双能态自旋 - 晶格声子耦合量子隧道系统的非经典能态和量子相干耗散*

罗质华†

(广东第二师范学院物理系, 广州 510303)

(2013年3月31日收到; 2013年7月3日收到修改稿)

采用关联表象变分波函数方案, 介入三个非经典关联效应, 求解有限温度双能态自旋 - 晶格声子耦合量子隧道系统的非经典态, 着重研究化解由于粒子自旋 - 单声子相互作用引起的量子涨落导致双能态系统的退相干性量子耗散. 这三个非经典关联效应是: 1) 声子位移 - 粒子自旋 ($\boldsymbol{\sigma}_z$) 间强非绝热关联; 2) 声子压缩态效应及其伴随发生的单声子相干态 - 声子压缩态两过程相干效应; 3) 由关联表象导致的声子位移 ($U_{\rm D}$) 与声子压缩 ($U_{\rm S}$) 的表象关联非绝热修正. 结果表明: 由于引入粒子自旋 - 双声子相互作用, 大幅度地增强了声子场压缩态, 特别是更进一步极大幅度地增强了非经典压缩 - 相干态效应. 因此, 由粒子自旋 - 单声子相互作用产生的 Debye-Walle 相干弹性散射效应导致量子隧道项 $(-\Delta_0\boldsymbol{\sigma}_x)$ 的强烈指数衰减及其伴随严重的量子相干损失的极大幅度的抑制, 并且自旋 - 晶格声子耦合量子隧道系统的非经典态能量大幅度降低.

关键词: 非经典能态, 量子隧穿相干损失, 自旋 - 双声子相互作用, 压缩相干态效应

PACS: 72.20.Dp, 73.21.La, 73.23.Hk **DOI:** 10.7498/aps.62.207201

1 引 言

1987 年, Leggett 等根据谐振子系统 (B 库) 坐标 x_i 与系统 (S) 粒子 Q 坐标存在可分离双线性耦合 $\sum_i \frac{1}{2}m_i\omega_i^2\left(x_i-\frac{c_i}{m_i\omega_i^2}Q\right)^2$ (m_i, ω_i 分别为振子质量和频率, c_i 为耦合常数), 由此认为系统 S 粒子与谐振子库粒子 x_i 存在随机碰撞导致统计涨落力 $\xi(t)=-\sum_i c_i x_i Q$, 若 Q 粒子是自旋 $\frac{1}{2}$ 粒子, 在 $\boldsymbol{\sigma}_z$ 对角表象中, 他认为自旋 $\boldsymbol{\sigma}_z$ - 分量对振子坐标 x_i 最敏感, 因而提出双能态半经典耗散模型, 即自旋 - 玻色子模型 (spin-boson model, SBM)[1−2]

$$\begin{aligned}H=&-\frac{\hbar}{2}\Delta\boldsymbol{\sigma}_x+\frac{1}{2}\in\boldsymbol{\sigma}_z\\&+\sum_i\left(\frac{P_i^2}{2m_i}+\frac{1}{2}m_i\omega_i^2x_i^2\right)\\&+\frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}_z\sum_i c_i x_i,\end{aligned}$$

继而, 他又在其论文 Appendix B 中写成如下的二次量子化形式:

$$\begin{aligned}H=&-\frac{\hbar}{2}\Delta\boldsymbol{\sigma}_x+\frac{1}{2}\in\boldsymbol{\sigma}_z\\&+\sum_\alpha\hbar\omega_\alpha\left(b_\alpha^+b_\alpha+\frac{1}{2}\right)\\&+\frac{1}{2}q_0\boldsymbol{\sigma}_z\sum_\alpha f_\alpha(b_\alpha+b_\alpha^+).\end{aligned}$$

一般说来, 体系 (S)- 环境 (B) 相互作用的统计行为使体系从任何初态最终趋向热平衡这一动力学过程就称为耗散. 量子耗散不仅指能量的耗散 (动力学性质问题), 也包括相干性的耗散, 即所谓量子去相干作用. 深入研究并解决这两类耗散问题近年来成为人们苦心探索的主题 [3−5]. 20 世纪 80 年代对 SQUID 的研究促使 Leggett 从理论上讨论 SBM. 后来又在特定参数区间的 Kondo 模型、Ising 模型、周期势场中的轻粒子输运、特别是近年来在固体中缺陷隧道、双电子量子点、双分子量子点、量子信息和量子控制等问题得到广泛应用. 与

* 国家自然科学基金 (批准号: 10574163) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: lo-zh@126.com

此同时, 物理化学中, 凝聚相中的电荷转移、溶剂化作用下的电子转移速率、化学反应过程等也备受重视. 我们知道, 一个与热浴耦合的小量子系统, 退相干效应自然会发生, 因此, 量子相干的损失是现代物理的中心范式, 它不仅支配量子力学与经典世界之间的过渡, 而且也更是当前工程量子计算器件实用价值的前提条件. 当前重要的理论兴趣是想要理解环境为何影响双能态系统的动力学演化, 特别是耗散如何破坏系统的量子相干. 因此, 解决如何选取量子相干损失更小的量子信息器件, 进而控制退相干效应, 成了量子信息的关键问题. 与此同时, 人们对具有耗散的双能态系统的动力学演化开展了系统研究, 企图通过对双能态系统做不同实验, 希望从双能态系统的动力学相关的平衡态关联函数 $C(t)$ 和非平衡态关联函数 $P(t)$ 的演化以及磁化率 $\chi(\omega)$ 等知识, 深入了解系统的动力学性质 [6−14].

双能态自旋 - 玻色子耦合系统的求解十分困难, 人们一直试图对其基态和动力学性质在一系列近似求解 (包括数值求解) 展开工作 [1,2,15−28]. 理论近似求解新尝试有 Bloch-Redfield 方程方法 [29]、主方程方法 [30,31]、混合量子经典与半经典方法 [32,33] 以及基于 Feynman-Vernon 影响函数的数值路径积分方法 [34], 试图研究系统 - 热浴间弱耦合下的动力学行为. 在数值近似求解方面, 出现了数值正确自洽混杂近似 (hybrid approach)[35]、数值重整化群方法 [36,37]、多层多组态时间有关 Hartree 方法 [38,39], 但是尚不能证明这些数值近似方法所得结果是合理的 [35,38,40]. 另一方面, 对双能态自旋 - 玻色子耦合问题的解析解更是颇费周折. 人们考虑到旋波近似 (RWA) 由于没有计及虚声子效应在处理强耦合时会失败, 转而寻求非旋波近似 (NRWA) 方案. 但是 NRWA 由于 counter-rotating 项使计算子空间不封闭, 难以求得解析解 [41,42]. 不论数值解或半数值解都必须在特定条件下剪掉一些子空间来解决. 参考 Irish[43] 推广 RWA 获得 SBM 问题的解析解, 中国学者 Liu 等 [44] 采取基于相干态表象将要计算的矩阵元进行对角化, 并在正确波函数的三阶近似基础上得到一个 4- 次幂多项式方程求得系统能级的解析表示. 他们进而认为三阶近似的解析解可以代替研究多模 SBM 问题, 而且在任意条件、强自旋 - 玻色耦合下仍然适用 [45,46]. 可是, 作为相干态表象及三阶近似求解方案在强耦合或其他极端条件下是否适用, 作者并没法给出令人信服理据. 经历了多年, 人们已经认识到粒子自旋与形变势声学声子强耦合相互作用的重要性, 并尝试采用非关联的位移与压缩变换相结合的变分法处理 [19], 或采用特殊模型来计入关联效应 [20]. 从目前的研究现状来看, 对双能态自旋 - 玻色子耦合量子隧道系统的基态性质尚未得到真正的解答; 特别是在有限温度的情形, 仍不清楚由于粒子自旋 - 声子相互作用导致的相干损失的原因, 故理论上如何解决仍没有真正的好办法. 在这样的背景下 (特别是强自旋 - 玻色子耦合), 试图从系统的动力学演化方面进行研究, 从而得出具有量子耗散双能态系统的演化行为知识的可行性还有待时日.

本文考虑有限温度双能态自旋 - 晶格声子耦合系统, 只着重研究相干性量子耗散. 量子隧道效应体现在隧道项 $-\Delta_0\boldsymbol{\sigma}_x$($\boldsymbol{\sigma}_x, \boldsymbol{\sigma}_y, \boldsymbol{\sigma}_z$ 为泡利矩阵, Δ_0 为量子隧道参量). 在 $\boldsymbol{\sigma}_z$ 表象中, $\boldsymbol{\sigma}_x$ 是非对角项. 由于自旋 - 单声子作用项 $g_k^{(1)}(b_k+b_k^+)\boldsymbol{\sigma}_z$ (b_k, b_k^+ 分别是声子湮灭和产生算符, $g_k^{(1)}$ 为电子 - 单声子作用强度) 的存在, 在 $-\Delta_0\boldsymbol{\sigma}_x$ 的支配下, 粒子自旋从处于位垒左侧的 $|L\rangle$ 态隧穿到位垒右侧的 $|R\rangle$ 态的演化过程, 粒子自旋受到 (相干态) 声子的 Debye-Waller (D-W) 相干弹性散射, 从而破坏粒子自旋从 $|L\rangle$ 态隧穿到 $|R\rangle$ 态保持相位相干, 其结果使隧道项变成 $-\Delta_0\,\mathrm{e}^{-2\sum_k|f_k^{(0)}|^2(\langle n_k\rangle+1/2)}\boldsymbol{\sigma}_x$ ($f_k^{(0)}$ 为相干参量, $\langle n_k\rangle$ 为 $T\neq 0$ 声子平均数目), 这才是量子相干损失的根源. 为了解决隧穿过程中量子涨落的干扰, 我们采取了以下措施.

