解<sup>[25]</sup>,通过引 入下述分布函数,其演化方程如下:

$$g_i(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{e}_i \Delta t, t + \Delta t) - g_i(\boldsymbol{x}, t)$$
  
=  $-(g_i(\boldsymbol{x}, t) - g_i^{eq}(\boldsymbol{x}, t))/\tau_2 - w_i \Delta t q,$  (13)

式中q为热流密度,平衡态分布函数如下:

$$g_i^{\text{eq}}(\boldsymbol{x},t) = w_i [T + T(\boldsymbol{e}_i \cdot \boldsymbol{u})/c_s^2 - \bar{D}_T(\boldsymbol{e}_i \cdot \nabla T)/c_s^2], \quad (14)$$

式中  $\tau_2$  为无量纲松弛时间, 与温度扩散系数  $D_{\rm T}$  和平衡态分布函数中的系数  $\bar{D}_{\rm T}$  相关, 即  $D_{\rm T} = \bar{D}_{\rm T} - (2\tau_2 - 1)c\Delta x/6$ . 若  $\Delta x = \Delta t$ , 则 c = 1.0,  $c_{\rm s} = 1/\sqrt{3}$ . 温度定义为

$$T(x,t) = \sum_{i=0}^{8} g_i(x,t).$$
 (15)

利用 Chapman-Enskog 多尺度展开技术,结合 式(3)式和(15)式,忽略高阶项,可得(1)式和(13) 式对应的宏观连续性,动量和能量守恒方程,如下:

$$\partial \rho / \partial t + \nabla \cdot (\rho u) = 0,$$
 (16a)

$$\partial(\rho u)/\partial t + \nabla \cdot (\rho u u) = -\nabla (c_s^2 \rho) + v \nabla^2 u$$
, (16b)

$$\partial T / \partial t + \nabla \cdot (T \boldsymbol{u}) = \nabla (D_{\mathrm{T}} \nabla T) - q.$$
 (16c)

#### 2.3 热流密度

忽略黏性耗散, 熵平衡方程如下 [34]:

$$\rho T \,\mathrm{d}s/\mathrm{d}t = \nabla(\lambda \nabla T), \tag{17}$$

式中 *s* 为熵, λ 为导热系数. 由热力学基本方程 可知<sup>[35]</sup>

$$T ds = c_v dT + T (\partial p / \partial T)_v dv, \qquad (18)$$

式中 cv 为定容比热容. 若系统定压, 则上式可改 写为

$$T ds = c_v dT - T(\partial p / \partial T)_\rho d\rho / \rho^2.$$
(19)

将上式结合(17)式可得

 $\rho c_{\rm v} dT/dt$ 

$$=\nabla(\lambda\nabla T) + \rho T (\partial p/\partial T)_{\rho} (\mathrm{d}\rho/\mathrm{d}t)/\rho^{2}.$$
 (20)

将上式与 (16c) 式对比, 可得温度扩散系数  $D_{\rm T} = \lambda/(\rho c_{\rm v})$ , 及热流密度

$$q = -T(\partial p/\partial T)_{\rho} (\mathrm{d}\rho/\mathrm{d}t)/(\rho^2 c_{\mathrm{v}}).$$
(21)

### 2.4 状态方程

为使研究成果更具工程意义,文中将结合实际物质来研究气泡成核过程.作者在文献 [28]中已经验证流体在 P-R 状态方程 (偏心因子 ω = 0.344) 控制下,其饱和密度曲线与水的气液两相密度实验值符合良好. P-R 状态方程如下:

$$p = \rho RT / (1 - b\rho)$$
$$-a\alpha(T)\rho^2 / (1 + 2b\rho - b^2\rho^2), \qquad (22)$$

式中

$$\alpha(T) = [1 + (0.37464 + 1.54226\omega - 0.26992\omega^2) \\ \times (1 - \sqrt{T/T_c})]^2,$$

方程系数与临界参数之间的关系分别为

$$a = 0.45724R^2T_c^2/p_c, b = 0.0778RT_c/p_c$$

将 P-R 状态方程代入 (9) 式中, 可计算 F<sub>cohesive</sub>(x,t).

