

## 一种应用于量子数据压缩的幺正变换生成方法\*

梁彦霞<sup>†</sup> 聂敏

(西安邮电大学通信与信息工程学院, 西安 710121)

(2013年6月5日收到; 2013年7月15日收到修改稿)

提出了一种两类正交基矢按照特定要求相互转换的幺正变换生成方法. 特定要求为第一类基矢中特定的四种典型基矢经幺正变换后, 第三个量子比特特定为  $|0\rangle$ , 而四种非典型基矢经幺正变换后, 第三个量子比特为  $|1\rangle$ . 将该幺正变换应用于量子数据压缩, 准确度达到 0.942. 该方法的提出为量子压缩和解压缩的实现提供了基础, 对于其他要求特定对应关系的幺正变换的生成具有借鉴意义.

**关键词:** 幺正变换, 正交基矢, 特定要求, 量子压缩

**PACS:** 03.67.Hk, 03.67.Lx, 03.67.-a, 03.67.Pp

**DOI:** 10.7498/aps.62.200305

## 1 引言

近年来量子通信在物理与通信学科的双重激励下发展迅速. 很多学者在量子纠缠<sup>[1-5]</sup>、量子远程传态<sup>[6-10]</sup>、量子信令<sup>[11]</sup>等方面进行了研究. 在经典通信领域, 传输的信息具有一定的冗余性, 去除信息冗余以减少传输信息比特的方法称为压缩, 信息的压缩可以起到节约资源的目的. 在量子通信领域, 也要进行量子压缩, 即将表达量子信息的多个量子比特采用较少的量子比特来传输.

量子压缩技术随着量子编码技术的发展而逐步得到发展. 1995年, Schumacher<sup>[12]</sup>证明了量子信息论类似于经典信息论中无噪编码的理论. 之后, Divicenzo<sup>[13]</sup>将 Schumacher 的编码方法进行了仿真, 并对其在时间、空间等方面进行了评估. 1998年, Jozsa 等<sup>[14]</sup>提出了一种通用的量子信息压缩方法, 该方法并没有指定具体的信源内容, 只是对通用信源的一个讨论. 之后, 有学者在分布式压缩编码<sup>[15,16]</sup>、固定长度编码及变长编码<sup>[17,18]</sup>、块编码<sup>[19]</sup>等方面做了相应的研究.

无论在何种量子数据压缩算法中, “准确度”是

衡量量子信息传输质量的重要指标. 为了在量子压缩的过程中满足一定的准确度要求, 将所有可能的“量子码字”所定义的量子空间进行“典型性”分类, 再根据“典型性”的不同, 将一类基矢表达的量子态通过幺正变换转换成指定形式的量子态, 才能进一步完成量子数据压缩. 目前在参考文献[20]中已经提到此问题, 但未有详细的转换方法.

本文首先以某一特例提出典型空间划分的过程, 这是量子压缩的前提; 其次, 介绍了量子压缩与解压缩的过程, 提出满足特定要求的幺正变换的需求; 最后提出特定幺正变换的具体实现过程, 并计算出该幺正变换下量子信息的“准确度”, 并与采用最大可能态矢猜测的“准确度”进行了对比.

## 2 典型空间划分与量子压缩解压缩

## 2.1 典型空间划分

为了更具体地讨论典型空间划分方法, 从二维空间开始建立基矢, 并张量至八维空间进行量子压缩的讨论. 首先, 在二维空间  $V$  内, 以基矢  $|0\rangle$  和  $|1\rangle$  建立量子信道传输信息  $\{|a\rangle, |b\rangle\}$ , 如下式所示:

\* 国家自然科学基金(批准号: 61172071, 61102047)、国家科技重大专项(批准号: 2012ZX03001025-004)和陕西省教育厅科研计划专项(批准号: 11JK1016)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: liangyanxia201@xupt.edu.cn

$$\begin{cases} |a\rangle = |0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \\ |b\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \end{cases} \quad (1)$$

