扩展的 (G'/G) 展开法和 Zakharov 方程组的新精确解*

尹君毅†

(河南农业大学信息与管理科学学院, 郑州　450002)

(2013年4月9日收到; 2013年7月30日收到修改稿)

对 (G'/G) 展开法进行了扩展, 引入了新的辅助方程, 对 (G'/G) 展开式附加了负指数幂, 并利用扩展的 (G'/G) 展开法求出了 Zakharov 方程组的一些新精确解. 该方法还可被应用到其他非线性演化方程中去.

关键词: (G'/G) 展开法, Zakharov 方程组, 精确解

PACS: 02.30.Jr, 02.30.Ik, 02.30.Hq　　**DOI:** 10.7498/aps.62.200202

1 引　言

求非线性演化方程的精确解是非线性科学中的重要研究课题, 多年来人们为此做了大量的工作, 取得了一系列重要成果 [1−39], 如创建了齐次平衡法 [1,2]、双曲正切展开法 [3,4]、反散射法 [5]、截断展开法 [6]、椭圆函数展开法 [7,8] 等重要方法. 最近, Wang 等 [9] 提出了 (G'/G) 展开法, 并利用该方法求出了多个非线性方程的精确解. 文献 [10] 利用 (G'/G) 展开法求高维非线性演化方程, 求出了 ANNV 系统的三种形式的精确解, 文献 [11] 将 (G'/G) 展开法推广到变系数非线性演化方程, 并成功地求出了两类变系数非线性 KdV 方程的精确解. 在新近发表的文献 [12—15] 中, 文献 [14] 对 (G'/G) 展开法的辅助方程做了改进, 将方程 (2) 或一类椭圆方程作为辅助方程, 利用方程 (2) 的通解及椭圆方程的特解构造了变系数 (2+1) 维 Nizhnik-Novikov-Vesselov 方程的三孤子解. 文献 [15] 在解的 (G'/G) 展开式中附加了负指数幂, 并利用辅助方程 (2) 及新型的展开式求出了两类方程的精确解. 上述文献中所用的辅助方程 (2) 若改用新的辅助方程 (7) 可获得更丰富的精确解.

Zakharov 方程组

$$u_{tt}-c_s^2u_{xx}-\sigma(|v|^2)_{xx}=0,$$

$$\mathrm{i}v_t+\mu v_{xx}-\delta uv=0 \tag{1}$$

是描写等离子体的高频运动或非线性光波的模型, 其中 u 是离子的数密度偏差, v 是电场强度的慢变振幅, c_s 是电子 - 离子热运动速度, σ, δ 为常数. 文献 [16, 7] 分别用扩展的双曲正切展开法、椭圆函数展开法求出了该方程组的多个精确解.

本文将 (G'/G) 展开法进行了扩展, 引入了新的辅助方程. 以往的文献都以线性方程

$$G''+\mu G'+\lambda G=0 \tag{2}$$

为辅助方程 [10,12−15]. 本文所引入的辅助方程为非线性方程, 方程 (2) 是新的辅助方程的特殊情形, 新辅助方程 (7) 的通解包含方程 (2) 的通解. 同时, 对 (G'/G) 展开式附加了负指数幂, 这样利用扩展的 (G'/G) 展开法使我们可以得到更丰富的精确解. 同时本文利用扩展的 (G'/G) 展开法求出了 Zakharov 方程组的一些新的精确解.

2 扩展的 (G'/G) 展开方法概述

步骤1　对于非线性演化方程

$$H(u,u_t,u_x,u_{tt},u_{tx},u_{xx},\cdots)=0, \tag{3}$$

H 是 u 及 u 关于 x,t 各阶导数的多项式. 首先对 (3) 式做行波变换

$$u(x,t)=u(\xi),\quad \xi=kx-\lambda t+\xi_0, \tag{4}$$

* 河南农业大学基金 (批准号: 30300204) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: yiy2000211@163.com

　

其中 k, λ 为待定常数. 经变换 (4) 式, 方程 (3) 就化为如下常微分方程:

$$H(u, u', u'', \cdots) = 0, \tag{5}$$

其中 $u' = \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\xi}, u'' = \dfrac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}\xi^2}, \cdots, H$ 是含 u 及 u 对 ξ 各阶导数的多项式.

