

准周期加隔板有限长圆柱壳声散射*

潘安 范军[†] 卓琳凯

(上海交通大学海洋工程国家重点实验室, 上海 200240)

(2012年5月30日收到; 2012年6月27日收到修改稿)

研究准周期加隔板有限长圆柱壳在水中的声散射特性, 隔板位置存在小的随机偏差. 首先给出理论推导, 通过计算周期加隔板情况验证理论公式的正确性. 然后以角度 - 频率谱形式给出准周期加隔板圆柱壳声散射计算结果. 计算表明隔板的准周期性导致 Bloch-Floquet 弯曲波和散射声场背景出现扩散和增强现象, 而近乎平行于横轴的由隔板共振引起的亮条纹被散射声场背景所掩盖. 最后讨论了随机因子、隔板个数以及隔板间距对 Bragg 散射的影响. 计算表明随机因子越大 Bragg 散射条纹的频率范围越宽扩散越明显, 隔板个数越多 Bragg 散射条纹的频率范围越窄能量越集中, 隔板间距变大时 Bragg 散射条纹增多而且越高阶次的 Bragg 散射条纹扩散越严重. 根据 Bragg 散射的几何特征导出的近似估算公式可以较准确预报 Bragg 散射在频谱图上的位置, 也可以大致预报隔板准周期排列时 Bragg 散射的扩散现象.

关键词: 准周期加隔板, Bragg 散射扩散, Bloch-Floquet 波扩散

PACS: 43.20.+g, 43.30.+m

DOI: 10.7498/aps.62.024301

1 引言

水下潜器在海洋技术的各个领域有广泛的应用. 水下潜器的主体结构一般可以近似为圆柱壳体, 所以国内外很多学者对圆柱壳内部含有不同子结构的辐射和散射问题进行了很多研究. 主要关注的是圆柱壳内部横向周期或准周期加载小环肋的情况, 而对于周期或准周期加载隔板研究很少. 这里所说的“准周期性”是指肋骨或隔板原则上按周期性布置, 但是由于结构和工艺上的原因, 实际位置与准确位置存在小的随机偏差. 这种现象在实际情况中经常发生.

Tran-Van-Nhieu 对水中有限长内部真空周期性加小环肋圆柱壳声散射进行了很多理论与实验研究^[1,2]. 通过角度 - 频率谱可以清晰看出, 周期加小环肋圆柱壳的散射声场主要有以下几部分组成: 1) 由圆柱壳刚性引起的镜反射回波; 2) 由圆柱壳弹性引起的正横附近的压缩波和剪切波; 3) 由周期性排列的肋骨引起的 Bragg 散射波和 Bloch-Floquet 弯

曲波, 前者属于几何回波后者属于弹性波. Douglas 对准周期加肋平板进行了一系列研究^[3-5], 计算表明当肋骨准周期排列时, 散射声场的背景与 Bloch 波都会出现扩散与增强作用, 并且当肋骨排列的随机因子很大时两者混叠在一起, 并指出这是由于 Anderson 局限性^[6]引起的. Tran-Van-Nhieu 在有限长周期加小环肋圆柱壳声散射的基础上推导了有限长准周期加小环肋圆柱壳的散射声场^[7]. 通过远场散射声场的角度-频率谱可以看出低阶次的 Bloch-Floquet 波影响区域变大条纹变宽, 而高阶次的 Bloch-Floquet 波衰减很快甚至淹没于背景噪声中.

对于圆柱壳内部加载其他子结构国外学者也做了很多研究, Guo^[8] 计算了内部真空加载弹簧振子的圆柱壳散射声场, 通过计算表明弹簧振子与壳体耦合作用只在中低频对远场散射声场起作用, 而在高频由于弹簧振子与圆柱壳连接处的阻抗降低, 所以内部加载荷的圆柱壳散射声场趋近于单纯圆柱壳的散射声场. Guo^[9] 也计算了内部沿轴向加载弹性平板的圆柱壳散射声场. 通过计算表明内部弹

* 国家自然科学基金(批准号: 11104183)资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: fanjun@sjtu.edu.cn

性平板主要通过两种方式对散射声场起作用, 分别是几何散射影响和平板自身共振影响, 前者对应内部加载质量重的平板, 这种情况类似于内部加载弹簧振子; 后者对应内部加载质量轻的平板, 此时平板的共振将导致平板与壳体连接处应力变大, 从而对散射声场产生影响.

潘安等^[10]对有限长内部周期加隔板圆柱壳声散射进行了理论与实验研究. 通过计算表明除周期加肋产生的 Bragg 散射与弯曲 Bloch-Floquet 波外, 周期性加隔板情况还存在明显的肋板共振亮线, 并且发生隔板共振与壳体弹性波、Bragg 散射波、弯曲 Bloch-Floquet 波耦合的现象. 本文在此基础上给出有限长内部真空准周期加隔板圆柱壳声散射理论推导, 并通过角度-频率谱分析隔板周期性的小随机变化对散射声场的影响.

2 理论分析

考虑水中平面波入射细长圆柱壳体, 圆柱壳半径为 a , 长度为 $2L$, 内部真空并排列一系列实肋板, 外部充满密度为 ρ_f 声速为 c_f 的流体, 以圆柱壳中心为原点 O , 圆柱壳轴向方向为 Z 轴建立直角坐标系, 如下图 1 所示.

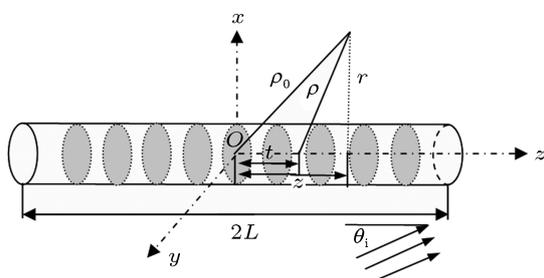


图 1 内部加隔板圆柱壳

轴线上一点到中心点 O 的距离为 t , 接收点到原点 O 为 ρ_0 , 到轴线距离为 r , 到轴向上一点距离为 ρ , $\rho = \sqrt{(z-t)^2 + r^2}$, 平面波沿 XOZ 平面入射与轴线夹角为 θ_i . 隔板半径 a , 厚度为 l_r , 隔板非周期排列, 隔板位置 $z = z_l$ ($l = 1:M$, M 为隔板总个数). 假设有限长圆柱壳的两端满足简支条件, 并忽略圆柱壳两端面对散射声场的影响, 并且圆柱壳为细长体 ($a/L \gg 1$), 圆柱壳壳厚满足 Donnell 薄壳理论, 隔板厚度满足薄板理论.