为将格子单位转化成实际物理单位,可利用对 比态原理,其关系式如下<sup>[28]</sup>:

$$p^{\text{lu}}/p_{\text{c}}^{\text{lu}} = p^{\text{real}}/p_{\text{c}}^{\text{real}},$$

$$T^{\text{lu}}/T_{\text{c}}^{\text{lu}} = T^{\text{real}}/T_{\text{c}}^{\text{real}},$$

$$\rho^{\text{lu}}/\rho_{\text{c}}^{\text{lu}} = \rho^{\text{real}}/\rho_{\text{c}}^{\text{real}},$$
(23)

式中上标 "lu" 和 "real" 分别表示格子单位和实际物 理单位. 临界温度  $T_c^{real}$  为 647.1 K; 临界压力  $p_c^{real}$  为 22.064 MPa; 临界密度  $\rho_c^{real}$  为 321.9575 kg·m<sup>-3</sup>. 计 算时方程系数  $a, b \to R$  分别取值 2/49, 2/21, 1.0; 则 可获得格子单位下的各个临界参数  $T_c^{lu}$  为 0.0729;  $p_c^{lu}$  为 0.0596;  $\rho_c^{lu}$  为 2.995. 然后将计算结果通过 (23) 式转化成实际物理量纲.

### 3 模型应用

## 3.1 亚稳态和不稳定平衡态

所谓亚稳态是指体系受小扰动作用时状态保 持不变,若受较大扰动,状态立刻发生变化.曲界 面下相平衡时,液相和气相都处于过热状态,对于 液相来说,这是一种亚稳态.可以利用状态方程的 P-V 图 (图 1) 讨论亚稳态和不稳定平衡态概念. 在 两相区 be 段内, 气液两相平衡共存. 通常状况下, 处于 a 点的液相等温膨胀到压力 Pb 时发生沸腾.但 当液体非常纯,容器表面非常光滑,无凹坑,可以膨 胀到 c 点仍然保持液体状态. 类似地, 在蒸汽区, 处 于f点的蒸汽等温压缩到Pe时发生冷凝,但若蒸 汽极纯,过程平稳而缓慢,蒸汽可以在低于饱和温 度下继续存在至 d 点. 分支 bc 和 de 分别表示对应 的过热液体亚稳态和过饱和蒸汽亚稳态. cd 分支,  $(\partial p/\partial v)_T > 0$ ,系不稳定的两相共存状态,稍受扰动 即会发生完全冷凝、或者完全蒸发.c点和d点,满 足  $(\partial p/\partial v)_{T} = 0$ ,系亚稳态平衡的极限点. 一旦达 到 c 点或 d 点,系统立刻形成气泡或发生冷凝<sup>[1]</sup>.