步骤 2 设常微分方程 (5) 的解为

$$u(\xi) = \sum_{i=0}^{m} a_i \left(\frac{G'}{G}\right)^i + \sum_{i=-m}^{-1} a_i \left(\frac{G'}{G}\right)^i, \tag{6}$$

其中 G 满足如下形式的常微分方程:

$$G''G = \alpha G'^2 + \beta G G' + \gamma G^2, \tag{7}$$

(6), (7) 式中的 $\alpha, \beta, \gamma, a_i$ 均为待定系数, 正整数 m 由齐次平衡法确定.

步骤 3 将 (6) 式连同方程 (7) 代入方程 (5) 合并 (G'/G) 的相同幂次项, 令 (G'/G) 的各次幂的系数为零, 然后就得到了一个关于变量 $a_i (i = 1, 2, 3, \cdots, m)$, α, β, γ 的超定代数方程组 NAEs.

步骤 4 求解上述 NAEs, 得到 $a_i (i = 1, 2, 3, \cdots, m)$ 的若干解.

步骤 5 把步骤 4 中得到的各组解连同 (7) 式的解代回 (6) 式就得到了原方程 (5) 的多个精确解.

直接计算方程 (7) 可得

$$\frac{G'(\xi)}{G(\xi)} = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma}}{2(1-\alpha)} \left(\dfrac{C_1 \sinh\left(\frac{\sqrt{\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma}}{2}\xi\right) + C_2 \cosh\left(\frac{\sqrt{\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma}}{2}\xi\right)}{C_1 \cosh\left(\frac{\sqrt{\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma}}{2}\xi\right) + C_2 \sinh\left(\frac{\sqrt{\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma}}{2}\xi\right)} \right) + \dfrac{\beta}{2(1-\alpha)} & (\beta^2 - 4(\alpha-1)\gamma > 0, \alpha \neq 1) \\[2ex] \dfrac{\sqrt{4\alpha\gamma-\beta^2-4\gamma}}{2(1-\alpha)} \left(\dfrac{-C_1 \sin\left(\frac{\sqrt{4\alpha\gamma-\beta^2-4\gamma}}{2}\xi\right) + C_2 \cos\left(\frac{\sqrt{4\alpha\gamma-\beta^2-4\gamma}}{2}\xi\right)}{C_1 \cos\left(\frac{\sqrt{4\alpha\gamma-\beta^2-4\gamma}}{2}\xi\right) + C_2 \sin\left(\frac{\sqrt{4\alpha\gamma-\beta^2-4\gamma}}{2}\xi\right)} \right) + \dfrac{\beta}{2(1-\alpha)} & (4(\alpha-1)\gamma - \beta^2 > 0,\ \alpha \neq 1) \\[2ex] \dfrac{1}{(1-\alpha)} \left(\dfrac{C_1}{C_1\xi + C_2} + \dfrac{\beta}{2} \right) & (4(\alpha-1)\gamma - \beta^2 = 0, \alpha \neq 1) \end{cases},$$

其中, C_1, C_2 为任意常数.