2.1 外部流体声场与壳体振动

圆柱壳外部流体声场可以分为三部分: 入射

声场、刚性引起的散射声场、弹性引起的散射声场, 三部分具体形式以及有限长圆柱壳位移 (u, v, w) 形式解见文献 [7]. 壳体振动应用薄壳 Donnell 方程描述^[11], 值得说明的是准周期加隔板时, 圆柱壳位移形式解与周期加隔板有所不同, 主要是轴向波数形式发生变化, 隔板周期排列时轴向波数 $k_{pj} = \frac{\pi p}{2L} + \frac{2\pi j}{d}$, 而隔板准周期排列时轴向波数 $k_p = \frac{p\pi}{2L}$, 这是因为当隔板周期排列时圆柱壳的振动不但以圆柱壳体长 $2L$ 为周期还要以隔板间距 d 为周期, 而当隔板准周期排列时圆柱壳振动只以体长 $2L$ 为周期.

2.2 肋骨振动

假设隔板作用力 (p_z, p_ϕ, p_r, M_B) 有如下形式:

$$\begin{aligned} p_z &= \sum_{l=1}^M p_z^l \delta(z - z_l), \\ p_\phi &= \sum_{l=1}^M p_\phi^l \delta(z - z_l), \\ p_r &= \sum_{l=1}^M p_r^l \delta(z - z_l), \\ M_B &= \sum_{l=1}^M M_B^l \delta'(z - z_l), \end{aligned} \quad (1)$$

其中上角标 l 代表隔板编号 ($l = 1:M$), z_l 为隔板位置, δ 和 δ' 分别是 δ 函数和 δ 函数的导数. 然后对 P_z, P_ϕ, P_r, M_B 中的 $\delta(z - z_l)$ 和 $\delta'(z - z_l)$ 分别做 $\cos[k_p(z + L)], \sin[k_p(z + L)], \sin[k_p(z + L)], \sin[k_p(z + L)]$ 展开得到

$$\begin{aligned} P_z &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{l=1}^M \varepsilon_n i^n \cos n\phi \cos[k_p(z_l + L)] \cos[k_p(z + L)] P_{zn}^l / L, \\ P_\phi &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{l=1}^M \varepsilon_n i^n \sin n\phi \sin[k_p(z_l + L)] \sin[k_p(z + L)] P_{\phi n}^l / L, \\ P_r &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{l=1}^M \varepsilon_n i^n \cos n\phi \sin[k_p(z_l + L)] \sin[k_p(z + L)] P_{rn}^l / L, \\ M_B &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{l=1}^M \varepsilon_n i^n \cos n\phi \cos[k_p(z_l + L)] \sin[k_p(z + L)] (-k_p) M_{Bn}^l / L. \end{aligned} \quad (2)$$

应用薄板理论^[12], 推导过程类似于周期加隔板的推导过程^[10], 得到

$$\begin{bmatrix} P_{znp} \\ P_{\varphi np} \\ P_{rnp} \\ M_{Bnp} \end{bmatrix} = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} RT_{11} & 0 & 0 & RT_{12} \\ 0 & AB_{22} & AB_{21} & 0 \\ 0 & AB_{12} & AB_{11} & 0 \\ -k_p RT_{21} & 0 & 0 & -k_p RT_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{q=1}^{\infty} \sum_{l=1}^M \cos[k_q(z_l+L)] \cos[k_p(z_l+L)] u_{nq} \\ \sum_{q=1}^{\infty} \sum_{l=1}^M \sin[k_q(z_l+L)] \sin[k_p(z_l+L)] v_{nq} \\ \sum_{q=1}^{\infty} \sum_{l=1}^M \sin[k_q(z_l+L)] \sin[k_p(z_l+L)] w_{nq} \\ \sum_{q=1}^{\infty} \sum_{l=1}^M \cos[k_q(z_l+L)] \cos[k_p(z_l+L)] k_q w_{nq} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

其中矩阵 RT 与矩阵 AB 各元素参见文献 [10] 的附录.

2.3 散射声场

将圆柱壳位移 (u, v, w) 展开式以及 (3) 式代入 Donnell 方程中, 矩阵 F 各元素见文献 [10] 的附录.

$$\begin{bmatrix} u_{np} \\ v_{np} \\ w_{np} \\ k_p w_{np} \end{bmatrix} = -\frac{1}{\rho_s c_s^2 h} \begin{bmatrix} F_{13} P_{np} \\ F_{23} P_{np} \\ F_{33} P_{np} \\ F_{33} k_p P_{np} \end{bmatrix} + \frac{1}{\rho_s c_s^2 h L} \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} & -k_p F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} & -k_p F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} & -k_p F_{33} \\ k_p F_{31} & k_p F_{32} & k_p F_{33} & -k_p^2 F_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} RT_{11} & 0 & 0 & RT_{12} \\ 0 & AB_{22} & AB_{21} & 0 \\ 0 & AB_{12} & AB_{11} & 0 \\ RT_{21} & 0 & 0 & RT_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{l=1}^M U S_{nl} \cos[k_p(z_l+L)] \\ \sum_{l=1}^M V S_{nl} \sin[k_p(z_l+L)] \\ \sum_{l=1}^M W S_{nl} \sin[k_p(z_l+L)] \\ \sum_{l=1}^M K W S_{nl} \cos[k_p(z_l+L)] \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \sum_{q=1}^{\infty} \cos[k_q(z_l+L)] u_{nq} &= U S_{nl}, \\ \sum_{q=1}^{\infty} \sin[k_q(z_l+L)] v_{nq} &= V S_{nl}, \\ \sum_{q=1}^{\infty} \sin[k_q(z_l+L)] w_{nq} &= W S_{nl}, \\ \sum_{q=1}^{\infty} \cos[k_q(z_l+L)] k_q w_{nq} &= K W S_{nl}. \end{aligned} \quad (5)$$

