

## 荷控忆阻器等效电路分析模型及其电路特性研究\*

胡丰伟<sup>1)</sup> 包伯成<sup>1)†</sup> 武花干<sup>2)</sup> 王春丽<sup>1)</sup>

1) (常州大学信息科学与工程学院, 常州 213164)

2) (南京理工大学电子工程系, 南京 210094)

(2013年6月7日收到; 2013年7月21日收到修改稿)

忆阻器是物理上新实现的具有记忆特性的基本二端电路元件. 根据  $\phi-q$  关系式的泰勒级数形式构建了荷控忆阻器等效电路分析模型, 以三次非线性荷控忆阻器模型为例, 对不同参数条件下的荷控忆阻器进行了伏安关系、有无源性等电路特性的理论分析. 结果表明: 荷控忆阻器的伏安关系具有斜体“8”字形紧磁滞回线特性, 随其参数符号的不同, 荷控忆阻器呈现出无源性和有源性, 导致其电路特性发生相应的变化; 相比无源荷控忆阻器, 有源荷控忆阻器更适用于作为二次谐波信号产生电路使用. 制作了荷控忆阻器特性分析等效电路的实验电路, 实验测量结果很好地验证了理论分析结果.

**关键词:** 荷控忆阻器, 等效电路, 伏安关系, 电路特性

**PACS:** 84.30.Bv, 84.30.-r, 05.45.-a

**DOI:** 10.7498/aps.62.218401

## 1 引言

上世纪 70 年代初, Chua<sup>[1]</sup> 根据电路基本变量组合完备性原理, 预测了直接关联电荷和磁通两个变量的基本电路元件——忆阻器的存在性. 忆阻器是一种具有记忆功能的非线性电阻, 可以记忆流经它的电荷数量, 通过控制电流的变化可改变其阻值<sup>[1,2]</sup>, 理论上描述了除电阻器、电容器和电感器之外的第四种基本电路元件. 直到 2008 年, Strukov 等<sup>[3]</sup> 才成功制作出了基于金属和金属氧化物的忆阻器. 忆阻元件使得基础元件在现实中增加到了四个, 为电路设计及应用提供了全新的研究空间. 为了对新时代的电路与系统作理论上的进一步完善, 人们在忆阻器物理实现<sup>[4,5]</sup>、忆阻器建模与电路特性分析<sup>[6-8]</sup>、忆阻混沌电路动力学分析与等效电路实现<sup>[9-16]</sup>、忆阻应用电路设计及其系统特性分析<sup>[17]</sup>、忆阻器物理机理分析<sup>[18-20]</sup> 等各个方面开展了卓有成效的研究工作. 通过对忆阻电路的模型分析、等效电路实现, 可以了解在电路中引入忆阻器后电路特性的变化, 可以在简单的实验环境下观

察到忆阻电路所产生的物理现象, 进而验证理论分析的正确性.

忆阻器分为荷控忆阻器和磁控忆阻器两大类, 其忆阻或忆导仅为电荷或磁通的函数<sup>[21]</sup>. 磁控忆阻器等效电路实现相对较容易, 主要原因是大多数运算放大器、乘法器等器件比较容易实现电压的加、减、乘、除、积分和微分等功能运算, 且容易接入外部电路中而不会改变外部电路电气性能. 因此, 关于用于电路分析的磁控忆阻器等效电路已有很多文献报道<sup>[10-13]</sup>. 惠普实验室在物理上实现的忆阻器实质上是一种荷控忆阻器<sup>[3]</sup>, 与磁控忆阻器相比, 荷控忆阻器更贴近于物理器件, 具有更为实际的研究价值. 然而, 在目前对于荷控忆阻器的研究成果报道中, 一般为理论上的研究成果<sup>[22-24]</sup>, 尚无比较成熟的等效电路分析模型及电路实验等方面的研究成果报道.

从电路理论的对偶性来说, 既然有相对成熟的用于磁控忆阻器的电路特性分析和实验验证的等效电路<sup>[10-13]</sup>, 自然也需要有用于荷控忆阻器的电路特性分析和实验验证的等效电路. 但由于实现电流功能运算的器件较少, 一般需要通过电路转换,

\* 国家自然科学基金(批准号: 51277017)和江苏省自然科学基金(批准号: BK2012583)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: mervinbao@126.com

把电流转换成电压后才能进行运算处理, 因此实现荷控忆阻器等效电路较难, 且其等效电路不易接入外部电路中. 本文采用型号为 AD844 电流传输器实现电压 - 电流和电流 - 电压之间的转换, 建立用于荷控忆阻器特性分析的等效电路, 开展荷控忆阻器电路特性的实验验证. 本文以荷控忆阻器的  $\phi$ - $q$  关系式的泰勒级数形式构建荷控忆阻器等效电路分析模型, 并以三次非线性荷控忆阻器模型为例, 对不同参数条件下的荷控忆阻器进行伏安关系、有无源性等电路特性的理论分析; 进一步地, 构建荷控忆阻器特性分析等效电路, 进行电路实验测量, 以此来验证理论分析结果.

