

# $V^2$ 控制 Buck 变换器分岔与混沌行为的机理及镇定\*

张方樱<sup>1)†</sup> 杨汝<sup>2)</sup> 龙晓莉<sup>1)</sup> 谢陈跃<sup>1)</sup> 陈虹<sup>1)</sup>

1) (广州大学实验中心, 广州 510006)

2) (广州大学物理与电子工程学院, 广州 510006)

(2013年6月30日收到; 2013年7月24日收到修改稿)

$V^2$  控制的 Buck 变换器在反馈放大系数变化的情况下表现出丰富的非线性行为. 本文建立了  $V^2$  控制 Buck 变换器的离散迭代模型, 利用单值矩阵方法研究了系统不稳定行为. 随着反馈放大系数的增大, 变换器从稳定的周期一状态发生一系列的倍周期分岔现象进入周期二、周期四, 不断倍化直至混沌态. 同时其单值矩阵的最大特征值也沿着实负轴穿越单位圆, 从而从稳定性的角度揭示了系统发生一系列倍周期分岔的机理. 基于单值矩阵理论, 利用正弦电压补偿方法镇定了系统的分岔和混沌行为, 得到了镇定后系统的稳定边界. 仿真和实验结果证明了本文分析方法和结论的正确性.

关键词:  $V^2$  控制, Buck 变换器, 分岔, 镇定控制

PACS: 84.30.Jc, 05.45.-a

DOI: 10.7498/aps.62.218404

## 1 引言

作为一类典型的 PWM 控制系统,  $V^2$  控制的变换器利用输出电压的纹波作为控制信号, 与误差比较器作比较后调节系统占空比, 获得所需电压. 此类变换器因其电路设计简单、对负载以及电压变化响应快速、适用于低电压电路等优点而得到了广泛应用<sup>[1]</sup>.

文献 [2] 首先提出了  $V^2$  控制策略, 并运用于 DC-DC 变换器. 文献 [3] 研究了  $V^2$  控制 Buck 变换器的动态特性, 文献 [4], [5] 分别建立了  $V^2$  控制 Buck, Boost 变换器的小信号模型, 并对动态性能进行了分析. 文献 [6] 建立了具有斜坡补偿的  $V^2$  控制 Buck 变换器的小信号模型. 文献 [1] 建立了固定导通时间的  $V^2$  控制 Buck 变换器的精确小信号模型. 但上述文件并没有深入分析系统的非线性动力学行为.

众所周知, PWM 控制开关变换器具有丰富的非线性动力学行为. 截至目前为止, 人们已在此类变换器中发现了诸如倍周期分岔<sup>[7]</sup>、Hopf 分

岔<sup>[8]</sup>、切分岔<sup>[9]</sup>、边界碰撞分岔<sup>[10]</sup>、混沌<sup>[11]</sup>等复杂的非线性现象. 文献 [12] 研究了  $V^2$  控制的 Buck 变换器在占空比大于 0.5 时的次谐波振荡情况, 利用斜坡补偿解决了此类不稳定行为, 但没有分析反馈系数对变换器不稳定行为的影响. 文献 [13] 建立了 CCM Buck 变换器的等效一阶同步映射迭代模型, 分析了电路参数发生变化时系统从分岔走向混沌的路径, 但没有研究系统发生分岔和混沌的内在机理, 也没有预测分岔点和分岔类型, 分岔的参数的稳定域以及对不稳定行为的镇定控制方法同样没有涉及. 文献 [14], [15] 采用参考电流微扰法控制了变换器的混沌行为, 实现了对系统的镇定控制.

为了深入研究  $V^2$  控制 Buck 变换器的非线性行为, 解决工程中所遇到的一些系统不稳定行为, 进而指导工程实际中的运用, 本文以  $V^2$  控制的 Buck 变换器作为研究对象, 首先建立系统的离散迭代模型, 计算系统单值矩阵, 揭示系统的稳定特性, 进而分析系统在误差放大器系数发生变化的情况下的不稳定行为, 并利用正弦补偿电压镇定了系统, 扩展了系统的稳定边界.

\* 国家自然科学基金 (批准号: 51277035) 和广州市对外科技合作专项 (批准号: 2013J4500029) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: zfy@gzhu.edu.cn

## 2 $V^2$ 控制的 Buck 变换器数学模型

$V^2$  控制的 Buck 变换器电路原理图与控制波形分别如图 1(a) 和 (b) 所示. 系统在连续导电模式 (CCM) 下的稳态波形如图 1(b) 所示, 其中  $U_r$  为参考电压. 在每一个开关周期开始时, 时钟信号使锁存器复位、开关 S 导通, 由于输入电压  $U_{in}$  的作用, 电感电流  $i_L$  由初始值线性增大. 对于开关频率的信号, 电容 C 支路的阻抗远远小于负载 R 的阻抗, 该变化的电感纹波电流  $\Delta i_L$  完全流经电容 C, 通过滤波电容的等效串联电阻  $R_E$  给滤波电容充电, 从而

在  $R_E$  上产生与电感电流斜率相同的压降  $\Delta i_L R_E$ . 由于电容 C 的容量很大, 其电压  $U_C$  可认为恒定不变, 则内环的检测电压为  $u_O = \Delta i_L R_E + U_C$ . 当  $u_O$  增大到误差电压  $U_A$  时, 比较器翻转, 从而使锁存器输出低电平, 开关管关断, 电感电流线性下降, 直到下一个时钟脉冲信号到来, 开始一个新的开关周期.

### 2.1 变换器状态矩阵

取状态变量  $x = [i_L, u_C]^T$ , 其中  $i_L$  为电感电流,  $u_C$  为电容电压, 根据 Buck 变换器的开关模态可得系统数学模型如表 1 所示.