为求 $(u_{np}, v_{np}, w_{np}, k_p w_{np})$ 需要先求 $(U S_{nl}, V S_{nl}, W S_{nl}, K W S_{nl})$, 为此将 (4) 式等号左右每行分别乘 $\cos[k_p(z_j+L)], \sin[k_p(z_j+L)], \sin[k_p(z_j+L)], \cos[k_p(z_j+L)]$. 并按指数 $P = 1: \infty$ 叠加, 可以得到

$$\begin{bmatrix} U S_{nj} \\ V S_{nj} \\ W S_{nj} \\ K W S_{nj} \end{bmatrix} = -\frac{1}{\rho_s c_s^2 h} \begin{bmatrix} \sum_{p=1}^{\infty} F_{13} P_{np} \cos[k_p(z_j+L)] \\ \sum_{p=1}^{\infty} F_{23} P_{np} \sin[k_p(z_j+L)] \\ \sum_{p=1}^{\infty} F_{33} P_{np} \sin[k_p(z_j+L)] \\ \sum_{p=1}^{\infty} F_{33} k_p P_{np} \cos[k_p(z_j+L)] \end{bmatrix} + \frac{1}{\rho_s c_s^2 h L}$$

$$\times \begin{bmatrix} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{l=1}^M \{FA_{11} \cos[k_p(z_l+L)]US_{nl} + FA_{12} \sin[k_p(z_l+L)]VS_{nl} \\ + FA_{13} \sin[k_p(z_l+L)]WS_{nl} + FA_{14}KWS_{nl} \cos[k_p(z_l+L)]\} \cos[k_p(z_j+L)] \\ \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{l=1}^M \{FA_{21} \cos[k_p(z_l+L)]US_{nl} + FA_{22} \sin[k_p(z_l+L)]VS_{nl} + FA_{23} \sin[k_p(z_l+L)]WS_{nl} \\ + FA_{24}KWS_{nl} \cos[k_p(z_l+L)]\} \sin[k_p(z_j+L)] \\ \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{l=1}^M \{FA_{31} \cos[k_p(z_l+L)]US_{nl} + FA_{32} \sin[k_p(z_l+L)]VS_{nl} \\ + FA_{33} \sin[k_p(z_l+L)]WS_{nl} + FA_{34}KWS_{nl} \cos[k_p(z_l+L)]\} \sin[k_p(z_j+L)] \\ \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{l=1}^M \{FA_{41} \cos[k_p(z_l+L)]US_{nl} + FA_{42} \sin[k_p(z_l+L)]VS_{nl} \\ + FA_{43} \sin[k_p(z_l+L)]WS_{nl} + FA_{44}KWS_{nl} \cos[k_p(z_l+L)]\} \cos[k_p(z_j+L)] \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$FA = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} & -k_p F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} & -k_p F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} & -k_p F_{33} \\ k_p F_{31} & k_p F_{32} & k_p F_{33} & -k_p^2 F_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} RT_{11} & 0 & 0 & RT_{12} \\ 0 & AB_{22} & AB_{21} & 0 \\ 0 & AB_{12} & AB_{11} & 0 \\ RT_{21} & 0 & 0 & RT_{22} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

令 $j = 1:M$, 可以得到 $4M \times 4M$ 的线性方程组

$$\{\rho_s c_s^2 h L \times E - [UVW_{jl}]_{4M \times 4M}\} \bar{S}_{4M \times 1} = -L \times [\bar{\Delta}]_{4M \times 1}. \quad (8)$$

值得注意的是由于隔板并非严格的周期排列致使不能像隔板周期排列那样将合式结构 $\sum_q \sum_m \cos[k_{ql}(md+L)] \cos[k_{pj}(md+L)]$ 与 $\sum_q \sum_m \sin[k_{ql}(md+L)] \sin[k_{pj}(md+L)]$ 转化为两个常数^[10], 所以整个线性系统为 $4M$ 维大大增大了计算量, 这也是隔板准周期排列与周期排列的不同点.

对于 (8) 式中的矩阵 E 为 $4M \times 4M$ 阶单位阵, 矩阵 $[UVW_{jl}]_{4M \times 4M}$, $[\bar{S}_{4M \times 1}]$, $[\bar{\Delta}_{4M \times 1}]$ 各元素见本文附录 (A1)—(A6) 式. 通过 (8) 式 ($US_{nl}, VS_{nl}, WS_{nl}, KWS_{nl}$) 可解, 进而得到

$$w_{np} = -\frac{1}{\rho_s c_s^2 h} P_{np} F_{33} + \frac{1}{\rho_s c_s^2 h L} \left\{ \sum_{l=1}^M FA_{31} US_{nl} \cos[k_p(z_l+L)] \right. \\ \left. + \sum_{l=1}^M FA_{32} VS_{nl} \sin[k_p(z_l+L)] + \sum_{l=1}^M FA_{33} WS_{nl} \sin[k_p(z_l+L)] + \sum_{l=1}^M FA_{34} KWS_{nl} \cos[k_p(z_l+L)] \right\}. \quad (9)$$

接下来推导类似文献 [7,10], 可得收发合置情况下的散射声场

$$D_{\text{rig}} = \frac{i}{\pi k} \frac{\sin[2kL \cos \theta_i]}{\cos \theta_i} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (-1)^n \frac{J'_n(k_x a)}{H'_n(k_x a)}, \\ D_{\text{res}}^{ucs} = \frac{2L}{(\pi k_x a)^2} \frac{\rho_f \varpi^2 a}{\rho_s c_s^2 h} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p \in p_l} \varepsilon_n (-1)^n \frac{F^2(k_z L, k_p L)}{[H'_n(k_x a)]^2} F_{33}, \quad p_l = \{k_p < k: |k_z - k_p| L < \pi\}, \\ D_{\text{res}}^r = -\frac{1}{\pi} \frac{\rho_f \varpi^2 a}{\rho_s c_s^2 h} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p \in p_l} \sum_{l=1}^M \varepsilon_n (-1)^n F(k_z L, k_p L) \\ \times \frac{FA_{31} US_{nl} \cos[k_p(z_l+L)] + FA_{32} VS_{nl} \sin[k_p(z_l+L)] + FA_{33} WS_{nl} \sin[k_p(z_l+L)] + FA_{34} KWS_{nl} \cos[k_p(z_l+L)]}{k_x a H'_n(k_x a)}. \quad (10)$$