## 2 荷控忆阻器等效电路分析模型

一个荷控忆阻器的  $\phi$ - $q$  关系式的泰勒级数形式为 [24]

$$\phi(q) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n q^n. \quad (1)$$

忆阻  $M(q)$  为

$$\begin{aligned} M(q) &= \frac{d\phi}{dq} = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n q^{n-1} \\ &= a_1 + \sum_{n=2}^{\infty} n a_n q^{n-1}. \end{aligned} \quad (2)$$

令  $a = a_1$  和  $f(q) = \sum_{n=2}^{\infty} n a_n q^{n-1}$ , (2) 式可简写为

$$M(q) = a + f(q). \quad (3)$$

假设两端电压  $v(t)$  与流过电流  $i(t)$  采用关联参考方向, 则描写荷控忆阻器电路特性的伏安关系为

$$v(t) = M(q)i(t) = [a + f(q)]i(t). \quad (4)$$

荷控忆阻器的即时功率  $p(t)$  为

$$p(t) = v(t)i(t) = M(q)i^2(t). \quad (5)$$

在  $[t_0, t]$  区间内流入的能量为

$$\begin{aligned} w(t_0, t) &= \int_{t_0}^t p(\tau) d\tau \\ &= \int_{t_0}^t M(q)i^2(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (6)$$

(5) 式中  $i^2(t) \geq 0$ , 因此,  $p(t)$  与  $M(q)$  保持同号, 流入的能量随着时间的演化与  $M(q)$  的正、负值保持同步. 根据忆阻器无源定理 [1] 可得出, 荷控忆阻器的有源性与无源性可以用  $M(q)$  来表征, 即当

$M(q) \geq 0$  时表示忆阻器呈现为无源的, 否则表示忆阻器呈现为有源的.

由 (4) 式构建的荷控忆阻器等效电路分析模型如图 1 所示. 图中, 等效电路分析模型是由输入信号  $i(t)$ 、系统函数  $h(t)$ 、输出信号  $v(t)$  三部分组成, 其中系统函数  $h(t)$  由积分模块、函数运算模块、乘法模块、增益模块、加法模块共同构成; 输入信号  $i(t)$  经过积分模块得到电荷量  $q(t)$ , 再经函数运算模块实现  $f(q)$ ; 将  $f(q)$  与输入信号  $i(t)$  进行相乘后输出  $f(q)i(t)$ ,  $i(t)$  增益后输出  $ai(t)$ , 加法模块的输出信号  $M(q)i(t)$  即为荷控忆阻器的输出信号  $v(t)$ .

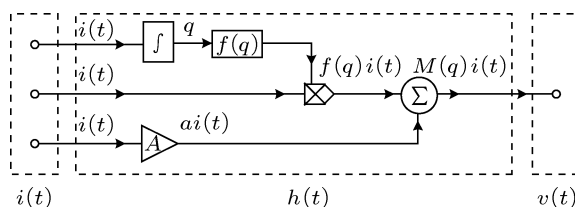


图 1 荷控忆阻器等效电路分析模型

## 3 荷控忆阻器电路特性分析

以文献 [24] 报道的荷控忆阻器模型

$$M(q) = a + bq^2 \quad (7)$$

为例, 对图 1 所示的荷控忆阻器等效电路分析模型进行电路特性分析. 显然, (7) 式所对应的荷控忆阻器  $\phi$ - $q$  关系式具有三次非线性项, 因此定义 (7) 式所描述的荷控忆阻器模型为三次非线性荷控忆阻器模型.

选择图 1 中的激励电流源为正弦电流源, 并设定

$$i(t) = I_m \sin \omega t = I_m \sin 2\pi f t, \quad (8)$$

这里,  $I_m$  为振幅, 角频率  $\omega$  和频率  $f$  之间存在关系式  $\omega = 2\pi f$ . 令忆阻器内部状态变量  $q(t)$  的初始值  $q(0) = \int_{-\infty}^0 i(\tau) d\tau$ , 则图 1 中积分模块输出的电荷量

$$\begin{aligned} q(t) &= \int_{-\infty}^0 i(\tau) d\tau + \int_0^t i(\tau) d\tau \\ &= q(0) + \frac{I_m}{\omega} (1 - \cos \omega t). \end{aligned} \quad (9)$$

(9) 式说明图 1 中积分模块的输出与其初始值有关, 该初始值形成了一部分直流分量, 经乘法模块与输入电流相乘后输出一部分基波分量.

假设忆阻器内部状态变量  $q(t)$  的初始值  $q(0) = 0$ , 即图 1 中积分模块的初始值为零. 由 (4) 式可得到

$$v(t) = M(q)i(t) = (a + bq^2)i(t) = \left( aI_m + \frac{5bI_m^3}{4\omega^2} \right) \sin \omega t + \frac{bI_m^3}{\omega^2} \sin 2\omega t + \frac{bI_m^3}{4\omega^2} \sin 3\omega t. \quad (10)$$

因此, 荷控忆阻器的输出电压由激励正弦电流频率的基波分量、二次谐波分量以及三次谐波分量组成, 且依赖于激励正弦电流的振幅. 当忆阻器参数  $a, b$  为同号, 且激励角频率  $\omega \ll \sqrt{\frac{5b}{4a}}I_m$  时, 二次谐波分量为基波分量的 0.8 倍, 为三次谐波分量的 4 倍, 此条件下二次谐波分量的权重相对较大. 三次非线性荷控忆阻器模型的二次谐波分量的权重在一定条件下相对较高的特性使得它在二次谐波信号发生器领域中有较好的应用前景.