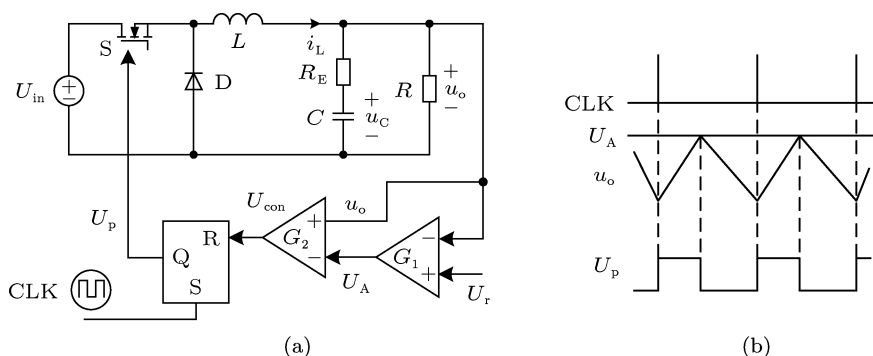


图 1  $V^2$  控制 Buck 变换器 (a) 控制原理图; (b) 控制波形图

表 1 Buck 变换器数学模型

状态矩阵	输出矩阵	系统矢量	S	D
$A_1 = \frac{1}{(R+R_E)} \begin{bmatrix} -\frac{RR_E}{L} & -\frac{R}{L} \\ \frac{R}{C} & -\frac{1}{C} \end{bmatrix}$	$B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$	$f_1 = A_1 x + B_1 U_{in}$	on	off
$A_2 = \frac{1}{(R+R_E)} \begin{bmatrix} -\frac{RR_E}{L} & -\frac{R}{L} \\ \frac{R}{C} & -\frac{1}{C} \end{bmatrix}$	$B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$f_2 = A_2 x + B_2 U_{in}$	off	on

由表 1 可知系统的矢量分别可表述为

$$f_1 = A_1 x + B_1 U_{in} = \frac{1}{(R+R_E)} \times \begin{bmatrix} -\frac{RR_E x_1}{L} - \frac{R x_2}{L} \\ \frac{R x_1}{C} - \frac{x_2}{C} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{U_{in}}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$f_2 = A_2 x + B_2 U_{in} = \frac{1}{(R+R_E)} \begin{bmatrix} -\frac{RR_E x_1}{L} - \frac{R x_2}{L} \\ \frac{R x_1}{C} - \frac{x_2}{C} \end{bmatrix}. \quad (2) \quad \text{即}$$

由  $V^2$  控制策略可知

$$U_O - U_A = 0. \quad (3)$$

又因为

$$\begin{aligned} U_O &= \Delta i_L R_E + U_C, \\ U_A &= G_1 (U_r - U_O). \end{aligned} \quad (4)$$

将 (4) 式代入 (3) 式可有

$$U_C - \frac{U_r \cdot G_1}{1 + G_1} + \Delta i_L R_E = 0, \quad (5)$$

$$u_O - \frac{U_r G_1}{1 + G_1} = 0. \quad (6)$$

由于  $R_E$  取值很小, 因此, 当时  $G_1 \gg 1$  时,  $u_C \approx u_O \approx U_r$ . (6) 式的  $u_O-U_r-G_1$  关系如图 2 所示.  $G_1$  的取值对系统的稳定性产生的影响将在第三节详细分析.

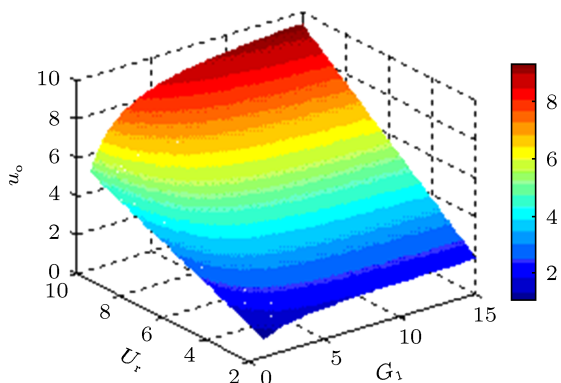


图2  $u_O-U_r-G_1$  关系图

### 2.2 切换面的表达式

系统在  $t = nT$  时刻开始新的周期, 系统状态变量  $\mathbf{x}$  的轨迹此时到达切换面, 开关由 off 状态跳跃至 on 状态, 跳跃矩阵为  $S_2$ , 转移矩阵为  $\Phi_{on}$ ,  $\mathbf{x}$  经历开关 on 状态, 在  $\mathbf{x}(nT + dT)$  时刻到达切换面  $h_2$ , 开关从 on 状态跳跃为 off 状态, 跳跃矩阵为  $S_1$ , 转移矩阵  $\Phi_{off}$ ,  $\mathbf{x}$  经过开关 off 状态, 回到  $\mathbf{x}(nT)$ . 在开关从 on 转到 off 时刻的切换面  $h_2$  为 (3) 式所述. 由于电容的容值很大, 在开关频率附近,  $u_C$  几乎保持不变. 又因为  $i_O = \frac{u_O}{R} \approx \frac{u_C}{R}$ , 以  $u_O$  作为控制对象的切换面可由 (3) 式改写为

$$h_{n2} = u_C - \frac{U_r G_1}{1 + G_1} + \left( i_L - \frac{u_C}{R} \right) R_E = 0. \quad (7)$$

### 2.3 切换点的计算

由文献 [19] 可知对于 CCM Buck 变换器, 切换点的迭代方程可写为

$$e^{A_1 dT} \mathbf{x}(nT) + A_1^{-1} (e^{A_1 dT} - I) B_1 U_{in} - \mathbf{x}(nT + dT) = 0, \quad (8)$$

$$e^{A_2 (1-d)T} \mathbf{x}(nT + dT) + A_2^{-1} [e^{A_2 (1-d)T} - I] B_2 U_{in} - \mathbf{x}[(n+1)T] = 0. \quad (9)$$

利用牛顿 - 拉夫逊方法解 (8)、(9) 组成的方程组, 可得切换点的状态变量  $\mathbf{x}$  以及占空比  $d$  的值.

## 3 稳定性分析

在一个开关周期内, 变换器状态变量在相空间

的轨迹形成一个极限环, 即周期一轨道. 根据单值矩阵理论 [16], 一个开关周期内的转移矩阵与跳跃矩阵的乘积所得的单值矩阵的最大特征值在单位圆内, 系统处于稳定状态; 最大特征值位于单位圆上, 系统发生分岔现象; 最大特征值位于单位圆外, 系统处于不稳定状态.

