# 混沌神经网络的动态阈值控制\*

张旭东 朱萍 谢小平 何国光\*

(浙江大学物理学系,杭州 310027)

(2013年5月31日收到;2013年7月23日收到修改稿)

提出了混沌神经网络的动态阈值控制方法,将大脑脑电波的主要成分,正弦信号作为控制变量实现对混沌神经 网络内部状态的阈值动态改变,从而达到了控制混沌神经网络混沌的目的.利用该方法可以将混沌神经网络的输出 稳定在一个与网络初始模式相关的存储模式和其反相模式上,从而使混沌神经网络在模式识别、信息搜索等信息 处理功能得以实现.该控制方法不需要事先指定阈值,是一种自适应方法,符合实际人脑的思维运动.

关键词: 混沌控制, 混沌神经网络, 动态阈值控制, 信息处理 PACS: 05.45.Gg, 07.05.Mh, 05.45.Jn DOI: 10.7498/aps.62.210506

# 1引言

混沌神经网络基于其复杂的动力学特性,在动态联想记忆<sup>[1]</sup>、系统优化<sup>[2]</sup>、信息处理<sup>[3]</sup>等方面 有着非常好的应用前景.但是由具有混沌特性的神 经元组成的神经网络,其混沌特性是非周期的连续 变化.因而神经网络不能稳定在某个稳定的模式上, 使得混沌神经网络在信息检索、模式识别等信息 处理上的应用受到限制.为了改变神经网络的混沌 输出特性,使其能在信息处理中得到应用,这就需 要对混沌神经网络进行控制.

自 OGY<sup>[4]</sup> 混沌控制方法提出以来,人们提出 了一系列方法,如混沌同步控制法<sup>[5]</sup>、自适应控 制法<sup>[6]</sup>、偶然正比控制法 (OPE 法)<sup>[7]</sup>、反馈控制 法<sup>[8–13]</sup>、外部噪声控制法<sup>[14,15]</sup>,参数开关调制 法<sup>[16]</sup>,外部周期信号刺激<sup>[17]</sup>,双向耦合法<sup>[18]</sup>等. 但以上这些方法都是针对低维神经网络进行的控 制.为适应具有高维时空混沌的混沌神经网络的控 制,He 等人相继提出了钉扎控制法<sup>[19]</sup>、参数调制 法<sup>[20,21]</sup>、阈值耦合法<sup>[22,23]</sup>等.He 以及 Zhang 等 人用相空间压缩法<sup>[24,25]</sup>分别对混沌神经网络和耦 合映像格子的时空混沌进行了控制.利用文献 [24] 的相空间压缩法可将混沌神经网络的输出成功地 控制在与初始模式相关的存储模式上,但该方法需 要事先确定相空间的范围. 另外, 该控制方法仅单 纯地从混沌控制角度实现了混沌神经网络的混沌 控制, 并没有考虑大脑神经活动的生物学背景. 根 据神经可塑性特征, 神经系统中神经元并非一成不 变<sup>[26-29]</sup>, 恒定的相空间大小, 可能与神经元特性 不相符. 为改变这一局限, 本文对相空间压缩方法 做出改进, 提出了动态控制法. Sih 等人的研究表 明<sup>[30]</sup>, 反映大脑思维活动的脑电波由不同频率的 正弦信号叠加而成, 为此我们将反映思维活动特征 的正弦信号作为控制变量引入到动态阈值控制方 法中, 使得混沌神经网络控制符合实际人脑的思维 运动.

### 2 混沌神经网络模型与动力学特性

混沌神经网络是基于生物体神经系统混沌动 力学特性而提出的一种人工神经网络模型,文中采 用 Aihara 混沌神经网络模型<sup>[1]</sup>.该网络模型由 *M* 个混沌神经元、外部输入和内部反馈输入连接组 成,如图 1 所示.

