

# 参数不确定永磁同步电机混沌系统的 有限时间稳定控制\*

唐传胜<sup>†</sup> 戴跃洪

(电子科技大学机械电子工程学院, 成都 611731)

(2013年1月16日收到; 2013年6月6日收到修改稿)

针对含有参数不确定性的永磁同步电机混沌系统, 结合主动控制与有限时间稳定控制理论, 提出一种改进的主动有限时间稳定控制器. 该控制器不仅具有较强的鲁棒性, 而且可以通过调整终端吸引子比例系数, 有效地缩短系统的响应时间, 以提高系统的响应能力. 通过仿真实验, 验证了该控制器比传统的控制器的具有更强的鲁棒性和响应能力.

**关键词:** 永磁同步电机, 混沌控制, 有限时间稳定, 主动控制

**PACS:** 05.45.Gg

**DOI:** 10.7498/aps.62.180504

## 1 引言

自 20 世纪 90 年代混沌现象被发现存在于电机驱动中以来, 关于电机驱动中的混沌现象的分析与控制得到广泛关注. 混沌现象广泛存在于感应电机、永磁同步电机 (PMSM)、直流电机、开关磁阻电机等伺服系统中, 国内外学者对其已进行了一定的研究<sup>[1]</sup>. Hemati<sup>[2]</sup> 首次发现了开环系统 PMSM 的混沌现象, 随后文献 [3—5] 推导出其通用模型, 并进行了深入的理论分析. PMSM 混沌系统是一种复杂的多变量、强耦合高维非线性系统, 其混沌特性主要表现为: 随着电机参数的变化, 系统将呈现出转速或转矩的剧烈振荡、控制性能不稳定及系统不规则的电磁噪声等混沌现象, 这将严重影响系统的动态性能. 因此, 如何抑制这种现象带来的危害, 成为近年来研究的热点之一.

常规的线性控制理论已无法满足 PMSM 混沌系统控制性能的要求. 随着混沌控制理论的发展, 目前用于 PMSM 混沌系统的主要控制方法有: 纳入轨道和强迁徙控制<sup>[6]</sup>、解耦控制<sup>[7]</sup>、反馈控制<sup>[8,9]</sup>、动态面控制<sup>[10]</sup>、无源控制<sup>[11]</sup>、

滑模控制<sup>[12]</sup>、自适应控制<sup>[13]</sup> 和模糊控制<sup>[14,15]</sup> 等. 前四种方法均依赖于系统的数学模型, 当系统参数发生变化时, 无法保证系统的动态性能, 甚至可能导致失控; 滑模控制则需要参数不确定性满足一定的匹配条件, 且控制器存在固有的抖振现象; 自适应控制则需要引入参数自适应机制, 增加了控制的复杂程度; 模糊控制则是建立在系统模型 T-S (Takagi-Sugeno) 模糊化的基础之上, 文献 [14] 提出的模糊反馈控制系统稳定的时间较长, 响应性能有待提高; 文献 [15] 将模糊控制与鲁棒最优控制相结合, 提出了模糊最优保代价控制, 虽其具有较强的鲁棒性, 但设计过程过于复杂.

再者, 以上控制策略均保证了系统的指数稳定性, 不能保证其调整时间最短, 即属于非有限时间稳定控制. 有限时间稳定控制除了能兼顾二者性能外, 由于其含有分数幂次项, 使得其与非有限时间稳定控制相比, 具有更强的鲁棒性和抗扰动力<sup>[16]</sup>. 鉴于以上优点, 该方法已经被广泛应用于网络系统<sup>[17,18]</sup>、混沌系统<sup>[19–22]</sup>、航空飞行器<sup>[23]</sup> 以及机器人系统<sup>[24]</sup> 等. 文献 [19] 提出了统一混沌系统的有限时间稳定控制, 但其稳定时间较长, 有待进一步改进; 文献 [20] 首次将其用于 PMSM 混沌

\* 国家科技重大专项 (批准号: 2009ZX04001) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: tcs111@163.com

系统,然而没有考虑系统参数不确定性的影响.