1) 介入声子压缩态和压缩相干态非经典效应, 放大自旋 - 双声子相互作用潜能

基于量子光学的认知, 我们考虑一个粒子自旋 - 晶格声子耦合系统在 $H_b(f,\phi)=\hbar\omega_b b^+b+\hbar\left(\tilde{f}b+\tilde{f}^*b^+\right)+\hbar\left(\tilde{\phi}b^2+\tilde{\phi}^*b^{+2}\right)$(其中 ω_b 为声子频率, $\tilde{f}$ 代表自旋态 - 单声子态之间相干作用强度, $\tilde{\phi}$ 代表自旋态 - 双声子态之间相干作用强度) 影响下声子相干态衍生的物理图象 (为便于问题说明, 略去模式符号 k 标记, 且取 $\hbar=1$). ① 由于粒子自旋态与单声子态同时出现, 因而引起自旋态 - 单声子态之间存在相互相干作用 $V_f=\tilde{f}_b+\tilde{f}^*b^+$, 系统演生成位移声子真空态 $|f\rangle=\mathrm{e}^{\left(fb^+-f^*b\right)}|0\rangle_b$. 由于元激发声子是一种集体振动模式, 所以 $|f\rangle$ 是一种单声子一阶 (完全) 集体相干态; 与此同时, 自旋极化子态 (详见本文第 2 节) 与单声子态同时出现, 同样发生相干作用并使系统演生出自旋态 - 双声子态之间相干作用 $V_\phi=\tilde{\phi}b^2+\tilde{\phi}^*b^{+2}$, 从而

衍生出声子压缩真空态 $|\phi\rangle = \mathrm{e}^{\left(\phi_b^2 - \phi^* b^{+2}\right)}|0\rangle_b$. 与 $|f\rangle$ 对应, $|\phi\rangle$ 是一种双声子二阶 (完全) 集体相干态. 由于 $|f\rangle$ 不是自旋 - 晶格声子耦合系统 H 的本征态, 相干态 $|f\rangle$ 可以同时演生成另一个态. 因此, 当 $\tilde{\phi} = 0$ 时, 自旋 - 晶格声子耦合系统客观上也会存在压缩相干态即双声子相干态 (参阅文献 [48]). 由于粒子自旋与自旋极化子态同时出现, 因此单声子相干态 $|f\rangle$ 和声子压缩态 $|\phi\rangle$ 之间存在相互相干效应. 但是应知道, 单声子相干态是一个经典态, 其相应两个共轭算符 (b,b^+) 或两个正交分量 (X,Y) 不对易, 因此其量子涨落不为零, 例如坐标 $\boldsymbol{q}$ 的量子涨落 $\langle f|\Delta^2\boldsymbol{q}|f\rangle = \dfrac{\hbar}{\omega_b}\left(n+\dfrac{1}{2}\right) \neq 0$, 单声子相干态这一固有的量子涨落噪声是导致量子相干耗散的根源所在. 然而声子压缩态是一种非经典态, 它可以使单声子相干态的量子涨落减小为 $\mathrm{e}^{-2|\phi|}\langle f|\Delta^2\boldsymbol{q}|f\rangle$. 特别是计及到单声子相干态 - 声子压缩态之间相干效应即压缩相干态效应, $|\phi| \to |\tilde{\phi}| > |\phi|$, 从而使单声子相干态的量子涨落进一步减小为 $\mathrm{e}^{-2|\tilde{\phi}|}\langle f|\Delta^2\boldsymbol{q}|f\rangle$. ② 观察 $V_f = \tilde{f}b + \tilde{f}^*b^+$ 可知, 它并不是自旋 - 单声子相互作用 $H^{(1)}_{\text{s-ph}}$ 的表达形式, 但它的相干参量 (一阶) f 与自旋 - 单声子耦合强度 $g^{(1)}$(成正比) 有关, 因此 $H^{(1)}_{\text{s-ph}}$ 是自旋态 - 单声子态之间相干作用的桥梁, 起着加强单声子相干态效应的作用; 同样, $V_\phi = \tilde{\phi}b^2 + \tilde{\phi}^*b^{+2}$ 不是自旋 - 双声子相互作用 $H^{(2)}_{\text{s-ph}}$ 的表达形式, 其压缩相干参量 (二阶)ϕ 与自旋 - 双声子耦合强度 $g^{(2)}$ 有关, 因而 $H^{(2)}_{\text{s-ph}}$ 是自旋态 - 双声子态之间相干作用的桥梁. $H^{(2)}_{\text{s-ph}}$ 不但起着加强声子压缩态效应的作用, 而且起着有效减弱单声子相干态效应的作用 (参阅本文 $sh2\gamma_k$ 表达式 (27)); 更为重要的是, 它起着大幅度加强压缩相干态效应和关联表象效应的作用. 有必要指出, 由于同位素丰度原理只允许自旋粒子紧抱一个声子结合成稳定复合元激发, 即自旋极化子, 但不允许自旋紧抱两个声子结合成稳定复合元激发, 因此不会存在自旋态 - 三声子态之间相干作用衍生出三声子相干态和效应 (量子光学也不可能有三光子相干态).

2) 采用关联表象变分波函数, 由此我们得到关联表象的声子位移 (U_{D}) 与声子压缩 (U_{S}) 的表象关联效应; 此外, 我们对位移声子态进一步考虑声子位移 - 粒子自旋 $(\boldsymbol{\sigma}_z)$ 之间强非绝热关联效应修正.

我们期望, 由于粒子自旋 - 单声子相互作用而发生的 D-W 相干弹性散射导致量子隧道项的去相干因子强烈指数衰减必然会得到大幅度抑制, 与此同时双能态自旋极化子系统的非经典态能量会得到大幅度降低.

2 双能态粒子自旋 - 晶格声子耦合量子隧道系统哈密顿量、单声子相干态、粒子自旋 - 单声子相干弹性散射引起的量子涨落效应

我们知道, 玻色子有元激发玻色子与非元激发玻色子, 例如光子, 它不是元激发, 不是一种集体振动模式. 元激发是一种集体振动模式, 例如自旋波量子磁振子 (magnon) 是铁磁体的元激发玻色子, 是一种与铁磁体晶格粒子相联系一起的集体振动, 离开铁磁体, 就没有自旋波集体振动, 元激发磁振子就不复存在; 同样, 声子是晶体中晶格粒子集体振动的元激发玻色子, 离开晶体, 这种集体振动元激发声子则不复存在. 因此本文从客观现实出发, 考虑一个双能态自旋粒子与磁离子晶格声子相耦合的量子隧道系统, 并称之为自旋 - 晶格声子耦合模型 (spin-lattice phonon coupling model, SLPCM). 在晶格存在磁离子的情况下, 自旋 - 磁离子晶格耦合相互作用导致自旋 - 声子相互作用, 在双能态近似下, 系统 Hamitonian 表示成

$$H = H_0 + \sum_k \omega_k b_k^+ b_k + H_{\text{s-ph}}, \tag{1}$$

式中 H_0 为自旋 1/2 粒子在双能态量子隧道的本征 Hamiltonian (没有考虑双能态自旋 1/2 粒子 - 声子场相互作用):

$$H_0 = \sum_{ij}\langle i|H_0|j\rangle|i\rangle\langle j| = \sum_{ij}E_{ij}|i\rangle\langle j| = \sum_{ij}E_{ij}\boldsymbol{\sigma}_{ij},$$
$$\boldsymbol{\sigma}_{ij} = |i\rangle\langle j|.$$

对于自旋 1/2 粒子, 只有两个自旋态:

$$|1\rangle = |\downarrow\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix},\ |2\rangle = |\uparrow\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix},$$

因而

$$H_0 = E_{11}\boldsymbol{\sigma}_{11} + E_{12}\boldsymbol{\sigma}_{12} + E_{21}\boldsymbol{\sigma}_{21} + E_{22}\boldsymbol{\sigma}_{22},$$

代入自旋 1/2 粒子两个自旋态波函数 $|1\rangle$ 和 $|2\rangle$, 由此得到 $\boldsymbol{\sigma}_{ij}$ 的 2×2 矩阵表示:

$$\boldsymbol{\sigma}_{11} = |1\rangle\langle1| = \begin{pmatrix}0 & 0\\0 & 1\end{pmatrix},\ \boldsymbol{\sigma}_{22} = |2\rangle\langle2| = \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 0\end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{12}=|1\rangle\langle 2|=\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\ \boldsymbol{\sigma}_{21}=|2\rangle\langle 1|=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}.$$

显然, $\boldsymbol{\sigma}_{ij}$ 与泡利矩阵 $\boldsymbol{\sigma}_x, \boldsymbol{\sigma}_y, \boldsymbol{\sigma}_z$ 有下列关系:

$$\boldsymbol{\sigma}_{22}-\boldsymbol{\sigma}_{11}=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}=\boldsymbol{\sigma}_z,$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{12}+\boldsymbol{\sigma}_{21}=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}=\boldsymbol{\sigma}_x;$$

而 $\boldsymbol{\sigma}_{21}|1\rangle=|2\rangle, \boldsymbol{\sigma}_{12}|2\rangle=|1\rangle$, 因此, 跃迁算符 $\boldsymbol{\sigma}_{21}=\boldsymbol{\sigma}_+$ 与 $\boldsymbol{\sigma}_{12}=\boldsymbol{\sigma}_-$ 代表自旋 1/2 角动量升、降算符 ($\boldsymbol{\sigma}_{12}\neq\sigma_x-\mathrm{i}\boldsymbol{\sigma}_y, \boldsymbol{\sigma}_{21}\neq\boldsymbol{\sigma}_x+\mathrm{i}\boldsymbol{\sigma}_y$). 计及到 $E_{11}+E_{22}=0, E_{22}-E_{11}=2\in_0$, 与 $E_{12}=E_{21}=-\Delta_0$ 等关系对参量 $\in_0, \Delta_0$ 的选定, 最后得

$$H_0=-\Delta_0\boldsymbol{\sigma}_x+\in_0\boldsymbol{\sigma}_z.$$

我们进一步考虑粒子自旋 - 晶格声子耦合作用 $H_{\text{s-ph}}$. 在固体理论中我们知道, 电子 - 声子相互作用是要经过电子 - 离子互作用势 $V_{\text{e-ion}}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R}_n)$($\boldsymbol{r}$ 为电子坐标), 考虑离子位移 $\boldsymbol{R}_n\to\boldsymbol{R}_n+\delta\boldsymbol{R}_n$ 从而导致电子 - 离子位移 $\delta\boldsymbol{R}_n$ 耦合作用, 结果发生电子-声子相互作用. 按照相同物理图像, 基于磁离子晶体存在的现实 [47], 按照固体磁性理论, 当一个处于 $\boldsymbol{r}$, 自旋 $\boldsymbol{s}=\dfrac{1}{2}$ 的电子与晶格 $\boldsymbol{R}_n$ 磁离子中未配对的 d-电子存在量子力学 Heisenberg 交换相互作用:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{J}^{\text{ex}}_{\text{s}-\boldsymbol{S}_n}=&\pm\int\phi_1^*(\boldsymbol{r})\phi_2(\boldsymbol{R}_n)V(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R}_n)\\&\times\phi_2(\boldsymbol{r})\phi_1(\boldsymbol{R}_n)\mathrm{d}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R}_n).\end{aligned}$$