同时计算信息的符号密度算符  $\rho = p_a|a\rangle\langle a| + p_b|b\rangle\langle b|$ , 并求出  $\rho$  的特征向量  $|\lambda_a\rangle$  和  $|\lambda_b\rangle$ , 见 (2) 和 (3) 式. 选择的符号信息满足  $\rho$  的特征向量完备正交的条件, 因此  $|\lambda_a\rangle$  和  $|\lambda_b\rangle$  构成空间  $U$  的完备正交基矢:

$$|\lambda_a\rangle = \begin{pmatrix} \cos(\pi/8) \\ \sin(\pi/8) \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$|\lambda_b\rangle = \begin{pmatrix} \sin(\pi/8) \\ -\cos(\pi/8) \end{pmatrix}. \quad (3)$$

将消息延伸到 3 个量子比特, 则消息结果如 (4) 式所示:

$$\begin{aligned} |M\rangle = & |aaa\rangle, |aab\rangle, |aba\rangle, |abb\rangle, |baa\rangle, \\ & |bab\rangle, |bba\rangle, |bbb\rangle. \end{aligned} \quad (4)$$

利用 (2), (3) 和 (4) 式可以得到  $|M\rangle$  对应空间的正交基矢  $\{\lambda_i, \lambda_j, \lambda_k = \lambda_a, \lambda_b\}$ , 计算方法为  $|\lambda_i\lambda_j\lambda_k\rangle = |\lambda_i\rangle \otimes |\lambda_j\rangle \otimes |\lambda_k\rangle$ , 例如:

$$\begin{aligned} |\lambda_a\lambda_a\lambda_b\rangle = & |\lambda_a\rangle \otimes |\lambda_a\rangle \otimes |\lambda_b\rangle \\ = & \begin{cases} \sin\frac{\pi}{8}\cos^2\frac{\pi}{8} \\ -\cos^3\frac{\pi}{8} \\ \sin^2\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8} \\ -\sin\frac{\pi}{8}\cos^2\frac{\pi}{8} \\ \sin^2\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8} \\ -\sin\frac{\pi}{8}\cos^2\frac{\pi}{8} \\ \sin^3\frac{\pi}{8} \\ -\sin^2\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8} \end{cases}. \end{aligned} \quad (5)$$

以此类推, 分别求出所有基矢. 为了进行典型与非典型空间的划分, 需要计算消息与正交基矢的交叠  $|\langle\psi|M\rangle|^2$ , 如下所示:

$$|\langle\lambda_a\lambda_a\lambda_a|M\rangle|^2$$

$$= \lambda_a^3 = \cos^6(\pi/8) = 0.6219, \quad (6)$$

$$|\langle\lambda_a\lambda_a\lambda_b|M\rangle|^2$$

$$= |\langle\lambda_a\lambda_b\lambda_a|M\rangle|^2 = |\langle\lambda_b\lambda_a\lambda_a|M\rangle|^2$$

$$= \lambda_a^2\lambda_b = \cos^4(\pi/8)\sin^2(\pi/8)$$

$$= 0.1067, \quad (7)$$

$$|\langle\lambda_a\lambda_b\lambda_b|M\rangle|^2$$

$$= |\langle\lambda_b\lambda_a\lambda_b|M\rangle|^2 = |\langle\lambda_b\lambda_b\lambda_a|M\rangle|^2$$