近年来,主动控制作为一种简单、有效的控制方法,在非线性控制系统的设计中得到广泛的关注.该方法的主要思想是通过反馈设计,抵消系统中存在的非线性项,将系统转化为简单易控的线性系统,进而利用成熟的线性系统理论进行控制器设计.文献 [25] 成功利用该方法实现了两类异构混沌系统的同步控制,文献 [26] 针对受扰的统一混沌系统,将主动控制与滑模控制相结合,首先利用主动控制消除统一混沌系统中的非线性部分,然后通过坐标变换将其转换为可控标准型,进而利用滑模控制实现系统的稳定控制.

本文在文献 [19] 和 [20] 的基础上,基于主动控制和有限时间稳定控制,提出一种考虑系统参数不确定性 PMSM 的改进型鲁棒稳定控制器,并通过引入终端吸引子比例因子,来进一步提高系统的鲁棒性和快速响应能力.

## 2 PMSM 有限时间稳定控制器设计

### 2.1 理论基础

为了控制器设计的需要,首先给出有限时间稳定的定义和几个定理.

**定义 1**<sup>[27]</sup> 对于动态系统:  $sX = f(X)$ , 如果存在某一时刻  $T > 0$  ( $T$  可能与初始状态的选择有关), 使得下面两个条件同时成立:  $\lim_{t \rightarrow T} \|X(t)\| = 0$ ; 当  $t \geq T$  时,  $\|X(t)\| = 0$  恒成立, 则该系统是有限时间稳定的. 其中  $X \in R^n$  为  $n$  维的状态变量,  $s$  代表微分算子,  $f(X)$  为光滑的非线性函数.

**引理 1**<sup>[28]</sup> 如果存在连续、正定函数  $V(t)$  和常实数  $m > 0$  及  $0 < \xi < 1$  满足下列条件:

$$sV(t) \leq -mV^\xi(t), \quad \forall t \geq t_0, \quad V(t_0) \geq 0, \quad (1)$$

则对于任意初始时刻  $t_0$ , 下面的不等式成立:

$$V^{1-\xi}(t) \leq V^{1-\xi}(t_0) - m(1-\xi)(t-t_0),$$

且

$$\forall t \geq t_1, \quad V(t) \equiv 0, \quad (2)$$

其中,  $t_1 = t_0 + \frac{V^{1-\xi}}{m(1-\xi)}$  即为系统稳定所需要的时间.

该定理的证明可参见文献 [19] 或 [28], 此处不做证明, 只对该定理进行简单分析. 由  $t_1$  的表达式可知, 当系统的参数  $t_0, \xi$  固定时, 系统稳定时间与

参数  $m$  成反比, 适当增大  $m$ , 可以有效地缩短稳定时间, 本文就是鉴于此思想对文献 [19] 的控制器进行改进的.

**引理 2** 对于非零、正实数  $a, b$  和  $c$ , 其中  $c \in (0, 1)$ , 下列不等式成立:

$$a^c + b^c \geq (a+b)^c. \quad (3)$$

### 2.2 不确定 PMSM 混沌模型

经过变换后的永磁同步电动机无量纲数学模型<sup>[3]</sup>为

$$\begin{cases} si_d = -i_d + wi_q + v_d, \\ si_q = -i_q - wi_d + \gamma w + v_q, \\ sw = \sigma(i_q - w) - T_L, \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $v_d, v_q$  和  $i_d, i_q$  分别为变换后  $d$  轴、 $q$  轴的电压和电流;  $w, T_L$  为变换后的速度和负载,  $\gamma, \sigma$  为电机参数;  $s = d/dt$  为微分算子.

同文献 [20] 一样, 本文仅研究  $v_d = v_q = T_L = 0$  时电机的混沌现象, 该情况相当于电机在运行一段时间之后突然断电, 系统在某一参数下呈现的动态特性. 由文献 [3] 的理论分析可知: 当  $\gamma = 20, \sigma = 5.46$ , 初始状态为  $(i_d, i_q, w) = (0.01, 0.01, 0.01)$  时, 将出现如图 1 所示的混沌现象 (图中的  $i_d, i_q, w$  均以标么值表示, 且这些量本文中均为标么值).

