

## 原子在弱相干场光纤耦合腔系统中的纠缠特性\*

汪仲清<sup>†</sup> 赵小奇 周贤菊

(重庆邮电大学数理学院, 重庆 400065)

(2013年6月30日收到; 2013年8月15日收到修改稿)

研究由两个相同的二能级原子分别处于用单模光纤耦合的两弱相干光场系统的共生纠缠特性, 通过数值计算研究了光纤模 - 腔模与原子 - 腔模的耦合强度比、弱相干光场的强度和两光场相对相位差等因素对系统纠缠演化的影响. 结果表明: 两腔中的两原子之间、两光场之间和每个腔中的原子与光场之间的纠缠随时间呈现周期或准周期性演化, 两腔场之间的纠缠与腔中的两原子的纠缠可以相互转换, 与两原子之间和两光场之间的纠缠相比, 每个腔中光场与原子之间的纠缠随时间变化的周期缩短. 光纤模 - 腔模与原子 - 腔模的耦合强度比与两腔中光场相位差对系统纠缠的影响很大, 较小的光纤模 - 腔模与原子 - 腔模的耦合强度之比可以获得较大的系统纠缠度.

**关键词:** 弱相干场, 光纤耦合腔, 耦合强度, 量子纠缠

**PACS:** 03.65.Ud, 42.50.Dv

**DOI:** 10.7498/aps.62.220302

## 1 引言

量子纠缠是量子力学最显著的特征之一, 在量子隐形传态、量子编码及纠错、量子密钥分配和量子计算等量子信息处理过程中得到了广泛的研究<sup>[1-12]</sup>. 原子态的纠缠已经在高  $Q$  腔中实现<sup>[13-15]</sup>, 许多方案和实验都专注在量子电动力学 (QED) 腔中产生原子纠缠<sup>[13-17]</sup>. 量子纠缠态的度量也是研究的热点之一, 人们对单原子与单模和双模光场相互作用系统的纠缠<sup>[16-18]</sup>、双原子与单模光场相互作用系统的纠缠在理论和实验上进行了大量的研究<sup>[19-21]</sup>, 但是大多数研究都是局域的, 即原子被束缚在一个腔中, 原子之间的间距非常短. 然而采用合适的方案实现分离腔系统之间的量子纠缠对于量子信息处理, 实现量子通信和量子计算非常重要.

近年来, 不同光腔中的原子通过光纤耦合的量子操作系统引起了人们广泛的兴趣<sup>[22-27]</sup>, 这样的系统可以用于产生较远距离原子之间的纠缠态和进行分布式量子计算. Serafini 等<sup>[22]</sup> 研究了光纤耦合腔中实现量子门的可能性, Yin 和 Li<sup>[23]</sup> 提出

了多原子系统实现量子纠缠和量子门操作, Zheng 等<sup>[24-26]</sup> 研究了处于两光纤耦合腔中原子实现量子相位门和量子纠缠, Xiao 和 Fang<sup>[27]</sup> 研究了光纤耦合的两腔中原子纠缠的转移. 在文献 [28] 中研究了弱相干场耦合系统中的纠缠特性, 然而原子在光纤耦合腔中与弱相干场相互作用的纠缠特性研究尚未见报道. 本文研究两个二能级原子分别处于两个用单模光纤耦合的弱相干光场系统的共生纠缠特性, 通过数值计算研究光纤模 - 腔模与原子 - 腔模的耦合强度比、弱相干光场的强度和两光场相对相位差等因素对系统纠缠演化的影响.

## 2 理论模型

考虑两个相同的二能级原子分别处于两个用单模光纤耦合的腔场中, 设每个原子的基态为  $|g\rangle$  和激发态  $|e\rangle$ , 如图 1 所示. 如果原子与腔场共振, 在旋波近似下原子与场系统的相互作用哈密顿量可以表示为

$$H_{ac} = \sum_{k=1}^2 (g_k S_k^+ a_k + \text{H.c.}), \quad (1)$$

式中  $S_k^+ = |e\rangle_k \langle g|$  和  $S_k^- = (S_k^+)^{\dagger}$  为原子的升、降算

\* 重庆市自然科学基金 (批准号: CSTC2011jjA50016) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: wangzhq@cqupt.edu.cn

符,  $a_k$  ( $a_k^\dagger$ ) 是腔模的湮没 (产生) 算符,  $g_k$  是原子与腔模之间的耦合强度. 腔模与光纤模之间耦合的相互作用哈密顿量可以表示为 [29]

$$H_{cf} = \sum_{j=1}^{\infty} v_j \left[ b_j \left( a_1^\dagger + (-1)^j e^{i\varphi} a_2^\dagger \right) + \text{H.c.} \right], \quad (2)$$

式中  $b_j$  ( $b_j^\dagger$ ) 为光纤  $j$  模的湮没 (产生) 算符,  $v_j$  是光纤  $j$  模与腔模的耦合强度,  $\varphi = 2\pi\omega l/c$  是场通过长度为  $l$  的光纤传输后的相位变化. 设  $\bar{\nu}$  为腔场进入连续光纤模的衰变率, 在短光纤极限  $(l\bar{\nu})/(2\pi c) \leq 1$  条件下, 光纤只有一个共振模  $b$  与腔模作用. 则哈密顿量  $H_{cf}$  可以简化为 [22]

$$H_{cf} = v \left[ b \left( a_1^\dagger + a_2^\dagger \right) + \text{H.c.} \right]. \quad (3)$$

这样, 原子 - 腔场 - 光纤系统的总哈密顿量为

$$H_{ac} = \sum_{k=1}^2 \left( g_k S_k^+ a_k + \text{H.c.} \right) + v \left[ b \left( a_1^\dagger + a_2^\dagger \right) + \text{H.c.} \right]. \quad (4)$$

如果引入系统的总激发数算符  $\hat{N} = |e\rangle_{11}\langle e| + |e\rangle_{22}\langle e| + a_1^\dagger a_1 + a_2^\dagger a_2 + b^\dagger b$ , 则它将与哈密顿量 (4) 式对易, 总的激发数为一个守恒量 [30].