### 3.1 跳跃矩阵

由系统的切换面 (7) 可得法向量为

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} R_E \\ 1 - R_E/R \end{bmatrix}. \quad (10)$$

同样可得切换面对时间  $t$  的导数为

$$\Delta h = 0. \quad (11)$$

进而可得

$$\begin{aligned} & (\mathbf{f}_2 - \mathbf{f}_1) \mathbf{n}^T \\ &= \begin{bmatrix} -\frac{R_E U_{in}}{L} & -\frac{U_{in}(1 - R_E/R)}{L} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (12) \\ & \mathbf{n}^T \mathbf{f}_1 = \begin{bmatrix} R_E & 1 - R_E/R \end{bmatrix} \\ & \times \left\{ \frac{1}{R + R_E} \begin{bmatrix} -\frac{RR_E i_L}{L} - \frac{Ru_C}{L} \\ \frac{Ri_L}{C} - \frac{u_C}{C} \end{bmatrix} \right. \\ & \left. + \begin{bmatrix} \frac{U_{in}}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \right\}. \quad (13) \end{aligned}$$

联立 (10)–(13), 可得系统的跳跃矩阵 [16,17] 为

$$S_1 = I + \frac{(\mathbf{f}_2 - \mathbf{f}_1) \mathbf{n}^T}{\mathbf{n}^T \mathbf{f}_1 + \Delta h} \Big|_{dT}. \quad (14)$$

### 3.2 单值矩阵

由上述分析, 显然有

$$\mathbf{n}^T \mathbf{f}_2 \times \mathbf{n}^T \mathbf{f}_1 > 0, \quad (15)$$

因此系统在切换面处有唯一的 Filippov 解 [18].

一个周期内, 先是开关导通的模态, 则  $\Phi_{on} = e^{A_1 dT}$ ,  $dT$  时刻到达切换面, 则跳跃矩阵为  $S_1$ . 再是开关关断的模态, 有  $\Phi_{off} = e^{A_2 (1-d)T}$ , 在  $T$  时刻到达周期切换点, 则跳跃矩阵为  $S_2 = I$ . 因此可有整个周期的单值矩阵 [16,17]:

$$M = S_2 \cdot \Phi_{off} S_1 \cdot \Phi_{on} = \Phi_{off} \cdot S_1 \cdot \Phi_{on}. \quad (16)$$

### 4 分岔与混沌现象机理研究

在反馈比例系数  $G_1$  较小时, 系统处于稳定阶段, 单值矩阵的最大特征值的模小于 1, 随着  $G_1$  的增大, 单值矩阵的最大特征值从  $-1$  处穿越单位圆, 系统进入周期 2 轨道, 产生倍周期分岔; 随着  $G_1$  的继续增大, 系统的状态轨迹继续倍化, 直至混沌.

为了便于分析, 我们采用下表 2 所示参数, 由牛顿方法可得开关点  $\mathbf{x}(dT)$ , 再由 (16) 式可得单值矩阵  $M$  的 Floquet 乘子, 其演化图如图 3 所示. 为了预测分岔点的数值和分岔类型, 令 Floquet 乘子为 1, 即

$$\max |\lambda_M| = 1. \quad (17)$$

联立 (16), (17), 可解得  $G_1 = 3.413$ , 此时  $\lambda_M$  的两个值分别为  $-1.000$  和  $0.8042$ , Floquet 乘子一个值从负半轴穿越单位圆, 另一个值位于单位圆内, 系统此时发生倍周期分岔.

表 2  $V^2$  控制 Buck 变换器的电路参数

参数	值	参数	值
$U_m/V$	8	$L/\mu H$	100
$f/kHz$	20	$C/\mu F$	2800
$D$	[0,1]	$U_r/V$	5
$R/\Omega$	3	$R_E/\Omega$	0.08

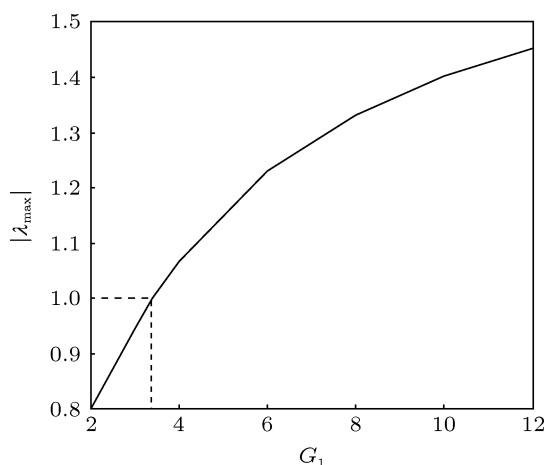


图 3 Floquet 乘子演化图

#### 4.1 一周期振荡机理

当  $G_1 = 2$  时, 系统表现为稳定的一周期运行. 子系统  $S_1$  和  $S_2$  的平衡点分别为  $E_1(\frac{8}{3}, 8)^T$  和  $E_2(0, 0)^T$ . 当系统在两个子系统之间进行周期性切换时, 其动力学行为由两个子系统耦合而成. 同时,

系统的周期性切换形成两个分界面: 一个是切换条件即切换面  $h_2$ , 另一个则是周期脉冲信号  $T$ .

由于滤波电容的等效串联电阻  $R_E$  的作用,  $u_C$  近似但并不等于  $u_O$ , 本文选择的状态变量为  $\mathbf{x} = [i_L, u_C]^T$ , 在后面的分析中, 考虑到在工业应用中需要的是输出电压  $u_O$ , 因此给出的图形都是基于输出电压  $u_O$  的.