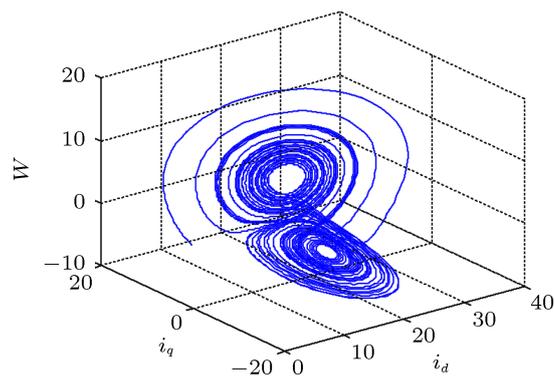


图 1 PMSM 中的混沌吸引子

考虑系统参数不确定性时, 系统 (4) 可表示为

$$\begin{cases} si_d = -i_d + wi_q, \\ si_q = -i_q - wi_d + (\gamma + \Delta\gamma)w, \\ sw = (\sigma + \Delta\sigma)(i_q - w), \end{cases} \quad (5)$$

其中,  $\Delta\gamma, \Delta\sigma$  分别为参数  $\gamma$  和  $\sigma$  的参数不确定性, 均有界.

根据系统实际运行情况, 本文假设系统参数的波动范围均为 30%, 即  $\|\Delta\gamma\| \leq 0.3\gamma$ ,  $\|\Delta\sigma\| \leq 0.3\sigma$ , 可通过 matlab 中的随机函数 rand() 来实现. 此时系统的混沌现象如图 2 所示.

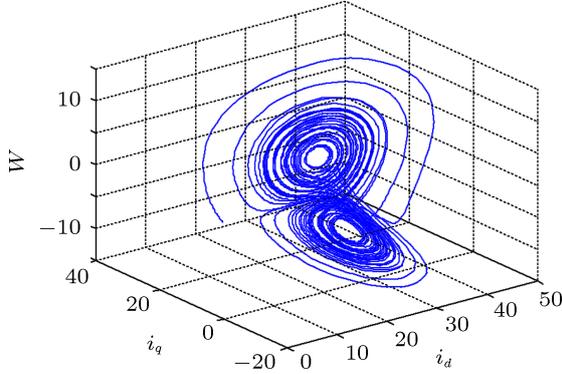


图 2 不确定 PMSM 中的混沌吸引子

### 2.3 有限时间稳定控制器设计

由系统 (5) 可知: 原点  $S(0, 0, 0)$  是系统的一个平衡点, 为了使系统快速镇定到平衡点  $S$ , 在 (5) 式的左边分别加入控制作用  $u_1, u_2, u_3$ , 得到其受控系统形式为

$$\begin{cases} si_d = -i_d + wi_q + u_1, \\ si_q = -i_q - wi_d + (\gamma + \Delta\gamma)w + u_2, \\ sw = (\sigma + \Delta\sigma)(i_q - w) + u_3. \end{cases} \quad (6)$$

针对系统 (5), 基于有限时间稳定理论, 设计的控制器如下所述.

**定理** 对于不确定性系统 (6), 如果采用如下形式的控制器:

$$\begin{cases} u_1 = -i_q w - k_d i_d^\alpha, \\ u_2 = -\gamma w - L_q i_q - k_q i_q^\alpha, \\ u_3 = -\sigma i_q - L_w w - k_w w^\alpha, \end{cases} \quad (7)$$

其中,  $k_d, k_q, k_w$  为终端吸引子权系数且均为正实数, 为简化计算取  $k_d = k_q = k_w = k$ ;  $\alpha = p/q$ ,  $0 < p < q$  且  $p, q$  均为奇数;  $L_w = L_q \geq 0.5(\|\Delta\gamma\| + \|\Delta\sigma\|)$  为系统鲁棒反馈增益, 则系统 (6) 是有限时间稳定的.