图 1 压力随比容的变化曲线

将 2.4 节的状态方程引入到 2.1 节的计算模型 中, 探讨水在温度为 190 °C 和 290 °C 时的亚稳态 和不稳定平衡态. 模拟时采用 200 lu × 200 lu 网格, 四周采用周期性边界, 为形成演化过程, 给初始密 度一个 1%的小扰动. 当 *T* = 190 °C 时, 若初始密 度取值处于 [75.2488 kg/m<sup>3</sup>, 655.7398 kg/m<sup>3</sup>] 之间, 则气液两相分离, 如图 2 中的 c'd' 段所示, 否则系 统仍处于单相区, 如图 2 中的 a'b'c' 和 f'e'd' 段所 示. 而 (22) 式压力在温度为 190 °C 时, 对比容求导 可知,若密度介于 (72.3356 kg/m<sup>3</sup>, 663.5657 kg/m<sup>3</sup>) 之间,则  $(\partial p/\partial v)_T > 0$ ,系不稳定的两相共存状 态; 若密度等于 72.3356 kg/m<sup>3</sup> 或 663.5657 kg/m<sup>3</sup>, 则  $(\partial p/\partial v)_{T} = 0$ , 说明上述两点系亚稳态平衡的 极限点. 可看出在极限值方面, 模拟结果与理论 计算值相差很小,最大相对误差仅为4%.同理, 当 T = 290 °C 时, 若初始密度处于 [128.998 kg/m<sup>3</sup>, 515.992 kg/m3] 之间, 则气液两相分离, 如图 2 中的 cd 段所示, 否则系统仍处于单相区, 如图 2 中的 abc 和 fed 段所示. 而 (22) 式压力在温度为 290 °C 时,对比容求导可知,若密度介于 (123.279 kg/m<sup>3</sup>, 526.9568 kg/m<sup>3</sup>) 之间,则  $(\partial p / \partial v)_T > 0$ ,系不稳定 的两相共存状态; 若密度等于 123.279 kg/m<sup>3</sup> 或 526.9568 kg/m<sup>3</sup>,则  $(\partial p / \partial v)_{T} = 0$ ,说明上述两点系 亚稳态平衡的极限点.对于状态的极限点,模拟结 果与理论计算值相差非常小,最大相对误差仅为



(a) 190°C, 268.75kg/m<sup>3</sup>



(c) 190°C, 376.24kg/m<sup>3</sup>

4.6%,模拟结果与理论计算值符合良好.

此外,从模拟结果中还可发现,初始密度的大 小还决定系统演化后到底是形成气泡还是液滴,如 图 3 所示,图中黑色部分代表气相,白色部分代表



图 2 亚稳态和不稳定平衡态



(b) 290°C, 268.75kg/m<sup>3</sup>



(d) 290°C, 376.24kg/m<sup>3</sup>

图 3 初始密度对相分布图的影响 (黑色部分代表气相, 白色部分代表液相)

液相. 当温度 T = 190 °C 时, 若初始密度介于 [75.2488 kg/m<sup>3</sup>,  $\rho_c$ ] 之间,则系统分离后形成液滴; 若初始密度处于 (pc, 655.7398 kg/m<sup>3</sup>] 之间, 则系 统分离后形成气泡,如图 3(a),(c)所示.而当温度 T = 290 °C 时, 若初始密度介于 [128.998 kg/m<sup>3</sup>,  $\rho_c$ ] 之间,则系统分离后形成液滴;若初始密度处于 (pc, 515.992 kg/m<sup>3</sup>] 之间, 则系统分离后形成气泡, 如图 3(b), (d) 所示. 这种现象在文献 [36] 中也曾提到, 但 其并未给出解释和依据.产生上述现象的主要是因 为给定的初始密度相当于系统的平均密度,若初始 密度小于临界密度,说明系统的初始状态气相所占 的比重较大,一旦发生分离,其气相所占据的区域 较大,受表面张力的作用,因而形成液滴.而初始密 度大于临界密度时,说明系统的初始状态液相所占 的比重较大,一旦发生分离,其液相所占据的区域 较大,受表面张力的作用,因而形成气泡.

### 3.2 凹坑成核过程

#### 3.2.1 计算条件

工程实际中,液体通常是在固体表面上被加热

沸腾, 气泡更容易在壁面上产生. 壁面的存在起着 类似催化剂的作用, 大大地减小了核化所需的能量. 此外, 还有可能是壁面上积存有气体带来附加的影 响<sup>[3]</sup>. 在本文研究中只针对单个人造凹坑的气泡成 核过程进行模拟, 模拟时假设壁面和液体容积内具 有相同的温度, 且液体处于饱和状态, 凹坑的顶角  $\theta = 90^{\circ}$ , 凹坑的宽度 D = 50 lu, 深度 H = 25 lu(如图 4 所示), 凹坑内部均为饱和液体, 热流由凹坑的顶 角处沿竖直方向向液体导入. 液体由于受热流的作 用, 凹坑顶角附近的液体迅速发生相变, 产生气核, 并不断长大. 也就是说表面凹坑形状一定, 且凹坑 内为饱和液体, 热流加热方式及大小一定, 不考虑 凹坑气泡成核间的相互作用, 且不考虑重力的存在.