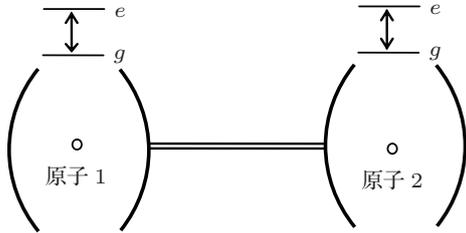


图1 光纤耦合腔中的原子

假设初始时刻系统中原子 1 和原子 2 处于基态, 两腔场处于弱相干态. 粒子数表象中的相干态可以表示为

$$|\alpha\rangle = \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle. \quad (5)$$

在弱相干场的情形, 设  $|\alpha|^2 \ll 1$ , 则可以忽略 (5) 式中  $n$  大于 1 的项, 这样弱相干态将表示为

$$|\alpha\rangle = \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) (|0\rangle + \alpha|1\rangle), \quad (6)$$

式中  $|\alpha|^2 = \bar{n}$  表示平均光子数. 原子和腔场系统的初态为

$$|\varphi(0)\rangle = \exp\left(-\frac{|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2}{2}\right) |gg\rangle_{12} \times (|0\rangle_1 + \alpha_1|1\rangle_1) (|0\rangle_2 + \alpha_2|1\rangle_2) |0\rangle_f, \quad (7)$$

式中下标 1, 2 对应两腔中原子和腔场的态, 下标  $f$  表示光纤模. 忽略 (7) 式中  $\alpha$  二阶以上的小量, 则系统归一化后的初态为

$$|\varphi(0)\rangle = N^{-1} (|\phi_0\rangle + \alpha_1|\phi_3\rangle + \alpha_2|\phi_4\rangle), \quad (8)$$

其中  $N^{-1} = \frac{1}{(1 + |\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2)^{1/2}}$  为归一化常数. (8) 式中的状态基为

$$\begin{aligned} |\phi_0\rangle &= |g, 0\rangle_1 |g, 0\rangle_2 |0\rangle_f, \\ |\phi_1\rangle &= |e, 0\rangle_1 |g, 0\rangle_2 |0\rangle_f, \\ |\phi_2\rangle &= |g, 0\rangle_1 |e, 0\rangle_2 |0\rangle_f, \\ |\phi_3\rangle &= |g, 1\rangle_1 |g, 0\rangle_2 |0\rangle_f, \\ |\phi_4\rangle &= |g, 0\rangle_1 |g, 1\rangle_2 |0\rangle_f, \\ |\phi_5\rangle &= |g, 0\rangle_1 |g, 0\rangle_2 |1\rangle_f. \end{aligned} \quad (9)$$

在相互作用绘景中, 系统态矢演化的薛定谔方程为

$$i\hbar \frac{\partial |\varphi(t)\rangle}{\partial t} = H_I |\varphi(t)\rangle, \quad (10)$$

取  $\hbar = 1$ , 具有一个激发数的态矢  $|\varphi(t)\rangle$  可以按照 (9) 式的基矢展开为

$$|\varphi(t)\rangle = \sum_{j=0}^5 A_j(t) |\phi_j\rangle. \quad (11)$$

在 (4) 式的哈密顿量作用下,  $|\phi_0\rangle$  不随时间演化. 将 (11) 式代入 (10) 式, 则 (10) 式在具有一个激发数子空间中的矩阵形式为

$$i \frac{\partial A_j(t)}{\partial t} = \sum_{k=1}^5 H_{jk} A_k(t), \quad (12)$$

式中  $H_{jk}$  表示哈密顿量 (4) 式在激发数为 1 的子空间中矩阵元

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g & 0 \\ g & 0 & 0 & 0 & v \\ 0 & g & 0 & 0 & v \\ 0 & 0 & v & v & 0 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

为简单起见, 已经令 (4) 式中  $g_1 = g_2 = g$ . 矩阵形式的哈密顿量 (13) 式的本征值为

$$\begin{aligned} E_1 &= 0, E_{2,3} = \pm g, \\ E_{4,5} &= \pm \sqrt{g^2 + 2v^2} = \pm g \sqrt{1 + 2r^2}, \end{aligned} \quad (14)$$

式中  $r = v/g$  表征了光纤模 - 腔模之间与原子 - 腔模之间的耦合强度之比, 相应的本征态为

$$\begin{aligned} |\phi_1\rangle &= -\frac{r}{\sqrt{1+2r^2}} |\phi_1\rangle - \frac{r}{\sqrt{1+2r^2}} |\phi_2\rangle \\ &+ \frac{1}{\sqrt{1+2r^2}} |\phi_5\rangle, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 |\varphi_2\rangle &= \frac{1}{2}|\phi_1\rangle - \frac{1}{2}|\phi_2\rangle - \frac{1}{2}|\phi_3\rangle + \frac{1}{2}|\phi_4\rangle, \\
 |\varphi_3\rangle &= \frac{1}{2}|\phi_1\rangle - \frac{1}{2}|\phi_2\rangle + \frac{1}{2}|\phi_3\rangle - \frac{1}{2}|\phi_4\rangle, \\
 |\varphi_4\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{1+2r^2}}|\phi_1\rangle + \frac{1}{2\sqrt{1+2r^2}}|\phi_2\rangle \\
 &\quad - \frac{1}{2}|\phi_3\rangle - \frac{1}{2}|\phi_4\rangle + \frac{r}{\sqrt{1+2r^2}}|\phi_5\rangle, \\
 |\varphi_5\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{1+2r^2}}|\phi_1\rangle + \frac{1}{2\sqrt{1+2r^2}}|\phi_2\rangle \\
 &\quad + \frac{1}{2}|\phi_3\rangle + \frac{1}{2}|\phi_4\rangle + \frac{r}{\sqrt{1+2r^2}}|\phi_5\rangle. \quad (15)
 \end{aligned}$$

根据 (15) 式, 可以得到对角化哈密顿量 (13) 式的幺正矩阵

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} -\frac{r}{\sqrt{1+2r^2}} & -\frac{r}{\sqrt{1+2r^2}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1+2r^2}} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2\sqrt{1+2r^2}} & \frac{1}{2\sqrt{1+2r^2}} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{r}{\sqrt{1+2r^2}} \\ \frac{1}{2\sqrt{1+2r^2}} & \frac{1}{2\sqrt{1+2r^2}} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{r}{\sqrt{1+2r^2}} \end{pmatrix}. \quad (16)$$

这样方程 (12) 可以写成下面的形式

$$i\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{SA} = \mathbf{SHS}^{-1}\mathbf{SA}, \quad (17)$$

式中  $\mathbf{A} = [A_1, A_2, A_3, A_4, A_5]^T$ . 由于矩阵  $\mathbf{SHS}^{-1}$  是对角化的, 求解方程 (17) 可以得到方程 (12) 的解为

$$A_j(t) = \sum_{k=1}^5 (\mathbf{S}^{-1})_{jk} [\mathbf{SA}(0)]_k e^{-iE_k t}. \quad (18)$$