考虑到 $-\dfrac{1}{2}(1+4\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{S}_n)=-\dfrac{1}{2}-\left(\boldsymbol{S}^2-\boldsymbol{s}^2-\boldsymbol{S}_n^2\right)$, $\left(\boldsymbol{S}=\boldsymbol{s}+\boldsymbol{S}_n,\ \boldsymbol{S}^2=\boldsymbol{S}(\boldsymbol{S}+1)\right)$, 略去常数项, 得到交换相互作用 Hamitonian 为

$$H_{\text{ex}}=-2J^{\text{ex}}_{\text{s}-\boldsymbol{S}_n}\boldsymbol{S}_n\cdot\boldsymbol{s}.$$

当 $\boldsymbol{R}_n\to\boldsymbol{R}_n+\delta\boldsymbol{R}_n$,

$$\begin{aligned}V(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R}_n-\delta\boldsymbol{R}_n)\approx&V(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R}_n)-\boldsymbol{\nabla}V(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R}_n)\cdot\delta\boldsymbol{R}_n\\&+\frac{1}{2}\boldsymbol{\nabla}^2V(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R}_n)\delta\boldsymbol{R}_n^2+\cdots.\end{aligned}$$

应该注意, $V(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R}_n-\delta\boldsymbol{R}_n)$ 的泰勒展开中线性谐振项 $\delta\boldsymbol{R}_n$ 与非线性谐振项 $\delta\boldsymbol{R}_n^2$ 是同时发生的, 是客观上同时存在的, 因此这两项是有相互相干效应. 首先来看线性谐振项, 注意

$$\delta\boldsymbol{R}_n=\frac{1}{\sqrt{NM}}\sum_{j,k}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{R}_n}Q_j(\boldsymbol{k})\boldsymbol{e}_j(\boldsymbol{k}),$$

$$Q_j(\boldsymbol{k})=\left(\frac{\hbar}{2\omega_{kj}}\right)^{\frac{1}{2}}\left(b_{kj}+b^+_{-kj}\right),$$

N 为 V_{g} 内 Wigner 原胞数目, $b_k\left(b_k^+\right)$ 代表晶格声子湮灭 (产生) 算符, 由于 $\boldsymbol{e}_j\cdot(\boldsymbol{k})\perp\boldsymbol{k}$, 因而对 j 求和可以去掉, 并且 b_k 必须是纵向声子. 作为结果

$$\begin{aligned}H_{\text{ex}}=&\frac{2}{\sqrt{NM}}\sum_n\mathrm{e}^{\mathrm{i}\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{R}_n}\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_k}}\boldsymbol{e}_k\\&\times\int\phi_1^*(\boldsymbol{r})\phi_2(\boldsymbol{R}_n)\boldsymbol{\nabla}V(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R}_n),\\&\phi_2(\boldsymbol{r})\phi_1(\boldsymbol{R}_n)d(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R}_n)\left(b_k+b^+_{-k}\right)\boldsymbol{S}_n\cdot\boldsymbol{s}.\end{aligned}$$

对 $\sum\limits_n$ 完成求和后, 为了使粒子自旋 $\boldsymbol{s}$ 在纵向声子上有最大 “投影”(最大耦合和敏感), 自旋必须取 $\boldsymbol{s}_z$-分量, 最后得粒子自旋 - 单声子相互作用

$$H^{(1)}_{\text{s-ph}}=\sum_k g^{(1)}_k\left(b_k+b^+_{-k}\right)\boldsymbol{\sigma}_z.$$

类似方法, 非线性谐振项在量子化程序后, 导致粒子自旋 - 双声子相互作用

$$H^{(2)}_{\text{s-ph}}=\sum_k g^{(2)}_k\left(b_k^2+b^{+2}_{-k}\right)\boldsymbol{\sigma}_z.$$

综合上述结果, 不考虑偏置项 $\in_0\boldsymbol{\sigma}_z$ 效应 (对量子隧道效应不是重要的), 最后本文的 SLPCM Hamitonian 表示为

$$\begin{aligned}H=&-\Delta_0\boldsymbol{\sigma}_x+\sum_k\omega_kb_k^+b_k+\sum_k g^{(1)}_k(b_k^++b^+_{-k})\boldsymbol{\sigma}_z\\&+\sum_k g^{(2)}_k\left(b_k^2+b^{+2}_{-k}\right)\boldsymbol{\sigma}_z.\end{aligned}\tag{2}$$

在本文的 SLPCM 中, 只有 4 个已知物理量, 隧道参量 Δ_0, 纵向声子频率 ω_k, 自旋 - 单声子耦合强度 $g^{(1)}_k$, 自旋 - 双声子耦合强度 $g^{(2)}_k$. 这里必须强调, 由于线性项 $\boldsymbol{\nabla}V(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R}_n)\cdot\delta\boldsymbol{R}_n$ 与非线性项 $\boldsymbol{\nabla}^2V(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{R}_n)\cdot\delta R_n^2$ 相互相干, 作为结果, 自旋 - 单声子互作用 $H^{(1)}_{\text{s-ph}}$ 与自旋 - 双声子互作用 $H^{(2)}_{\text{s-ph}}$ 也是相互相干的, 本文一个重要目的就是着重考虑这一极重要的相互相干效应. 根据同位素丰度原理, 质子只能与一个电子结合成复合粒子氢原子, 质子只能与一个中子结合成稳定氢原子核, 等等. 按照朗道关于极化子的理念, 粒子自旋 - 声子相互作用的内在物理图像是由于粒子自旋 - 晶格相互作用, 导致形成一个形变声子场生成的束缚势场, 粒子自旋被束缚在这个势场中, 这时与粒子自旋相伴随的虚声子云将会作为整体一起运动, 这个粒子自旋 $\oplus$ 晶格形变的复合体称为自旋极化子 (spin-polaron), 它是由粒子自旋与单声子稳定结合成的元激发复合

粒子. 为此我们特别指出, 与耗散 SBM 系统不同, 本文 SLPCM 系统由于有晶格磁离子存在, 自旋粒子演化成自旋极化子 (元激发粒子). 此时自旋粒子紧抱住一个声子运动, 无法分身去参与磁离子晶格中其他声子进行随机碰撞, 因而不会导致统计涨落力, 所以 SLPCM 系统不是能量耗散动力学系统. 本文的求解方案基于多声子态正交集 $|\cdots n_k\cdots\rangle$ 波函数 [5], 采用关联表象变分波函数

$$|\psi\rangle=\tilde{U}|\Phi_0\rangle, \tag{3}$$

其中

$$\tilde{U}=\mathrm{e}^{\sum\limits_k\left[f_k\left(b_k-b_{-k}^+\right)\boldsymbol{\sigma}_z+\frac{1}{2N_1}\phi_k\left(b_{-k}^{+2}-b_k^2\right)\right]}, \tag{4}$$

$$|\Phi_0\rangle=|\boldsymbol{\sigma}_z\rangle|\boldsymbol{\sigma}_x\rangle\prod_k|n_k\rangle,\ \ |\boldsymbol{\sigma}_z\rangle=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix},$$

$$|\boldsymbol{\sigma}_x\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}. \tag{5}$$

下面我们会看到只需张开 $|\boldsymbol{\sigma}_z\rangle|\boldsymbol{\sigma}_x\rangle$ 自旋空间. 考虑到粒子自旋与位移声子的强烈相干效应, 么正位移算符 U_D 修改成

$$U_\mathrm{D}=\mathrm{e}^{\sum\limits_k f_k\left(b_k-b_{-k}^+\right)\boldsymbol{\sigma}_z}, \tag{6}$$

f_k 为声子的位移 (相干) 参量. 而描述声子压缩态的压缩算符

$$U_\mathrm{S}=\mathrm{e}^{\frac{1}{2N_1}\sum\limits_k\phi_k\left(b_{-k}^{+2}-b_k^2\right)}, \tag{7}$$

ϕ_k 为压缩参量, N_1 为声子模式数目. 下面, 首先研究单声子相干态效应. 注意到 $U_\mathrm{D}^{-1}b_kU_\mathrm{D}=b_k-f_k\boldsymbol{\sigma}_z$, 考虑到 SLPCM 系统哈密顿量 (2) 式经 U_D 变换成 (不计入 $b_k, b_k^+, b_k^2, b_k^{+2}$ 的零贡献成分)

$$\begin{aligned}&U_\mathrm{D}^{-1}HU_\mathrm{D}\\&=\sum_k\omega_k\left(b_k^+b_k+|f_k|^2\right)-\sum_k\left(g_k^{(1)}f_k^*+g_k^{(1)*}f_k\right)\boldsymbol{\sigma}_z^2\\&\quad-\sum_{k\boldsymbol{\sigma}'\boldsymbol{\sigma}''}\left(g_k^{(2)}+g_k^{(2)*}\right)|f_k|^2\boldsymbol{\sigma}_z\boldsymbol{\sigma}_z'\boldsymbol{\sigma}_z''\\&\quad-\Delta_0\boldsymbol{\sigma}_x ch\left[\sum_k2\left(f_kb_k-f_k^*b_k^+\right)\right]\\&\quad-\mathrm{i}\Delta_0\boldsymbol{\sigma}_y sh\left[\sum_k2\left(f_kb_k-f_k^*b_k^+\right)\right].\end{aligned} \tag{8}$$