计算区域见图 5, 采用 300 lu × 300 lu 的网格, 上边界采用定压边界 (其密度和温度均为对应饱和 压力下的物理量),下边界采用半反弹格式来实现 无滑移边界,左右采用周期性边界.计算的初始温 度为 290°,其两相密度均可从图 2 中获得.接触角 β 的大小可通过调节流体与壁面间的作用系数 G<sub>w</sub> (见图 4).



图 4 凹坑气泡成核过程的示意图

3.2.2 结果分析

从图 5 中可看出气泡成核过程的各个阶段形 状图, 热流由凹坑顶点处导入, 因而顶点附近的流 体首先发生相变, 形成气核, 如图 5(a), (b), (c) 中的 位置 1 所示, 此时气泡的半径均用 r<sub>1</sub> 表示; 随着热 流的持续导入, 气泡在凹坑内不断增大, 直至气泡 长大到凹坑出口处, 见图 5(a), (b), (c) 中的位置 2, 此时气泡的半径均用 r<sub>2</sub> 表示; 之后, 气泡在凹坑出 口处长大到如图 5(a), (b), (c) 中的位置 3, 之前的这 三个时刻, 气泡演化的形状图十分相似, 但此后, 由 于流体与壁面间的作用系数 G<sub>w</sub> 不同, 气泡的演化 形状发生巨大的变化, 如图 5(a), (b), (c) 中的位置 4, 5 所示; 在图 5(a) 中气泡的圆心始终处于凹坑出 口的下部,但在位置 3 之后,气泡与壁面的接触点 将不断远离凹坑出口的中点处,而在图 5(b),(c)中, 则以位置 3 为分界线,因为此时气泡的圆心就在凹 坑出口的中点处,其半径  $r_3 = D/2$ ;也就是说气泡 在位置 3 之前,其圆心在凹坑出口以下,而在位置 3 之后,其圆心处在凹坑出口以上,且在图 5(b)中, 气泡在位置 3 之后,气泡与壁面的接触点也将不断 远离凹坑出口的中点处.这再现了气泡成核过程的 三个阶段<sup>[6]</sup>,一是在凹坑内长大,即在位置 1,2 之 间;二是在凹坑出口处长大,即在位置 2,3 之间;三 是在位置 3 之后的气泡长大过程,即在位置 3 之后. 图 4 为不同  $G_w$  对应的气泡成核过程示意图.



图 5 不同 Gw 对凹坑气泡成核过程的影响图

在探讨气泡成核过程所涉及的物理机理之前, 首先探讨一下, 气泡成核过程中不同阶段体积计算 公式: 当 $G_w = -1.7$ 时 (见图 4(a)), 若气泡成长过程 处于其第一阶段内, 则其体积计算公式为

$$V_1 = \frac{1}{3}\pi r^3 (2 - \sqrt{2}). \tag{24}$$

若其处于第二阶段内,则其体积计算公式为

$$V_{2} = \frac{1}{3}\pi \left[ \left( \frac{D}{2} \right)^{3} + 2r^{3} - \left( 2r^{2} + \left( \frac{D}{2} \right)^{2} \right) \times \sqrt{r^{2} - \left( \frac{D}{2} \right)^{2}} \right],$$
$$\left( r = \frac{D/2}{\cos(\pi \times \beta/180 - \pi/2)} \right). \tag{25}$$

若其处于第三个阶段内,则其体积计算公式为

$$V_{3} = \frac{1}{3}\pi \left[ \left( \frac{D}{2} \right)^{3} + 2r^{3} - \left( 2r^{2} + \left( x + \frac{D}{2} \right)^{2} \right) \\ \times \sqrt{r^{2} - \left( x + \frac{D}{2} \right)^{2}} \right], \\ \left( r = \frac{D/2}{\cos(\pi \times \beta/180 - \pi/2)} \right).$$
(26)