根据 (8) 式得到  $A(0) = N^{-1}[0, 0, \alpha_1, \alpha_2, 0]^T$ , 将 (14) 式和 (16) 式代入 (18) 式, 则可得到  $t$  时刻系统的态矢 (11) 式的演化情况, 其中系数  $A_j(t)$  为

$$\begin{aligned}
 A_0 &= N^{-1}, \\
 A_1 &= N^{-1} \cdot \frac{i}{2} \left[ (\alpha_1 - \alpha_2) \sin(gt) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)}{\sqrt{1+2r^2}} \sin(\sqrt{1+2r^2}gt) \right], \\
 A_2 &= -N^{-1} \cdot \frac{i}{2} \left[ (\alpha_1 - \alpha_2) \sin(gt) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)}{\sqrt{1+2r^2}} \sin(\sqrt{1+2r^2}gt) \right], \\
 A_3 &= N^{-1} \cdot \frac{1}{2} \left[ (\alpha_1 - \alpha_2) \cos(gt) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)}{\sqrt{1+2r^2}} \cos(\sqrt{1+2r^2}gt) \right],
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_4 &= N^{-1} \cdot \frac{-1}{2} \left[ (\alpha_1 - \alpha_2) \cos(gt) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)}{\sqrt{1+2r^2}} \cos(\sqrt{1+2r^2}gt) \right], \\
 A_5 &= N^{-1} \cdot \frac{r(\alpha_1 + \alpha_2)}{\sqrt{1+2r^2}} \sin(\sqrt{1+2r^2}gt). \quad (19)
 \end{aligned}$$

则整个系统演化的密度算符为

$$\rho(t) = |\varphi(t)\rangle\langle\varphi(t)|. \quad (20)$$

为简单起见, 在下面的数值计算中取  $|\alpha_1| = \sqrt{\bar{n}}$ ,  $\alpha_2 = \sqrt{\bar{n}}e^{i\theta}$ ,  $\bar{n}$  为光场的平均光子数,  $\theta$  为两光场的相位差.

### 3 两腔中原子之间纠缠的演化

根据 (11), (19) 和 (20) 式, 以  $|g\rangle_1|g\rangle_2, |e\rangle_1|g\rangle_2, |g\rangle_1|e\rangle_2, |e\rangle_1|e\rangle_2$  为基, 则两腔中原子 1 和原子 2 的约化密度矩阵为

$$\rho_a^{1,2}(t) = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & A_1^* & A_2^* & 0 \\ A_1 & |A_1|^2 & A_1A_2^* & 0 \\ A_2 & A_2A_1^* & |A_2|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (21)$$

其中  $\varepsilon_1 = |A_0|^2 + |A_3|^2 + |A_4|^2 + |A_5|^2$ . 用来度量两个量子比特之间纠缠有很多种方法, 本文采用文献 [31, 32] 提出的共生纠缠度  $C$  (concurrence), 其定义为

$$C = \max \left\{ 0, \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4} \right\}, \quad (22)$$

式中  $\lambda_j (j=1, \dots, 4)$  是矩阵  $\tilde{\rho} = \rho(\sigma_y \otimes \sigma_y)\rho^*(\sigma_y \otimes \sigma_y)$  的本征值. 共生纠缠度  $C$  的取值范围为 0 到 1, 当  $C=0$  时没有纠缠,  $C=1$  时系统处于最大纠缠态. 密度矩阵 (21) 式表示的两腔中原子的共生纠缠度为

$$C_a^{1,2}(t) = 2|A_1A_2^*|. \quad (23)$$

通过 (19) 和 (23) 式, 借助于数值计算可以得到处于光纤耦合的两弱相干态光场腔中两原子纠缠的演化规律, 揭示相关参数对原子纠缠的影响.

#### 3.1 耦合强度比 $r$ 的影响

利用 (19) 和 (23) 式, 取平均光子数  $\bar{n} = 0.2$ , 耦合参数比分别为 0.5, 1, 3 和 5 时, 两腔中原子的纠缠随两光场的相位差  $\theta$  和时间  $gt$  的演化情况如图 2 所示.

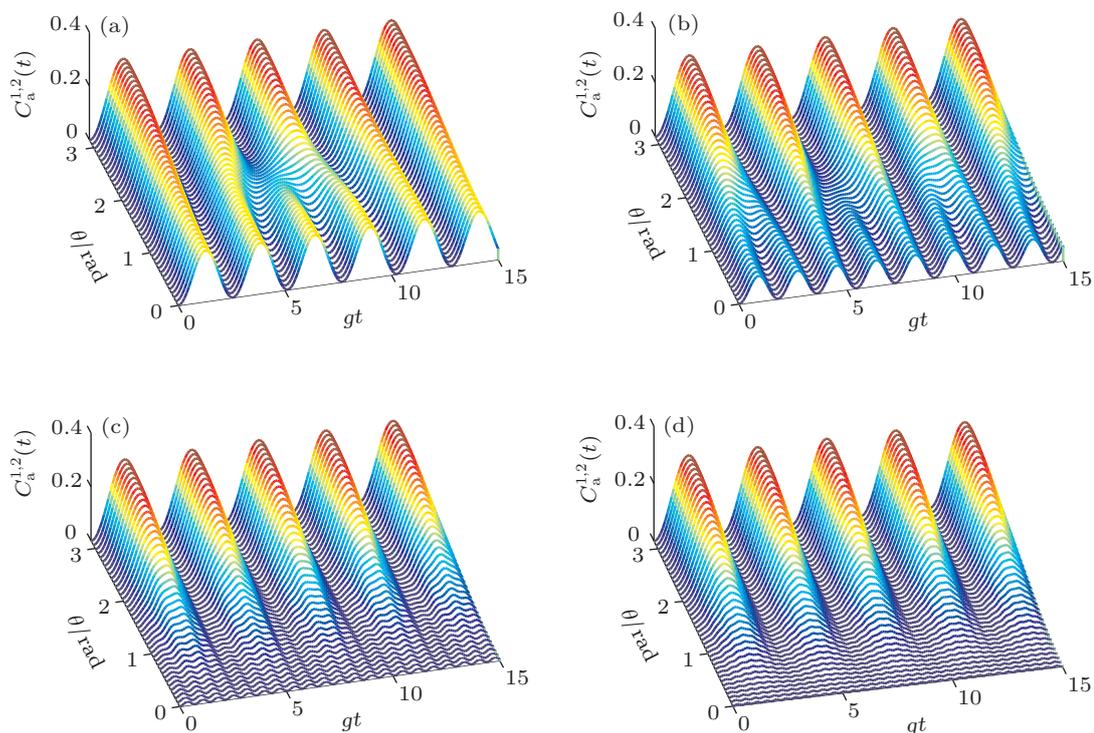


图2  $\bar{n} = 0.2$  时耦合强度比  $r$  对两腔中原子纠缠的影响 (a)  $r = 0.5$ ; (b)  $r = 1$ ; (c)  $r = 3$ ; (d)  $r = 5$