为了化解后面的计算, 先对正交声子集 $\prod\limits_k|n_k\rangle$ 求期望值 [5]. 注意到

$$\prod_k\left\langle\mathrm{e}^{\lambda_k^+b_k^+-\lambda_kb_k}\right\rangle_T=\mathrm{e}^{-\sum\limits_k|f_k|\left(\langle n_k\rangle+\frac{1}{2}\right)},$$

$$H_\mathrm{eff}=H_\mathrm{eff}^{(0)}+H_\mathrm{eff}^{(1)}, \tag{9}$$

$$\begin{aligned}H_\mathrm{eff}^{(0)}&=\sum_k\omega_k\left(b_k^+b_k+|f_k|^2\right)\\&\quad-\sum_k\left(g_k^{(1)}f_k^*+g_k^{(1)*}f_k\right)\boldsymbol{\sigma}_z^2\\&\quad-\Delta_0\boldsymbol{\sigma}_x\mathrm{e}^{-2\sum\limits_k|f_k|^2(2\langle n_k\rangle+1)},\end{aligned} \tag{10}$$

$$H_\mathrm{eff}^{(1)}=-\sum_{k\boldsymbol{\sigma}'\boldsymbol{\sigma}''}\left(g_k^{(2)}+g_k^{(2)*}\right)|f_k|^2\boldsymbol{\sigma}_z\boldsymbol{\sigma}_z'\boldsymbol{\sigma}_z'', \tag{11}$$

显然, $\mathrm{i}\Delta_0\boldsymbol{\sigma}_y sh(\cdots)$ 项由于奇对称性对 $\prod\limits_k|n_k\rangle$ 期望值为零, 不需张开 $|\boldsymbol{\sigma}_y\rangle$. 我们若只计及自旋 - 单声子相互作用, 由于 $\boldsymbol{\sigma}_z^2=1$, 只用考虑张开 $|\boldsymbol{\sigma}_x\rangle$-子空间的期望值

$$\begin{aligned}E^{(0)}&=\sum_k\omega_k\left(\langle n_k\rangle+|f_k|^2\right)-\sum_k\left(g_k^{(1)}f_k^*+g_k^{(1)*}f_k\right)\\&\quad-\Delta_0\mathrm{e}^{-2\sum\limits_k|f_k|^2(2\langle n_k\rangle+1)}.\end{aligned} \tag{12}$$

至于 $H_\mathrm{eff}^{(1)}$, 由于 $\left|g_k^{(2)}\right|\ll\left|g_k^{(1)}\right|$, 它是个微扰项. 类似电子 c_k^+ 被声子散射出现 $|c_k\rangle, |c_{k'}\rangle, |c_{k''}\rangle\cdots$ 电子态, 它们相位不同, 动量不同. 同样, 当粒子自旋在位垒两侧从 $|L\rangle\to|R\rangle$ 隧穿过程被声子散射会出现 $|\boldsymbol{\sigma}_z\rangle$, $|\boldsymbol{\sigma}_z'\rangle, |\boldsymbol{\sigma}_z''\rangle\cdots$ 自旋态. 因此 $H_\mathrm{eff}^{(1)}$ 的物理图像表示自旋 - 双声子相互作用存在自旋组态间相互作用 (微扰过程) 效应 ($\boldsymbol{\sigma}_z\boldsymbol{\sigma}_z'\boldsymbol{\sigma}_z''\neq\boldsymbol{\sigma}_z$), 而自旋 - 单声子相互作用不存在自旋组态相互作用效应. 此时, $H_\mathrm{eff}^{(1)}$ 的期望值是对新自旋组态 $\sum\limits_{\boldsymbol{\sigma}'}\boldsymbol{\sigma}_z'|\boldsymbol{\sigma}_z'\rangle$ 取期望值 (而不是对 $|\boldsymbol{\sigma}_z\rangle$ 取期望值):

$$\begin{aligned}E^{(1)}&=\sum_{k\boldsymbol{\sigma}'\boldsymbol{\sigma}''}\left\langle\boldsymbol{\sigma}_z''\left|H_\mathrm{eff}^{(1)}\right|\boldsymbol{\sigma}_z'\right\rangle\\&=-\sum_k\left(g_k^{(2)}+g_k^{(2)*}\right)|f_k|^2.\end{aligned} \tag{13}$$

综合上述, 只计及自旋 - 位移声子相干效应, 我们得到 SLPCM 系统能量为

$$\begin{aligned}E_0&=\langle\Phi_0\left|U_\mathrm{D}^{-1}HU_\mathrm{D}\right|\Phi_0\rangle\\&=\sum_k\omega_k\left(\langle n_k\rangle+|f_k|^2\right)-\sum_k\left(g_k^{(1)}f_k^*+g_k^{(1)*}f_k\right)\\&\quad-\sum_k\lambda_k^{(2)}|f_k|^2-\Delta_0\mathrm{e}^{-2\sum\limits_k|f_k|^2(2\langle n_k\rangle+1)},\end{aligned} \tag{14}$$

其中 $\lambda_k^{(2)}=g_k^{(2)}+g_k^{(2)^*}$. 显然, $T\neq0$ 情形声子的温度效应以 (已知) 声子平均数目 $\langle n_k\rangle$ 出现在声子动能 ω_k 和 D-W 散射因子中. 由极值方程 $\dfrac{\partial E_0}{\partial f_k^*}=0$, 求得 f_k 为

$$\tilde{f}_k^{(0)}=$$

$$\frac{g_k^{(1)}}{\omega_k+|\lambda_k^{(2)}|+2\Delta_0\,\mathrm{e}^{-2\sum_k|f_k^{(0)}|^2(2\langle n_k\rangle+1)}(2\langle n_k\rangle+1)}. \tag{15}$$

从 (15) 式可以看到, 自旋 - 单声子态相干参量 f_k 与自旋 - 单声子耦合强度 $g_k^{(1)}$ 有关. 借助于极值方程 $\dfrac{\partial E_0}{\partial f_k}=0$, 最后, 由于单声子相干态效应, SLPCM 系统能量将修改为

$$\begin{aligned}E_0=&\sum_k\omega_k\left(\langle n_k\rangle-|f_k|^2\right)+\sum_k\lambda_k^{(2)}|f_k|^2\\&-\Delta_0\,\mathrm{e}^{-2\sum_k\left|f_k^{(0)}\right|^2(2\langle n_k\rangle+1)}\\&\times\left[1+4\sum_k|f_k|^2(2\langle n_k\rangle+1)\right],\end{aligned} \tag{16}$$

其中 D-W 相干弹性散射参量

$$w_{\mathrm{ph}}^{(0)}=2\sum_k\left|\tilde{f}_k^{(0)}\right|^2(2\langle n_k\rangle+1). \tag{17}$$

从 (15)—(17) 式可以看到, 当不存在粒子自旋 - 单声子相互作用时, $E_0=\sum\limits_k\langle n_k\rangle\omega_k-\Delta_0(\in_0=0$ 情形). 但是, 当存在粒子自旋 - 声子相互作用时, 由于自旋 - 位移声子相干效应 $\Delta_0\boldsymbol{\sigma}_x ch\left[2\left(f_kb_k-f_k^*b_k^+\right)\right]$ 项导致自旋基态粒子对声子组态 $\prod\limits_k|n_k\rangle$ 的扰动将会引起粒子自旋沿量子隧道运动发生粒子自旋 - 相干态声子弹性散射 (Debye-Waller 散射), $\Delta_0\to\Delta_0\,\mathrm{e}^{-2\sum_k\left|\tilde{f}_k^{(0)}\right|^2(2\langle n_k\rangle+1)}$, 量子隧道宽度大幅度变窄从而破坏粒子自旋在量子隧道运动中位垒两侧 $|L\rangle$ 态与 $|R\rangle$ 态的演变保持相位相干, 自旋极化子能带变窄, 量子隧穿电流强烈衰减. 更为严重的是, 由于 D-W 相干散射效应, $\omega_k\gg\Delta_0\,\mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}}$, 考虑到 $\langle n_k\rangle\gg1$, $\omega_k>\left(\left|\tilde{f}_k^{(0)}\right|^2,\left|\lambda_k^{(2)}\right|\right)$, 因而 D-W 相干散射造成的量子涨落效应所导致的退相干效应使系统能态会不稳定, 即 $E_0>0$, 这是一个极严重的问题. 同时从 (15), (16) 式还可看到, 由于稳定的双声子相干态的演化要求 $\lambda_k^{(2)}<0$, 所以粒子自旋 - 双声子相互作用是压缩单声子相干态效应的.