同样可以获得当 G<sub>w</sub> = -1.9 时 (见图 4(b)), 气泡成 长过程三个阶段内的体积计算公式: 若气泡处于第 一阶段内,则其体积计算公式见 (24) 式; 第二阶段 内的体积计算公式见 (25) 式; 第三阶段内的体积计 算公式为

$$V_{3} = \frac{1}{3}\pi \left[ \left( \frac{D}{2} \right)^{3} + 2r^{3} + \left( 2r^{2} + \left( x + \frac{D}{2} \right)^{2} \right) \\ \times \sqrt{r^{2} - \left( x + \frac{D}{2} \right)^{2}} \right], \\ \left( r = \frac{x + D/2}{\sin(\pi \times \beta/180)} \right).$$
(27)

而当 G<sub>w</sub> = -2.1 时 (见图 4(c)), 气泡处于第一阶段 内的体积计算公式见 (24) 式; 第二阶段内的体积计 算公式见 (25) 式; 第三阶段内的体积计算公式见 (27) 式, 但此时的 *x* 为 0. 在 (24) 式至 (27) 式中 *r* 均 为气泡界面的曲率半径, 则 1/*r* 均为曲率.

图 6 给出了在气泡成核过程中, 接触角  $\beta$  随演 化时间的变化. 从图中可以看出, 在特定的流体与 壁面间的作用系数  $G_w$ 下, 随着演化时间的增加, 接 触角  $\beta$  均在不断减小, 但最终均趋于一恒定值; 且  $G_w$  越大, 稳定后接触角  $\beta$  越大, 当  $G_w$  等于 -1.7, -1.9 和 -2.1 时, 稳定后接触角  $\beta$  分别为  $106^\circ$ ,  $66^\circ$ 和  $46^\circ$ , 详见图 7, 且稳定后接触角  $\beta$  与  $G_w$  呈线性 变化关系,这与文献 [33] 中的结果完全符合;但在 气泡未长大到凹坑出口处时,流体与壁面间的作用 系数 G<sub>w</sub> 对气泡的接触角 β 影响不大,随着气泡长 大到凹坑出口处时,G<sub>w</sub> 对接触角 β 的影响就越发 明显,尤其是当气核圆心向凹坑出口上方移动,或 者是气泡与壁面的接触点离凹坑出口中心处越来 越远时 (即图 5 中的位置 3 之后),G<sub>w</sub> 对接触角 β 的影响更大.此外,还可以发现在文中给定的三个 G<sub>w</sub> 情况下,其接触角 β 随演化时间变化均出现了 两次波动,只是波动的位置稍有不同,这正好验证 了气泡成核过程划分为三个阶段的合理性.

图 8 给出了在气泡成核过程中, 曲率半径随演 化时间的变化.从图中可看出,随着演化时间的不 断增加, 气泡的曲率半径均遵循先迅速增大、后缓 慢减小、而后再增大的变化趋势. 这是因为气泡刚 开始是在凹坑内部长大,其曲率半径不断增大,且 当 Gw 等于 -1.7, -1.9 和 -2.1 时, 其变化趋势基 本一致. 而当气泡长大到凹坑出口处时, 气泡的曲 率半径为 r2, 之后气泡在凹坑出口处仍然不断长大, 且其曲率中心在不断上升,也即气泡的曲率半径在 不断减小,但 Gw 越大,其减小的程度反而减小,也 就是说当 Gw 等于 -1.7 时,其曲率先到达极小值 点,当气泡曲率半径减小到最小(见图5中的位置 3) 之后, 气泡的曲率半径将不断增大(见图5中的 位置 4, 5), Gw 越大, 其增长的趋势就越强烈, 但基 本呈线性关系,且当 Gw 等于 -1.7 时,其斜率最大. 这也反映出气泡在凹坑处的成核过程可划分为三 个阶段.