当正弦电流源  $I_m = 0.1 \text{ mA}$  和  $f = 0.5 \text{ kHz}$ , 且荷控忆阻器参数  $a, b$  同取正号 ( $a = 2 \text{ k}\Omega$ ,  $b = 4 \times 10^{18} \text{ }\Omega/\text{C}^2$ ), 以及  $q(0) = 0 \text{ C}$  时, (7) 式所描述的荷控忆阻器模型的伏安关系曲线、输入电流  $i(t)$  和所产生的电压  $v(t)$  的时域波形、以及输入电流  $i(t)$  与输出功率  $p(t)$  关系曲线如图 2 所示. 这里,  $a, b$  参数是根据下文中荷控忆阻器的等效电路实现时所选取的电路参数计算获得的.

从图 2(a) 中可观察到三次非线性荷控忆阻器模型的伏安关系曲线具有斜体“8”字形紧磁滞回线特性, 所产生的电压幅值范围为  $-1\text{V}-1\text{V}$ , 为输入电流的双值函数. 从图 2(c) 中可观察到  $i(t)-p(t)$  关系曲线位于上半部分, 即荷控忆阻器的即时功率恒为正值, 也为输入电流的双值函数, 表明荷控忆阻器具有无源性.

当忆阻器参数  $a, b$  取异号或者同取负号时, 忆阻  $M(q) = a + bq^2$  在一定的工作范围内可变成负值, 流入的能量随着时间的演化将在正值和负值之间变化着. 因此, 可判断该荷控忆阻器不具备无源性, 即是有源的, 此时 (7) 式描述的即为有源荷控忆阻器模型.

将忆阻器参数  $a$  与  $b$  的符号分别用  $g_1$  与  $g_2$  表示, (10) 式所描述的伏安关系式可改写为

$$v(t) = M(q)i(t) = \left( g_1|a|I_m + g_2|b|\frac{5I_m^3}{4\omega^2} \right) \sin \omega t$$

$$+ g_2|b|\frac{I_m^3}{\omega^2} \sin 2\omega t + g_2|b|\frac{I_m^3}{4\omega^2} \sin 3\omega t. \quad (11)$$

观察 (11) 式可得到, 当  $a, b$  取异号即  $g_1g_2 = -1$ , 且激励角频率  $\omega = \sqrt{-\frac{5b}{4a}}I_m$  时, 输出电压基波分量的幅值降为零, 只剩下激励频率的二次谐波分量和三次谐波分量, 且二次谐波分量为三次谐波分量的 4 倍, 此时二次谐波分量即为忆阻器输出的最主要谐波分量. 因此, 在这种情况下, 有源忆阻器更适用于作为二次谐波信号产生电路使用.

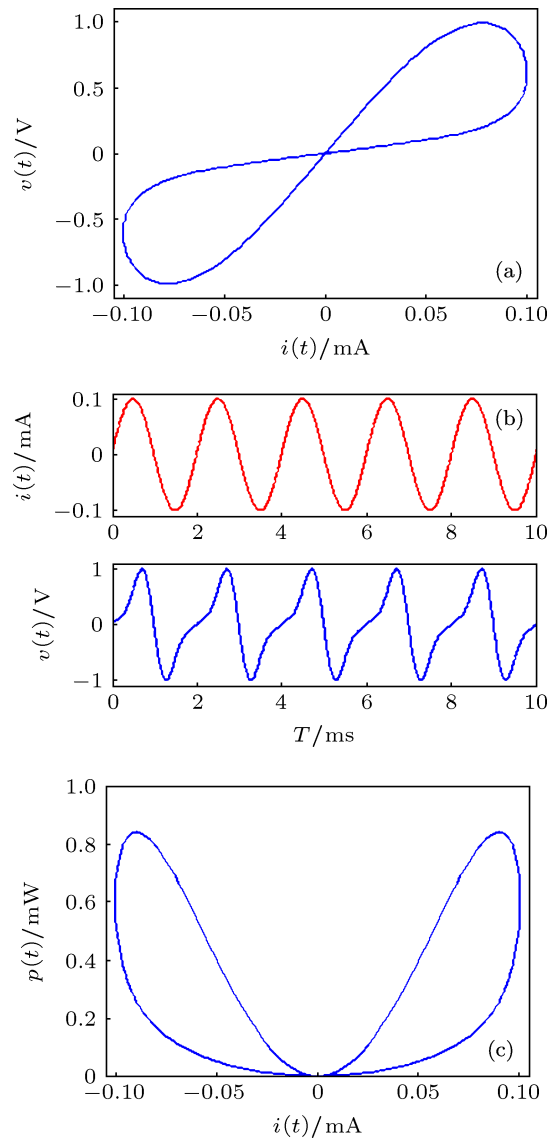


图 2 荷控忆阻器的电路特性 (a) 伏安关系; (b) 时域波形; (c)  $i(t) - p(t)$  关系

当正弦电流源  $I_m = 0.1 \text{ mA}$  和  $f = 0.5 \text{ kHz}$ , 且有源荷控忆阻器参数  $|a| = 2 \text{ k}\Omega$ ,  $|b| = 4 \times 10^{18} \text{ }\Omega/\text{C}^2$  ( $a, b$  取异号或者同取负号)、以及  $q(0) = 0 \text{ C}$  时, (7) 式所描述的有源荷控忆阻器模型的伏安关系曲线、输入电流  $i(t)$  和所产生的电压  $v(t)$  的时域波形、以

及输入电流  $i(t)$  与输出功率  $p(t)$  关系曲线如图 3 所示.