3 压缩相干态效应

3.1 压缩相干态效应

量子光学中存在两种声子场压缩态, 位移声子压缩态 (displaced phonon squeezing state) 即理想声子压缩态

$$|(f_k,\phi_k)\rangle=U_{\mathrm{D}}(f_k)U_{\mathrm{S}}(\phi_k)|0\rangle_b, \tag{18}$$

与双声子相干态 (two-phonon coherent state) 即压缩相干态 (squeezed coherent state)[48]

$$|[\phi_k,f_k]\rangle=U_{\mathrm{S}}(\phi_k)U_{\mathrm{D}}(f_k)|0\rangle_b. \tag{19}$$

由于 U_{D} 与 U_{S} 不对易, $U_{\mathrm{D}}U_{\mathrm{S}}\neq U_{\mathrm{S}}U_{\mathrm{D}}$, 这两种过程是不等价的. 但是在量子光学领域考虑光子的位移态 - 压缩态之间不存在相干效应会使理想压缩态变得特别简单, 因而一直以来都被采用 [48]. 从量子光学理念我们知道: 1) 自旋粒子经历单声子作用过程演生成单声子相干态 $|f\rangle=U_{\mathrm{D}}(f_k)|0\rangle_b$, 自旋粒子经历双声子作用过程演生成声子压缩态 $|\phi\rangle=U_{\mathrm{S}}(\phi)|0\rangle_b$; 2) 自旋极化子态是粒子自旋 - 单声子作用的结果, 因此自旋极化子态与单声子相干态是同时发生的, 作为结果自旋极化子态与单声子相干态之间是相互相干的; 3) 同位素丰度原理要求自旋粒子只能够紧抱着一个声子结合成复合元激发自旋极化子, 因此自旋极化 - 单声子作用过程不但与单声子相干态过程同时出现, 并且演生自旋粒子经历双声子作用并从而演化成声子压缩态 $|\phi\rangle$; 4) 作为最终结果, 单声子相干态 $|f\rangle$ 与声子压缩态 $|\phi\rangle$ 是同时发生, 它们存在相干效应, 由于这一相干效应导致系统最终演生双声子相干态即压缩相干态 $|[\phi,f]\rangle$, 这才是客观存在的结果. 本文的目的就是采用这一重要相干效应来解决粒子自旋 - 单声子相互作用而发生的 D-W 相干弹性散射所导致的量子隧道的退相干效应.

作为压缩相干态的直接结果, 不但对声子场有压缩, 而且对相干态也有压缩, 即出现了相干效应项

$$\begin{aligned}&U_{\mathrm{D}}^{-1}U_{\mathrm{S}}^{-1}b_kU_{\mathrm{S}}U_{\mathrm{D}}\\&=(b_kch\gamma_k+b_k^+sh\gamma_k)\\&\quad-(f_kch\gamma_k+f_k^*sh\gamma_k)\boldsymbol{\sigma}_z\quad(\gamma_k=\phi_k/N_1).\end{aligned} \tag{20}$$

因此, 导致 Hamiltonian (1) 式变换成 (不计入 b_k,b_k^+, b_k^2,b_k^{+2} 零贡献项)

$$\begin{aligned}\tilde{H}_{\mathrm{eff}}=&\sum_k\omega_k\Big[\left(b_k^+b_kch^2\gamma_k+b_kb_k^+sh^2\gamma_k\right)\\&+|f_k|^2(ch\gamma_k-sh\gamma_k)^2\cdot\boldsymbol{\sigma}_z^2\Big]\\&-\sum_k\left(g_k^{(1)}f_k^*+g_k^{(1)*}f_k\right)(ch\gamma_k-sh\gamma_k)\boldsymbol{\sigma}_z^2\\&+\frac{1}{2}\sum_{k\boldsymbol{\sigma}'\boldsymbol{\sigma}''}\lambda_k^{(2)}\left(b_k^+b_k+b_kb_k^+\right)sh2\gamma_k\boldsymbol{\sigma}_z\boldsymbol{\sigma}_z'\boldsymbol{\sigma}_z''\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&-\sum_{k\boldsymbol{\sigma}'\boldsymbol{\sigma}''}\lambda_k^{(2)}|f_k|^2(ch\gamma_k-sh\gamma_k)^2\boldsymbol{\sigma}_z\boldsymbol{\sigma}_z'\boldsymbol{\sigma}_z''\\
&-\Delta_0\boldsymbol{\sigma}_x ch\left[2\left(\tilde{f}_k b_k-\tilde{f}_k^* b_k^+\right)\right]\\
&-\mathrm{i}\Delta_0\boldsymbol{\sigma}_y sh\left[2\left(\tilde{f}_k b_k-\tilde{f}_k^* b_k^+\right)\right],
\end{aligned}\tag{21}
$$

其中 $f_k\to\tilde{f}_k=f_k ch\gamma_k+f_k^* sh\gamma_k$. 作为结果, 本文的 SLPCM 系统 (方程 (2)) 能量 E_0 发生新的非经典修改. 按照第 2 节的期望值处理方法得到

$$
\begin{aligned}
\tilde{E}_0=&\left\langle\Phi_0\left|\tilde{H}_{\mathrm{eff}}\right|\Phi_0\right\rangle\\
=&\sum_k\omega_k\Big[\langle n_k\rangle ch^2\gamma_k+(\langle n_k\rangle+1)sh^2\gamma_k\\
&+|f_k|^2(ch\gamma_k-sh\gamma_k)^2\Big]\\
&-\sum_k\left(g_k^{(1)}f_k^*+g_k^{(1)*}f_k\right)(ch\gamma_k-sh\gamma_k)\\
&+\sum_\kappa\lambda_k^{(2)}[(2\langle n_k\rangle+1)sh\gamma_k ch\gamma_k\\
&-|f_k|^2(ch\gamma_k-sh\gamma_k)^2]\\
&-\Delta_0\,\mathrm{e}^{-2\sum_k|f_k|^2(ch\gamma_k-sh\gamma_k)^4(2\langle n_k\rangle+1)}.
\end{aligned}\tag{22}
$$

这样一来, 基于压缩相干态效应, 由极值条件 $\dfrac{\partial\tilde{E}_0}{\partial f_k^*}=0$, 求得 f_k 修改为

$$
\begin{aligned}
f_k\approx{}& g_k^{(1)}(ch\gamma_k+sh\gamma_k)\Big[\omega_k+\left|\lambda_k^{(2)}\right|\\
&+2\Delta_0\,\mathrm{e}^{-2\sum_k\left|\tilde{f}_k^{(0)}\right|^2(ch\gamma_k-sh\gamma_k)^4(2\langle n_k\rangle+1)}\\
&\times(ch\gamma_k-sh\gamma_k)^2(2\langle n_k\rangle+1)\Big]^{-1}.
\end{aligned}\tag{23}
$$

与此相伴随, $\tilde{E}_0$ 进一步修改成

$$
\begin{aligned}
&\tilde{E}_0\\
&=\sum_k\omega_k\Big[\langle n_k\rangle ch^2\gamma_k+(\langle n_k\rangle+1)sh^2\gamma_k\\
&\quad-|f_k|^2(ch\gamma_k-sh\gamma_k)^2\Big]\\
&\quad-\sum_k\left|\lambda_k^{(2)}\right|\Big[(2\langle n_k\rangle+1)sh\gamma_k ch\gamma_k\\
&\quad+|f_k|^2(ch\gamma_k-sh\gamma_k)^2\Big]\\
&\quad-\Delta_0\,\mathrm{e}^{-2\sum_k|f_k|^2(ch\gamma_k-sh\gamma_k)^4(2\langle n_k\rangle+1)}\\
&\quad\times\left[1+4\sum_k|f_k|^2(ch\gamma_k-sh\gamma_k)^4(2\langle n_k\rangle+1)\right].
\end{aligned}\tag{24}
$$

显然, 计及单声子相干态 - 声子压缩态之间相互相干效应, 其结果相干参量有压缩效应, $f_k\to\tilde{f}_k=\left(f_k ch\gamma_k+f_k^* sh\gamma_k\right)$, 此时 D-W 参量导致新的重大修正成

$$
w_{\mathrm{ph}}=2\sum_k|f_k|^2(ch\gamma_k-sh\gamma_k)^4(2\langle n_k\rangle+1).\tag{25}
$$

退相干因子 $\mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}}$ 修正为 $\mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}}$. 但是, 对于位移声子压缩态 (理想声子压缩态) 效应, 由于相干参量没有压缩, D-W 参量仅修正成

$$
w_{\mathrm{ph}}^{(1)}=2\sum_k\left|f_k^{(1)}\right|^2(ch\gamma_k-sh\gamma_k)^2(2\langle n_k\rangle+1).\tag{26}
$$

进一步从极值方程 $\dfrac{\partial\tilde{E}_0}{\partial\gamma_k}=0$, 可以求得压缩参量 γ_k. 考虑到 $\gamma_k=\dfrac{\phi_k}{N_1}\ll1$, $ch\gamma_k\approx1$, $sh\gamma_k\approx\gamma_k$, 从而得到

$$
\begin{aligned}
sh2\gamma_k=&\frac{8\Delta_0\,\mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}(\gamma_k)}|f_k|^2+\left|\lambda_k^{(2)}\right|+\left[\left(\omega_k+\left|\lambda_k^{(2)}\right|\right)|f_k|^2-\left(g_k^{(1)}f_k^*+g_k^{(1)*}f_k\right)\right](2\langle n_k\rangle+1)^{-1}}{\omega_k+4\Delta_0\,\mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}(\gamma_k)}|f_k|^2+\left[\left(\omega_k+\left|\lambda_k^{(2)}\right|\right)|f_k|^2-\dfrac{1}{2}\left(g_k^{(1)}f_k^*+g_k^{(1)*}f_k\right)\right](2\langle n_k\rangle+1)^{-1}}\\
\approx&\frac{8\Delta_0\,\mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}(\gamma_k)}|f_k|^2+\left|\lambda_k^{(2)}\right|}{\omega_k+4\Delta_0\,\mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}(\gamma_k)}|f_k|^2}.
\end{aligned}\tag{27}
$$

作为参照, 对于理想声子压缩态

$$
\begin{aligned}
\tilde{E}_0^{(1)}=&\sum_k\omega_k\left[\langle n_k\rangle ch^2\gamma_k+(\langle n_k\rangle+1)sh^2\gamma_k-|f_k|^2\right]\\
&-\sum_\kappa\left|\lambda_k^{(2)}\right|\left[(2\langle n_k\rangle+1)sh\gamma_k ch\gamma_k+|f_k|^2\right]\\
&-\Delta_0\,\mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}^{(1)}}\Big[1+4\sum_\kappa|f_k|^2(ch\gamma_k-sh\gamma_k)^2\\
&\times(2\langle n_k\rangle+1)\Big],
\end{aligned}\tag{28}
$$

此时

$$
f_k^{(1)}=\frac{g_k^{(1)}}{\omega_k+\left|\lambda_k^{(2)}\right|+2\Delta_0\,\mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}^{(1)}}(2\langle n_k\rangle+1)},\tag{29}
$$

$$
sh2\gamma_k^{(1)}\approx\frac{2\Delta_0\,\mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}\mathrm{e}^{-2\gamma_k^{(1)}}}|f_k|^2+\left|\lambda_k^{(2)}\right|}{\omega_k+4\Delta_0\,\mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}\mathrm{e}^{-2\gamma_k^{(1)}}}|f_k|^2}.\tag{30}
$$

从 (27) 与 (30) 式可以看到, 自旋 - 双声子态相干参

量即压缩参量 γ_k 与自旋 - 双声子耦合强度 $g_k^{(2)}$ 有关. 当 $\lambda_k^{(2)}=0$, 由于自旋 - 单声子态相干作用存在即 $|f_k|^2\neq 0$, $sh2\gamma_k\neq 0$, 这说明双声子相干态始终会客观存在, 也证明引言中引述 Mandel 的理念是正确的. 另一个重要事实是, 由于 $|f_k|^2\sim 0.1$ (或更小), 量值上 $2\Delta_0\,\mathrm{e}^{-w_{\rm ph}}|f_k|^2\sim\left|\lambda_k^{(2)}\right|$ 可相比较 (特别是 $\Delta_0<5.0$ 情形), 因此介入自旋 - 双声子相互作用可以有效增大 $sh2\gamma_k$, 从而有效增强声子压缩态和压缩相干态效应.