**证明** 对于系统 (6) 中的第一个方程, 把控制器  $u_1$  代入可得:

$$si_d = -i_d - k_d i_d^\alpha. \quad (8)$$

取 Lyapunov 函数  $V_1 = 0.5i_d^2$ , 则其沿式 (8) 的轨迹的导数可表示为:

$$sV_1 = i_d si_d = i_d(-i_d - k_d i_d^\alpha) = -i_d^2 - k_d i_d^{\alpha+1}$$

$$\begin{aligned} &\leq -k_d i_d^{\alpha+1} = -k_d (0.5)^{-0.5(\alpha+1)} (0.5 i_d^2)^{0.5(\alpha+1)} \\ &= -m_1 V_1^\xi, \end{aligned} \quad (9)$$

其中  $m = k_d (0.5)^{-0.5(\alpha+1)}$ ,  $\xi = 0.5(\alpha + 1)$ . 由于  $0 < \alpha < 1$ , 则  $0 < \xi < 1$ , 又  $m > 0$ , 故根据引理 1 可知, 系统状态  $i_d$  将在有限时间  $t_d = i_d(0)/(k_d(1 - \alpha))$  内趋近于  $i_d = 0$ .

再将  $i_d = 0$  和  $u_2, u_3$  代入系统 (6) 的余下两个方程可得:

$$\begin{cases} si_q = -i_q + \Delta\gamma w - L_q i_q - k_q i_q^\alpha, \\ sw = \Delta_w i_q - (\sigma + \Delta\sigma)w - L_w w - k_w w^\alpha. \end{cases} \quad (10)$$

取 Lyapunov 函数  $V_1 = 0.5(i_q^2 + w^2)$ , 则其沿 (8) 式的轨迹的导数可表示为

$$\begin{aligned} sV_2 &= i_q(-i_q + \Delta\gamma w - L_q i_q - k_q i_q^\alpha) \\ &\quad + w(\Delta_w i_q - (\sigma + \Delta\sigma)w - L_w w - k_w w^\alpha) \\ &= -[(L_q + 1)i_q^2 - (\Delta\gamma + \Delta\sigma)wi_q + (L_w \\ &\quad + \sigma + \Delta\sigma)w^2] - k_q i_q^{\alpha+1} - k_w w^{\alpha+1}. \end{aligned} \quad (11)$$

若要

$$\begin{aligned} &(L_q + 1)i_q^2 - (\Delta\gamma + \Delta\sigma)wi_q \\ &\quad + (L_w + \sigma + \Delta\sigma)w^2 \geq 0, \end{aligned} \quad (12)$$

只需

$$4(L_q + 1)(L_w + \sigma + \Delta\sigma) \geq (\Delta\gamma + \Delta\sigma)^2. \quad (13)$$

又  $L_w = L_q \geq 0.5(\|\Delta\gamma\| + \|\Delta\sigma\|)$ ,  $(L_w + \sigma + \Delta\sigma) > (L_q + 1)$ , 则

$$\begin{aligned} &4(L_q + 1)(L_w + \sigma + \Delta\sigma) > 4(L_q + 1)^2 > 4L_q^2 \\ &\geq (\|\Delta\gamma\| + \|\Delta\sigma\|)^2 \geq (\Delta\gamma + \Delta\sigma)^2, \end{aligned} \quad (14)$$

所以 (12) 式成立. 从而 (11) 式可简化为

$$\begin{aligned} sV_2 &\leq -k_q i_q^{\alpha+1} - k_w w^{\alpha+1} \\ &= -k_q (0.5)^{-0.5(\alpha+1)} (0.5 i_q^2)^{0.5(\alpha+1)} \\ &\quad - k_w (0.5)^{-0.5(\alpha+1)} (0.5 w^2)^{0.5(\alpha+1)} \\ &= -k (0.5)^{-0.5(\alpha+1)} ((0.5 i_q^2)^{0.5(\alpha+1)} \\ &\quad + (0.5 w^2)^{0.5(\alpha+1)}) = -mV_2^\xi, \end{aligned} \quad (15)$$

由于  $0 < \alpha < 1$ , 则  $0 < \xi < 1$ , 又  $m > 0$ , 故根据引理 1 可知, 系统状态  $i_q, w$  将分别在有限时间  $t_m$  内趋近于  $i_q = 0, w = 0$ .

综上所述, 当  $t > t_m$  时, 控制器 (7) 的作用下不确定系统 (6) 的状态  $(i_{d0}, i_{q0}, w_0) = (0, 0, 0)$ , 即系统是有限时间稳定的, 定理得证.