图 1 中  $A_i$  为外部输入,  $x_i$  为输出. 简化后, 混沌 神经网络只包含反馈输入  $\eta_i$  和不应项  $\zeta_i$ , 第 i 个神 经元的动力学方程为

$$x_i(t+1) = f\{\eta_i(t+1) + \zeta_i(t+1)\},$$
 (1)

\*国家自然科学基金(批准号:61175060)和浙江大学物理学人才培养基地 — 科研训练及科研能力提高项目(批准号:J1210046)资助的课题.

© 2013 中国物理学会 Chinese Physical Society

http://wulixb.iphy.ac.cn

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: gghe@zju.edu.cn

$$\eta_i(t+1) = k_f \eta_i + \sum_j^M w_{ij} x_j(t), \qquad (2)$$

$$\zeta_i(t+1) = k_r \zeta_i(t) - \alpha g\{x_i(t)\} + a_i, \qquad (3)$$

其中,  $f(y) = \frac{1}{(1 + \exp(-y/\varepsilon))}$ 为带陡度  $\varepsilon$  的 Sigmoid 函数, g(y) = y为不应性函数.  $\alpha$  为不应性参 数,  $a_i$  为阈值, 包含恒定的外部输入部分,  $k_f$  为反馈 输入的衰减参数,  $k_r$  为不应性衰减参数. (2) 式中的  $w_{ij}$ 为第 i 个神经元与第 j 个内部反馈输入的连接 权重, 它由 (4) 式的外积求和学习算法决定. 其中 n表示存储模式的数量,  $x_i^p$  为 p 个存储模式的第 i 个 分量.

$$w_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{p=1}^{n} (2x_i^p - 1)(2x_j^p - 1).$$
(4)

本工作中的混沌神经网络由 100 个混沌神经 元组成,即 *M* = 100. 选取图 2 所示的 4 个模式 (模 式 (a), (b), (c), (d)), 作为网络的存储模式. 图中,用 "■"表示神经元输出为"1", 代表该神经元为兴奋 状态; 用白色方块表示神经元输出"0", 为抑制状 态. 当混沌神经网络按照 (4) 式的学习算法学习了 存储模式后, 神经元间的连接权值随之决定.

学习了存储模式后的混沌神经网络,表现出复 杂的时空混沌动力学特性. 将图 3 所示的储存模式 (c) 包含了 10%的噪声的模式作为网络的初始模式. 其网络输出时空特性如图 4 所示. 其中图 4(a) 为 网络中所有神经元的输出时序图,图中横轴表示时 间步,纵轴表示神经元编号,颜色表示神经元的输 出状态,黑色方块表示神经元处于兴奋状态,白色 方块表示抑制状态.可以看出,不仅每个混沌神经 元的输出表现出随时间演化的混沌,而且同一时刻 不同神经元的输出在空间上同样构成了混沌现象, 这就是所谓的时空混沌特性. 为揭示混沌神经网络 在信息处理中的潜在应用价值,我们将混沌神经网 络的输出模式时序图 (片段)给出在图 4(b) 中.从 图 4(b) 可以看出, 网络的输出不能稳定在某一状态 上,输出中包含了几种存储模式或其反相模式,如 第23时间步,出现存储模式(d),第974步出现存储 模式 (b) 的反相模式, 在 1556 步出现存储模式 (a), 在 1863 及 1868 步分别出现存储模式 (c) 及其反相 模式. 随着时间的进一步演变, 所有存储模式及其 反相模式都将在输出序列中出现,但存储模式及其

反相模式在输出序列中出现的时间与概率各不相同,这就是混沌神经网络的动态联想记忆. 图 4 所示的时空混沌特性妨碍了混沌神经网络在信息处理中的直接应用.为了将混沌神经网络应用于模式识别、信息搜索等处理中,需要改变混沌神经网络的混沌运动特性,即对神经网络进行适当控制.