3 Zakharov 方程组的新精确解

对方程组 (1) 引入变换

$$\begin{aligned} &u(x,t) = u(\xi), \\ &v = \varphi(\xi)\exp[\mathrm{i}(px - \omega t)], \\ &\xi = kx - \lambda t + \xi_0, \end{aligned} \tag{8}$$

其中 p, ω, k, λ 为待定系数. 将 (8) 式代入方程组 (1) 得

$$\begin{aligned} &(\lambda^2 - c_s^2 k^2) u'' - \sigma k^2 (\varphi^2)'' = 0, \\ &\mu k^2 \varphi'' + (\omega - \mu p^2)\varphi - \delta u \varphi \\ &+ \mathrm{i}(2\mu pk - \lambda)\varphi' = 0. \end{aligned} \tag{9}$$

对 (9) 式的第一式积分并取积分常数为零得

$$u = \frac{\sigma k^2}{\lambda^2 - c_s^2 k^2} \varphi^2. \tag{10}$$

对 (9) 式的第二式中取 $\lambda = 2\mu pk$, 并把 (10) 式代入整理后得

$$\lambda = 2\mu pk,$$

$$\mu k^2 \varphi'' + (\omega - \mu p^2)\varphi - \frac{\delta\sigma}{4\mu^2 p^2 - c_s^2}\varphi^3 = 0. \tag{11}$$

平衡 (11) 式非线性项及最高阶项得 $m = 1$, 于是方程 (11) 的解具有形式为

$$\varphi = a_0 + a_1 \frac{G'}{G} + a_{-1} \left(\frac{G'}{G}\right)^{-1}. \tag{12}$$

将 (12) 式代入 (11) 式合并 (G'/G) 的同次幂项的系数, 并令这些系数为零, 就得到一个关于变量 a_0, a_1, a_{-1} 的非线性代数方程组, 求解此方程组得到如下得两组解:

$$\begin{aligned} &a_0 = \pm\beta \frac{(\alpha-1)}{|\alpha-1|} \sqrt{\frac{\mu k^2 (4\mu^2 p^2 - c_s^2)}{2\delta\sigma}}, \\ &a_1 = \pm|\alpha-1| \sqrt{\frac{2\mu k^2 (4\mu^2 p^2 - c_s^2)}{\delta\sigma}}, \\ &a_{-1} = 0, \\ &(\beta^2/2 + 2\gamma - 2\alpha\gamma)\mu k^2 + \mu p^2 = \omega, \end{aligned} \tag{13}$$

或

$$a_0 = \pm\frac{\gamma}{|\gamma|}\beta\sqrt{\frac{\mu k^2(4\mu^2p^2-c_s^2)}{2\delta\sigma}},\ a_1=0,\ a_{-1}=\pm|\gamma|\sqrt{\frac{2\mu k^2(4\mu^2p^2-c_s^2)}{\delta\sigma}},\ (\beta^2/2+2\gamma-2\alpha\gamma)\mu k^2+\mu p^2=\omega. \tag{14}$$

情形 1 对 (13) 式, 当 $\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma>0$, 可得方程组 (1) 的双曲函数精确通解为

$$u_1=\frac{\mu k^4(4\mu^2p^2-c_s^2)(\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma)}{2\delta(\lambda^2-c_s^2k^2)}\left(\frac{C_1\sinh\left(\frac{\sqrt{\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma}}{2}\xi\right)+C_2\cosh\left(\frac{\sqrt{\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma}}{2}\xi\right)}{C_1\cosh\left(\frac{\sqrt{\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma}}{2}\xi\right)+C_2\sinh\left(\frac{\sqrt{\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma}}{2}\xi\right)}\right)^2,$$

$$v_1=\pm\sqrt{\frac{\mu k^2(4\mu^2p^2-c_s^2)}{2\delta\sigma(\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma)^{-1}}}\left(\frac{C_1\sinh\left(\frac{\sqrt{\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma}}{2}\xi\right)+C_2\cosh\left(\frac{\sqrt{\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma}}{2}\xi\right)}{C_1\cosh\left(\frac{\sqrt{\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma}}{2}\xi\right)+C_2\sinh\left(\frac{\sqrt{\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma}}{2}\xi\right)}\right)\exp[\mathrm{i}(px-\omega t)],$$