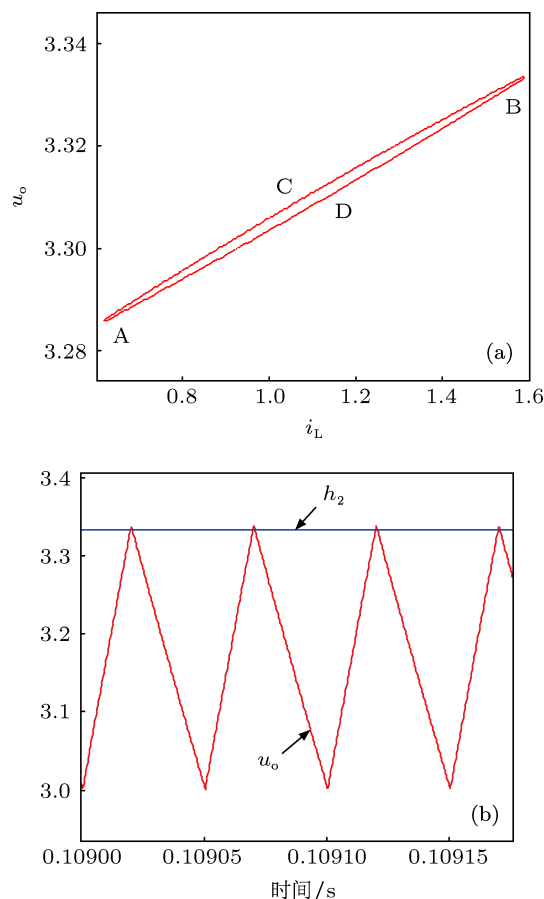


图 4 一周期相图与切换面 (a)  $i_L-u_O$  相图; (b) 输出电压与切换面

一个周期开始时刻, 变换器开关  $S$  导通, 以点  $A$  为起点, 系统运行于子系统  $S_1$ . 由于  $A$  点不是刚好位于子系统  $S_1$  的周期轨道上, 系统会沿  $ACB$  逐渐逼近围绕平衡点  $E_1(\frac{8}{3}, 8)^T$  的极限环, 即子系统  $S_1$  的稳定周期轨道, 经历时长  $t = dT$  到达切换面  $h_2$ , 也即达到  $B$  点, 从而系统切换至子系统  $S_2$  运行, 并以  $B$  点作为初始点向子系统  $S_2$  的平衡点  $E_2(0, 0)^T$  逼近, 系统轨迹为  $BDA$  所示.

在一个周期  $t = T$  时刻, 系统轨迹刚好回到一周期的开始点  $A$ , 变换器开始新周期的运行. 因此, 系统存在稳定的一周期解, 该周期解由两部分组成, 即系统从  $A$  点出发, 运行于子系统  $S_1$ , 在经过时长  $dT$  后到达  $B$  点, 与切换面  $h_2$  发生碰撞, 随后切换

至于子系统  $S_2$  运行, 经过  $(1-d)T$  时长后回到 A 点, 形成稳定的一周期轨道.

### 4.2 倍周期振荡机理

当  $G_1 = 4$  时, 系统表现出倍周期分岔现象, 如图 5 所示. 假设  $t = 0$  时开关 S 导通, 变换器处于子系统  $S_1$ , 即以  $C_1$  为周期起点, 此时系统的状态轨迹逐渐逼近于围绕平衡点  $E_1\left(\frac{8}{3}, 8\right)^T$  的极限环, 运行轨迹为  $C_1-D_1$  所示曲线, 在  $t = d_1T$  时刻, 状态轨迹达到切换面  $h_2$ , 开关 S 关断, 变换器切换至子系统  $S_2$  运行, 状态轨迹以  $D_1$  为起点逐渐逼近于围绕平衡点的  $E_2(0,0)^T$  极限环, 运行轨迹为  $D_1-C_2$  所示曲线. 在  $t = T$  时刻, 一个周期结束, 开关 S 重新导通, 但此时系统轨迹尚未回到  $C_1$ , 因此在第二个周期开始时, 以  $C_2$  为周期起点, 此时系统的状态轨迹与第一个周期开始时相似的逼近于围绕平衡点  $E_1\left(\frac{8}{3}, 8\right)^T$  的极限环, 运行轨迹为  $C_2-D_2$  所示曲线,

在  $t = T + d_2T$  时刻, 状态轨迹达到切换面  $h_2$ , 开关 S 关断, 变换器切换至子系统  $S_2$  运行, 运行轨迹为  $D_2-C_1$  所示曲线显然可知  $d_1T > d_2T$ , 即在相邻两个周期内变换器的占空比是不同的, 这也是系统产生倍周期分岔的原因. 在  $t = 2T$ , 系统轨迹回到  $C_1$ , 开启下一个周期的运行, 如此循环往复, 形成倍周期振荡.

由上分析显然可知, 反馈系数  $G_1$  变化时, 子系统  $S_1$  和  $S_2$  的稳态解 (即子系统的平衡点) 并没有发生变化, 但随着  $G_1$  的增加, 系统的切换平衡点与  $x(dT)$  切换面  $h_2$  的距离越来越远, 从而使得在第一个周期  $T$  内, 从  $C_1$  出发的子系统  $S_1$  的轨迹经历了较长的时间  $t = d_1T$  才到达切换面  $h_2$ , 进而造成在开关 S 关闭的时长内  $(1-d_1)T$  系统轨迹经过了  $D_1$  到达  $C_2$ , 并以  $C_2$  为起点开启第二个周期, 从而形成了系统轨迹在经过两个周期  $2T$  之后才能回到起始点  $C_1$ , 此即系统的周期加倍形成机理.