3.2 关联表象中单声子相干态 - 声子压缩态间非绝热表象关联

从表象理论知道, 关联表象

$$\tilde{U}=\mathrm{e}^{\sum\limits_k\left[f_k\left(b_k-b_{-k}^+\right)\boldsymbol{\sigma}_z+\frac{1}{2N_1}\phi_k\left(b_{-k}^{+2}-b_k^2\right)\right]}\neq U_{\rm S}(\phi_k)U_{\rm D}(f_k),\tag{31}$$

在 3.1 节中, 我们为了化解量子力学处理上的困难, 将关联表象做了绝热近似处理 $\tilde{U}\approx U_{\rm S}(\phi_k)U_{\rm D}(f_k)$. 但是, 绝热近似仅当自旋极化子态和声子压缩态独立出现时才可以将 $\tilde{U}$ 分解成单个 $U_{\rm S}(\phi_k)$ 与 $U_{\rm D}(f_k)$ 的独立乘积. 但是当自旋极化子 - 单声子相互作用不是非常弱时, 声子位移态 (相干态) 与声子压缩态存在表象关联, 即两个表象 $U_{\rm S}(\phi_k)$ 和 $U_{\rm D}(f_k)$ 不是相互独立的, 而是相互影响和密切关联. 因此作为绝热近似修正, 关联表象 $\tilde{U}$ 的直接效应导致声子位移参量有个重整化修正 $f_k\to f(\phi_k)$[49],

$$f(\phi_k)=\frac{\mathrm{e}^{2\gamma_k}-1}{2\gamma_k}f_k>f_k,\quad f(\phi_k)\gg f_k^{(1)}.\tag{32}$$

由于相干效应项 $f_k ch\gamma_k+f_k^* sh\gamma_k\to f(\phi_k)ch\gamma_k+f^*(\phi_k)sh\gamma_k=f_k ch\tilde{\gamma}_k+f_k^* sh\tilde{\gamma}_k$, 因而关联表象效应 $\tilde{\gamma}_k>\gamma_k$. 这样一来, 压缩参量方程 (27) 修改为

$$\begin{aligned}sh2\tilde{\gamma}_k={}&\Bigg[8\Delta_0\,\mathrm{e}^{-2\sum\limits_k|f_k|^2(ch\gamma_k-sh\gamma_k)^4(2\langle n_k\rangle+1)}\\&\times|f_k(\phi_k)|^2+\left|\lambda_k^{(2)}\right|\Bigg]\\&\times\Bigg[\omega_k+4\Delta_0\,\mathrm{e}^{-2\sum\limits_k|f_k|^2(ch\gamma_k-sh\gamma_k)^4}\\&\times|f_k(\phi_k)|^2\Bigg]^{-1}.\end{aligned}\tag{33}$$

因而有效增强了压缩效应, 而 $sh2\gamma_k^{(1)}$ 修正为

$$\begin{aligned}sh2\gamma_k^{(1)}={}&\Bigg[2\Delta_0\,\mathrm{e}^{-2\sum\limits_k\left|f_k^{(1)}\right|^2\mathrm{e}^{-2\gamma_k^{(1)}(2\langle n_k+1\rangle)}}\\&\times\left|f\left(\phi_k^{(1)}\right)\right|^2+\left|\lambda_k^{(2)}\right|\Bigg]\\&\times\Bigg[\omega_k+4\Delta_0\,\mathrm{e}^{-2\sum\limits_k\left|f_k^{(1)}\right|^2\mathrm{e}^{-2\gamma_k^{(1)}}(2\langle n_k\rangle+1)}\\&\times\left|f\left(\phi_k^{(1)}\right)\right|^2\Bigg]^{-1}.\end{aligned}\tag{34}$$

与压缩参量有效增强相对应, 表象非绝热关联也导致 SLPCM 系统非经典态能量进一步有效下降:

$$\begin{aligned}\tilde{E}_0={}&\sum_k\omega_k\Big[\langle n_k\rangle ch^2\gamma_k+(\langle n_k\rangle+1)sh^2\gamma_k\\&-|f(\phi_k)|^2(ch\gamma_k-sh\gamma_k)^2\Big]\\&-\sum_k\left|\lambda_k^{(2)}\right|\Big[(2\langle n_k\rangle+1)sh\gamma_k ch\gamma_k\\&+|f(\phi_k)|^2(ch\gamma_k-sh\gamma_k)^2\Big]\\&-\Delta_0\,\mathrm{e}^{-2\sum\limits_k|f_k|^2(ch\gamma_k-sh\gamma_k)^4(2\langle n_k\rangle+1)}\\&\times\Big[1+4\sum_\kappa|f(\phi_k)|^2(ch\gamma_k-sh\gamma_k)^4\\&\times(2\langle n_k\rangle+1)\Big].\end{aligned}\tag{35}$$

此时, Δ_0 的指数衰减退相干因子 $\mathrm{e}^{-w_{\rm ph}^{(0)}}$ 进一步修正为 $\mathrm{e}^{-\tilde{w}_{\rm ph}}$, 其中

$$\begin{aligned}\tilde{w}_{\rm ph}&=2\sum_k|f_k|^2\,\mathrm{e}^{-4\tilde{\gamma}_k}(2\langle n_k\rangle+1)\\&\approx w_{\rm ph}^{(0)}\,\mathrm{e}^{-4\tilde{\gamma}_k}\ll w_{\rm ph}^{(0)}.\end{aligned}\tag{36}$$

这样一来, 考虑到 $\tilde{\gamma}_k\gg\gamma_k^{(0)}=\Delta_0\,\mathrm{e}^{-w_{\rm ph}^{(0)}}\left|f_k^{(0)}\right|^2\Big/\omega_k$, 因而声子位移参量重整化效应进一步极大幅度抑制住量子隧道系统的退相干行为, 即

$$\begin{aligned}\Delta_0\,\mathrm{e}^{-w_{\rm ph}^{(0)}}\to\Delta_0\,\mathrm{e}^{-w_{\rm ph}^{(0)}}\,\mathrm{e}^{-4\tilde{\gamma}_k}&\Big[1+4\sum_k|f(\phi_k)|^2(ch\gamma_k\\&-sh\gamma_k)^4(2\langle n_k\rangle+1)\Big].\end{aligned}\tag{37}$$

4 讨论与结论

对于一个具有双能态 SLPCM 量子隧道系统, 由于粒子自旋 - 单声子之间 D-W 相干弹性散射作用导致自旋在位垒两侧从 $|L\rangle$ 态隧穿演化到 $|R\rangle$ 态出现量子涨落, 从而引起双能态 SLPCM 隧道系统自旋隧穿过程相位相干的破坏, 即退相干效应, 自旋极化子带宽大幅度变窄, $\Delta_0\to\Delta_0\,\mathrm{e}^{-w_{\rm ph}^{(0)}}$, 这是量子信息器件的一个烦恼问题. 本文考虑粒子自旋 - 双声子相互作用, 介入三个非经典效应, 采用关联

表象变分波函数近似有效解决了这个问题, 由此得出如下重要结论.

1) 考虑声子位移 - 粒子自旋之间存在强烈相干效应, 即引入 U_D-变换 $U_D = e^{\sum_k f_k(b_k - b^+_{-k})\boldsymbol{\sigma}_z}$, 其结果 $\Delta_0\boldsymbol{\sigma}_x \to \Delta_0\boldsymbol{\sigma}_x ch\left[2\left(f_k b_k - f_k^* b_k^+\right)\right]$ 项导致自旋基态粒子对声子组态 $\prod_k |n_k\rangle$ 的扰动, 这才是 SLPCM 量子隧道系统退相干的真实源泉. 与此同时, 声子动能有效减少为 $\sum_\kappa \omega_\kappa(\langle n_k\rangle - |f_k|^2)$, 自旋极化子能带增宽为

$$\Delta_0 e^{-w_{\rm ph}^{(0)}} \to \Delta_0 e^{-w_{\rm ph}^{(0)}}\left[1 + 4\sum_k |f_k|^2(2\langle n_k\rangle + 1)\right],$$

从而抑制退相干效应.