### 3 仿真与分析

本部分主要是通过仿真与文献 [19] 和 [20] 方案 (所采用的控制器称为传统控制器) 进行比较, 来说明本文方案的优越性. 为了便于比较, 仿真中均采用四阶 Runge-Kutta 法, 采样时间  $T_s = 0.01$  s, 初始条件  $(i_{d0}, i_{q0}, w_0) = (1, 1, 1)$ , 其余参数与第 2 部分相同.

本文中的控制器参数为:  $k_d = k_q = k_w = k = 50$ ,  $\alpha = 0.9$ ,  $L_w = L_q = 50$ ; 文献 [20] 中的参数为:  $H = 0.9$ ,  $\lambda = 0.9$ ; 文献 [19] 中的参数为:  $k = 0.9$ ,  $\alpha = 0.9$ ,  $L_2 = 1.3\gamma = 26$ ,  $L_3 \geq 1.3\sigma = 6.838$ . 仿真结果如图 3 和图 4 所示, 图 3 为不含参数不确定系统的响应曲线, 图 4 为含 30% 参数摄动是系统的响应曲线.

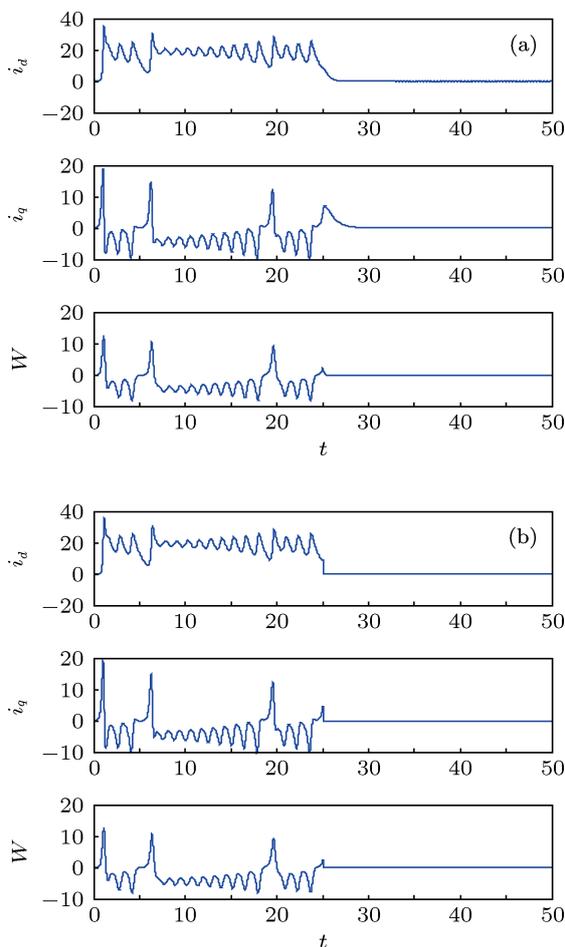


图 3 无参数不确定性时系统的响应曲线 (a) 文献 [19] 的系统响应曲线; (b) 本文方案的系统响应曲线

从图 3 可以看出, 文献 [19] 的方案能够在一定时间内控制到系统的平衡点, 但是与本文方案相比, 其所需时间较长, 尤其是  $i_q$  的整定时间达到了 4 s,

本文方案则迅速且几乎无超调的达到系统的平衡点. 图 4 表明: 当系统含有参数不确定性时, 文献 [19] 的方案其相应曲线与平衡点有较大的偏差, 无法保证系统的性能, 这正是参数不确定性作用的结果; 文献 [20] 的方案虽然最终也满足了系统的平衡点的要求, 但是其产生了巨大的超调, 造成系统性能的下甚至对系统造成故障, 这是系统所不允许的; 本文方案既保证了对系统参数的鲁棒性, 而且具有很快的响应能力, 因此具有明显的优越性.