3 数值结果

为了验证以上推导的正确性, 首先计算周期加隔板圆柱壳声散射, 并与先前的结果比较. 证明公式无误后再计算准周期加隔板圆柱壳声散射, 分析当隔板准周期排列时散射声场的变化, 尤其是由隔板的周期性产生的 Bragg 散射波与 Bloch-Floquet 波的变化. 主要用角度 - 频率谱描述散射特性, 因为它含有丰富的信息量. 横坐标为角度从 10° — 90° 步长为 1° , 纵坐标为归一化频率 $\Omega = k_s a$ 从 1—12 步长为 $f_r/40$, f_r 为圆柱壳的环频率.

3.1 周期加隔板情况

模型参数与文献 [10] 理论计算参数一致, 图 2 给出周期加隔板圆柱壳声散射的角度 - 频率谱. 通过图 2 可以清晰看到周期加隔板圆柱壳远场散射声场的特征: 由壳体刚性产生的镜反射回波; 由周期性加隔板产生的 Bragg 散射波 (BS) 与 Bloch-Floquet 弯曲波 (BF), 前者为几何回波后者为弹性回波; 由隔板共振所引起的近乎平行于横轴的回波 (RR). 通过与文献 [10] 对比, 可以看出两者的计算结果是一致的.

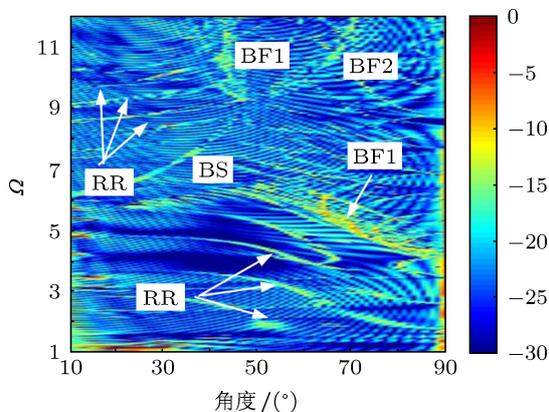


图 2 周期加隔板有限长圆柱壳散射声

3.2 准周期加隔板情况

为了与周期性加隔板的情况比较, 采用计算模型的基本参数相同但隔板位置有所变化, 定义隔板坐标如下表达式:

$$z_l = ld - L + \chi_l d, \quad l = 1:M, \quad (11)$$

其中 l 为隔板编号, 最左端隔板为 1 号, M 为隔板总个数, d 为隔板周期排列时的间距, L 为圆柱壳体长

的一半, χ_l 是在区间 $[-\tau/2, \tau/2]$ ($\tau \leq 1$) 随机均匀分布的一组数. 当 $\tau = 0$ 时, 隔板为周期排列, τ 越大, 隔板排列的不规则性越强. 值得注意的是, 从隔板坐标定义来看隔板的排列是在周期排列的基础上引入了一个小量从而导致了隔板的排列是在周期性加肋基础上存在一些不规则变化, 这样做的目标是为了便于观察散射声场中的 Bloch-Floquet 弯曲波、Bragg 散射波以及散射声场背景的变化.

同样计算收发合置情况下远场声散射的角度-频率谱如图 3 所示, 取四种情况分别是 $\tau = 0.1$, $\tau = 0.2$, $\tau = 0.3$, $\tau = 0.4$.

通过周期加隔板计算结果图 2 与准周期加隔板计算结果图 3 对比可以看出以下几点:

1) 当隔板准周期排列时, 散射声场的背景有所扩散而且比周期加隔板时要强 (如图中白色虚线框标示), 并且这种散射背景增强并不是随机性的而是以隔板周期排列时的背景为基础, 也就是说散射背景条纹在周期加隔板时也存在, 只是幅值较小表现不明显, 产生这种扩散与增强现象的原因是由于沿目标轴线方向传播的散射声波或者入射声波与 Bloch-Floquet 弯曲波耦合的结果, 并且可以看出这种散射背景扩散随着隔板的准周期性增强 (τ 增大) 而增强.

2) 准周期加隔板时 Bloch-Floquet 弯曲波也会出现增强和扩散现象 (如图中白色实线框标示), 增强是因为入射声波与沿轴向正方向 z_+ 传播的 Bloch-Floquet 弯曲波耦合或者是沿轴向负方向 z_- 传播的 Bloch-Floquet 弯曲波与散射波耦合的结果. Bloch-Floquet 弯曲波扩散现象是因为安德森局限性 (Anderson localization), 安德森局限性是指在周期性结构基础上存在的一些不规则性排列破坏了理想的通带和阻带, 即使在通带中并非所有频率上都可以远距离传播, 所以隔板的准周期性对 Bloch-Floquet 弯曲波的传播产生了一种限制作用, 缩短了其传播路径的长度所以会导致其在频谱上的扩散现象. 并且这种增强与扩散作用也随隔板的准周期性增强 (τ 增大) 而增强, 最后与背景噪声混在一起, 很难分辨.

3) 随着准周期性增强, 背景噪声也随之扩散增强, 导致肋骨共振条纹被掩盖而变得不明显.

4) 与周期加隔板的情况一样正横附近由壳体弹性产生的剪切波和纵波也消失, 这说明虽然隔板为准周期排列, 但由于加载隔板密集, 其板外弯曲振动对壳体的弹性波传播依然有很强的阻碍作用.