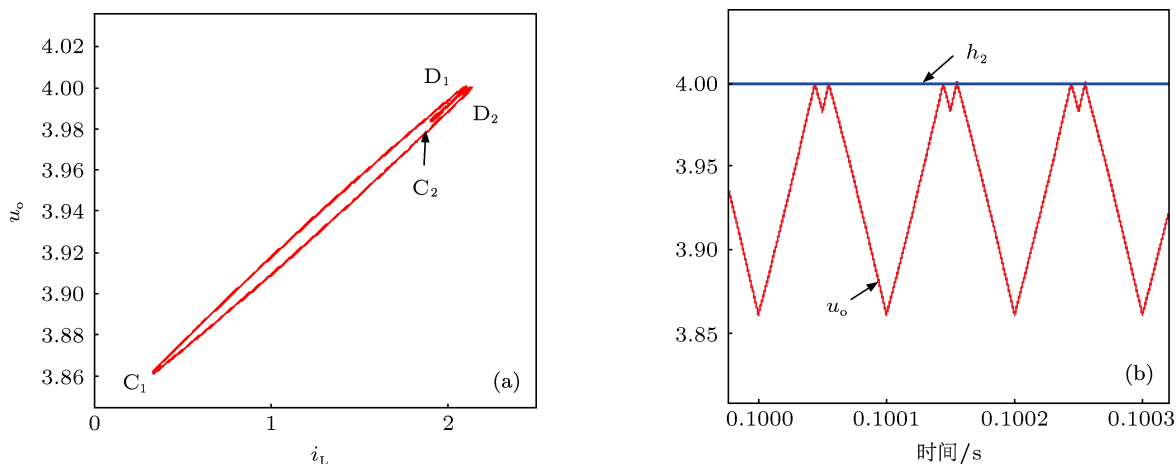


图 5  $G_1 = 4$  的倍周期分岔相图与输出电压波形 (a) 倍周期分岔相图; (b) 输出电压与切换面

### 4.3 混沌行为机理

随着反馈系数  $G_1$  的继续增大, 系统继续发生倍化分岔, 在反馈系数增大到一定的数值后系统的轨迹将产生混沌现象,  $G_1 = 12$  时的混沌相图如图 6 所示. 在混沌状态下, 系统状态轨迹与切换面  $h_2$  有多个碰撞点, 导致系统的周期不断倍化, 其产生机理可以理解为: 当系统轨迹从子系统  $S_1$  出发, 经过一定时间与分界面碰撞, 使得系统进入子系统  $S_2$ , 又由周期脉冲信号的作用返回子系统  $S_1$ . 但由于轨迹每次与分界面的碰撞点都不相同, 从而使得以碰撞点为初值, 按子系统  $S_2$  运行并趋近于  $S_2$  中的平衡点的轨道存在无穷多条, 导致系统混沌振荡.

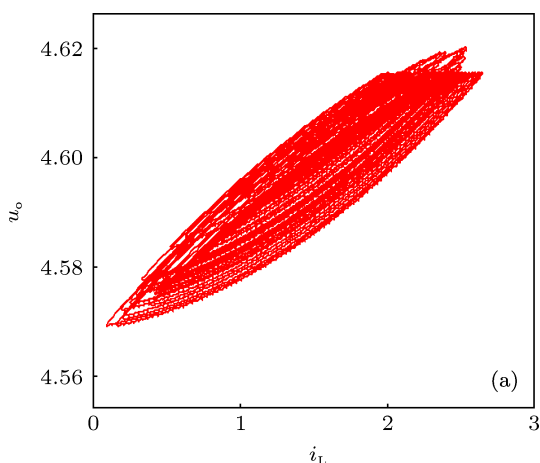
由上述分析可知  $V^2$  控制 Buck 变换器随着电路参数的变化发生明显的倍周期分岔直至混沌的非线性行为. 本文只研究了反馈系数  $G_1$  的变化对变换器不稳定行为的影响, 其他电路参数如  $U_r$ ,  $U_{in}$  等对系统动力学行为的影响可利用本文的方法同样进行分析.

## 5 分岔与混沌的镇定控制

为了镇定系统的不稳定行为, 扩展稳定边界, 可在  $U_r$  上加入一个与开关频率  $f$  相同频率的正弦信号  $U_c$ , 从而改变  $\Delta h_2$ , 进而改变了跳跃矩阵  $S_1$ , 使得单值矩阵的最大特征值的模位于单位圆内, 即实

现了对系统分岔与混沌现象的控制<sup>[14]</sup>.

令正弦信号  $U_c = \alpha \cdot \sin(2\pi ft)$ , 则经过补偿后



的参考电压为

$$U_{re} = U_r + U_c = U_r + a \cdot \sin(2\pi ft). \quad (18)$$

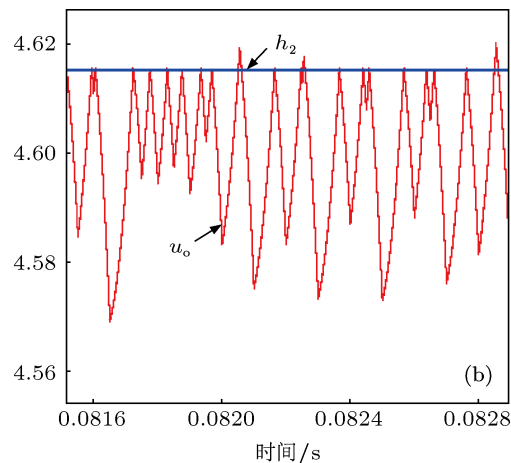


图6  $G_1 = 12$  的混沌相图 (a) 混沌相图; (b) 输出电压与切换面

### 5.1 稳态误差分析

参考电压信号的加入, 改变了系统的切换面的表达式  $h_2$ , 进而改变了占空比  $d$ , 下面分析占空比  $d$  的变化率  $\Delta d$ . 令正弦电压补偿之前和之后的系统占空比分别为  $d, \tilde{d}$  则占空比的变化率  $\Delta d$  为

$$\begin{aligned} \Delta d &= \frac{U_{re}/U_{in} - U_r/U_{in}}{U_r/U_{in}} \\ &= \frac{U_c}{U_r} = \frac{a \cdot \sin(2\pi ft)}{U_r} \leq \frac{|a|}{U_r}. \end{aligned} \quad (19)$$

由于  $a$  的值很小, 显然可有  $\Delta d \approx 0$ . 因而可知在加入正弦补偿电压  $U_c$  之后, 系统的占空比几乎没有变化, 输出电压与电感电流也相应几乎没有变化, 也即系统的稳态误差并没有发生大的变化.