从图2可以看出,两腔中原子的纠缠随时间呈现周期或准周期性演化,光纤模-腔模与原子-腔模的耦合强度比  $r$  和两腔中弱相干场相位差  $\theta$  对两腔中原子纠缠影响很大,这里主要讨论  $r$  参数的影响.当  $r$  参数较小时,两腔中原子的纠缠的最大峰值变化不大;随着  $r$  参数取值的增加,两腔中原子的纠缠的最大峰值受两光场相位差  $\theta$  的影响特别明显.当  $\theta$  趋近于(或等于)零时,两腔中原子纠缠的最大峰值随着  $r$  的增大可以变得很小,随时间演化呈现的周期变小;当  $\theta$  趋近于(或等于) $\pi$  时,两腔中原子纠缠的最大峰值随着  $r$  的增大几乎没有变

化,随时间演化呈现的周期也不变化.总之,较小的光纤模-腔模与原子-腔模的耦合强度之比可以获得较大的原子纠缠度,这与文献[26]的结果一致.

### 3.2 两腔中弱相干光场强度的影响

两腔中弱相干光场强度由平均光子数  $\bar{n}$  来表征,取光纤模-腔模与原子-腔模的耦合强度比  $r = 1$ ,光场的平均光子数  $\bar{n}$  分别为 0.1 和 0.4 时,两腔中原子的纠缠随两光场的相位差  $\theta$  和时间  $gt$  的演化如图3和图4所示.可以看出,两腔中原子的

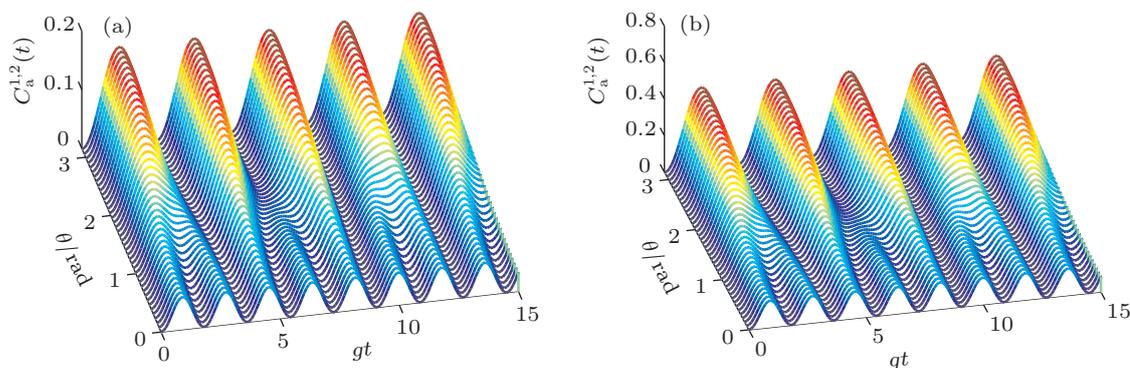


图3 耦合强度比  $r = 1$  时光场强度对两腔中原子纠缠的影响 (a)  $\bar{n} = 0.1$ ; (b)  $\bar{n} = 0.4$

纠缠随时间周期性地演化, 光场的强度主要影响两原子纠缠的峰值强度. 另外, 两光场的相位差  $\theta$  对纠缠的强度和纠缠演化的周期都有较大的影响, 当  $\theta$  趋近于 (或等于) 零时, 两腔中原子的纠缠峰值和

随时间演化呈现的周期较小; 当  $\theta$  趋近于 (或等于)  $\pi$  时, 两腔中原子的纠缠的峰值较大, 随时间演化呈现的周期不变化.