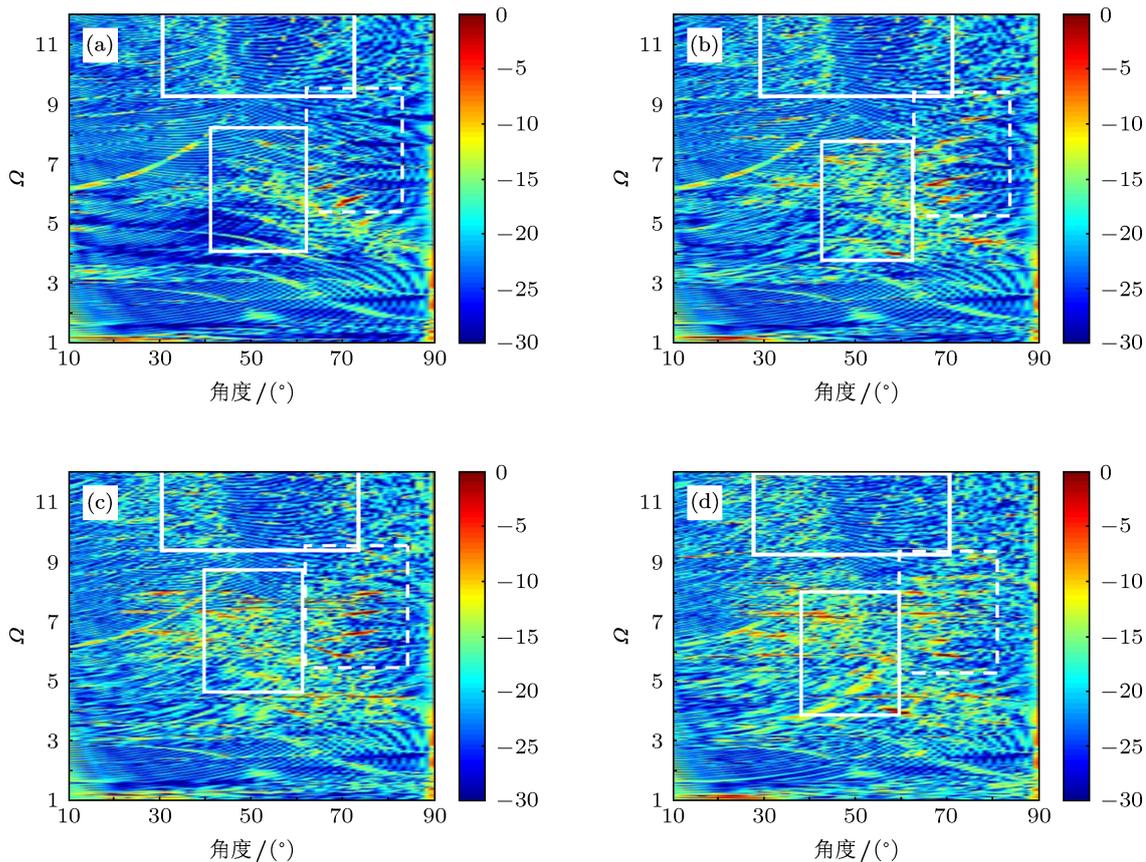


图3 准周期加隔板有限长圆柱壳散射声场 (a) $\tau = 0.1$; (b) $\tau = 0.2$; (c) $\tau = 0.3$; (d) $\tau = 0.4$

3.3 Bragg 散射的进一步讨论

3.3.1 Bragg 散射随不同随机因子的变化

由于角度-频率谱的幅值坐标隐藏的很难分析 Bragg 散射波的细致变化, 所以分别取图 3 中入射角为 25° 时 $\tau = 0, \tau = 0.1, \tau = 0.4$ 时的 Bragg 散射峰进行对比如图 4 所示.

通过比较可以看出, 对于上面的算例总的说来隔板排列的不规则性对 Bragg 散射影响比较小. 但也能看出随着随机因子 τ 的增大, Bragg 散射影响的频率范围变宽, 也就是说随着随机因子增大 Bragg 散射条纹变宽. 这说明当隔板安装存在误差时, Bragg 散射也会出现扩散现象并且误差越大隔板排列的随机性越强 Bragg 散射扩散的越明显.

3.3.2 Bragg 散射随隔板个数的变化

保证模型其他参数不变, 仅仅将圆柱壳长度分别变为原来的二分之一和两倍 (即增加和减少隔板的个数), 两个新模型长度分别为 L 和 $4L$. 然后比较随机因子 τ 一定时, Bragg 散射随隔板个数变化的情况, 如下图 5 所示. 由 Bragg 散射特性可知当保证隔板间距不变时, Bragg 散射在频谱图上出

现的位置也不发生变化, 即频谱图上三种长度模型的 Bragg 散射位置是相同的, 所以依然取入射角为 25° 时, 三种模型在 $\tau = 0, \tau = 0.4$ 情况下的 Bragg 散射峰.

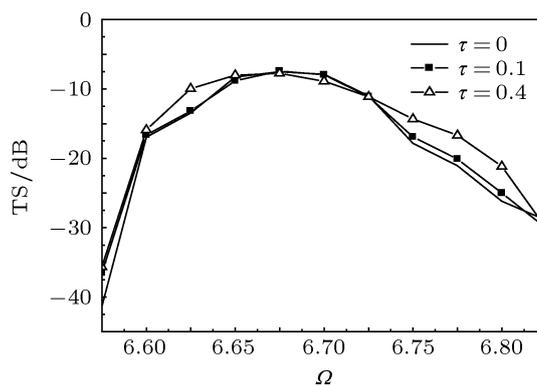


图4 不同随机分布的 Bragg 散射变化

从图 5 可以看出, 当模型长度为 L 时, Bragg 散射影响的频率范围为 Ω 从 6.45 到 6.92, 最大值为 -12.85 dB; 当模型长度为 $2L$ 时, Bragg 散射影响的频率范围为 Ω 从 6.575 到 6.825, 最大值为 -7.52

dB; 当模型长度为 $4L$ 时, Bragg 散射影响的频率范围为 Ω 从 6.625 到 6.75, 最大值为 -1.92 dB. 也就是说随机因子 τ 固定时, 隔板个数越多 Bragg 散射在频谱上影响区域越小但能量越集中.