### 3 混沌神经网络的动态阈值控制

有关混沌控制的研究,自 1990 年 Ott 等人提出 OGY 控制法<sup>[4]</sup>后,取得了不少进展,许多控制方法 随之提出<sup>[5-18]</sup>,但这些方法很难适应高维的混沌 神经网络的控制.为适应高维混沌神经网络的控制, 需要探索新的控制方法.文献 [24]提出了相空间压 缩的控制法,通过设置相空间的上限与下限,限制 混沌神经网络运动轨道在相空间中的自由伸缩和 扩张,从而实现控制混沌的目的.该控制方法的关 键部分可表示为

(5)

$$\zeta_{i}(t+1) = \begin{cases} \zeta_{\max}, & \zeta_{i}(t+1) > \zeta_{\max}, \\ k_{r}\zeta_{i}(t) - \alpha g\{x_{i}(t)\} + a_{i}, & \zeta_{\min} \leqslant \zeta_{i}(t+1) \leqslant \zeta_{\max}, \\ \zeta_{\min}, & \zeta_{i}(t+1) < \zeta_{\min}. \end{cases}$$

210506-2



图 4 混沌神经网络输出的时空特性 (a) 混沌神经元的输出时序图; (b) 混沌神经网络输出模式时序图

但该方法需要事先设定一个固定的大小不变 的相空间的上下限,且被控网络的输出是一个不动 点,失去了混沌神经网络的部分动力学特性.研究 表明神经元具有可塑性,神经元的特性可能不是一 成不变的.因而,相空间大小随时间变化可能更能 反映出神经元的特性,为此我们提出动态阈值控制 法,即相空间的大小随着时间演化发生改变.此外 文献 [24] 仅对不应性项所构成的相空间进行压缩, 对另一反馈项所构成的相空间没作处理,本文将后 者 (反馈量 η<sub>i</sub>) 同样施加控制. 动态的阈值控制方 法,可用(6)和(7)式表示.文中提出的控制方法与

文献 [24] 的最大区别在于动态阈值控制方法的相 空间大小,不是不变的而是随时间演化而发生改变.

如何确定动态阈值是本工作的一个重点,我们 期望将大脑神经活动的生物学活动特性与混沌控 制结合起来,从而探索大脑思维活动规律. 文献 [30] 对人类脑电图进行了深入的研究,研究表明反映大 脑神经运动的脑波可以通过不同频率的正弦信号 叠加来进行量化,不同的频率代表着人脑的不同运 动状态.为此本文中内将脑波的主要成分正弦信号 引入到混沌控制中,实现阈值的动态控制,如(8)式 所示.

$$\eta_{i}(t+1) = \begin{cases} \eta_{\max}(t), & \eta_{i}(t+1) > \eta_{\max}(t), \\ k_{f}\eta_{i} + \sum_{j}^{N} w_{ij}x_{j}(t), & \eta_{\min}(t) < \eta_{i}(t+1) < \eta_{\max}(t), \\ \eta_{\min}(t), & \eta_{i}(t+1) < \eta_{\min}(t), \end{cases}$$
(6)  
$$\zeta_{i}(t+1) = \begin{cases} \zeta_{\max}(t), & \zeta_{i}(t+1) > \zeta_{\max}(t), \\ k_{r}\zeta_{i}(t) - \alpha g\{x_{i}(t)\} + a_{i}, & \zeta_{\min}(t) < \zeta_{i}(t+1) < \zeta_{\max}(t), \\ \zeta_{\min}(t), & \zeta_{i}(t+1) < \zeta_{\min}(t), \end{cases}$$
(7)  
$$\eta_{\max}(t) = A + D \cdot \sin(bt + \phi), \\ \eta_{\min}(t) = -A + D \cdot \sin(bt + \phi), \end{cases}$$

(8)

(8) 式中A和A'表示基础幅值,设定相空间的 基本范围. 各个参数设定为  $D = 3, b = 0.5, \phi = 0,$ A = 7, A' = 11. 混沌神经网络在施加了上述控制之 后, 混沌神经网络的输出发生了变化, 从时空混沌 向有序转变.图5显示了被控混沌神经网络的输出 时序图,网络的初始模式同前面的实验一样,为图3 显示的模式,我们发现输出状态中只包含与初始状 态有关的存储模式及其反相模式. 尽管网络的输出 中在存储模式与反相模式交替期间会出现混沌元 输出全为0的状态,即全白的方块,其他的存储模 式不出现在输出序列中.