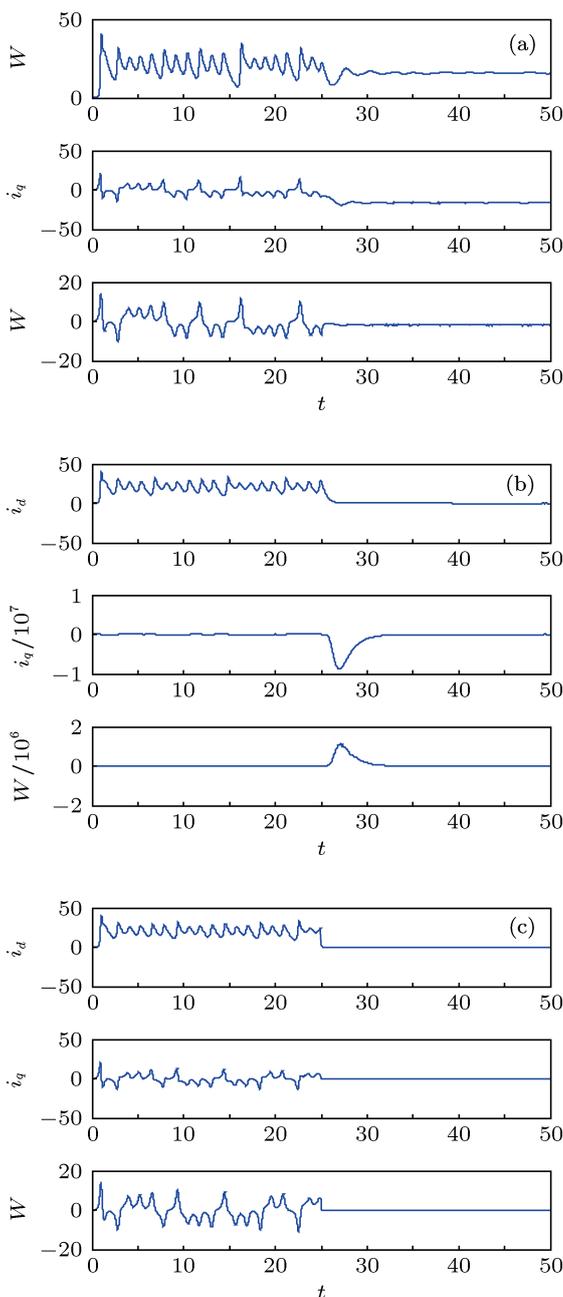


图 4 含参数不确定性时系统的响应曲线 (a) 文献 [19] 的系统响应曲线; (b) 文献 [20] 的系统响应曲线; (c) 本文方案的系统响应曲线

## 4 结论

本文研究了含有参数不确定性的 PMSM 混沌系统的控制问题. 通过主动控制与有限时间稳定控制相结合, 利用主动控制来实现系统非线性项和线

性项的近似解耦, 再通过有限时间稳定控制器来增强系统的鲁棒性和快速响应能力. 通过仿真与传统控制器进行对比, 验证了本方案不仅在无参数不确定性时具有较好的性能, 而且存在不确定性时也能很好地满足系统性能的要求, 具有一定的研究价值.