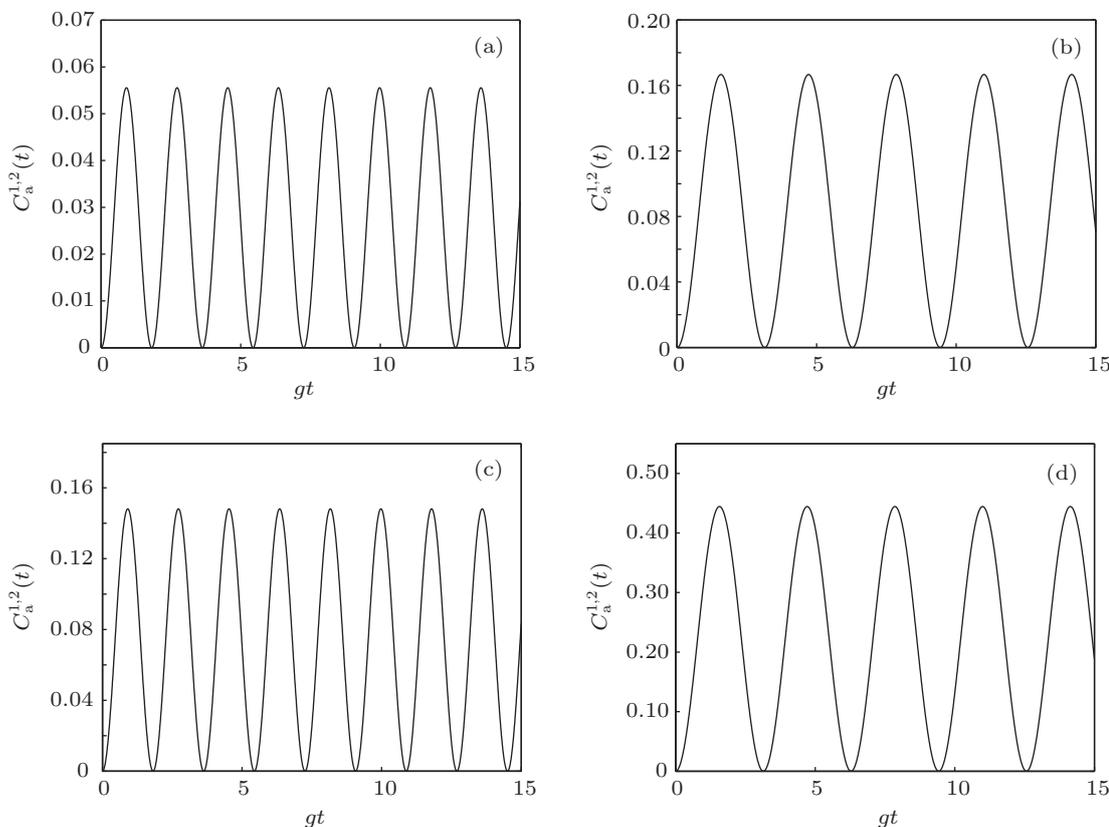


图4 耦合强度比  $r = 1.0$  时光场强度对两腔中原子纠缠的影响 (a)  $\bar{n} = 0.1, \theta = 0$ ; (b)  $\bar{n} = 0.1, \theta = \pi$ ; (c)  $\bar{n} = 0.4, \theta = 0$ ; (d)  $\bar{n} = 0.4, \theta = \pi$

### 3.3 两腔中弱相干光场相对相位 $\theta$ 的影响

前面提到, 光纤模 - 腔模与原子 - 腔模的耦合强度比  $r$  和两腔中弱相干场相位差  $\theta$  对两腔中原子的纠缠影响很大, 在此主要讨论两腔中弱相干光场相对相位差  $\theta$  的影响. 图 5 和图 6 为两光场平均光子数  $\bar{n} = 0.2$ , 耦合强度比  $r$  分别为 3.0 和 5.0, 两光场相对相位差  $\theta$  分别为  $0, \pi/8, \pi/4$  和  $\pi$  时, 两腔中原子的纠缠随时间  $gt$  的演化情况. 可以看出, 两光场相对相位差  $\theta = 0$  时, 两腔中原子的纠缠随时间呈现周期性演化, 纠缠的峰值较小; 随着  $\theta$  值的增加, 原子的纠缠呈现准周期性地演化, 纠缠的峰值也逐渐增加; 当  $\theta = \pi$  时, 两腔中原子的纠缠呈现周期性演化, 纠缠的峰值达到最大. 如果光纤模 - 腔模与原子 - 腔模的耦合强度比  $r$  的变大, 两原子的纠缠呈现周期或准周期变小, 纠缠的峰值变小; 但当  $\theta = \pi$  时, 两原子的纠缠呈现周期性, 纠缠

的周期和峰值都没有变化.

## 4 两腔场之间纠缠的演化

应用 (11), (19) 和 (20) 式, 以  $|0\rangle_1|0\rangle_2, |1\rangle_1|0\rangle_2, |0\rangle_1|1\rangle_2, |1\rangle_1|1\rangle_2$  为基, 则两腔中腔场 1 和腔场 2 的约化密度矩阵为

$$\rho_c^{1,2}(t) = \begin{pmatrix} \varepsilon_2 & A_3^* & A_4^* & 0 \\ A_3 & |A_3|^2 & A_3 A_4^* & 0 \\ A_4 & A_4 A_3^* & |A_4|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (24)$$

其中  $\varepsilon_2 = |A_0|^2 + |A_1|^2 + |A_2|^2 + |A_5|^2$ , 密度矩阵 (24) 式表示的两腔中原子的共生纠缠度为

$$C_c^{1,2}(t) = 2|A_3 A_4^*|. \quad (25)$$

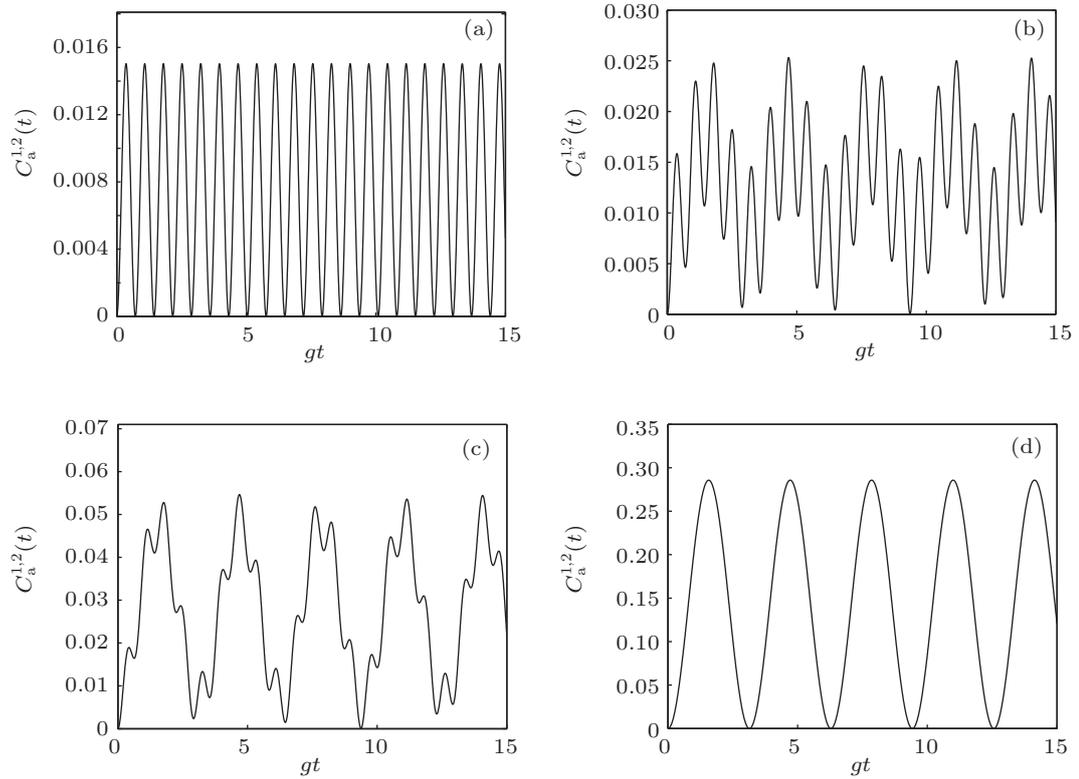


图5 耦合强度比  $r=3$  时两腔中光场相对相位差对原子纠缠的影响 (a)  $\bar{n}=0.2, \theta=0$ ; (b)  $\bar{n}=0.2, \theta=\pi/8$ ; (c)  $\bar{n}=0.2, \theta=\pi/4$ ; (d)  $\bar{n}=0.2, \theta=\pi$