 $\zeta_{\max}(t) = A' + D \cdot \sin(bt + \phi),$  $\zeta_{\min}(t) = -A' + D \cdot \sin(bt + \phi).$ 

r

我们也选择了其他的存储模式及其含有一定 噪声的模式作为初始状态, 被控混沌神经网络的输 出同样只含有与初始状态相关的存储模式和其反 相模式,不包含其它的存储模式.这一特性表明文 中提出的混沌控制方法是切实可行的,且该控制方 法使得混沌神经网络实现了联想记忆的功能. 联想 记忆是实现模式识别、记忆搜索的基础,因而被控 混沌神经网络能应用于信息处理中. 与文献 [24] 相比,上述方法控制的神经网络的输出不是完全稳 定在一固定点上,而是收敛于一周期轨道上,这与 Freeman 提出的大脑处于思维活动时神经系统的特 性表现出极限环这假设相一致<sup>[31]</sup>.因而控制结果 可能更加符合大脑的实际思维过程.

我们已注意到控制参数对控制效果有着一定 的影响,为此我们将讨论 D, b, φ, A 和 A' 五个参 数. 首先讨论参数 b, 它对混沌控制效果有重要影 响. 实验发现保持其它参数不变的前提下, b 取值 在 0.34—3.14 范围内, 混沌神经网络的混沌都能很 好的控制,且网络的输出序列中仅包含与初始模式 相关的存储模式和其反相模式,不包含其他的存储 模式和其的反相模式.如b在其他范围取值,可能 混沌得不到控制,或混沌被控制住了,但输出序列 中包含的模式与初始模式无关.关于 b 取值范围, 我们作如下分析.研究发现,根据频率与强度不同 可将脑波分为  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$ ,  $\gamma$  和  $\theta$  波, 分别对应不同的 脑部活动. α 波, 频率在 6—15 Hz, 对应放松平静 的脑部活动,是健康的成人最常出现的脑波; $\beta$  波,

14—30 Hz, 是人们处于清醒、专心、保持警觉的 状态,或者是在思考、分析、说话和积极行动时较 常出现的一种脑波; δ 波, 3.5—5 Hz, 是深度睡眠时 的脑波; γ 波, 36—100 Hz, 是高强度思考时的脑波; θ 波, 4—7 Hz, 一般出现在人处于幻想或半梦半醒 的状态<sup>[25]</sup>.上述脑波频率表明,大脑处于平静状态 时,脑波的频率较低,而处于思考问题时频率较高, 在14—100 Hz 这范围内. 我们知道, 大脑神经元的 响应时间在 4—10 ms. 如果我们仿真实验中每一时 间步代表神经元的一次响应,神经元的响应时间设 为5ms,那么实验中作为控制信号的正弦信号的频 率在 1—100 Hz ( $f = b/2\pi \times 1000/5$ ) 范围内. 这与 大脑处于思维活动时的脑波频率范围大致一致,这 表明了将脑波成分的正弦信号作为控制信号用于 控制混沌神经网络,符合大脑神经活动特征.这也 符合 Freeman 所提出的大脑中神经系统自身存在 的控制,使得大脑在混沌和有序间的快速转换得以 实现,从而实现思维的这一假设<sup>[32]</sup>.