其中 $\xi=k(x-2\mu pt)+\xi_0$, $(\beta^2/2+2\gamma-2\alpha\gamma)\mu k^2+\mu p^2=\omega$. 特别地, 当 $C_2=0, C_1\neq0, \gamma=0, \beta>0$ 时, u_1, v_1 变为

$$u_{1a}=\frac{\mu k^4(4\mu^2p^2-c_s^2)\beta^2}{2\delta(\lambda^2-c_s^2k^2)}\left(\tanh^2\left(\frac{\beta}{2}\xi\right)\right),\quad v_{1a}=\pm\sqrt{\frac{\mu k^2(4\mu^2p^2-c_s^2)\beta^2}{2\delta\sigma}}\left(\tanh\left(\frac{\beta}{2}\xi\right)\right)\exp[\mathrm{i}(px-\omega t)],$$

u_{1a} 为扭结孤立波解, v_{1a} 为包络孤立波解. 当 $C_1=0, C_2\neq0, \gamma=0, \beta>0$ 时变为

$$u_{1b}=\frac{\mu k^4(4\mu^2p^2-c_s^2)\beta^2}{2\delta(\lambda^2-c_s^2k^2)}\left(\coth^2\left(\frac{\beta}{2}\xi\right)\right),\quad v_{1b}=\pm\sqrt{\frac{\mu k^2(4\mu^2p^2-c_s^2)\beta^2}{2\delta\sigma}}\left(\coth\left(\frac{\beta}{2}\xi\right)\right)\exp[\mathrm{i}(px-\omega t)],$$

u_{1b} 及 v_{1b} 为奇性孤立波解.

当 $\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma<0$ 时, 可得方程组 (1) 的三角函数精确通解为

$$u_2=\frac{\mu k^4(4\mu^2p^2-c_s^2)(\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma)}{2\delta(\lambda^2-c_s^2k^2)}\left(\frac{-C_1\sin\left(\frac{\sqrt{4\alpha\gamma-\beta^2-4\gamma}}{2}\xi\right)+C_2\cos\left(\frac{\sqrt{4\alpha\gamma-\beta^2-4\gamma}}{2}\xi\right)}{C_1\cos\left(\frac{\sqrt{4\alpha\gamma-\beta^2-4\gamma}}{2}\xi\right)+C_2\sin\left(\frac{\sqrt{4\alpha\gamma-\beta^2-4\gamma}}{2}\xi\right)}\right)^2,$$

$$v_2=\pm\sqrt{\frac{\mu k^2(4\mu^2p^2-c_s^2)}{2\delta\sigma(\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma)^{-1}}}\left(\frac{-C_1\sin\left(\frac{\sqrt{4\alpha\gamma-\beta^2-4\gamma}}{2}\xi\right)+C_2\cos\left(\frac{\sqrt{4\alpha\gamma-\beta^2-4\gamma}}{2}\xi\right)}{C_1\cos\left(\frac{\sqrt{4\alpha\gamma-\beta^2-4\gamma}}{2}\xi\right)+C_2\sin\left(\frac{\sqrt{4\alpha\gamma-\beta^2-4\gamma}}{2}\xi\right)}\right)\exp[\mathrm{i}(px-\omega t)],$$

其中 $\xi=k(x-2\mu pt)+\xi_0$, $(\beta^2/2+2\gamma-2\alpha\gamma)\mu k^2+\mu p^2=\omega$.

当 $\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma=0$, 可得方程组 (1) 的有理函数精确通解为

$$u_3=\frac{2\mu k^4(4\mu^2p^2-c_s^2)}{\delta(\lambda^2-c_s^2k^2)}\left(\frac{C_1}{C_1\xi+C_2}\right)^2,\quad v_3=\pm\sqrt{\frac{2\mu k^2(4\mu^2p^2-c_s^2)}{\delta\sigma}}\left(\frac{C_1}{C_1\xi+C_2}\right)\exp[\mathrm{i}(px-\omega t)],$$

其中 $\xi=k(x-2\mu pt)+\xi_0$, $(\beta^2/2+2\gamma-2\alpha\gamma)\mu k^2+\mu p^2=\omega$.