图 6 接触角随演化时间的变化

图 9 给出了在气泡成核过程中, 气泡体积随演 化时间的变化. 从图中可以看出, 当  $G_w$  等于 -1.9和 -2.1 时, 在气泡长大的初始阶段, 气泡体积快速 长大, 当气泡长大到凹坑出口处, 即图 5(b), (c) 中 的位置2后, 气泡的曲率中心开始上移, 同时曲率 半径开始减小 (见图 8),于是气泡体积增长速度变 慢.图 5(b), (c) 中的位置 3 为临界点, 曲率中心在凹 坑出口的中点处,由于热流的持续导入,气泡可以 继续长大,曲率半径又开始增大,也即气泡体积仍 然在不断长大. 而当 Gw 等于 -1.7 时, 在气泡成长 的初始阶段,其长大过程与 Gw 等于 -1.9 和 -2.1 时类似,但当气泡长大到凹坑出口处,即图 5(a)中 的位置2后, 气泡由图5(a) 中的位置2到位置3所 需的演化时间非常短,因此还未来的及长大到凹坑 出口中心处(图 5(a)中的位置 3), 气泡与壁面的接 触点已经远离凹坑出口中心处(见图 5(a)中的位置 4,5 处),因而此时气泡体积随演化时间的变化就与 Gw 等于 -1.9 和 -2.1 时完全不同, 但随着演化时 间的不断增大, 气泡体积也在不断增大. 但在总体 上 Gw 越大, 其气泡体积增大的速度越快.



图 7 稳定后接触角随 Gw 的变化



图 8 曲率半径随演化时间的变化

图 10 给出了在气泡成核过程中, 气泡的曲率 随其体积的变化关系. 从图中可以看出, 随着气 泡体积的增大, 其曲率均迅速减小, 对于 *G*w 等于

-1.7, -1.9 和 -2.1 时, 其极小值均相差不大; 随后 缓慢增大, 但 G<sub>w</sub> 越大, 其曲率率先到达极大值; 而 后再减小, 且三者减小的趋势基本相同, 但在同一 气泡体积下, G<sub>w</sub> 越大, 曲率越小. 显然, 接触角对最 大曲率具有较大的影响, 这与文献 [6] 中的结果定 性相似, 如图 11 所示. 此外, 从图 10 中可以清楚地 观察出气泡成核过程中三个不同阶段其曲率所具 有的特性.



图 11 曲率随气泡体积的变化 [6]

## 4 结果与讨论

研究沸腾时气泡成核具有重要的工程意义,它 不仅广泛地应用于机械、动力和石油化工等传统 工业中,而且在航空航天技术、微电子技术和核反 应堆技术等现代高科技中也有着广泛的应用前景. 但或许由于过程本身的极其复杂性,以往的研究不 管是采用理论推导、实验还是传统的数值模拟方 法均无法再现气泡成核的整个过程,因而对该过程 中所涉及的基础物理机理认识有限.本文采用介观 模型方法之一的格子 Boltzmann 方法对气泡成核 过程进行模拟. 在模拟之前,我们总结评述了以往 格子 Boltzmann 相变模型,通过引入精确差分方法 改进单组分多相格子 Boltzmann 模型,并利用改进 后的模型探讨水在特定温度下的亚稳态平衡和不 稳定平衡态,获得在等温相变过程中形成气泡和液 滴的条件,数值计算结果与理论值符合良好.进一步,我们在该模型的基础上耦合能量方程,通过调节流体-固壁间相互作用力以改变气泡与固壁间的接触角,从而建立了一种新的描述气液相变的格子 Boltzmann 模型.利用该新模型模拟不同流体-壁 面相互作用力下的凹坑气泡成核过程,再现了气泡 成核过程的三阶段特性;并得到了接触角、曲率半 径及气泡体积在气泡成核过程的演化,提炼出了曲 率 - 气泡体积变化的关系曲线,该曲线与文献结果 定性符合.