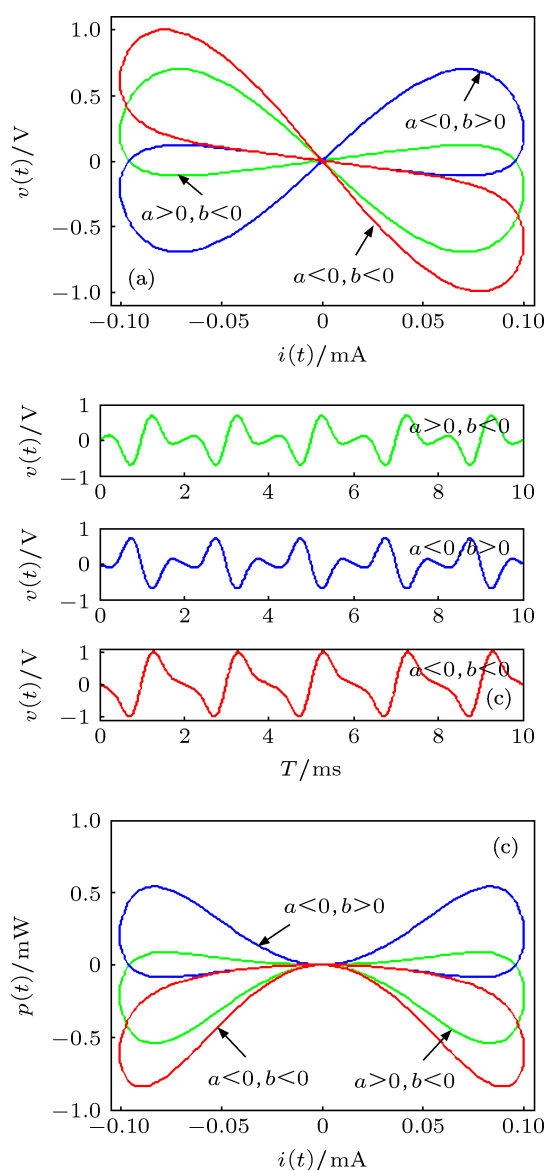


图 3 有源荷控忆阻器的电路特性 (a) 伏安关系; (b) 时域波形; (c)  $i(t)$ - $p(t)$  关系

从图 3 中可以观察到, 有源荷控忆阻器的伏安关系也具有忆阻器典型的斜体“8”字形紧磁滞回线特性. 当  $a, b$  同取负号时, 有源荷控忆阻器的伏安关系曲线分布在第 II 和第 IV 象限, 即电流电压始终反向 (原点除外), 相应的即时功率恒为非正值即恒有  $p(t) \leq 0$ . 当  $a, b$  取异号时, 有源荷控忆阻器的伏安关系曲线分布在整個平面, 即时功率在正负值之间不断变化着. 综上所述, 在  $a, b$  同取负号或取异号的情况下, (7) 式所描述的忆阻器的确为有源荷控忆阻器.

比较图 2(a) 与图 3(a) 仿真结果, 不难发现,  $a, b$

取异号时荷控忆阻器的伏安关系曲线为  $a, b$  同取正号和同取负号时的中间过渡状态, 并可通过观察得出, 改变忆阻器参数可以使得荷控忆阻器的电路特性发生改变. 同时, 对比图 2(c) 与图 3(c) 可得出, 在忆阻电路正常工作条件下,  $a, b$  取异号时, 荷控忆阻器的电路特性较为复杂, 它不仅具有  $a, b$  同取正号时即时功率出现正值的电路特性, 也具备  $a, b$  同取负号时即时功率出现负值的电路特性.

#### 4 荷控忆阻器特性分析等效电路

根据图 1 所示的荷控忆阻器等效电路分析模型, 可以构建出忆阻  $M(q) = a + bq^2$  的荷控忆阻器特性分析等效电路如图 4 所示, 其中,  $U_1, U_{a1}$  至  $U_{a3}$  为型号 AD844AN 电流传输器,  $U_b, U_2$ — $U_5$  为型号 OP07CP 运算放大器,  $M_1$ — $M_3$  为型号 AD633JN 模拟乘法器. 图 4(b) 为输入电流激励  $i(t)$  产生电路, 以一个正弦电压源  $v_i(t)$  作为输入源, 通过电压-电流转换电路产生荷控忆阻器的三路输入信号  $i(t)$ , 分别形成  $m, n, l$  三个电路端口. 图 4(a) 中,  $g_1$  与  $g_2$  为符号控制函数电路, 起到改变忆阻器参数  $a, b$  符号的作用. 符号控制函数电路的具体实现方法为: 当需实现原信号输入原信号输出时, 直接以导线相连; 当需实现原信号输入反向信号输出时, 则在符号控制函数电路的输入端 1 和输出端 2 之间接入一个反相器电路, 如图 4(c) 所示.