3.3.3 隔板间距变化对 Bragg 散射的影响

将隔板间距扩大两倍其他参数不变, 图 6 给出隔板间距扩大两倍后不同随机因子时散射声场的角度-频率谱.

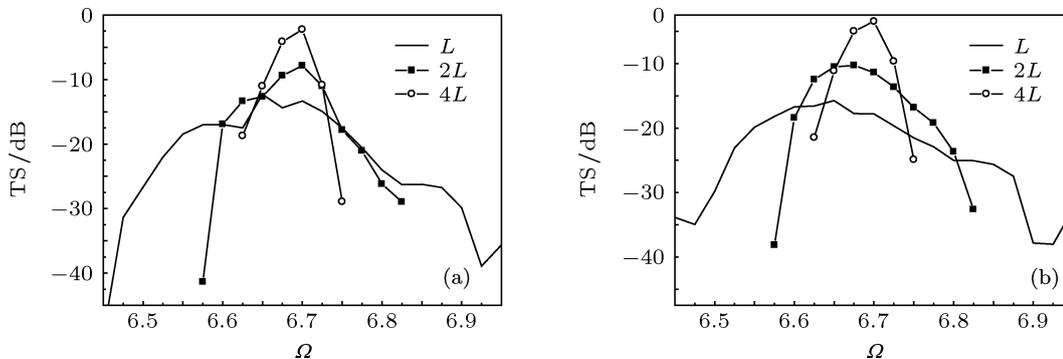


图 5 随机因子一定时 Bragg 散射随隔板个数的变化 (a) $\tau = 0$; (b) $\tau = 0.4$

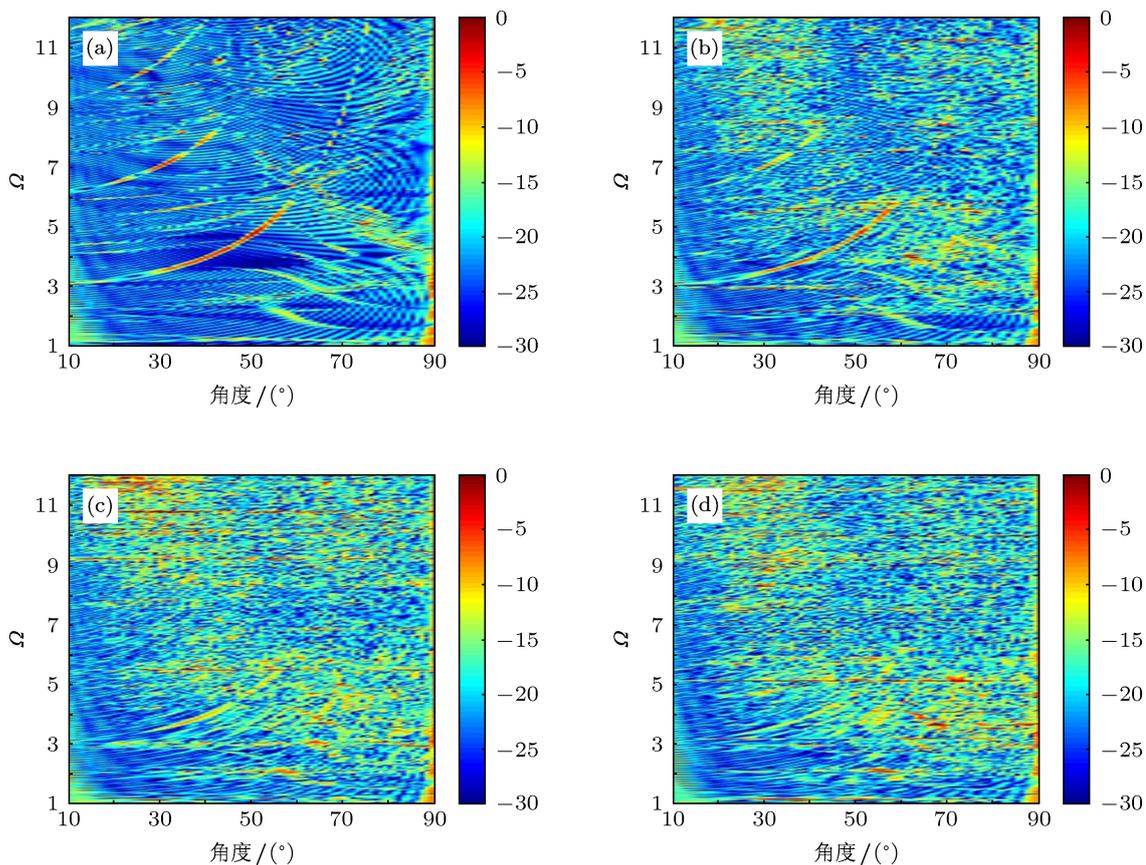


图 6 隔板间距为 $2d$ 时加隔板有限长圆柱壳散射声场 (a) $\tau = 0$; (b) $\tau = 0.2$; (c) $\tau = 0.4$; (d) $\tau = 0.5$

由图 2 和图 6(a) 对比可以看出当隔板周期排列时, 隔板间距变大 Bragg 散射条纹 (图中以外八字形式存在的亮条纹) 增多, 并且 Bragg 散射条纹

阶次越高能量越弱, 同阶次 Bragg 散射条纹能量最强在 30° 到 60° 之间, 入射角在此范围以外 Bragg 散射能量也削弱. 当隔板安装有一定随机误差时

如图 6(b) 所示可以看出高阶次的 Bragg 散射出现了明显的扩散甚至于淹没在背景噪声中, 这是因为高阶次的 Bragg 散射能量较弱对隔板位置较为敏感, 当隔板的安装随机误差增大时低阶的 Bragg 散射也会出现扩散现象并且和背景噪声混叠在一起, $\tau = 0.5$ 时整个频谱图中条纹完全混在一起辨别不出来各个回波的特征, 但是背景噪声出现了明显的增强.