$$= \lambda_a\lambda_b^2 = \cos^2(\pi/8)\sin^4(\pi/8)$$

$$= 0.0183, \quad (8)$$

$$|\langle\lambda_b\lambda_b\lambda_b|M\rangle|^2$$

$$= \lambda_b^3 = \sin^6(\pi/8) = 0.0031. \quad (9)$$

由此可见, 由  $\Omega = \{|\lambda_a\lambda_a\lambda_a\rangle, |\lambda_a\lambda_a\lambda_b\rangle, |\lambda_a\lambda_b\lambda_a\rangle, |\lambda_b\lambda_a\lambda_a\rangle\}$  定义的子空间发生的概率大, 而正交补子空间 (complement)  $\Omega^\perp = \{|\lambda_a\lambda_b\lambda_b\rangle, |\lambda_b\lambda_a\lambda_b\rangle, |\lambda_b\lambda_b\lambda_a\rangle, |\lambda_b\lambda_b\lambda_b\rangle\}$  发生的概率小. 这意味着, 使用从特征态基矢  $\Lambda = \{|\lambda_a\rangle, |\lambda_b\rangle\}^{\otimes 3}$  中得到的态  $|\psi\rangle$  来进行任何测量, 其测量结果映射在子空间  $\Omega$  比映射在空间  $\Omega^\perp$  的可能性更大, 其相应的概率分别为  $p(\Omega) = \lambda_a^3 + 3\lambda_a^2\lambda_b = 0.6219 + 3 \times 0.1067 = 0.942 \equiv 1 - \delta$  和  $p(\Omega^\perp) = 3\lambda_a\lambda_b^2 + \lambda_b^3 = 3 \times 0.0183 + 0.0031 = 0.058 \equiv \delta$ .

## 2.2 量子压缩与解压缩

测量结果映射在典型空间  $\Omega$  与非典型空间  $\Omega^\perp$  子空间的概率不同, 这是进行量子压缩的基础. 对于典型子空间  $\Omega$ , 称任何  $|\psi_{\text{typ}}\rangle = |\lambda_a\lambda_a\lambda_a\rangle + |\lambda_a\lambda_a\lambda_b\rangle + |\lambda_a\lambda_b\lambda_a\rangle + |\lambda_b\lambda_a\lambda_a\rangle$  形式的消息都是量子信息论中的典型态. 由 (6)–(9) 式知, 使用从特征态基矢  $\Lambda = \{|\lambda_a\rangle, |\lambda_b\rangle\}^{\otimes 3}$  中得到的态  $|\psi\rangle$  来进行任何测量, 其测量结果映射在典型子空间  $\Omega$  的概率为 0.942.

### 2.2.1 量子压缩

为了进行消息的量子压缩, 发射方 Alice 要做如下步骤. Alice 应用上述么正变换  $U$  将四种典型态 (称为  $|\psi_{\text{typ}}\rangle$ ) 被转换为  $|xy0\rangle = |xy\rangle \otimes |0\rangle$  的形式, 将另外四种非典型态被转换为  $|xy1\rangle = |xy\rangle \otimes |1\rangle$  形式的态, 并称  $|\psi'\rangle = U|\psi\rangle$  为这种重新编码的结果. 接收方 Bob 也能够通过进行逆变换  $|\psi\rangle = U^{-1}|\psi'\rangle$  恢复原始状态  $|\psi\rangle$ .

Alice 在  $|\psi\rangle$  的第 3 个量子比特上进行测量:

1) 如果测量的结果是 0, 那么消息状态为  $|xy0\rangle$ , 为典型态;

2) 如果测量的结果是 1, 那么消息状态为  $|zk1\rangle$ , 为非典型态;

不管何种测量结果, Alice 均将此 2-qubit 的量子信息送入量子信道, 只是对于不同的测量结果, 对应不同的状况;

3) 如果结果为 0, 被送入量子信道的两个量子比特为  $|xy\rangle$ , 这两个量子比特称为  $|\psi_{\text{comp1}}\rangle$ ;

4) 如果结果为 1, 被送入量子信道的两个量子比特为  $|zk\rangle$ ; 满足  $U^{-1}(|zk\rangle \otimes |0\rangle) = \text{典型态}$ .

### 2.2.2 量子解压缩

Bob 将量子比特  $|0\rangle$  附加在接收的消息上, 这样该消息变成了  $|xy\rangle \otimes |0\rangle$  或者  $|zk\rangle \otimes |0\rangle$ , 并进行  $U^{-1}$  变换:

$$\begin{cases} |\psi''\rangle = U^{-1}(\psi_{\text{comp1}} \otimes |0\rangle) = U^{-1}|xy0\rangle \\ \quad = |\psi_{\text{typ}}\rangle, \\ |\psi'''\rangle = U^{-1}(\psi_{\text{comp2}} \otimes |0\rangle) = \text{典型态}. \end{cases} \quad (10)$$

在解压缩中, 接收端恢复原始消息态  $|\psi_{\text{typ}}\rangle$ , 同时非典型态也转换为典型态, 但是从特征态基矢  $\Lambda = \{|\lambda_a\rangle, |\lambda_b\rangle\}^{\otimes 3}$  中得到的态  $|\psi\rangle$  来进行任何测量, 其测量结果映射在非典型子空间  $\Omega^\perp$  的概率只有 0.058, 因此只是偶尔会得到一些由非典型态转换而来的典型态.