图 4(a) 所示的荷控忆阻器特性分析等效电路中, 输入信号  $i(t)$  分别从  $m, n, l$  三个电路端口输入. 输入信号  $i(t)$  经  $m$  端口流经由  $U_1$ 、电阻  $R_0$  和电容  $C_0$  构成的电流积分电路后, 其输出电流形式的信号  $i_a$  为

$$i_a = \frac{1}{R_0 C_0} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau = \frac{1}{R_0 C_0} q. \quad (12)$$

再经由  $U_2$  和电阻  $R_1$  构成的电流-电压转换电路后输出电压信号  $v_a$  为

$$v_a = R_1 i_a = \frac{R_1}{R_0 C_0} q. \quad (13)$$

信号  $v_a$  经过函数电路  $f(q) = bq^2$  后输出信号  $v_b$  为

$$v_b = v_a^2 = \left( \frac{R_1}{R_0 C_0} \right)^2 q^2. \quad (14)$$

输入信号  $i(t)$  经  $n$  端口流经由  $U_3$  和电阻  $R_3$  构成的电流-电压转换电路后输出电压信号  $v_c$  为

$$v_c = R_3 i, \quad (15)$$

$v_a$  和  $v_b$  经模拟乘法器  $M_1$  (比例系数  $g = 1$ ) 后输出信号  $v_d$  为

$$v_d = v_b v_c = R_3 \left( \frac{R_1}{R_0 C_0} \right)^2 q^2 i. \quad (16)$$

输入信号  $i(t)$  经  $l$  端口流经由  $U_4$  和电阻  $R_4$  构成的电流-电压转换电路后输出电压信号  $v_e$  为

$$v_e = R_5 i. \quad (17)$$

$v_e$  和  $v_d$  分别经过符号控制函数电路  $g_1$  与  $g_2$ , 并经过由  $U_5$ 、电阻  $R_6, R_7, R_8$  (其中  $R_6 = R_7 = R_8$ ) 构成的加法电路后输出信号  $v$  为

$$v = g_1 v_e + g_2 v_d = g_1 v_e + g_2 v_b v_c. \quad (18)$$

综合 (12) 至 (18) 式, 可得到图 4 所示的荷控忆阻器特性分析等效电路的输出信号  $v(t)$  为

$$v(t) = \left[ g_1 R_5 i + g_2 R_3 \left( \frac{R_1}{R_0 C_0} \right)^2 q^2 \right] i(t). \quad (19)$$

比较 (10) 式和 (19) 式, 可得荷控忆阻器的等效参数为

$$\begin{aligned} |a| &= R_5, \\ |b| &= R_3 \left( \frac{R_1}{R_0 C_0} \right)^2. \end{aligned} \quad (20)$$

图 4(a) 中输入信号  $i(t)$  是图 4(b) 中输入源  $v_i(t)$  分别经由  $U_{a1}, U_{a2}, U_{a3}$  和电阻  $R_{a1}, R_{a2}, R_{a3}$  (其中令  $R_{a1} = R_{a2} = R_{a3} = R_a$ ) 构成的三路电压-电流转换电路产生所得, 存在如下关系式:

$$i = \frac{v_i}{R_a}. \quad (21)$$

需要补充说明的是, 通过改变图 4(a) 中  $f(q)$  函数电路的运算关系, 图 4(a) 所示的荷控忆阻器特性分析等效电路可适用于 (1) 式和 (2) 式描述的一般荷控忆阻器. 例如, 通过构建绝对值函数电路可实现关系式  $f(q) = b|q|$ , 得到忆阻  $M(q) = a + b|q|$  的荷控忆阻器模型.