情形 2 对 (14) 式, 当 $\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma>0$, 可得方程组 (1) 的双曲函数精确通解为

$$u_4=\frac{\mu k^4(4\mu^2p^2-c_s^2)}{2\delta(\lambda^2-c_s^2k^2)}\left[\beta^2+4\beta\gamma\left(\frac{\sqrt{\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma}}{2(1-\alpha)}\mathrm{H}_1+\frac{\beta}{2(1-\alpha)}\right)^{-1}+\left(4\gamma^2\frac{\sqrt{\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma}}{2(1-\alpha)}\mathrm{H}_1+\frac{\beta}{2(1-\alpha)}\right)^{-2}\right],$$

$$v_4=\left[\pm\beta\sqrt{\frac{\mu k^2(4\mu^2p^2-c_s^2)}{2\delta\sigma}}\pm\gamma\sqrt{\frac{2\mu k^2(4\mu^2p^2-c_s^2)}{\delta\sigma}}\left(\frac{\sqrt{\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma}}{2(1-\alpha)}\mathrm{H}_1+\frac{\beta}{2(1-\alpha)}\right)^{-1}\right]\exp[\mathrm{i}(px-\omega t)],$$

其中, $\xi=k(x-2\mu pt)+\xi_0$, $(\beta^2/2+2\gamma-2\alpha\gamma)\mu k^2+\mu p^2=\omega$,

$$\mathrm{H}_1=\frac{C_1\sinh\left(\frac{\sqrt{\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma}}{2}\xi\right)+C_2\cosh\left(\frac{\sqrt{\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma}}{2}\xi\right)}{C_1\cosh\left(\frac{\sqrt{\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma}}{2}\xi\right)+C_2\sinh\left(\frac{\sqrt{\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma}}{2}\xi\right)}.$$

当 $\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma<0$ 时, 可得方程组 (1) 的三角函数精确通解为

$$u_5=\frac{\mu k^4(4\mu^2p^2-c_s^2)}{2\delta(\lambda^2-c_s^2k^2)}\left[\beta^2+4\beta\gamma\left(\frac{\sqrt{4\alpha\gamma-\beta^2-4\gamma}}{2(1-\alpha)}\mathrm{H}_2+\frac{\beta}{2(1-\alpha)}\right)^{-1}+4\gamma^2\left(\frac{\sqrt{4\alpha\gamma-\beta^2-4\gamma}}{2(1-\alpha)}\mathrm{H}_2+\frac{\beta}{2(1-\alpha)}\right)^{-2}\right],$$

$$v_5=\left[\pm\beta\sqrt{\frac{\mu k^2(4\mu^2p^2-c_s^2)}{2\delta\sigma}}\pm\gamma\sqrt{\frac{2\mu k^2(4\mu^2p^2-c_s^2)}{\delta\sigma}}\left(\frac{\sqrt{4\alpha\gamma-\beta^2-4\gamma}}{2(1-\alpha)}\mathrm{H}_2+\frac{\beta}{2(1-\alpha)}\right)^{-1}\right]\exp[\mathrm{i}(px-\omega t)],$$

其中, $\xi=k(x-2\mu pt)+\xi_0$, $(\beta^2/2+2\gamma-2\alpha\gamma)\mu k^2+\mu p^2=\omega$,

$$\mathrm{H}_2=\frac{-C_1\sin\left(\frac{\sqrt{4\alpha\gamma-\beta^2-4\gamma}}{2}\xi\right)+C_2\cos\left(\frac{\sqrt{4\alpha\gamma-\beta^2-4\gamma}}{2}\xi\right)}{C_1\cos\left(\frac{\sqrt{4\alpha\gamma-\beta^2-4\gamma}}{2}\xi\right)+C_2\sin\left(\frac{\sqrt{4\alpha\gamma-\beta^2-4\gamma}}{2}\xi\right)}.$$