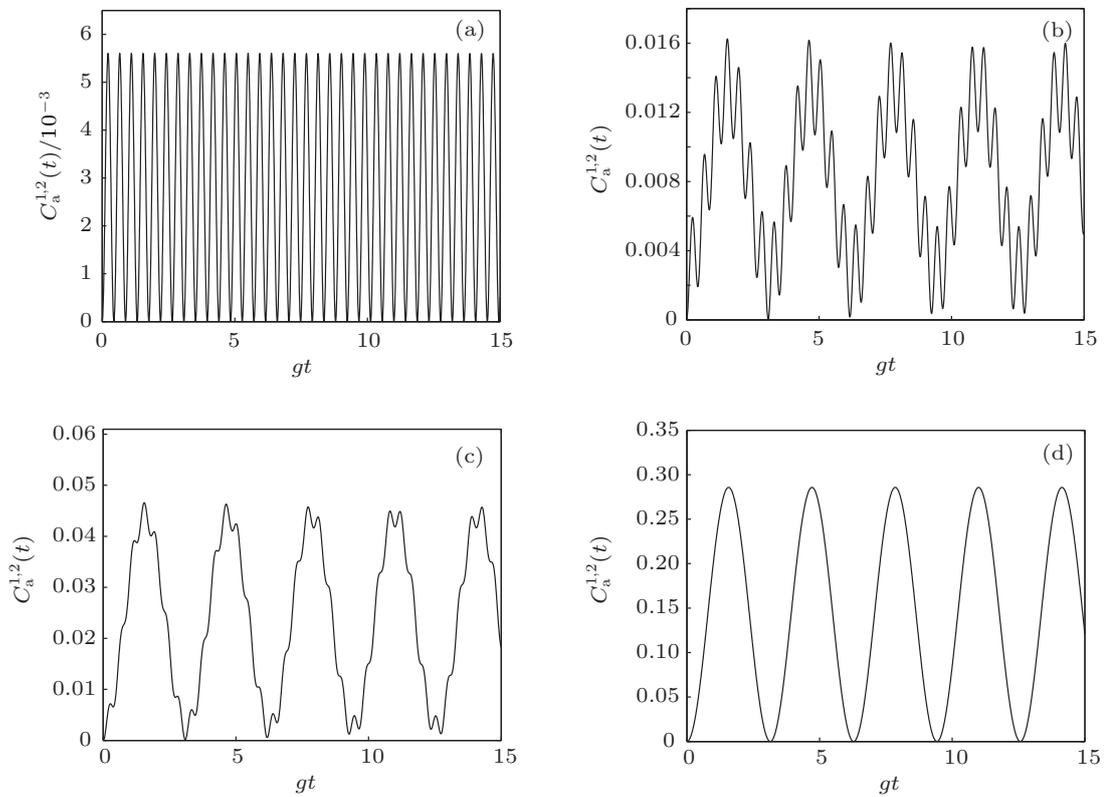


图6 耦合强度比  $r=5$  时两腔中光场相对相位差对原子纠缠的影响 (a)  $\bar{n}=0.2, \theta=0$ ; (b)  $\bar{n}=0.2, \theta=\pi/8$ ; (c)  $\bar{n}=0.2, \theta=\pi/4$ ; (d)  $\bar{n}=0.2, \theta=\pi$

由 (19) 和 (25) 式, 取平均光子数  $\bar{n} = 0.2$ , 耦合参数比分别为 0.5, 1, 3 和 5 时, 可以数值计算得到处于光纤耦合的两弱相干态光场之间的纠缠随光场相位差  $\theta$  和时间  $gt$  的演化情况如图 7 所示.

从图 7 可以看出, 光纤耦合的两弱相干态光场之间的纠缠随时间呈现周期性或准周期性演化, 耦合强度比  $r$  和两腔中光场的相位差  $\theta$  对两腔场纠缠有很大的影响. 当  $r$  参数较小时, 两腔场纠缠的最大峰值变化不大; 当  $r$  参数取值增加, 两腔场纠

缠的最大峰值受光场相位差  $\theta$  的影响非常明显. 当  $\theta$  趋近于 (或等于) 零时, 两腔场纠缠的最大峰值在  $r$  取较大值时可以变得很小, 随时间演化呈现准周期或周期性变化; 当  $\theta$  趋近于 (或等于)  $\pi$  时, 两腔场纠缠的最大峰值随着  $r$  的增大几乎没有变化, 随时间演化呈现的周期也不变化. 对比图 7 和图 2 发现, 两腔场之间和腔中两原子之间的纠缠具有互补性, 即两腔场之间的纠缠与腔中的两原子的纠缠可以互相转换.