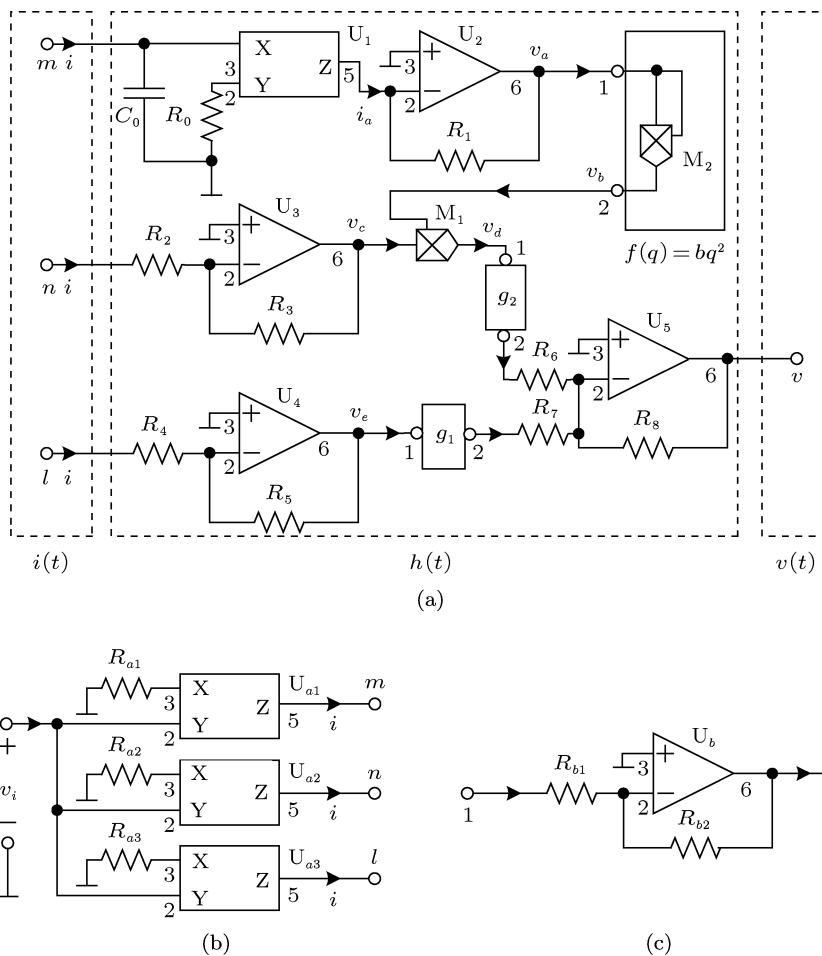


图 4 荷控忆阻器特性分析等效电路 (a) 主电路; (b) 电压-电流转换电路; (c) 反相器电路

### 5 实验验证

在图 4 所示的荷控忆阻器特性分析等效电路中, 选取元件参数为  $R_{a1} = R_{a2} = R_{a3} = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_{b1} = R_{b2} = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_0 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $C_0 = 1 \text{ }\mu\text{F}$ ,  $R_1 = 200 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = R_4 = R_5 = 2 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_6 = R_7 = R_8 = 10 \text{ k}\Omega$ , 设定三个模拟乘法器  $M_1, M_2$  与  $M_3$  的比例因子均为 1, 直流供电电压为  $\pm 15 \text{ V}$ . 由 (20) 式, 可计算获得荷控忆阻器的等效参数为  $|a| = 2 \text{ k}\Omega$  和  $|b| = 4 \times 10^{18} \text{ }\Omega/\text{C}^2$ .

基于图 4 所示的荷控忆阻器特性分析等效电路, 进行电路制作和实验观察, 对应的等效电路实物图如图 5 所示. 实验电路中所有电阻采用精密可调电阻, 电容采用精密瓷片电容. 实验结果采用 Tektronix DPO3034 数字存储示波器捕获测量波形, 其中电流探头采用 Tektronix TCP312 电流探头及

Tektronix TCPA300 放大器组合实现, 可测量毫安量级的电流波形. 需要说明的是, 由于实验输入端电流幅值较小, 约为  $0.1 \text{ mA}$ , 为了满足示波器电流探头的测量范围, 并达到一定的测量精度和效果, 因此在测量输入端电流时, 把输入端连接导线在电流探头上缠绕 100 匝, 这样可以将实验电路的输入端电流测量值提高至原电流幅值的 100 倍, 实现较小幅值电流波形的物理测量.

设置正弦电压源  $v_i$  激励振幅为  $V_m = 1 \text{ V}$  且频率为  $f = 0.5 \text{ kHz}$ . 由 (21) 式, 可计算获得荷控忆阻器输入电流激励的振幅为  $I_m = 0.1 \text{ mA}$ ; 激励频率仍保持为  $f = 0.5 \text{ kHz}$ . 当符号控制函数电路采用  $g_1 = 1$  和  $g_2 = 1$  时, 图 4 所示的荷控忆阻器特性分析等效电路的伏安关系曲线如图 6(a) 所示, 输入电流  $i(t)$  和所产生的电压  $v(t)$  的时域波形如图 6(b) 所示; 当符号控制函数电路分别采用  $g_1 = -1$  和