当 $\beta^2+4\gamma-4\alpha\gamma=0$ 时, 可得方程组 (1) 的有理函数精确通解为

$$u_6=\frac{\mu k^4(4\mu^2p^2-c_s^2)}{2\delta(\lambda^2-c_s^2k^2)}\left[\beta^2+4\beta\gamma(1-\alpha)\left(\frac{C_1}{C_1\xi+C_2}+\frac{\beta}{2}\right)^{-1}+4\gamma^2(1-\alpha)^2\left(\frac{C_1}{C_1\xi+C_2}+\frac{\beta}{2}\right)^{-2}\right],$$

$$v_6=\left[\pm\beta\sqrt{\frac{\mu k^2(4\mu^2p^2-c_s^2)}{2\delta\sigma}}\pm\gamma\sqrt{\frac{2\mu k^2(4\mu^2p^2-c_s^2)}{\delta\sigma}}(1-\alpha)\left(\frac{C_1}{C_1\xi+C_2}+\frac{\beta}{2}\right)^{-1}\right]\exp[\mathrm{i}(px-\omega t)],$$

其中, $\xi=k(x-2\mu pt)+\xi_0$, $(\beta^2/2+2\gamma-2\alpha\gamma)\mu k^2+\mu p^2=\omega$. 当通解 u_4, v_4 中取特殊参数时可获得孤立波解. 以上各式中的 α 均假设 $\alpha\neq1$.

4 结 论

本文对 (G'/G) 展开法进行了扩展, 对 (G'/G) 展开式附加了负指数幂以及引入了新的非线性辅助方程. 其中新的辅助方程, 当 $\alpha=0$, $\beta=-\lambda$, $\gamma=-\mu$ 时为原辅助方程 (2), 利用新的辅助方程所求精确解包含了利用辅助方程 (2) 所得精确解. 因此扩展的 (G'/G) 展开法可以得到更加丰富的精确解. 同时本文利用扩展的 (G'/G) 展开法求出了 Zakharov 方程组的若干新精确解, 其中包括双曲函数、三角函数及有理函数的精确通解, 当双曲函数的通解中参数取特殊值时可得到对应通解的孤立波解. 这一方法还可用于其他非线性演化方程的求解.

[1] Wang M L 1995 *Acta Lett.* A **199** 169

[2] Fan E G, Zhang H Q 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 353 (in Chinese) [范恩贵, 张鸿庆 1998 物理学报 **47** 353]

[3] Li Z B, Zhang S Q 1997 *Acta Math. Sin.* **17** 81 (in Chinese) [李志斌, 张善卿 1997 数学物理学报 **17** 81]

[4] Shi Y R, Lü K P, Duan W S, Zhao J B 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2074 (in Chinese) [石玉仁, 吕克璞, 段文山, 赵金保 2001 物理学报 **50** 2074]

[5] Ablowitz M J, Clarkson P A 1991 *Solitons, Nonlinear Evolution Equations and Inverse Scattering* (Gambridge: Gambridge University Press)

[6] Lou S Y 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 1739 (in Chinese) [楼森岳 1998 物理学报 **47** 1739]

[7] Wu G J, Zhang M, Shi L M, Zhang W L, Han J H 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5055 (in Chinese) [吴国将, 张苗, 史良马, 张文亮, 韩家骅 2007 物理学报 **56** 5055]

[8] Liu S K, Fu Z T, Liu S D, Zhao Q 2001 *Phys. Lett.* A **289** 69

[9] Wang M L, Li X Z, Zhang J L 2008 *Phys. Lett.* A **372** 417

[10] Li B Q, Ma Y L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 4373 (in Chinese) [李帮庆, 马玉兰 2009 物理学报 **58** 4373]

