

## 瞬发超临界系统内持续裂变链的发展过程\*

高辉<sup>1)2)†</sup> 谢奇林<sup>1)2)</sup> 刘晓波<sup>1)2)</sup> 黄坡<sup>1)2)</sup> 宋凌莉<sup>1)2)</sup> 梁文峰<sup>1)2)</sup> 范晓强<sup>1)2)</sup>

1) (中国工程物理研究院中子物理学重点实验室, 绵阳 621900)

2) (中国工程物理研究院核物理与化学研究所, 绵阳 621900)

(2013年6月3日收到; 2013年7月25日收到修改稿)

根据基本的概率理论和瞬发临界附近有限裂变链的发展规律, 推导了单脉冲源条件下脉冲堆引发持续裂变链过程中的中子数与时间关系式, 并得到 CFBR-II 堆上实验的验证. 该关系式进一步发展了 Hansen 理论模型, 除了可以描述裂变链后期的发展趋势, 还可以描述持续裂变链产生初期中子数的快速增长行为. 讨论了引发时间与源强的关系, 指出在弱源条件下, 引发时间几乎不依赖于源强.

关键词: 持续裂变链, 脉冲堆, 引发时间

PACS: 28.50.Ft, 28.20.-v

DOI: 10.7498/aps.62.222801

## 1 引言

脉冲反应堆<sup>[1]</sup>是可在短时间内达到瞬发超临界状态并以脉冲的方式释放裂变能的装置, 可提供高强度的中子脉冲. 脉冲反应堆的运行一般分为稳态运行方式和脉冲运行方式. 稳态运行方式是反应堆在缓发临界保持一定的功率运行. 脉冲运行方式时, 反应堆的反应性在短时间内被阶跃到瞬发超临界状态, 当持续链式反应被引发后, 堆内的功率水平急剧上升, 直到其本身的温度负反馈机制<sup>[2]</sup>或者外部机制降低反应性并猝灭裂变脉冲. 脉冲的引发主要采用恒源和单脉冲源两种方式, 恒源一般是堆芯的内源, 如自发裂变源、缓发中子等, 单脉冲源由专用的中子发生器提供. 在实验上用引发时间来表示脉冲出现的时刻, 习惯取从单脉冲源注入时刻到堆功率上升某个定值(通常取 500 或 2000 W)所需要的时间定义为引发时间. 由于堆芯的内源一般较弱, 因而持续裂变链建立的时间有较大的随机性, 引发时间分布宽度可达数秒<sup>[3-5]</sup>. 单脉冲源引发时, 从外部瞬时注入大量中子来引发裂变脉冲, 能否成功引发持续裂变链, 与所注入的外源中子数、反应

堆的状态等密切相关. 在一定条件下采用单脉冲外源来引发脉冲时存在随机性, 若没有引发脉冲, 将会引起堆功率小的波动, 而且堆内中子会很快消失, 此时源中子引发的裂变链均为有限裂变链<sup>[6,7]</sup>. 若注入外脉冲中子后立即引发脉冲, 则认为产生了持续裂变链. 持续裂变链初期的涨落决定了脉冲引发时间的随机性, 研究持续裂变链的发展过程对脉冲堆的精确控制和安全运行有着重要的意义.

Hansen 等<sup>[8,9]</sup>对内源引发的持续裂变链进行了理论和实验的研究, 得到了持续裂变链发展到某一时刻中子数的分布公式, 并由此得到中子数和时间的关系. 但是 Hansen 的模型不能描述持续裂变链初期快速增长的过程. 本文通过理论推导与实验测量对超临界系统持续裂变链发展过程中子数和时间的关系式进行了推导和验证, 得到的中子数与引发时间的关系式比 Hansen 的公式有更大的适用范围.

## 2 中子数与时间关系的推导与验证

单脉冲中子源注入到瞬发超临界系统时, 宏观上表现出两种情况: 第一种情况是经过一段时间中

\* 国家自然科学基金青年基金(批准号: 11205139)和中国工程物理研究院科技发展基金重点项目(批准号: 2012A0103002)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: freegaohui@163.com