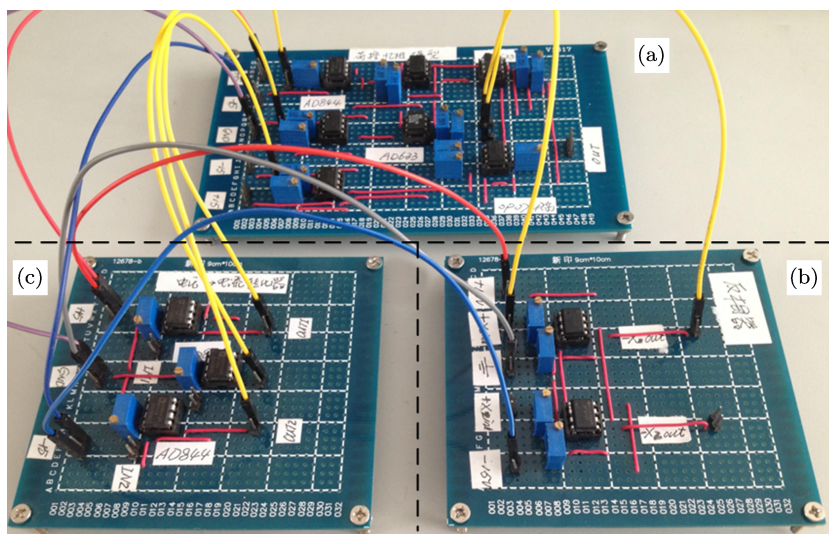


图 5 等效电路实物图 (a) 主电路; (b) 电压-电流转换电路; (c) 反相器电路

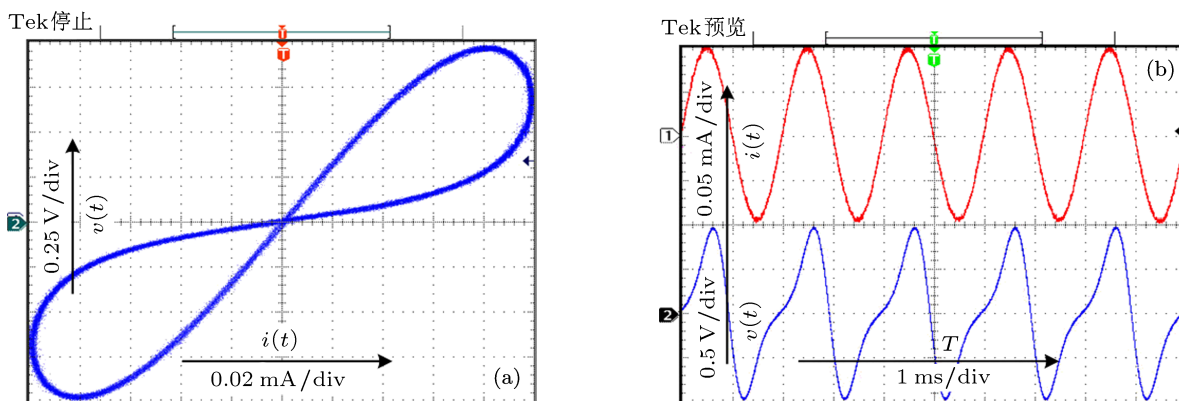


图 6 荷控忆阻器的电路特性 (a) 伏安关系; (b) 时域波形

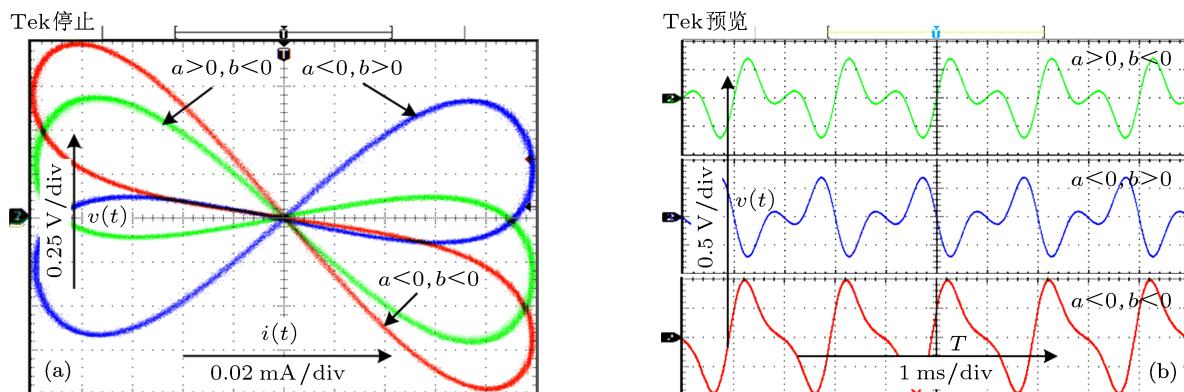


图7 有源荷控忆阻器的电路特性 (a) 伏安关系; (b) 时域波形

$g_2 = -1$  以及  $g_1g_2 = -1$  时, 则相应的伏安关系曲线如图 7(a) 所示, 所产生的电压  $v(t)$  的时域波形如图 7(b) 所示.

将图 6 和图 7 所示的实验结果分别与图 2 和图 3 所示的数值仿真结果进行比较后可得知, 在相同的周期电流激励信号作用下, 相应的伏安关系曲线、时域波形是基本一致的. 受电路参数离散性和温漂特性的影响以及测量精度的限制, 实验结果与数值仿真存在着微小的差异, 但不影响实验结果的正确性.

## 6 结论

通过构建荷控忆阻器等效电路分析模型, 对荷

控忆阻器的伏安关系和有无源性等电路特性进行了理论分析, 并通过构建荷控忆阻器特性分析等效电路进行了实验验证. 理论分析结果和实验测量结果是基本一致的, 表明了荷控忆阻器的伏安关系具有斜体“8”字形紧磁滞回线特性, 随其参数符号的不同, 荷控忆阻器呈现出不同的有无源性的电路特性; 得出了有源荷控忆阻器更适用于二次谐波信号产生电路应用的结论, 为忆阻器在谐波信号发生器上的应用提供了理论支持; 讨论了荷控忆阻器的电路特性可通过改变其参数实现转变. 研究成果进一步阐述了忆阻器的物理意义, 充实了忆阻器的理论成果, 增加了忆阻器的实验手段.