### 5.2 单值矩阵

加入正弦信号的切换面为

$$\begin{aligned} h_e = u_C - \frac{[U_r + a \sin(2\pi ft)]G_1}{1 + G_1} \\ + \left( i_L - \frac{u_C}{R} \right) R_E = 0. \end{aligned} \quad (20)$$

切换面的导数为

$$\Delta h_e = -\frac{2a\pi f G_1 \cos(2\pi f d_e T)}{1 + G_1}. \quad (21)$$

一个周期内, 先是开关导通的模态, 则  $\Phi_{con} = e^{A_1 d_e T}$ ,  $d_e T$  时刻到达切换面  $h_e$ , 跳跃矩阵为

$$S_{e1} = I + \left. \frac{(f_{off} - f_{on})n_c^T}{n_c^T f_{on} + \Delta h_e} \right|_{d_e T}, \quad (22)$$

其中

$$n_c^T = \begin{bmatrix} R_E \\ 1 - R_E/R \end{bmatrix}.$$

对于开关  $S$  关断的模态, 则  $\Phi_{coff} = e^{A_2(1-d_e)T}$ , 在  $T$  时刻到达周期切换点, 跳跃矩阵为

$$S_{e2} = I, \quad (23)$$

因此可有整个周期的单值矩阵

$$\begin{aligned} M_e &= S_{e2} \cdot \Phi_{coff} \cdot S_{e1} \cdot \Phi_{con} \\ &= \Phi_{coff} \cdot S_{e1} \cdot \Phi_{con}. \end{aligned} \quad (24)$$

系统稳定的充要条件<sup>[16]</sup> 为

$$\max |\lambda_{M_e}| < 1. \quad (25)$$

由 (25) 式可解得系统镇定的最小边界  $a_{min}$ , 如表 3 和图 7 所示.

在  $t = 0.1$  时, 在  $U_r$  上加入一个与开关频率  $f$  相同频率的正弦信号  $U_c = 0.2 \sin(2\pi ft)$ , 即  $a = 0.2$ , 开关点的值以及特征乘子如表 4 所示. 由仿真结果图 8 可见, 输出电压  $u_o$  经过 20 个周期的调整达到了一周期稳定运行的状态.

### 5.3 镇定的机理

在加入  $U_c = 0.2 \sin(2\pi ft)$  后, 系统的切换面由图 9 中的  $h_2 = u_o - \frac{U_r G_1}{1 + G_1} = 0$  转变为  $h_e = u_o - \frac{(U_r + U_c)G_1}{1 + G_1} = 0$ , 可见在加入正弦电压补偿



信号之后,设计使得变换器的输出电压  $u_O$  与  $h_c$  的正半周期的 P 点相交,而不是与切换面  $h_2$  交于 Q 点,缩短了切换平衡点  $x(d_c T)$  与切换面  $h_2$  的距离,从而减小了变换器的占空比,使得系统能量增加的时段稍稍减小,实现稳定的周期一轨道.

表 3 稳定边界的数值

	$G_1$	$a_{\min}$	$d_c T$	$i_L(d_c T)$	$u_C(d_c T)$
$\max \lambda_{M_c}  = 1$	3	0	$2.3189 \times 10^{-5}$	1.73	3.71
	6	$0.317 \times 10^{-2}$	$2.6536 \times 10^{-5}$	1.91	4.24
	12	$0.577 \times 10^{-2}$	$2.8600 \times 10^{-5}$	2.01	4.58

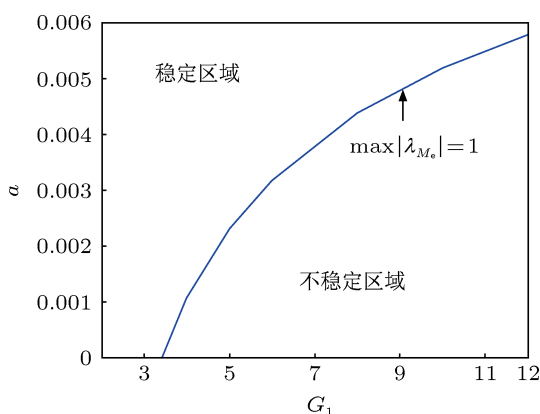


图 7 稳定区域分界面

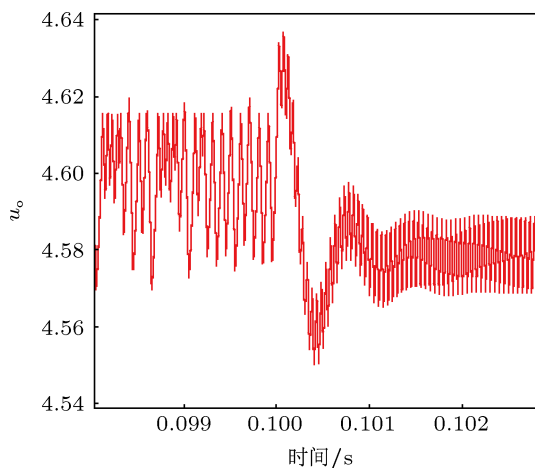


图 8  $a = 0.2$  时镇定的波形

## 6 实验电路验证

为了从实际中验证理论分析的正确性,根据图 1 和本文的电路参数搭建了图 10 所示实验电路图.实验中,开关管采用 IFR640 型金属氧化物半导体场效应晶体管,二极管用 MBR3405PT 型快速恢复二极管,脉冲信号以及正弦补偿电压信号由双路输出函数信号发生器产生,放大器和比较器分别运用 LM358 和 C393C,RS 触发器由 CD4001 组成,驱动

电路采用 TLP250,并用 +12 V 独立电源供电.

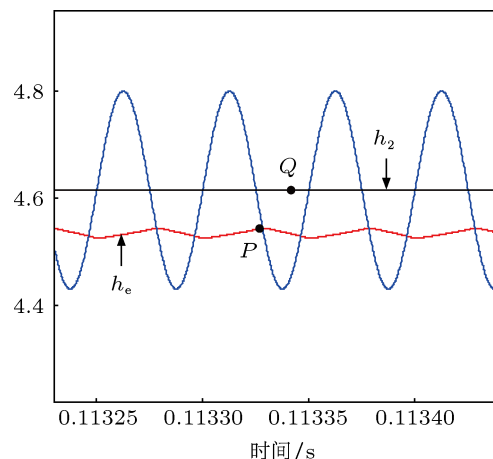


图 9 输出电压与切换面原理图

表 4  $a = 0.2$  时的 floquet 乘子

$a$	$G_1$	$i_L(d_c T)$	$u_C(d_c T)$	$\lambda_{M_c}$	$\max \lambda_{M_c} $
0.2	12	1.9932	4.5048	$0.8207 \pm 0.1764i$	0.8395

实验波形图如图 11 所示,每个图中最上面为输出电压  $u_O$ ,中间波形为占空比  $d$ ,最下面为脉冲信号 CLK.实验表明,随着反馈系数  $G_1$  的不断增大, $V^2$  控制 Buck 变换器将从稳定的一周期态进入倍周期状态,随后不断倍化进入混沌态,在对参考电压  $U_r$  加入正弦补偿信号  $U_e = 0.2 \sin(2\pi ft)$  后,系统将会被镇定至稳定的一周期态,这与理论分析完全符合.