### 3 特定么正变换的实现

由上述可知, 若要实现量子压缩与解压缩, 特定条件的么正变换显得非常重要. 其中的特定条件为正交子空间的基矢经么正变换变为第二类基矢后, 基矢的第三位为  $|0\rangle$ ; 正交补子空间的基矢经么正变换变为第二类基矢后, 基矢的第三位为  $|1\rangle$ .

第一类基矢用  $|\lambda_i\lambda_j\lambda_k\rangle$  表示,  $i, j = a, b$ ; 第二类基矢用  $|u_l\rangle$  表示,  $u_1 = 000, u_2 = 001, u_3 = 010, u_4 = 011, \dots$ . 第一类基矢转换为第二类基矢的么正变换用  $U$  表示, 则  $U = \sum_{l=1}^n |u_l\rangle\langle\lambda_i\lambda_j\lambda_k|$ . 为满足特

定条件, 将  $|\lambda_i\lambda_j\lambda_k\rangle$  与  $|u_l\rangle$  按图 1 所示相对应, 即可得到特定关系的么正变换. 即  $l=1$  时,  $i=a, j=a, k=a$ ;  $l=2$  时,  $i=a, j=b, k=b$ ;  $l=3$  时,  $i=a, j=a, k=b$ ; 以此类推.

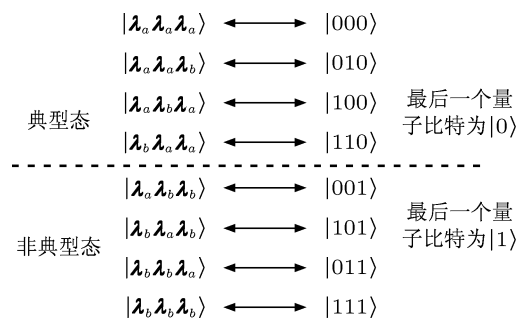


图 1 两类基矢对应关系

经对应关系转换后, 得到的么正变换为

$$U = \begin{bmatrix} \cos^3 \frac{\pi}{8} & \sin \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} & \sin \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} & \sin^2 \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} & \sin \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} & \sin^2 \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} & \sin^2 \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} & \sin^3 \frac{\pi}{8} \\ \sin^2 \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} & -\sin \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} & -\sin \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} & \cos^3 \frac{\pi}{8} & \sin^3 \frac{\pi}{8} & -\sin^2 \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} & -\sin^2 \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} & \sin \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} \\ \sin \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} & -\cos^3 \frac{\pi}{8} & \sin^2 \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} & -\sin \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} & \sin^2 \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} & -\sin \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} & \sin^3 \frac{\pi}{8} & -\sin^2 \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} \\ \sin^2 \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} & -\sin \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} & \sin^3 \frac{\pi}{8} & -\sin^2 \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} & -\sin \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} & \cos^3 \frac{\pi}{8} & -\sin^2 \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} & \sin \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} \\ \sin \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} & \sin^2 \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} & -\cos^3 \frac{\pi}{8} & -\sin \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} & \sin^2 \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} & \sin^3 \frac{\pi}{8} & -\sin \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} & -\sin^2 \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} \\ \sin^2 \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} & \sin^3 \frac{\pi}{8} & -\sin \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} & -\sin^2 \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} & -\sin \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} & -\sin^2 \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} & \cos^3 \frac{\pi}{8} & \sin \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} \\ \sin \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} & \sin^2 \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} & \sin^2 \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} & \sin^3 \frac{\pi}{8} & -\cos^3 \frac{\pi}{8} & -\sin \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} & -\sin \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} & -\sin^2 \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} \\ \sin^3 \frac{\pi}{8} & -\sin^2 \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} & -\sin^2 \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} & \sin \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} & -\sin^2 \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} & \sin \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} & \sin \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8} & -\cos^3 \frac{\pi}{8} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

### 4 量子压缩准确度衡量

衡量量子压缩的一个重要参数为准确度 (fi-

delity), 其定义为

$$F = \langle \psi | \rho | \psi \rangle = \sum_{i,j,k} p_{i,j,k} |\langle \psi | ijk \rangle|^2 \quad (i, j, k = a, b), \quad (12)$$

这里  $|\psi\rangle$  为任意测量态. 假设各种消息出现的概率相等  $p_{i,j,k} = 1/8$ , 准确度降至  $F = \sum_{i,j,k} |\langle\psi|ijk\rangle|^2/8$ .