- [1] Chau K T, Wang Z, Cheng M 2009 *Chaotic Drives and Their Applications* (Beijing: Science Press) p2 (in Chinese) [邹国堂, 王政, 程明 2009 混沌电机驱动及其应用 (北京: 科学出版社) 第 2 页]
- [2] Hemati N 1994 *IEEE Trans. Circuit. Syst. I* **41** 40
- [3] Zhang B, Li Z, Mao Z Y, Pang M X 2001 *Proceedings of the CSEE* **21** 13 (in Chinese) [张波, 李忠, 毛宗源, 庞敏熙 2001 中国电机工程学报 **21** 13]
- [4] Zhang B, Li Z, Mao Z Y, Pang M X 2001 *Proceedings of the CSEE* **21** 40 (in Chinese) [张波, 李忠, 毛宗源, 庞敏熙 2001 中国电机工程学报 **21** 40]
- [5] Li Z, Park J B, Joo Y H, Zhang B, Chen G R 2001 *IEEE Trans. Circuit. Syst. I* **49** 383
- [6] Li Z, Zhang B, Mao Z Y 2002 *Control Theory Appl.* **19** 53 (in Chinese) [李忠, 张波, 毛宗源 2002 控制理论与应用 **19** 53]
- [7] Li J, Ren H P 2005 *Control Theory Appl.* **22** 637 (in Chinese) [李洁, 任海鹏 2005 控制理论与应用 **22** 637]
- [8] Ren H P, Liu D, Li J 2003 *Proceedings of the CSEE* **23** 175 (in Chinese) [任海鹏, 刘丁, 李洁 2003 中国电机工程学报 **23** 175]
- [9] Wei D Q, Luo X S, Fang J Q, Wang B H 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5406 (in Chinese) [韦笃取, 罗晓曙, 方锦清, 汪秉宏 2006 物理学报 **55** 5406]
- [10] Wei D Q, Luo X S, Wang B H, Fang J Q 2007 *Phys. Lett. A* **363** 71
- [11] Wu Z Q, Tan F X 2006 *Proceedings of the CSEE* **26** 159 (in Chinese) [吴忠强, 谭拂晓 2006 中国电机工程学报 **26** 159]
- [12] Yang G L, Li H G 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 7552 (in Chinese) [杨国良, 李惠光 2009 物理学报 **58** 7552]
- [13] Wei D Q, Zhang B, Qiu D Y, Luo X S 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6026 (in Chinese) [韦笃取, 张波, 丘东元, 罗晓曙 2009 物理学报 **58** 6026]
- [14] Li D, Zhang X H, Yang D, Wang S L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1432 (in Chinese) [李东, 张小洪, 杨丹, 王世龙 2009 物理学报 **58** 1432]
- [15] Wu Z Q 2003 *Proceedings of the CSEE* **23** 152 (in Chinese) [吴忠强 2003 中国电机工程学报 **23** 152]
- [16] Ding S H, Li S H 2011 *Control and Decision* **26** 161 (in Chinese) [丁世宏, 李世华 2011 控制与决策 **26** 161]
- [17] Yang S F, Cao J D, Lu J Q 2012 *Chaos* **22** 04134
- [18] Yang X S, Cao J D 2010 *Appl. Math. Model.* **34** 3631
- [19] Wang H, Han Z Z, Xie Q Y, Zhang W 2009 *Nonlinear Dyn.* **55** 323
- [20] Wei D Q, Zhang B 2009 2012 *Chin. Phys.* **18** 1399
- [21] Zhao J L, Wang J, Wang H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 110209 (in Chinese) [赵建利, 王京, 王慧 2012 物理学报 **61** 110209]
- [22] Gao T G, Chen Z Q, Chen G R, Yuan Z Z 2006 *Chin. Phys.* **15** 1190
- [23] Du H B, Li S H, Qian C J 2011 *IEEE Trans. Automat. Contr.* **56** 2711
- [24] Zhao D, Li S, Zhu Q, Gao F 2010 *IET Control Theory Appl.* **4** 1
- [25] Cai G L, Huang J J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3997 (in Chinese) [蔡国梁, 黄娟娟 2006 物理学报 **55** 3997]
- [26] Guo H J, Liu D, Zhao G Z 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 010510 (in Chinese) [郭会军, 刘丁, 赵光宙 2011 物理学报 **60** 010510]
- [27] Hong Y G, Yang G W, Bushnell L, Wang H O 2000 *Proceeding of the 39th IEEE Conference on Decision and Control* Sydney, December 12-15, 2000 p2908
- [28] Bhat S P, Bemstein D S 2000 *SIAM J. Contr. Optimizat.* **38** 751

# Finite-time stability control of permanent magnet synchronous motor chaotic system with parameters uncertain\*

Tang Chuan-Sheng<sup>†</sup> Dai Yue-Hong

(School of Mechatronics Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

(Received 16 January 2013; revised manuscript received 6 June 2013)

## Abstract

A novel active finite-time stability controller is presented for permanent magnet synchronous motor chaotic system considering parameters uncertain. The controller combines with active control and finite-time stability theory. Adjusting the parameters of terminal attractor, this controller has not only strong robustness but also good responsiveness. Simulation results show that the proposed controller has superior performance than traditional one.

**Keywords:** permanent magnet synchronous motor, chaos control, finite-time stability, active control

**PACS:** 05.45.Gg

**DOI:** 10.7498/aps.62.180504

---

\* Project supported by the National Science and Technology Major Project of the Ministry of Science and Technology of China (Grant No. 2009ZX04001).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: tcs111@163.com