总的来说,本文发展形成的格子 Boltzmann 相 变模型,延伸了多相格子 Boltzmann 理论,对多相格 子 Boltzmann 模型领域有一定的贡献,文中还将该 计算模型应用于模拟沸腾气泡成核过程,为进一步 从介观尺度揭示气泡成核现象的机理奠定了基础, 模拟结果也具有一定的工程实用价值.

- Xu J Y 2011 Boiling Heat Transfer and gas-liquid two phase flow (Beijing: Atomic Energy Press) p211 (in Chinese) [徐济鋆 2001 沸腾传 热和气液两相流 (北京: 原子能出版社) 第 211 页]
- [2] Bestion D, Anglart H, Peteraud P, Smith B, Andreani M, Niceno B, Krepper E, Lucas D, Moretti F, Galassi M C, Macek J, Vyskocil L, Koncar B, Hazi G 2009 Sci. Tech. Nucl. Installa. 214512
- [3] Xin M D 1987 Boiling Heat Transfer and Heat Transfer enhancement (Chongqing: Chongqing Unversity Press) p55 (in Chinese) [辛明道 1987 沸腾传热及其强化 (重庆: 重庆大学出版社) 第 55 页]
- [4] Clark H B, Strenge P S, Westwater J W 1959 Chem. Eng. Progress Symp. 55 103
- [5] Bankoff S G 1958 AICHE J. 4 24
- [6] Griffith P, Wallis J D 1960 Chem. Eng. Prog. Symp. 30 7673
- [7] Sato T, Matsumura H 1964 Bulletin of JSME 7 392
- [8] Davis E J, Anderson G H 1966 AICHE Journa 12 774
- [9] Lorenz J J, Mikic B B, Rohsenow, Warren M 1971 M.I.T Engineering Projects Laboratory 14091243 29
- [10] Wang C H, Dhir V K 1993 J. Heat Transfer 115 659
- [11] Mikic B B, Rohsenow W M 1969 J. Heat Transfer 91 245
- [12] Judd R L, Hwang K S 1976 Heat Transfer 88 623
- [13] Dhir V K 1991 Int. J. Heat Fluid Flow 12 290
- [14] Kenning D B R, Yan Y Y 1996 Int. J. Heat Mass Transfer 39 3117
- [15] Zhang L, Shoji M 2003 Int. J. Heat Mass Transfer 46 513
- [16] Guo Z L, Zheng C G 2008 Theory and Applications of Lattice Boltzmann Method (Beijing: Science Press) p76 (In Chinese) [郭照立, 郑 楚光 2008 格子 Boltzmann 方法的原理及应用 (北京: 科学出版社) 第 76 页]
- [17] Wang W X, Shi J, Qiu B, Li H B 2010 Acta Phys. Sin. 59 8371 (in Chinese) [王文霞, 施娟, 邱冰, 李华兵 2010 物理学报 59 8371]
- [18] Shi Z Y, Hu G H, Zhou Z W 2010 Acta Phys. Sin. 59 2595 (in Chinese) [石自媛, 胡国辉, 周哲玮 2010 物理学报 59 2595]