显然准确度是对于测量的选择  $|\psi\rangle = |\lambda_a\lambda_a\lambda_a\rangle$  的一个最大值, 可得到  $F = 0.621$ .

Bob 完成重建后, 解压之后的密度算符设为  $\tilde{\rho}$ . 原始消息  $|\psi\rangle$  密度算符为  $|\psi\rangle\langle\psi|$ . 它在典型空间  $\Omega$  的投影为  $E|\psi\rangle\langle\psi|E^\dagger = E|\psi\rangle\langle\psi|E$ , 这是  $\tilde{\rho}$  的第一个分量, 它对应于典型消息状态  $|\psi_{\text{typ}}\rangle$ . 其中,  $E$  为典型子空间  $\Omega$  的投影算子, 满足

$$E = \sum_{|\lambda_i\lambda_j\lambda_k\rangle \in \Omega} |\lambda_i\lambda_j\lambda_k\rangle\langle\lambda_i\lambda_j\lambda_k|. \quad (13)$$

$\tilde{\rho}$  的第二个分量对应于非典型消息态, 由于非典型消息经过  $U^{-1}$  也为典型态 (10) 式, 故  $\tilde{\rho}_{\text{junk}} = \langle\psi|(I - E)|\psi\rangle(|\lambda_a\lambda_a\lambda_a\rangle\langle\lambda_a\lambda_a\lambda_a| + |\lambda_a\lambda_a\lambda_b\rangle\langle\lambda_a\lambda_a\lambda_b| + |\lambda_a\lambda_b\lambda_a\rangle\langle\lambda_a\lambda_b\lambda_a| + |\lambda_b\lambda_a\lambda_a\rangle\langle\lambda_b\lambda_a\lambda_a|)$ .

传输和重建的消息因此有完整的密度算符

$$\tilde{\rho} = E|\psi\rangle\langle\psi|E + \tilde{\rho}_{\text{junk}}, \quad (14)$$

因此“准确度”(fidelity) 为

$$\begin{aligned} \tilde{F} &= \langle\psi|\tilde{\rho}|\psi\rangle = \langle\psi|E|\psi\rangle\langle\psi|E|\psi\rangle + \langle\psi|\tilde{\rho}_{\text{junk}}|\psi\rangle \\ &\equiv (1 - \delta)^2 + \delta(|\langle\psi|\lambda_a\lambda_a\lambda_a\rangle|^2 + |\langle\psi|\lambda_a\lambda_a\lambda_b\rangle|^2 \\ &\quad + |\langle\psi|\lambda_a\lambda_b\lambda_a\rangle|^2 + |\langle\psi|\lambda_b\lambda_a\lambda_a\rangle|^2). \end{aligned} \quad (15)$$

将  $\delta = 0.058$  和  $|\langle\lambda_a\lambda_a\lambda_a|\psi\rangle|^2 = \lambda_a^3 = 0.6219$  和  $|\langle\lambda_a\lambda_a\lambda_b|M\rangle|^2 = |\langle\lambda_a\lambda_b\lambda_a|M\rangle|^2 = |\langle\lambda_b\lambda_a\lambda_a|M\rangle|^2 = 0.1067$  代入上式, 可以得到

$$\tilde{F} \equiv 0.942. \quad (16)$$

由此可见, 采用量子压缩算法, 相对于采用最大可能性态矢进行测量的准确度提高了, 由原来的 0.621 提高到 0.942.

## 5 结论

本文提出了一种么正变换生成方法, 满足了特定要求的基矢对应关系, 并将该么正变换应用于量子信源数据压缩. 该么正变换生成方法简单易实现, 并且应用的量子数据压缩率相对于采用最大可能性态矢进行测量的准确度有显著提高.