## 7 结论

$V^2$  控制的 Buck 变换器具有负载动态响应速度快等突出优点,应用于低电压、负载变化大等工业场合.系统输出电压随着反馈放大系数  $G_1$  的增大而逐渐接近参考电压,但也会随着  $G_1$  的增大发生倍周期分岔,从稳定走向不稳定,即从稳定的周期一形态发生倍周期分岔以及四周期分岔,随后进入混沌态.单值矩阵理论揭示了系统发生倍周期分岔的机理在于随着  $G_1$  的增大,单值矩阵的一个特征乘子从坐标轴的负半平面穿越单位圆,从而产生了倍周期分岔现象.基于此原理,在不影响系统稳态误差的前提下,利用正弦电压补偿参考电压的方法,小幅度减小系统占空比,缩短系统获取能量的时长,将变换器的输出信号由分岔或混沌状态镇定至稳定的周期一轨道.所用的方法扩展了系统的稳定边界,提高了系统的稳定性,有利于  $V^2$  控制策略在工业上的推广与应用.

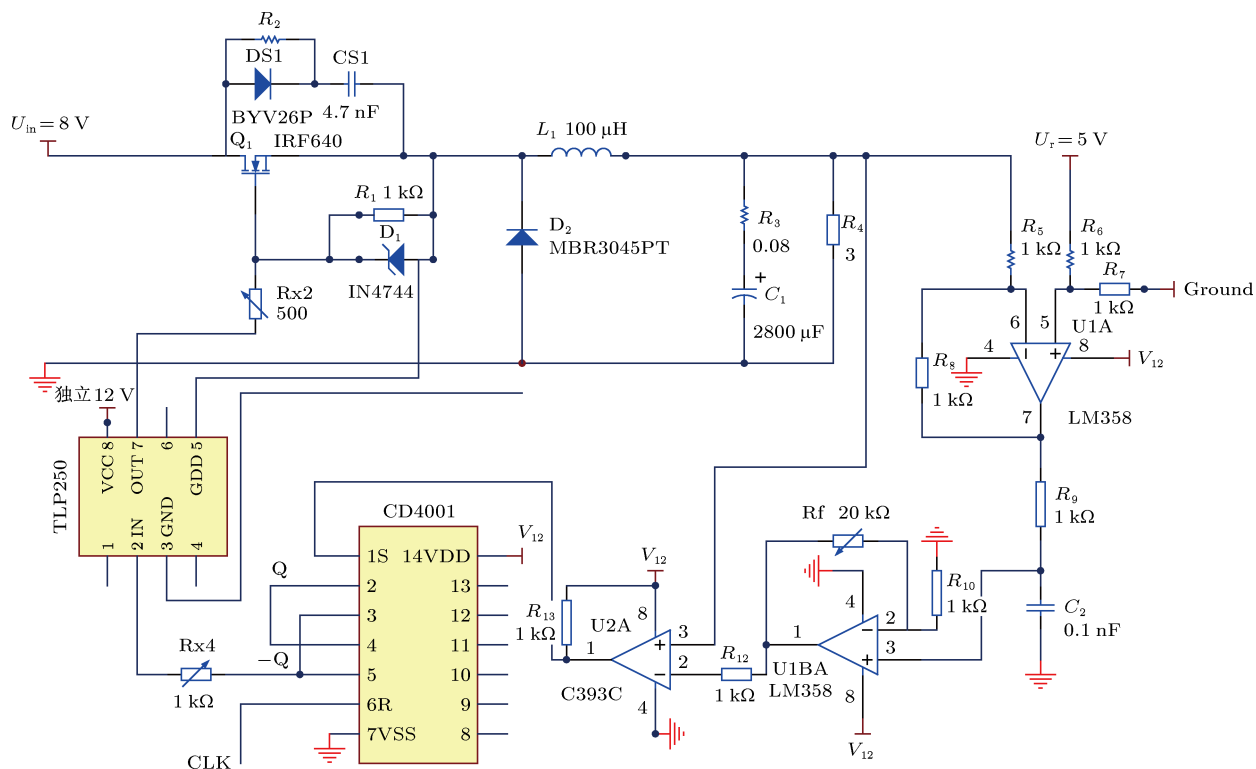


图 10  $V^2$  控制 Buck 变换器实验电路图

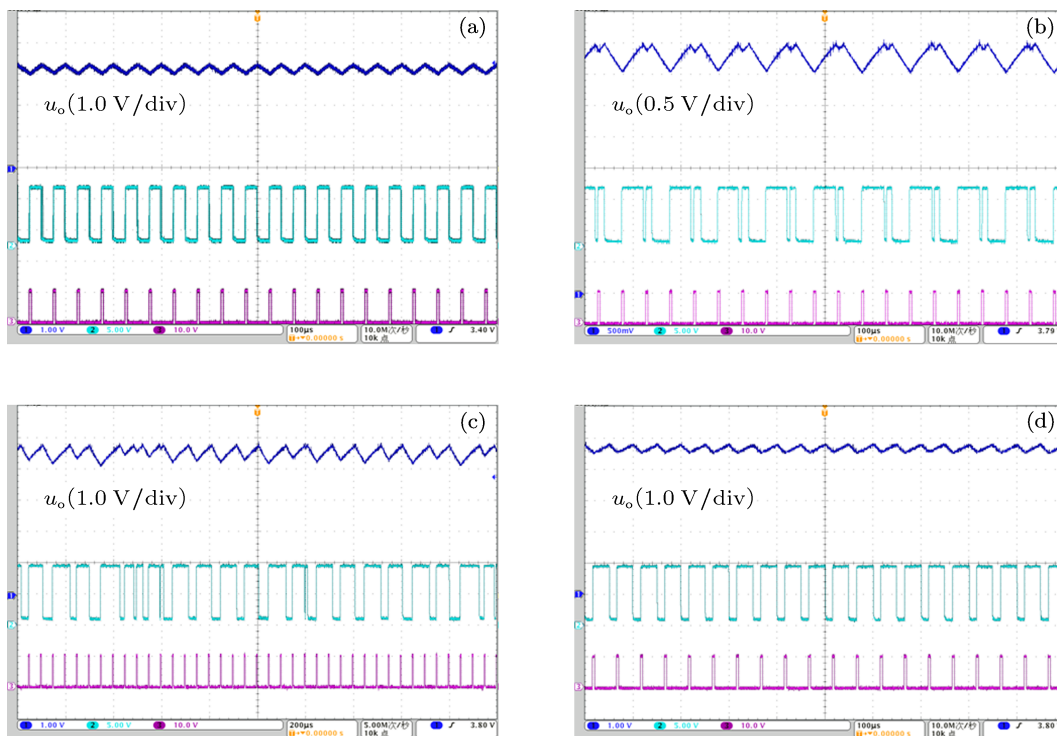


图 11  $V^2$  控制 Buck 变换器实验波形 (a) 周期一波形 ( $G_1 = 2$ ); (b) 倍周期分岔波形 ( $G_1 = 4$ ); (c) 混沌波形 ( $G_1 = 12$ ); (d) 混沌控制波形 ( $G_1 = 12, a = 0.2$ )



- [1] Li J, Lee F C 2010 *IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers* **57** 2552
- [2] Goder D, Pelletier W 1996 *Proceedings of High Frequency Power Conversion* 1996 19
- [3] Wang F Y, Xu J P, Xu J F 2005 *Proc. the CSEE* **25** 67 (in Chinese) [王凤岩, 许建平, 许峻峰 2005 中国电机工程学报 **25** 67]
- [4] Song Q 2001 *Proceedings of APEC* 2001 507
- [5] Wang F Y, Wu S R, Xu J P 2002 *International Conference on Communications, Circuits and Systems and West Sino Expositions* New York, USA June 29-July 1, 2002 p1711
- [6] Wang F Y, Xu J F, Xu J P 2004 *International Conference on Communications, Circuits and Systems* Chengdu, China, June 27–29, 2004 p1358
- [7] Yang R, Zhang B, Chu L L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2770 (in Chinese) [杨汝, 张波, 褚利丽 2008 物理学报 **57** 2770]
- [8] Wang F Q, Ma X K, Yan Y 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 060510 (in Chinese) [王发强, 马西奎, 闫晔 2011 物理学报 **60** 060510]
- [9] Xie L L, Gong R X, Zhuo H Z 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 058401 (in Chinese) [谢玲玲, 龚仁喜, 卓浩泽 2012 物理学报 **61** 058401]
- [10] Liu F 2008 *Chin. Phys. B* **17** 2394
- [11] Lu W G, Zhou L W, Luo Q M, Du X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6275 (in Chinese) [卢伟国, 周维维, 罗全明, 杜雄 2007 物理学报 **56** 6275]
- [12] Zhou G H, Xu J P, Jin Y Y, Jin S 2010 *International Conference on Communications, Circuits and Systems* Chengdu, China, July 28–30, 2010 p551
- [13] He S Z, Zhou G H, Xu J P 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** (in Chinese) [何圣仲, 周国华, 许建平, 包伯成, 杨平 2013 物理学报 **62** 110503]
- [14] Zhou Y F, Tse C K, Qiu S, Lau F 2005 *Chin. Phys.* **14** 61
- [15] Kavitha A, Uma G 2010 *Int. J. Contr. Autom. Systems* **8** 1320