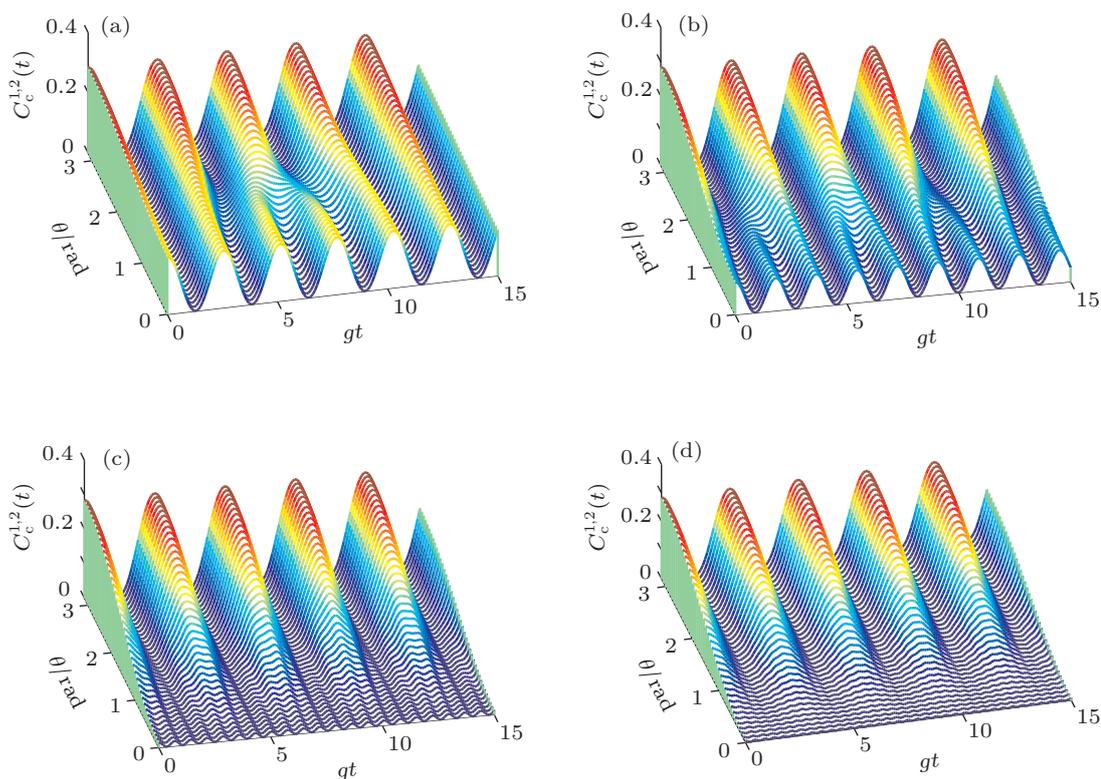


图 7  $\bar{n} = 0.2$  时两腔场之间纠缠的演化 (a)  $r = 0.5$ ; (b)  $r = 1$ ; (c)  $r = 3$ ; (d)  $r = 5$

## 5 原子与腔之间纠缠的演化

以  $|g, 0\rangle_1, |e, 0\rangle_1, |g, 1\rangle_1, |e, 1\rangle_1$  为基, 根据 (11), (19) 和 (20) 式可得到腔场 1 中原子和光场的约化密度矩阵为

$$\rho_{ac}^1(t) = \begin{pmatrix} \varepsilon_3 & A_1^* & A_3^* & 0 \\ A_1 & |A_1|^2 & A_1 A_3^* & 0 \\ A_3 & A_3 A_1^* & |A_3|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (26)$$

式中  $\varepsilon_3 = |A_0|^2 + |A_2|^2 + |A_4|^2 + |A_5|^2$ , 密度矩阵 (26) 式表示的腔场与原子的共生纠缠度为

$$C_{ac}^1(t) = 2|A_1 A_3^*|. \quad (27)$$

应用 (19) 和 (27) 式, 取平均光子数  $\bar{n} = 0.2$ , 耦合参数比分别为 0.5, 1, 3 和 5, 可以数值计算得到处于腔场 1 中的光场与原子之间纠缠的演化情况如图 8 所示. 可以看出, 光场与原子之间的纠缠随时间呈现的周期缩短了, 这是由于系统状态演化系数  $A_1$  和  $A_3$  分别为正弦和余弦函数, 相乘叠加后周期减小. 同样耦合强度比  $r$  和两腔中光场的相位差  $\theta$  对光场和原子之间纠缠有很大的影响. 当  $r$  参数较小时, 光场和原子纠缠的最大峰值变化不大; 当  $r$  参数取值增加, 两腔场纠缠的最大峰值受光场相位差  $\theta$  的影响明显加强. 当  $\theta$  趋近于 (或等于) 零时, 两腔场纠缠的最大峰值在  $r$  取较大值时可以变得很小, 随时间演化呈现较大的准周期或周

期性变化;当  $\theta$  趋近于(或等于)  $\pi$  时,两腔场纠缠的最大峰值随着  $r$  的增大几乎无变化,随时间演化呈现的周期也不变化.原子 2 和腔场 2 的共生纠缠

度为  $C_{ac}^2(t) = 2|A_2A_4^*|$ ,数值研究发现与腔场 1 的情况一致.

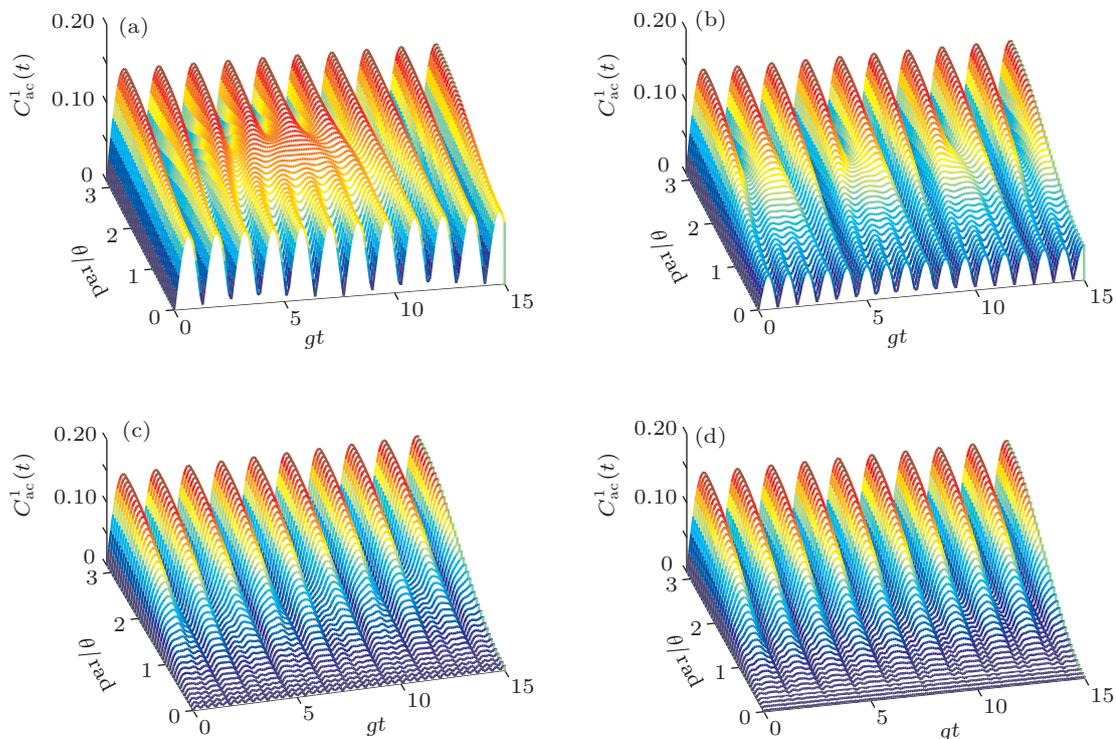


图 8  $\bar{n} = 0.2$  时原子与腔之间纠缠的演化 (a)  $r = 0.5$ ; (b)  $r = 1$ ; (c)  $r = 3$ ; (d)  $r = 5$