阈值调节幅变量 *D*, 控制可变阈值的可调范 围, 即相空间的大小. 文献 [24] 己讨论为达到混沌 控制目的, 需要将相空间控制在一定的区域上. 因 此, 相空间经动态阈值的控制后, 同样需要控制在 一定区域上, 研究发现, *D* 取值在 2.1—3.8 之间都 是可行的. φ 作为正弦信号的相位, 对于控制效果 没有影响, 仅对被控混沌神经网络的输出序列的暂态过程产生影响. 即改变 φ 值, 仅仅是存储模式与 其反相模式转换之间的状态出现在图 5 中的不同 时刻.

最后讨论 A 和 A' 的取值范围. 为使相空间在 控制后还能落在一定的区域上, 我们用 (9) 式统计 了混沌神经网络中神经元的内部状态反馈项和不 应性项在一定时间步上的平均值, 发现这两值的绝 对值平均均为 7, 而两者的最大值也在 14 附近. 因 而将 A 的值设为平均值 7, 在此基础上调节 A', 发 现其值在 8—12 之间效果较好.

$$\overline{|\zeta|} = \frac{\sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{N} |\zeta_i(t)|}{100T} = 7,$$
  
$$\overline{|\eta|} = \frac{\sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{N} |\eta_i(t)|}{100T} = 7.$$
 (9)

为了测试被控混沌神经网络的对初始模式的 鲁棒性,我们选用不同存储模式及其含噪声模式作 为初始状态,检验被控混沌神经网络的输出特性. 研究发现,当初始模式中噪声不超过 32%时,被控 混沌神经网络的输出,能正确收敛到与初始模式相 对应的存储模式和其反相模式的序列上,其他的存 储模式不出现在输出序列中上.这表明,该控制方 法控制的神经网络有很好的容错型,在信号处理及 模式识别的应用中有很好的抗干扰能力.



图 5 被控混沌神经网络输出模式时序图

## 4 结 论

本文提出了一种动态阈值控制方法,以实现混 沌神经网络的联想与记忆功能.它解决了以往其他 混沌控制方法只能处理低维问题的缺点,并克服 了相空间压缩方法的需要预先设定控制阈值的不 足,成功将神经网络稳定在相关的模式及其反相模 式的序列上.在具体实现过程中,我们考虑到具体 脑神经的运动特性<sup>[30]</sup>,引进了固定频率的正弦信 号控制阈值达到动态的变化,以仿真生命体的实际 思维活动.在施加了上述控制后,神经网络的输出 结果能够按照要求,在与初始状态对应的存储模式 和其反相模式之间转换.在与之前提到的相空间压 缩<sup>[24]</sup>的控制方法相比,由于此控制方法引进了代 表脑神经实际运动特性的正弦信号,它的输出结果 能够在存储模式及其反相之间转换,这样的动态特 性更加符合实际的人脑运动.实验结果表明,被控 制的神经网络能够在初始状态存在一定误差的情 况下,找到对应的模式或其反相模式,实现信息检 索的功能.本工作对于推进混沌神经网络的实际应 用,有着十分重要的研究意义,对理解大脑意识、 思维等高阶神经活动,同样具有积极的意义.