[11] Pang J, Jin L H, Zhao Q 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 140201 (in Chinese) [庞晶, 靳玲花, 赵强 2012 物理学报 **61** 140201]

[12] Taogetusang 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 070202 (in Chinese) [套格图桑 2013 物理学报 **62** 070202]

[13] Bekir A, Ayhan B, Özer M N 2013 *Chin. Phys.* B **22** 010202

[14] Xu L L, Chen H T 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 090204 (in Chinese) [徐兰兰, 陈怀堂 2013 物理学报 **62** 090204]

[15] Inc M, Ulutas E, Biswas A 2013 *Chin. Phys.* B **22** 060204

[16] Huang D J, Zhang H Q 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2434 (in Chinese) [黄定江, 张鸿庆 2004 物理学报 **53** 2434]

[17] Ma S H, Fang J P 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 180505 (in Chinese) [马松华, 方建平 2012 物理学报 **61** 180505]

[18] Wang M L, Zhou Y B 1996 *Phys. Lett.* A **216** 67

[19] Wang M L, Zhou Y B 2003 *Phys. Lett.* A **318** 84

[20] Ma S H, Fang J P, Zheng C L 2008 *Chin. Phys.* B **17** 2767

[21] Fang J P, Zheng C L, Zhu J M 2005 *Commun. Theor. Phys.* **44** 203

[22] Zuo J M 2010 *Appl. Math. Comput.* **217** 376

[23] Liu P, Li Z L 2013 *Chin. Phys.* B **22** 050204

[24] Shehata A R 2010 *Appl. Math. Comput.* **217** 1

[25] Zhang S 2007 *Phys. Lett.* A **368** 470
[26] Zhang S, Xia T C 2007 *Phys. Lett.* A **363** 356
[27] Wu J P 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 060207
[28] Liu S K, Zhao Q, Liu S D 2011 *Chin. Phys.* B **20** 040202
[29] Zayed E M E 2009 *Appl. Math. Comput.* **30** 89
[30] Bekir A 2008 *Phys. Scr.* A **77** 501
[31] Zhang S 2006 *Phys. Lett.* A **358** 414
[32] Wei Y, Yue C, Zhang Y F 2007 *Chin. Phys.* **16** 588
[33] Li Z L 2009 *Chin. Phys.* B **18** 4074
[34] Lu B, Zhang H Q 2008 *Chin. Phys.* B **17** 3974
[35] Chen L Q, Zhang H Q, Gu S L 2007 *Chin. Phys.* **16** 582
[36] Zhang S L, Qu C Z, Lou S Y 2005 *Chin. Phys.* **14** 1486
[37] Fan E G, Chen Y 2007 *Chin. Phys.* **16** 6
[38] Zuo J M, Zhang Y M 2011 *Chin. Phys.* B **20** 010205
[39] Shi Y R, Zhang J, Yang H J, Duan W S 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 7564 (in Chinese) [石玉仁, 张娟, 杨红娟, 段文山 2010 物理学报 **59** 7564]

Extended expansion method for (G'/G) and new exact solutions of Zakharov equations*

Yin Jun-Yi†

(*College of Information and Management Science, Henan Agricultural University, Zhengzhou* 450002*, China*)

(Received 9 April 2013; revised manuscript received 30 July 2013)

Abstract

We generalize the (G'/G)-expansion method, introduce new auxiliary equation and add negative power exponent. We obtain some new exact solutions of Zakharov equations using the extended (G'/G)-expansion method. This method can also be applied to other nonlinear evolution equations.

Keywords: (G'/G)-expansion, Zakharov equations, exact solutions

PACS: 02.30.Jr, 02.30.Ik, 02.30.Hq **DOI:** 10.7498/aps.62.200202

* Project supported by the Henan Agricultural University Foundation, China (Grant No. 30300204).

† Corresponding author. E-mail: yiy2000211@163.com