2) 依据同位素丰度原理, 自旋极化子结构应该是粒子自旋与一个声子紧密结合的复合元激发粒子. 自旋极化子中的自旋粒子不可能分身去参与磁离子晶体中其他声子进行随机碰撞, 因而不会导致统计涨落力. 粒子自旋 - 单声子作用过程和自旋极化子 - 单声子作用过程是伴随发生的, 从纠缠态原理考虑, 单声子相干态 - 声子压缩态的两个过程存在相干效应 [48], 此时相干参量存在压缩效应修正, $f_k \to \left(f_k ch\gamma_k + f_k^* sh\gamma_k\right)$, 与理想声子压缩态 $U_D U_S|0\rangle_b$(压缩参量 $\gamma_k^{(1)}$) 比较, 单声子相干态被压缩效应大幅度增强声子场的压缩效应. 比较 (27) 与 (30) 式近似 $sh2\gamma_k > 4sh2\gamma_k^{(1)}$, 从而 $w_{\rm ph}^{(0)} e^{-4\gamma_k} \ll w_{\rm ph}^{(0)} e^{-2\gamma_k^{(1)}}$, $\Delta_0 e^{-w_{\rm ph}^{(0)}} \to \Delta_0 e^{-w_{\rm ph}^{(0)} e^{-4\gamma_k}}$, 使量子隧道宽度大幅度变宽, 即自旋极化子能带大幅度增宽, 量子相干损失大幅度减少. 与此相应, SLPCM 系统的非经典态能量得到更显著下降.

3) 表象关联效应的直接结果是位移参量 f_k 重整化修正

$$f_k \to f(\phi_k) = \frac{e^{2\gamma_k} - 1}{2\gamma_k} f_k \gg f_k^{(1)},$$

这是一种新的量子力学表象效应, 其结果

$$sh2\tilde{\gamma}_k \approx \left(\frac{e^{2\gamma_k} - 1}{2\gamma_k}\right)^2 sh2\gamma_k \gg sh2\gamma_k^{(1)}.$$

特别是压缩参量较大时, 这一效应极大幅度抑制隧道系统中的退相干效应.

4) 声子动能项 $\sum_k \omega_k\langle n_k\rangle$ 是始终存在的, 它不但破坏 SLPCM 隧道系统非经典态的稳定性, $E_0 > 0$, 而且破坏隧道系统自旋极化子 - 孤子态的稳定性. 考虑声子场压缩态效应的同时, 计入粒子自旋 - 双声子相互作用是一个极其重要的因素, 它不但介入粒子自旋 - 单声子相互作用的相互相干, 直接引起对单声子相干态的干涉作用, 从而减弱单声子相干态 ((15), (16) 式), 并且促进粒子自旋 - 双声子作用过程的声子压缩态的演化, 更为重要的是极大幅度地增强了单声子相干态 - 声子压缩态之间过程相干效应, 从而大幅度地加强了压缩相干态效应, 与此同时还大幅度地增强表象关联效应, 造成自旋极化子能带更大幅增宽, 退相干因子 $e^{-w_{\rm ph}^{(0)}} \to e^{-w_{\rm ph}^{(\gamma_k)}}$, 即量子相干损失更大幅度减小. 量子隧道系统的非经典态能量演化成

$$\tilde{E}_0 \ll E_0, \tag{38}$$

使 SLPCM 系统有效地保持着稳定的非经典态, 这正是本文期待的极重要结果.

5) 作为本文的关联表象变分方法近似的合理性即适用条件, 我们在下面给出有科学事实的理据.

①我们先看位移振子变换 U_D 导致变分近似的物理事实:

$$\begin{aligned}\psi_D &= e^{\sum_k f_k\left(b_k - b^+_{-k}\right)\boldsymbol{\sigma}_z}|0\rangle_{b_k}\\ &= e^{-\frac{1}{2}\sum_k |f_k|^2}\Bigg[1 + \sum_k f_k\boldsymbol{\sigma}_z b_k^+\\ &\quad + \frac{1}{2}\sum_{kk'} f_k f'_k b_k^+ b_{k'}^+ + \cdots\Bigg]|0\rangle_{b_k},\end{aligned}$$

若只计及一阶虚声子交换过程修正, 即线性项 $\sum_k f_k\boldsymbol{\sigma}_z b_k^+$, 这就是通常微扰论修正结果; 由于现在包括 2-阶项, 2 个虚声子交换, $\cdots$ n-阶项, n 个虚声子交换过程 ($n \to \infty$) 修正, 这就超越了微扰论修正, 适用于中间耦合的 LLP 变分近似.

②再来看声子压缩态变分波函数的内涵:

$$\begin{aligned}\psi_s &= e^{\frac{1}{2N_1}\sum_k \phi_k(b_k^2 - b^{+2}_{-k})}|0\rangle_{b_k}\\ &= e^{-\frac{1}{N_1}\sum_k |\phi_k|^2}\Bigg[1 + \sum_k \phi_k b_k^{+2} + \frac{1}{2}\sum_{kk'}\phi_k\phi_{k'} b_k^{+2} b_{k'}^{+2}\\ &\quad + \cdots\Bigg]|0\rangle_{b_k},\end{aligned}$$

显然, 介入声子压缩态变分比位移振子态 (单声子相干态) 变分近似更胜一筹, 它的一阶虚过程有 2 个虚声子发射, 二阶虚过程有 4 个虚声子发射, $\cdots$, 因而又拓宽中间耦合修正, 进一步延伸到强耦合近似区域.

③由于本文基于同位素丰度原理, 提出与自旋-单声子相互作用 (演化成单声子相干态) 的同时, 还出现一种新的自旋极化子 - 单声子相互作用, 并

进而演化出声子压缩态; 由于这两种相互作用同时发生, 其结果导致单声子相干态和声子压缩态两个过程相互相干, 最终 SLPCM 系统演变成被压缩了的相干态. 我们看一看一阶虚过程的相干效应: a) $\sum_{kk'} f_k\sigma_z b_k^+[\phi_{k'}b_{k'}^{+2}|0\rangle_{b_k}]$ 与 b) $\sum_{kk'} \phi_k b_k^{+2}[f_{k'}\sigma_z b_{k'}^+|0\rangle_{b_k}]$, 由于 $b_k^+|0\rangle$ 发生概率远大于 $b_k^{+2}|0\rangle$ 的概率, 因此一阶虚过程 b) 发生概率远大于一阶虚过程 a) 的概率, 结果 b) 反映一阶虚过程之间存在相干效应, 其余二阶, 三阶 $\cdots$ 虚过程类似分析, 因此压缩相干态是客观存在的物理事实, 而压缩相干态变分近似远远比现行位移振子态 - 声子压缩态变分近似更胜一筹. 计及关联表象效应, 大幅度增强压缩相干态效应, 因此本文的关联表象变分近似适用条件远远超出 (LLP) 中间耦合区域而适用于更强耦合近似区域.

6) 为了对本文的单声子相干态被压缩效应和粒子自旋 - 双声子相互作用有深入的认知, 我们下面做出具体分析. 一般而言, 对于高频声子, 晶格畸变较小, 而对自旋极化子, $\omega_k\sim 0.05$—0.5. 作为近似估算, 我们取 $\omega_k\sim 0.25$, $g_k^{(1)}\sim 0.08$, $|\lambda_k^{(2)}|\sim 0.025$, $\langle n_k\rangle\sim 10$, (应该说明, $\langle n_k\rangle$ 取值是很小的) 此时

$$w_{\rm ph}^{(0)}=2\sum_k|\tilde f_k^{(0)}|^2(2\langle n_k\rangle+1)\sim 4.198,$$

相应地,

$$\Delta_0\to {\rm e}^{-w_{\rm ph}^{(0)}}\Delta_0\approx 0.0152\Delta_0. \qquad (39)$$

由此可见, 由于粒子自旋 - 相干态声子之间的 D-W 相干弹性散射使自旋极化子能带宽度大幅度变窄, 导致量子隧道的消相干效应是极严重的. 为了得到实验上可观测到的量子隧穿几率流, 我们取 $\Delta_0\sim 5.0$. 作为合理近似, $\omega_k\gg 2\Delta_0{\rm e}^{-w_{\rm ph}}|f_k|^2$, $sh2\gamma_k^{(0)}(0)\approx 2\Delta_0{\rm e}^{-w_{\rm ph}^{(0)}}|f_k^{(0)}|^2/\omega_k\approx 0.062$, 而 $\dfrac{|\lambda_k^{(2)}|}{\omega_k}=0.1$.

①声子场压缩态效应:

	$\lambda_k^{(2)}\neq 0$	$\lambda_k^{(2)}=0$
a) 理想声子压缩态	$sh2\gamma_k^{(1)}(s)\approx 2.20sh2\gamma_k^{(0)}+0.1$	$sh2\gamma_k^{(1)}(s,0)\approx 1.25sh2\gamma_k^{(0)}$
b) 压缩相干态	$sh2\gamma_k(s-c)\approx 11.45sh2\gamma_k^{(0)}+0.1$	$sh2\gamma_k(s-c,0)\approx 3.35sh2\gamma_k^{(0)}$
c) 关联表象效应	$sh2\tilde\gamma_k(s-c)\approx 33.48sh2\gamma_k^{(0)}+0.1$	$sh2\tilde\gamma_k(s-c,0)\approx 4.098sh2\gamma_k^{(0)}$

从结果可知, 压缩相干态效应演化声子场的压缩态作用远比纯粹位移声子压缩态 (理想声子压缩态) 重要得多; 但是, 粒子自旋 - 双声子相互作用 ($\lambda_k^{(2)}\neq 0$) 更起着大幅度加强压缩相干态效应, 与此同时, 关联表象效应这一新的量子力学效应也起着大幅度增强压缩态的作用: $sh2\gamma_k(s-c)\gg sh2\gamma_k(s-c,0)$ 和 $sh2\tilde\gamma_k(s-c)\gg sh2\tilde\gamma_k(s-c,0)$.