- [19] Zhang X M, Zhou C Y, Islam S, Liu J Q 2009 Acta Phys. Sin. 58 8406 (in Chinese) [张新明, 周超英, Islam Shams, 刘家琦 2009 物理学报 58 8406]
- [20] Zeng J B, Li L J, Liao Q, Huang Y P, Pan L M 2010 Chin. Sci Bull. 55 3267
- [21] Bruce J P, David R R 2000 Phys. Rev. E 61 5295
- [22] Tentner A, Chen H D, Zhang R Y 2006 Physica A 362 98
- [23] Zhang R Y, Chen H D 2003 Phys. Rev. E 67 1
- [24] Gonnella G, Lamura A, Sofonea V 2007 Phys. Rev. E 76 036703
- [25] Gabor H, Attila M 2009 Int. J. Heat Mass Transfer 52 1472
- [26] Shan X W, Chen H D 1993 Phys. Rev. E 47 1815
- [27] Zeng J B, Li L J, Liao Q, Cui W Z, Chen Q H, Pan L M 2009 Chin. Sci Bull. 54 1
- [28] Zeng J B, Li L J, Liao Q, Chen Q H, Cui W Z, Pan L M 2010 Acta Phys. Sin. 59 178 (in Chinese) [曾建邦, 李隆键, 廖全, 陈清华, 崔文 智, 潘良明 2010 物理学报 59 178]
- [29] Zeng J B, Li L J, Jiang F M 2011 Acta Phys. Sin. 60 066401 (in Chinese) [曾建邦, 李隆键, 蒋方明 2011 物理学报 60 066401]
- [30] Kupershtokh A L 2004 Proceedings of the 5th International Electrostatique Workshop August 30–31, 2004 Poitiers-France 241
- [31] Martys N S, Chen H D 1996 Phys. Rev. E 53 743
- [32] Yuan P, Schaefer L 2006 Phys. Fluids 18 1
- [33] Qin R S 2007 J. Chem. Phys. 126 114506
- [34] Yang S M, Tao W Q 1998 Heat Transfer (Beijing: Higher Education Press) p218 (in Chinese) [杨世铭, 陶文铨 1998 传热学 (北京: 高等 出版社) 第 218 页]
- [35] Shen W D, Jiang Z M, Tong J G 2001 Higher Engineering Theormodynamics (Beijing: Higher Education Press) p413 (in Chinese) [沈维 道, 蒋智敏, 童钧耕 2001 高等工程热力学 (北京: 高等教育出版社) 第 413 页]
- [36] Yuan P 2005 Ph.D. Dissertation (Pittsburg: University of Pittsburg) p56

# Numerical investigation of bubble nucleation process using the lattice Boltzmann method\*

Zeng Jian-Bang<sup>1</sup>) Li Long-Jian<sup>2)†</sup> Jiang Fang-Ming<sup>1)‡</sup>

1) (Laboratory of Advanced Energy Systems, CAS Key Laboratory of Renewable Energy, Guangzhou Institute of Energy Conversion, Chinese Academy of Sciences, Guangzhou 510640, China)

2) (Key Laboratory of Low-grade Energy Utilization Technologies and Systems of Ministry of Education, College of Power Engineering, Chongqing University,

Chongqing 400030, China)

(Received 19 March 2013; revised manuscript received 14 May 2013)

#### Abstract

In this paper, the state of metastable equilibrium and the state of unstable equilibrium of water at a certain temperature are explored using an exact difference lattice Boltzmann model and the conditions of bubble (droplet) formation are investigated in the isothermal phase transition processes. From these simulation results, it is found that the model predictions are in good agreement with analytical results. Based on these works, a new model, which is based on exact difference lattice Boltzmann model and extended with an energy transfer equation to model heat transfer, is proposed to describe liquid-vapor phase transition process. The effects of the wall-fluid interaction strength on the bubble nucleation process in a pit are investigated using this new heterogeneous phase transition model. Simulation results accurately reproduce the characteristics of three stages of the bubble nucleation process. The changes of the contact angle, curvature radius, and volume with the bubble nucleation process are explored, and the relationship curve between curvature and bubble volume from the simulations is in qualitative agreement with the previous results.

Keywords: lattice Boltzmann method, bubble nucleation process, liquid-vapor phase transition, contact angle

PACS: 64.60.qe, 63.70.+h, 68.35.Rh

**DOI:** 10.7498/aps.62.176401

<sup>\*</sup> Project supported by the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51206171), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51076172), the Director Innovation Foundation of Guangzhou Institute of Energy Conversion, Chinese Academy of Sciences (Grant No. y207r31001), and the CAS "100 Talents" Plan.

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: longjian@cqu.edu.cn

<sup>‡</sup> Corresponding author. E-mail: jiangfm@ms.giec.ac.cn