## 6 结论

本文研究了两个相同的二能级原子分别处于两个用单模光纤耦合的弱相干光场系统的共生纠缠特性,通过数值计算研究光纤模-腔模与原子-腔模的耦合强度比、弱相干光场的强度和两光场相对相位差等因素对系统纠缠演化的影响.结果表明,两腔中的两原子之间、两光场之间和每个腔中的原子与光场之间的纠缠随时间呈现周期或准周期性演化,两腔场之间的纠缠与腔中的两原子的纠缠可以相互转换,与两原子之间和两光场之间的纠缠

相比,每个腔中光场与原子之间的纠缠随时间变化的周期缩短.光纤模-腔模与原子-腔模的耦合强度比  $r$  与两腔中光场相位差  $\theta$  对纠缠的影响很大.当  $r$  参数较小时,系统纠缠的最大峰值变化不大;随着  $r$  参数取值的增加,纠缠的最大峰值受两光场相位差  $\theta$  的影响非常明显.当  $\theta$  趋近于(或等于)零时,系统纠缠的最大峰值随着  $r$  的增大可以变得很小,随时间演化呈现的周期变小;当  $\theta$  趋近于(或等于)  $\pi$  时,两腔中原子的纠缠的最大峰值随着  $r$  的增大几乎没有变化,随时间演化呈现的周期也不变化.总之,较小的光纤模-腔模与原子-腔模的耦合强度之比可以获得较大的系统纠缠度.

[1] Ekert A K 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 661  
 [2] Bennett C H, Brassard G, Crepeau C, Jozsa R, Peres A, Wootters W 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895  
 [3] Nielsen M A, Chuang I L 2000 *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge: Cambridge University Press)  
 [4] Zhang Q, Zhang E Y, Tang C J 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1675 (in Chinese) [张权, 张尔扬, 唐朝京 2002 物理学报 **51** 1675]  
 [5] Zhang Q, Zhang E Y 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1684 (in Chinese) [张权, 张尔扬 2002 物理学报 **51** 1684]  
 [6] Ye L, Guo G C 2002 *Chin. Phys.* **11** 996  
 [7] Ficek Z, Tanas R 2006 *Phys. Rev. A* **74** 024304  
 [8] Vitali D, Gigan S, Ferreira A, Bohm H R, Tombesi P, Guerreiro A, Vedral V, Zeilinger A, Aspelmeyer M 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 030405  
 [9] Vaglica A, Vetri G 2007 *Phys. Rev. A* **75** 062120

- [10] Zhang D Y, Tang S Q, Xie L J, Zhan X G, Chen Y H, Gao F 2010 *Chin. Phys. B* **19** 100313
- [11] Wang Z J, Zhang K, Fan C Y 2010 *Chin. Phys. B* **19** 110311
- [12] Zhao L F, Lai B H, Mei F, Yu Y F, Feng X L, Zhang Z M 2010 *Chin. Phys. B* **19** 094207
- [13] HagleY E, Maitre X, Nogues G, Wunderlich C, Brune M, Raimond J M 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 1
- [14] Rauschenbeutel A, Nogues G, Osnaghi S 2000 *Science* **288** 2024
- [15] Osnaghi S, Bertet P, Auffeves A, Maioli P, Brune M, Raimond J M, Haroche S 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 037902
- [16] Zheng S B, Guo G C 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 2392
- [17] Olaya-Castro A, Johnson N F, Quiroga L 2004 *Phys. Rev. A* **70** 020301
- [18] Gao Y F, Feng J, Zhang G M 2006 *J. At. Mol. Phys.* **23** 887
- [19] Tesser T E, Deutsch I H, Delgada A 2003 *Phys. Rev. A* **68** 062316
- [20] Wang C Z, Fang M F 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1989 (in Chinese) [王成志, 方卯发 2002 物理学报 **51** 1989]
- [21] Zhang Y J, Zhou Y, Xia Y J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 21 (in Chinese) [张英杰, 周原, 夏云杰 2008 物理学报 **57** 21]
- [22] Serafini A, Mancini S, Bose S 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 010503
- [23] Yin Z Q, Li F L 2007 *Phys. Rev. A* **75** 012324
- [24] Zheng S B 2009 *Appl. Phys. Lett.* **94** 154101
- [25] Ye S Y, Zhong Z R, Zheng S B 2008 *Phys. Rev. A* **77** 014303
- [26] Zhang B 2010 *Opt. Commun.* **283** 196
- [27] Xiao X, Fang M F 2009 *Chin. Phys. B* **18** 4695
- [28] Lu D M 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 030302 (in Chinese) [卢道明 2013 物理学报 **62** 030302]
- [29] Pellizzari T 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 5242
- [30] Li F L, Li X S, Lin D L, George T F 1990 *Phys. Rev. A* **41** 2712
- [31] Hill S, Wootters W K 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 5022
- [32] Wootters W K 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2245

# Entanglement properties of two atoms interacting with weak coherent states trapped in two distant cavities connected by an optical fiber\*

Wang Zhong-Qing<sup>†</sup> Zhao Xiao-Qi Zhou Xian-Ju

(School of Mathematics and Physics, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

(Received 30 June 2013; revised manuscript received 15 August 2013)

## Abstract

Considering a system comprised of two-level atoms resonantly interacting with weak coherent states trapped in two distant cavities connected by an optical fiber initially, we study the entanglement properties of the atom-atom, the cavity-cavity and the atom-cavity. Then the influences of the ratio between fiber-cavity and atom-cavity coupling intensity, the intensity and the phase of the cavity field on the entanglement properties are investigated numerically. It is shown that the entanglements of the atom-atom, the cavity-cavity and the atom-cavity vary with time in the periodical or approximately periodical manner; the entanglement can be transferred from cavity-cavity to atom-atom reciprocally. Compared with the entanglements of atom-atom and cavity-cavity, the varying period of atom-cavity entanglement is short. The ratio of fiber-cavity coupling intensity to atom-cavity coupling intensity and the phase of cavity field affect the entanglement properties greatly. The great entanglement can be achieved by using a smaller ratio of coupling intensity between fiber-cavity and atom-cavity.

**Keywords:** weak coherent field, cavities connected with optical fiber, coupling intensity, quantum entanglement

**PACS:** 03.65.Ud, 42.50.Dv

**DOI:** 10.7498/aps.62.220302

\* Project supported by the Natural Science Foundation of Chongqing, China (Grant No. CSTC2011jjA50016).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: wangzhq@cqupt.edu.cn