- [16] Giaouris D, Banerjee S, Zahawi B, Pickert V 2008 *IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers* **55** 1084
- [17] Leine R I, VAN Campen D H, VAN DE VRANDE B L *Nonlinear Dynam.* **23** 105
- [18] Filippov A F 1964 *American Mathematical Society Translations, Series 2* **42** 199
- [19] Xie F, Yang R, Zhang B 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 8393 (in Chinese) [谢帆, 杨汝, 张波 2010 物理学报 **59** 8393]

# Mechanism of instability behaviors and stabilization on $V^2$ controlled buck converter\*

Zhang Fang-Ying<sup>1)†</sup> Yang Ru<sup>2)</sup> Long Xiao-Li<sup>1)</sup> Xie Chen-Yue<sup>1)</sup> Chen Hong<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> (Labcenter, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China)

<sup>2)</sup> (School of Physics and Electronic Engineering, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China)

(Received 30 June 2013; revised manuscript received 24 July 2013)

## Abstract

Along with the variation of the feedback amplify coefficient,  $V^2$  controlled Buck converter exhibits abundant nonlinear dynamical behaviors. By establishing the discrete-time model of the system, this paper has studied the instability phenomena based on the monodromy matrix method. With increasing feedback factor, the analysis indicated that the converter entered from a stable period-one statue into a period-doubling statue. Finally, it showed chaos. Mechanism of the bifurcation generated by the system was fully analyzed based on the monodromy matrix, which showed that as the increase of the feedback coefficient, an eigenvalue of the monodromy matrix went out of the unit circle; this was the reason why the system generated period-doubling bifurcation. Also presented was the sinusoidal voltage compensation method to extend the stability margin based on the monodromy matrix theory, by which the instability behavior was effectively handled. Simulation and experimental results confirmed the analytical method.

**Keywords:**  $V^2$  control strategy, buck converter, bifurcation, stabilization control

**PACS:** 84.30.Jc, 05.45.–a

**DOI:** 10.7498/aps.62.218404

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 51277035), and the International Science and Technology Cooperation Program of Guangdong Province, China (Grant No. 2013J4500029).

† Corresponding author. E-mail: zfy@gzhu.edu.cn