- [1] Li S, Ma H Q, Wu L A, Zhai G J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 084214 (in Chinese) [李申, 马海强, 吴令安, 翟光杰 2013 物理学报 **62** 084214]
- [2] Zhou N R, Zeng B Y, Wang L J, Gong L H 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2193 (in Chinese) [周南润, 曾宾阳, 王立军, 龚黎华 2010 物理学报 **59** 2193]
- [3] Zhou N R, Zeng G H, Gong L H, Liu S Q 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5066 (in Chinese) [周南润, 曾贵华, 龚黎华, 刘三秋 2007 物理学报 **56** 5066]
- [4] Sheng Y B, Zhou L, Cheng W W, Gong L Y, Zhao S M, Zheng B Y 2012 *Chin. Phys. B* **21** 030307
- [5] Zhang C L, Wang C, Cao C, Zhang R 2012 *Chin. Phys. Lett.* **29** 070305
- [6] Yu X T, Xu J, Zhang Z C 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 220303 (in Chinese) [余旭涛, 徐进, 张在琛 2012 物理学报 **61** 220303]
- [7] Zhou X Q, Wu Y W 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 170303 (in Chinese) [周小清, 邬云文 2012 物理学报 **61** 170303]
- [8] Zhou X Q, Wu Y W, Zhao H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 040304 (in Chinese) [周小清, 邬云文, 赵晗 2011 物理学报 **60** 040304]
- [9] Wang M Y, Yan F L 2011 *Chin. Phys. B* **20** 120309
- [10] Guo Yu, Luo X B 2012 *Chin. Phys. Lett.* **29** 060303
- [11] Zhu W, Nie M 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 130304 (in Chinese) [朱伟, 聂敏 2013 物理学报 **62** 130304]
- [12] Schumacher B 1995 *Phys. Rev. A* **51** 2738
- [13] Cleve R, Divicenzo D 1996 *Phys. Rev. A* **54** 2636
- [14] Jozsa R, Horodecki M, Horodecki P, Horodecki R 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 1714
- [15] Ahn C, Doherty A C, Hayden P, Winter A J 2006 *IEEE Trans. Inform. Theory* **52** 4349
- [16] Avis D, Hayden P, Savov I 2008 *Proceedings of 2008 Second International Conference on Quantum Nano and Micro Technologies* Sainte Luce, Martinique, February 10–15, 2008 p90
- [17] Hayashi M 2002 *Phys. Rev. A* **66** 032321
- [18] Hayashi M, Matsumoto K 2002 *Phys. Rev. A* **66** 022311
- [19] Chuang I L, Modha D S 2000 *IEEE Trans. Inform. Theory* **46** 1104
- [20] Desuivre E 2009 *Classical and Quantum Information Theory* (New York: Cambridge University Press) p457

# A generation algorithm of unitary transformation applied in quantum data compression\*

Liang Yan-Xia<sup>†</sup> Nie Min

(School of Telecommunication and Information Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an 710121, China)

(Received 5 June 2013; revised manuscript received 15 July 2013)

## Abstract

An algorithm to generate unitary transformation (UT) of two orthogonal base kets is proposed in this paper. Certain requirements that UT must meet are as follows: four typical base kets in the first category can be transformed into states with the last qubit  $|0\rangle$ , and the other four atypical base kets can be transformed into states with the last qubit  $|1\rangle$ . This UT is applied to quantum data compression, with a result that the fidelity of the compression is 0.942. This method provides an important basis for realizing quantum compression and decompression. And it can be an important reference of other UT generation method which must fulfill some requirements.

**Keywords:** unitary transformation, orthogonal base ket, certain requirement, quantum compression

**PACS:** 03.67.Hk, 03.67.Lx, 03.67.-a, 03.67.Pp

**DOI:** 10.7498/aps.62.200305

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61172071, 61102047), the National Science and Technology Major Project of the Ministry of Science and Technology of China (Grant No. 2012ZX03001025-004), and the Special Scientific Research Foundation of the Education Department of Shaanxi Province, China (Grant No. 11JK1016).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: liangyanxia201@xupt.edu.cn