3.3.4 Bragg 散射机理的近似分析

Bragg 散射机理是由入射波在隔板与壳体连接处所形成的几何散射波同相叠加形成的回波增强, 因此可以将隔板与壳体连接处简化成一个反射点, 用平面波从周期性直线排列反射点的反射来解释 Bragg 散射的机理. 设入射波是 $e^{i(kx \sin \theta + kz \cos \theta)}$, 并设每个反射点的反射系数都等于 R , 省略 x 方向的相位因子反射波可以表示成

$$P = R \sum_{l=1}^M e^{i(2kz_l \cos \theta)} = R e^{-i2kL \cos \theta} \sum_{l=1}^M e^{i2kd(l+\chi_l) \cos \theta}. \quad (12)$$

周期排列时 $\tau = 0, \chi_l = 0$, 利用级数求和公式得到

$$|P|^2 = |R|^2 \left| \frac{\sin(Mkd \cos \theta)}{M \sin(kd \cos \theta)} \right|^2. \quad (13)$$

反射波随频率和角度的变化规律与等间距点源阵列的指向性函数相同, 只不过这里的相位参数是 $kd \cos \theta$, 线阵列指向性函数中是 $kd \cos \theta / 2$. 反射波同相叠加的条件是 $kd \cos \theta = n\pi$, 给出角度 - 频率谱图中 Bragg 散射亮线的轨迹.

利用 (12) 和 (13) 式可以近似预报 Bragg 散射随各种参数的变化规律. 例如间距 d 不变时, 隔板个数越多波束越窄能量越集中. 这就是图 5 中随机因子一定时隔板个数越多 Bragg 散射影响的频率范围越小的原因. 当隔板位置存在不规则性时 Bragg 散射亮线发生变化, 图 7 是用 (12) 式计算的隔板间距 $2d, \tau = 0$, 和 $\tau = 0.2$ 时 Bragg 散射亮线分布, 图 7(a) 表明简单公式预报的位置与图 6 的计算结果一致, 图 7(b) 显示隔板位置的不规则性使得 Bragg 散射亮线扩散, 主峰变小边峰增大, 且阶次 (n) 越高影响越大. 但是此公式不能预报各阶次 Bragg 散射强度随入射角变化而变化的趋势, 因为 (12) 式假设隔板与壳体连接处的每个反射点的反射系数不随入射角变化而变化, 但是实际情况中当声波入射角度变化时, 每根隔板对声波的反射能力也是变化的, 所以各阶次的 Bragg 散射条纹强度随入射角度变化而变化.

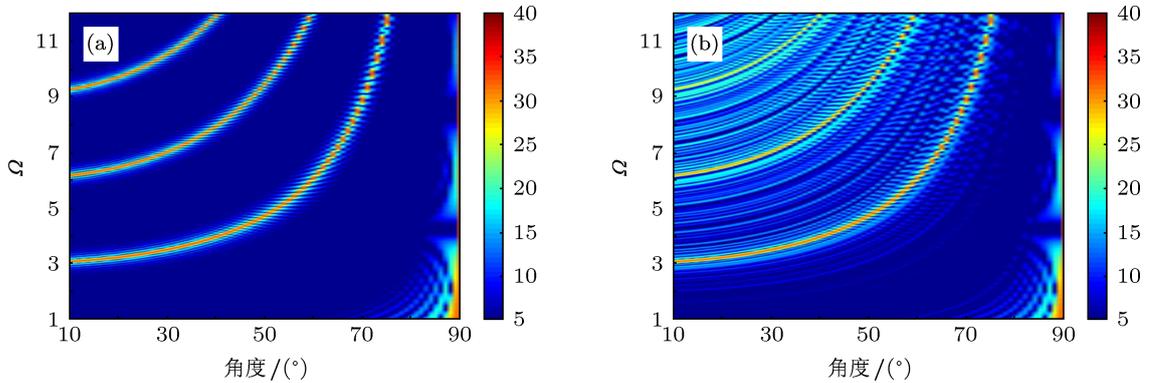


图 7 (11) 式预报的 Bragg 散射位置 (a) $\tau = 0$; (b) $\tau = 0.2$

4 结论

首先推导了准周期加隔板圆柱壳在收发合置情况下远场声散射理论公式, 壳体振动应用 Donnell 方程描述, 隔板振动应用相互独立的薄板纯弯曲振动和平面应力状态下的振动方程描述.

然后为验证理论推导的正确性计算了周期加隔板有限长圆柱壳声散射的散射声场并与之前结果对比, 在确保公式推导正确的前提下计算了准周期加隔板有限长圆柱壳的散射声场, 得到以下结论:

1. 隔板准周期排列导致 Bloch-Floquet 弯曲波和散射声场背景出现增强与扩散现象, 并且隔板自

身共振引起的近乎平行于横轴的隔板共振亮线也被散射声场背景所掩盖.

2. 与周期加隔板情况一样, 准周期加隔板时正横附近由壳体弹性引起的剪切波和纵波也消失.

3. 隔板准周期排列对 Bragg 散射有以下影响:

1) 随机因子越大 Bragg 散射条纹的频率范围越宽扩散越明显;

2) 隔板个数越多 Bragg 散射条纹的频率范围越窄能量越集中;

3) 隔板间距增大时出现高阶 Bragg 散射条纹, 当隔板准周期排列时越高阶的 Bragg 散射条纹扩散越严重.

根据 Bragg 散射的几何特征, 容易导出一个近似估算公式. 利用这个公式可以较准确预报 Bragg 散射在频谱图上出现的位置, 也可以大致预报隔板准周期排列时 Bragg 散射的扩散现象, 但是不能预报 Bragg 散射强度随入射角的变化趋势.