- [1] Aihara K, Takabe T, Toyoda M 1990 Phys. Lett. A 144 333
- [2] Tokuda I, Nagashima T, Aihara K 1997 Neural Networks. 10 1673
- [3] Wang B Y, Nie J N, He Z Y 1999 IEEE Trans. on Neural Networks. 10 1257
- [4] Ott E, Grebogi C, Yorke J A 1990 Phys. Rev. Lett. 64 1196
- [5] Pecora L M, Carroll T L 1990 Phys. Rev. Lett. 64 821
- [6] Huberman B A, Lumer E 1990 IEEE Trans. on Circuits Syst. 37 547
- [7] Hunt E R 1991 Phys. Rev. Lett. 67 1953
- [8] Pyragas K, Tamasericius A 1992 Phys. Lett. A 170 421
- [9] Luo X S, Fang J Q, Kong L J 2000 Acta Phys. Sin. 49 1423 (in Chinese)
  [罗晓曙, 方锦清, 孔令江 2000 物理学报 49 1423]
- [10] Chen S H, Liu J, Xie J 2002 Chin. Phys. 11 233
- [11] Lü J H, Zhou T S, Zhang S C 2002 Chin. Phys. 11 12
- [12] Li L X, Peng H P, Lu H B 2001 Chin. Phys. 10 796
- [13] Li X L, Fu D X, Ma Y W 2006 Chin. Phys. Lett. 23 1519
- [14] Sang H B, He K F 2004 Chin. Phys. Lett. 21 254
- [15] Fahy S, Hamann D R 1992 Phys. Rev. Lett. 69 761
- [16] Luo X S, Wang B H, Chen G R 2002 Acta Phys. Sin. 51 988 (in Chinese) [罗晓曙, 汪秉宏, 陈关荣 2002 物理学报 51 988]
- [17] Sang H B, He K F 2004 Chin. Phys. Lett. 21 254
- [18] Huang L Y, Luo X S 2006 Chin. Phys. Lett. 23 297

- [19] He G G, Cao Z T 2001 Acta Phys. Sin. 50 2103 (in Chinese) [何国光, 曹志彤 2001 物理学报 50 2103]
- [20] He G, Chen L, Aihara K 2008 Neurocomputing 71 2794
- [21] He G, Shrimali M D, Aihara K 2007 Physics Letters A 371 228
- [22] He G, Shrimali M D, Aihara K 2008 Neural networks 21 114
- [23] He G G, Zhu P, Chen H P 2010 Acta Phys. Sin. 59 140 (in Chinese) [何国光, 朱萍, 陈宏平 2010 物理学报 59 140]
- [24] He G, Cao Z, Chen H, Zhu P 2003 International Journal of Modern Physics B 17 4209
- [25] Zhang X, Shen K 2001 Phys. Rev. E 63 046212
- [26] Watanabe M, Aihara K, Kondo S 1996 Electron. Commun. Japan Part III 79 87
- [27] Osana Y, Hagiwara M 1999 Internat. J. Neural Syst. 9 285
- [28] Wang Z, Fan H, Aihara K 2007 Internat. J. Bifur. Chaos 17 3085
- [29] Li Y, Zhu P, Xie X, He G, Aihara K 2012 Phys. Lett. A 376 412
- [30] Sih G C, Tang K K 2012 Theoretical and Applied Fracture Mechanics 61 21
- [31] Freeman W J, Viana Di Prisco G 1986 Brain Theory (Berlin: Springer-Verlag) p97
- [32] Freeman W J 1987 Biological Cybernetics 56 139

# A dynamic threshold value control method for chaotic neural networks\*

Zhang Xu-Dong Zhu Ping Xie Xiao-Ping He Guo-Guang $^{\dagger}$ 

(Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China) (Received 31 May 2013; revised manuscript received 23 July 2013)

#### Abstract

A dynamic threshold value control method is proposed to get control over a chaotic neural network (CNN). The sinusoidal signal, which constitutes the key component of the brain wave, is taken as the control signal to change the threshold value of the internal states of the CNN. The chaos control of the CNN is therefore reached with its outputs of the controlled CNN reciprocating between a stored pattern and its reverse pattern related with the initial pattern. And then the CNN can be applied in information processing, such as pattern recognitionetc. The chaos control method works in a self-adaption way since it does not need to set the threshold value beforehand, which is in accordance with brains' thinking activities.

Keywords: controlling chaos, chaotic neural network, dynamic threshold value control, information processing

PACS: 05.45.Gg, 07.05.Mh, 05.45.Jn

**DOI:** 10.7498/aps.62.210506

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61175060), and the Research Training and Research Ability Enhancement in Physics Fostering Talents of Zhejiang University (Grant No. J1210046).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: gghe@zju.edu.cn