② D-W 效应及由此引起量子相干损失 ($\Delta_0{\rm e}^{-w_{\rm ph}}$) 的抑制:

	$\lambda_k^{(2)}\neq 0$	$\lambda_k^{(2)}=0$
a) 理想声子压缩态	$w_{\rm ph}^{(1)}\approx 0.79w_{\rm ph}^{(0)}$	$w_{\rm ph}^{(0)}(0)\approx 0.92w_{\rm ph}^{(0)}$
	$\Delta_0{\rm e}^{-w_{\rm ph}^{(1)}}\approx 0.0369\Delta_0$	$\Delta_0{\rm e}^{-w_{\rm ph}^{(1)}(0)}\approx 0.0212\Delta_0$
b) 压缩相干态	$w_{\rm ph}\approx 0.247w_{\rm ph}^{(0)}$	$w_{\rm ph}(0)\approx 0.644w_{\rm ph}^{(0)}$
	$\Delta_0{\rm e}^{-w_{\rm ph}}\approx 0.368\Delta_0$	$\Delta_0{\rm e}^{-w_{\rm ph}(0)}\approx 0.0672\Delta_0$
c) 关联表象效应	$\tilde w_{\rm ph}\approx 0.0524w_{\rm ph}^{(0)}$	$\tilde w_{\rm ph}(0)\approx 0.55w_{\rm ph}^{(0)}$
	$\Delta_0{\rm e}^{-\tilde w_{\rm ph}}\approx 0.803\Delta_0$	$\Delta_0{\rm e}^{-\tilde w_{\rm ph}^{(0)}}\approx 0.105\Delta_0$

从数值结果分析, 同样有力说明压缩相干态效应和关联表象效应的作用远比位移声子压缩态削弱 D-W 效应和量子相干损失重要得多. 然而, 粒子自旋 - 双声子相互作用更为强势克制 D-W 效应, 从而应是进一步有力克制量子相干损失的关键要素.

另一方面计及量子隧道粒子自旋 σ_z- 声子位移强关联效应整合修正,

$$\Delta_0{\rm e}^{-w_{\rm ph}^{(0)}}\to\tilde\Delta_0$$

$$
\begin{aligned}
&= \Delta_0 \mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}} \mathrm{e}^{-4\tilde{\gamma}_k} \left[1 + 4 \sum_k |f(\phi_k)|^2 (ch\gamma_k \right. \\
&\left. \quad - sh\gamma_k)^4 (2\langle n_k \rangle + 1) \right] \\
&\approx 0.803\Delta_0 (1 + 3.216) \approx 3.385\Delta_0,
\end{aligned} \tag{40}
$$

其结果使原来自旋极化子能带 Δ_0 演化成更大的有效带宽 $\tilde{\Delta}_0$, 更有效地增加量子隧穿几率流; 与此同时, 这一整合修正项数值上比声子动能项 $\sum_k \omega_k \left[\langle n_k \rangle ch^2\gamma_k + (\langle n_k \rangle + 1) sh^2\gamma_k \right]$ 大很多, 从而 SLPCM 量子隧道系统能量更负, 自旋极化子态保持更加稳定.

长期以来人们在研究双能态量子隧道系统的消相干效应时, 只考虑单声子相干态和声子压缩态两个独立效应的作用. 事实上单声子相干态 - 声子压缩态两过程之间客观存在相干纠缠效应, 结果经典单声子相干态演化成非经典相干态, 声子压缩态演化成压缩相干态; 特别是介入自旋 - 双声子相互作用, 它们的统一联立行为极大幅度升华非经典态效应, 其作用远远超出单声子相干态和声子压缩态两个独立行为相加一起的作用, 这正说明本文数值结果反映的事实. 因此, 选取自旋 - 双声子相互作用效应较大的量子信息器件才是提供解决量子相干损失最小的关键可靠保证, 我们期待本文的理论预期的结果和这里两个重要物理要素得到实验的认知和证实.

感谢余超凡教授的有益讨论.

[1] Leggett A J, Chakravarty A T, Dorsey A T 1987 *Rev. Mod. Phys.* **59** 1

[2] Weiss U 1993 *Quantum Dissipative Systems* (Singapore: World Scientipic)

[3] Schleich W P 2001 *Quantum Optics in Phase Space* (Belin: WILEY-VCH Verlag Belin GmbH) p532

[4] Orszag M 2000 *Quantum Qptics* (Belin Heidelbeg: Springer-Verlag) p106

[5] Mahan G D 1981 *Many-Particle Physics* (New York: Plenum Press) pp524–528

[6] Yuan X L, Shi Y, Yang H G, Pu H M, Wu J, Zhao B, Zhang R, Zheng Y K 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 2037 (in Chinese) [袁晓丽, 施毅, 杨红官, 卜惠明, 吴军, 赵波, 张荣, 郑有科 2000 物理学报 **49** 2037]

[7] Wang T H, Li H W, Zhou J M 2001 *Chin. Phys.* **10** 844

[8] Liu M, Wang Z O, He Y L, Jiang X L 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 699 (in Chinese) [刘明, 王子欧, 何宇亮, 江兴流 1998 物理学报 **47** 699]

[9] Zheng H 2004 *J. Eur. Phys.* B **38** 559

[10] Wu Z J, Zhu K D, Yuan X Z , Zheng H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3346 (in Chinese) [吴卓杰, 朱卡的, 袁晓忠, 郑杭 2005 物理学报 **54** 3346]

[11] Hartman U, Wilhelm F K 2004 *Phys. Rev.* B **69** 161309

[12] Brandes T, Kramer B 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 3021

[13] Aguado R, Brandes T 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 206601

[14] Brandes T, Aguado R, Platero G 2004 *Phys. Rev.* B **69** 205326

[15] Chen H, Zhang Y M 1985 *Phys. Rev.* B **32** 4410

[16] Sassetti M, Weiss U 1990 *Phys, Rev. Lett.* **65** 2262

[17] Sassetti M, Weiss U 1990 *Phys, Rev.* B **41** 5383

[18] Chen H, Zhang Y M, Wu X 1989 *Phys. Rev.* B **39** 546

[19] Shi Y L, Chen H, Wu X 1993 *Acta Phys. Sin.* **42** 1162 (in Chinese) [石云龙, 陈鸿, 吴翔 1993 物理学报 **42** 1162]

[20] Lo C F, Sollie R 1991 *Phys. Rev.* B **44** 5013

[21] Chakravarty S, Rudnick J 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 501

[22] Wurger A 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 1759

[23] Volker K 1998 *Phys. Rev.* B **58** 1862

[24] Costi T A, Kieffer C 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 1683

[25] Costi T A 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 1038

[26] Egger R, Mak C H 1994 *Phys. Rev.* B **50** 15210

[27] Stoskburger J T, Mak C H 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2657

[28] Silbey R, Harris R A 1984 *J. Chem Phys.* **80** 2615

[29] Hartmann L, Goychak I, Grifonim, Hänggi P 2000 *Phys. Rev.* E **61** 4687

[30] Lehle H, Ankerhold J 2004 *J. Chem. Phys.* **120** 1436

[31] Zhang M, Zhang S, Pollak E 2004 *J. Chem. Phys.* **120** 9630

[32] Stock G, Thoss M 2005 *Adv. Chem. Phys.* **131** 243

[33] Marten-Fierro E, Pollak E 2007 *J. Chem. Phys.* **126** 164108

[34] Mühlbacher L, Egger R 2003 *J. Chem. Phys.* **118** 179

[35] Wang H, Thoss M, Miller W 2001 *J. Chem. Phys.* **115** 2979

[36] Bulla R, Tong N G, Vojta M 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 170601

[37] Anders F B, Schiller A 2006 *Phys. Rev.* B **74** 245113

[38] Thoss M, Wang H 2006 *Chem. Phys.* **322** 210

[39] Craig I R, Wang H, Thoss M 2007 *J. Chem. Phys.* **127** 144503

[40] Wang H, Thoss M 2008 *New J. Phys.* **10** 115005

[41] Larson J 2007 *Phys. Scr.* **76** 146

[42] Larson J, Moya-Cessa H 2008 *Phys. Scr.* **77** 065704

[43] Irish E K 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 173601

[44] Liu T, Wang K L, Feng M 2007 *J. Phys.* B **40** 1967

[45] Zheng H, Zhu S Y, Zubairy M S 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 200404

[46] Liu T, Wang K L, Feng M 2009 *EPL* **86** 54003

[47] Akhiezer A I, Bargakhter V G, Peletminskii S V 1968 *Spin Wave* (North-Halland: Amsterdam)

[48] Mandel L, Wolf E 1995 *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge: Cambridge University Press) p1042–1047

[49] Majernikava E, Koval J 1998 *Physica* **37** 23

Non-classical energy state and quantum tunnling coherence dissipation for the two-state system with the spin coupled to the lattice phonon*

Luo Zhi-Hua†

(*Department of Physics, Guangdong University of Education, Guangzhou* 510303, *China*)

(Received 31 March 2013; revised manuscript received 3 July 2013)

Abstract

Including the spin-two-phonon interaction, for the two-state tunneling system with the spin coupled to the lattice phonon (i.e., spin-lattice phonon coupling model) at a finite temperature, the non-classical energy state and the quantum coherence dissipation are studied by the expansion approach of the correlated squeezed-coherent state of phonon. To restrain the quantum coherence loss caused by the Debye-Waller′s coherent scattering of the particle spin by the coherent phonons, the non-classical correlation effects are used in our research with the special consideration of the spin-two-phonon interaction, i.e., 1) the particle spin-displaced phonon state correlation; 2) the process coherence between the one-phonon coherent state and the phonon squeezed state which originates from the squeezed-coherent state of phonon; 3) the renormalization of the phonon displacement. We find the new phenomena that the phonon squeezed state is enhanced significantly due to the particle spin-two phonon interaction, in particular, at the same time the effects of the squeezed coherent state and the representation correlation will be essentially increased. Therefore, the striking decline in the quantum tunneling ($\Delta_0\boldsymbol{\sigma}_x$) and the serious quantum coherence loss by the Debye-Waller coherent scattering are restricted more noticeably, as a result, the energy of the non-classical state for the two-level system with spin coupled to the lattice phonon is much lower.

Keywords: non-classical energy state, quantum tunneling coherence loss, spin-two-phonon interaction, squeezed coherent state effect

PACS: 72.20.Dp, 73.21.La, 73.23.Hk **DOI:** 10.7498/aps.62.207201

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10574163).

† Corresponding author. E-mail: lo-zh@126.com