附录

矩阵 $[UVW_{jl}]_{4M \times 4M}$ 的形式如下:

$$[UVW_{jl}]_{4M \times 4M} = \begin{bmatrix} [UVW_{11}]_{4 \times 4} & \cdots & [UVW_{1M}]_{4 \times 4} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ [UVW_{M1}]_{4 \times 4} & \cdots & [UVW_{MM}]_{4 \times 4} \end{bmatrix}_{4M \times 4M}. \quad (A1)$$

令

$$T_1 = \cos[k_p(z_l + L)] \cos[k_p(z_j + L)],$$

$$T_2 = \sin[k_p(z_l + L)] \cos[k_p(z_j + L)],$$

$$T_3 = \cos[k_p(z_l + L)] \sin[k_p(z_j + L)],$$

$$T_4 = \sin[k_p(z_l + L)] \sin[k_p(z_j + L)],$$

所以矩阵 $[UVW_{jl}]_{4 \times 4}$ 形式如下:

$$[UVW_{jl}]_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} \sum_{p=1}^{\infty} FA_{11} \times T_1 & \sum_{p=1}^{\infty} FA_{12} \times T_2 & \sum_{p=1}^{\infty} FA_{13} \times T_2 & \sum_{p=1}^{\infty} FA_{14} \times T_1 \\ \sum_{p=1}^{\infty} FA_{21} \times T_3 & \sum_{p=1}^{\infty} FA_{22} \times T_4 & \sum_{p=1}^{\infty} FA_{23} \times T_4 & \sum_{p=1}^{\infty} FA_{22} \times T_3 \\ \sum_{p=1}^{\infty} FA_{31} \times T_3 & \sum_{p=1}^{\infty} FA_{32} \times T_4 & \sum_{p=1}^{\infty} FA_{33} \times T_4 & \sum_{p=1}^{\infty} FA_{34} \times T_3 \\ \sum_{p=1}^{\infty} FA_{41} \times T_1 & \sum_{p=1}^{\infty} FA_{42} \times T_2 & \sum_{p=1}^{\infty} FA_{43} \times T_2 & \sum_{p=1}^{\infty} FA_{44} \times T_1 \end{bmatrix}. \quad (A2)$$

矩阵 $\bar{S}_{4M \times 1}$ 的形式如下:

$$[\bar{S}_{4M \times 1}] = [[S^1_{1 \times 4}] \cdots [S^j_{1 \times 4}] \cdots [S^M_{1 \times 4}]]^T, \quad (A3)$$

其中矩阵

$$[S^j_{1 \times 4}] = [US_{nj}, VS_{nj}, WS_{nj}, KWS_{nj}], \quad (A4)$$

矩阵 $[\bar{\Delta}_{4M \times 1}]$ 的形式如下:

$$[\bar{\Delta}_{4M \times 1}] = [[\Delta^1_{1 \times 4}] \cdots [\Delta^j_{1 \times 4}] \cdots [\Delta^M_{1 \times 4}]]^T, \quad (A5)$$

其中

$$[\Delta^j_{1 \times 4}] = \begin{bmatrix} \sum_{p \in p_1} F_{13} P_{np} \cos[k_p(z_j + L)] \\ \sum_{p \in p_1} F_{23} P_{np} \sin[k_p(z_j + L)] \\ \sum_{p \in p_1} F_{33} P_{np} \sin[k_p(z_j + L)] \\ \sum_{p \in p_1} F_{33} k_p P_{np} \cos[k_p(z_j + L)] \end{bmatrix}, \quad (A6)$$

$$p_1 = \{k_p < k; |k_z - k_p|L < \pi\}, \quad k_z > 0.$$

[1] M Tran-Van-Nhieu 2001 *J. Acoust. Soc. Am.* **110** 2858
 [2] R Liétard, D Déculot, G Maze, M Tran-Van-Nhieu 2005 *J. Acoust. Soc. Am.* **118** 2142
 [3] Douglas M P 1991 *J. Acoust. Soc. Am.* **91** 771
 [4] Douglas M P 1991 *J. Acoust. Soc. Am.* **91** 1897
 [5] Douglas M P 1994 *J. Acoust. Soc. Am.* **97** 1409
 [6] Anderson P W 1957 *Phys. Rev* **109** 1492
 [7] Tran-Van-Nhieu M 2002 *J. Acoust. Soc. Am.* **112** 403
 [8] Guo Y P 1992 *J. Acoust. Soc. Am.* **91** 926
 [9] Guo Y P 1993 *J. Acoust. Soc. Am.* **93** 1936
 [10] Pan A, Fan J, Zhuo L K 2012 *Acta Phys. Sin.* (in Chinese) [潘安, 范军, 卓琳凯 2012 物理学报]
 [11] Miguel C J, Feit D 1986 *Sound, Structure and their interaction* 2nd ed (MIT Press, Cambridge, MA)
 [12] Guo Y P 1994 *J. Acoust. Soc. Am.* **95** 2550
 [13] Abramowitz M, Stegun I A 1970 *Handbook of mathematical functions with formulas graphs and mathematical tables* (Dover, New York)

Acoustic scattering from a finite quasi-periodic bulkhead cylindrical shell*

Pan An Fan Jun[†] Zhuo Lin-Kai

(State Key Laboratory of Ocean Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

(Received 30 May 2012; revised manuscript received 27 June 2012)

Abstract

Research on sound scattering from a finite quasi-periodic bulkhead cylindrical shell is conducted. The small deviation of bulkhead array exists. First some applications are given to investigate the problem of backscattering from a periodic bulkhead cylindrical shell in order to verify the theory. Then the angle-frequency spectrum of the backscattering from quasi-periodic bulkhead cylindrical shell is calculated, and the angle-frequency spectrum shows that the quasi-periodic array of bulkhead results in the diffusion of Bloch-Floquet wave and background field. However, the resonance of bulkheads is covered by background field. Finally, the influences of the array random variable of bulkheads, the number of bulkheads and the spacing between bulkheads are discussed. The calculations show that the diffusion of Bragg waves is more evident with array random variable increasing; the power of Bragg waves is concentrated with the number of bulkheads increasing; with the spacing between bulkheads becoming broad, the number of Bragg waves increases and the diffusion of high modes Bragg waves becomes more serious. Based on the geometric characteristics of Bragg waves, the approximate calculation formula of the Bragg wave position on the angle-frequency spectrum is presented. The formula can forecast the position of Bragg wave on the angle-frequency spectrum exactly and the diffusion of Bragg waves roughly when the bulkheads array quasi-periodic.

Keywords: quasi-periodic bulkheads, diffusion Bragg waves, diffusion Bloch-Floquet waves

PACS: 43.20.+g, 43.30.+m

DOI: 10.7498/aps.62.024301

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11104183).

[†] Corresponding author. E-mail: fanjun@sjtu.edu.cn