[1] Chua L O 1971 *IEEE Trans. Circuit Theory* **CT-18** 507  
 [2] Chua L O 1976 *Proc. IEEE* **64** 209  
 [3] Strukov D B, Snider G S, Stewart D R, Williams R S 2008 *Nature* **453** 80  
 [4] Wang X B, Chen Y R, Xi H W, Li H, Dimitrov D 2009 *IEEE Electron Device Lett.* **30** 294  
 [5] Pershin Y V, Di Ventra M 2011 *Adv. Phys.* **60** 145  
 [6] Bao B C, Feng F, Dong W, Pan S H 2013 *Chin. Phys. B* **22** 068401  
 [7] Joglekar Y N, Wolf S J 2009 *Euro. J. Phys.* **30** 661  
 [8] Riaza 2010 *IEEE Trans. Circuits Syst. II: Exp. Briefs* **57** 223  
 [9] Bao B C, Shi G D, Xu J P, Liu Z, Pan S H 2011 *Sci China Ser. E-Tech. Sci.* **54** 2180  
 [10] Bao B C, Hu W, Xu J P, Liu Z, Zou L 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 120502 (in Chinese) [包伯成, 胡文, 许建平, 刘中, 邹凌 2011 物理学报 **60** 120502]  
 [11] Bao B C, Xu J P, Zhou G H, Ma Z H, Zou L 2011 *Chin. Phys. B* **20** 120502  
 [12] Muthuswamy B, Chua L O 2010 *Int. J. Bifurc. Chaos* **20** 1567  
 [13] Yu D S, Liang Y, Chen H, Lu H H C 2013 *IEEE Trans. Circuits Syst. II: Exp. Briefs* **60** 207  
 [14] Bao B C, Liu Z, Xu J P 2010 *Chin. Phys. B* **19** 030510  
 [15] Bao B C, Xu J P, Liu Z 2010 *Chin. Phys. Lett.* **27** 070504  
 [16] Li Z J, Zeng Y C 2013 *Chin. Phys. B* **22** 040502  
 [17] Witralsal K 2009 *Electron. Lett.* **45** 713  
 [18] Li Z W, Liu H J, Xu X 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 096401 (in Chinese) [李智炜, 刘海军, 徐欣 2013 物理学报 **62** 096401]  
 [19] Jia L N, Huang A P, Zheng X H, Xiao Z S 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 217306 (in Chinese) [贾林楠, 黄安平, 郑晓虎, 肖志松 2012 物理学报 **61** 217306]  
 [20] Tian X B, Xu H, Li Q J 2013 *Chin. Phys. B* **22** 088502  
 [21] Di Ventra M, Pershin Y V, Chua L O 2009 *Proc. IEEE* **97** 1717  
 [22] Zhang X, Zhou Y Z, Bi Q, Yang X H, Zu Y X 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 6673 (in Chinese) [张旭, 周玉泽, 闭强, 杨兴华, 祖云霄 2010 物理学报 **59** 6673]  
 [23] Song D H, Lü M F, Ren X, Li M M, Zu Y X 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 118101 (in Chinese) [宋德华, 吕梦菲, 任翔, 李萌萌, 祖云霄 2012 物理学报 **61** 118101]  
 [24] Biolková V, Kolka Z, Biolk Z, Biolk D 2010 *Proc. of the European Conf. of Circuits Technology and Devices (ECCTD'10)* Tenerife, Spain, 2010 p261

# Equivalent circuit analysis model of charge-controlled memristor and its circuit characteristics\*

Hu Feng-Wei<sup>1)</sup> Bao Bo-Cheng<sup>1)†</sup> Wu Hua-Gan<sup>2)</sup> Wang Chun-Li<sup>1)</sup>

1) (School of Information Science and Engineering, Changzhou University, Changzhou 213164, China)

2) (Department of Electronic Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

(Received 7 June 2013; revised manuscript received 21 July 2013)

## Abstract

Memristor realized physically is recently a basic two-terminal circuit element with memory property. Based on Taylor series form of  $\phi - q$  relationship, a charge-controlled memristor equivalent circuit analysis model is built. A charge-controlled memristor model with cubic nonlinearity is taken, as an example, to make a theoretical analysis of circuit characteristics, such as voltage-current relationship, active-passive property, and so on, of the charge-controlled memristor with different parameters. Results indicate that the voltage-current relationship of the charge-controlled memristor has an italic "8" shaped hysteresis loop characteristic, and the charge-controlled memristor shows passivity and activity accompanied with the variations of parameter symbols, resulting in the occurrence of the corresponding variations of circuit characteristics; compared with the passive memristor, the active memristor is more suitable for use as a second harmonic signal generation circuit. An experiment circuit is built based on the equivalent circuit of the charge-controlled memristor characteristic analysis, and the experimental results well verify the theoretical analysis.

**Keywords:** charge-controlled memristor, equivalent circuit, voltage-current relationship, circuit characteristics

**PACS:** 84.30.Bv, 84.30.-r, 05.45.-a

**DOI:** 10.7498/aps.62.218401

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51277017), and the Natural Science Foundations of Jiangsu Province, China (Grant No BK2012583).

† Corresponding author. E-mail: mervinbao@126.com