子全部死亡,即只产生有限裂变链;第二种情况是经过一段时间最终爆发裂变脉冲,此时至少产生一个持续裂变链.持续裂变链的产生是随机的,用  $W$  表示瞬发超临界系统单个源中子引发持续裂变链的概率<sup>[8]</sup>,其表达式为

$$W = \frac{2(k_p - 1)}{\bar{\nu} D_v k_p}, \quad (1)$$

$k_p$  表示瞬发中子增值因子,  $\bar{\nu}$  为裂变产生平均中子数,  $D_v = \frac{\nu(\nu-1)}{\bar{\nu}^2}$ . 用  $N_0$  表示注入的中子数(脉冲源的强度),根据基本的概率理论可知<sup>[10,11]</sup>,全部产生有限裂变链的概率是  $e^{-WN_0}$ ,至少产生一条持续裂变链的概率为  $1 - e^{-WN_0}$ .假设全部产生有限裂变链的状态下中子数随时间的变化为  $n_f(t)$ ,至少产生一个持续裂变链的状态下中子数的变化为  $n_c(t)$ ,那么瞬发超临界状态注入中子后中子数统计平均的变化为

$$n(t) = (1 - e^{-WN_0})n_c(t) + e^{-WN_0}n_f(t). \quad (2)$$

根据瞬发临界点附近有限裂变链发展的对称规律<sup>[12]</sup>,在瞬发超临界状态注入  $N_0$  个中子,如果全部产生有限裂变链,中子数平均值将按照指数衰减,其衰减常数为该状态的瞬发中子增殖常数  $\alpha$  的负值.对称性规律为 CFBR-II (Chinese Fast Burst Reactor II) 上的有限裂变链测量数据所证实.实验上采用单脉冲中子源注入到处于瞬发超临界的脉冲堆内,由高灵敏度的塑料闪烁体探测器测量堆泄漏中子的强度,泄漏中子的强度与堆内绝对中子数通过裂变率分布积分法测量得到.当脉冲堆在一定的功率运行时,借助于理论模拟得到堆芯内外的中子注量分布,其分布经过典型位置的裂变电离室的测量数据的校验,由该分布积分得到总中子数和泄漏中子数的关系,从而建立起探测器的输出电流与中子数以及功率的刻度关系.图 1 是 CFBR-II 堆只产生有限裂变链时中子数的衰减曲线,由于脉冲源中子的干扰,舍去前  $5 \mu\text{s}$  的数据.系统的瞬发中子增殖常数为  $0.02 \mu\text{s}^{-1}$ ,而有限裂变链的中子数衰减常数为  $-0.02 \mu\text{s}^{-1}$ .因此只产生有限裂变链情况下中子数的衰减规律为

$$n_f(t) = N_0 e^{-\alpha t}. \quad (3)$$

根据瞬发中子增殖常数  $\alpha$  的定义<sup>[13]</sup>,在反应性不变的瞬发超临界系统内,中子数的统计平均值

随时间的变化为

$$n(t) = N_0 e^{\alpha t}, \quad (4)$$

式中  $\alpha = \rho/\Lambda$ ,  $\rho$  为瞬发反应性,  $\Lambda$  为中子代时间.由 (2), (3) 和 (4) 式联立得到至少产生一个持续裂变链状态下中子数的变化:

$$n_c(t) = \frac{N_0}{1 - e^{-WN_0}} (e^{\alpha t} - e^{-WN_0} e^{-\alpha t}), \quad (5)$$

这就是单脉冲源条件下产生持续裂变链后中子数与时间的关系式,其物理意义为多个中子同时进入堆体后,至少引发一条持续裂变链时,  $t$  时刻系统内的中子数达到的平均值  $n_c$ .可见,持续裂变链中子数的发展分为初期快速增长阶段和后期稳定指数增长阶段,分别与 (5) 式的第 2 项以及第 1 项对应.此关系式适用于单脉冲源引发持续裂变链的浅瞬发超临界系统.

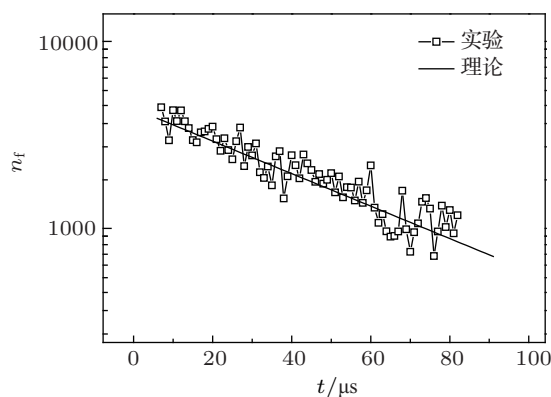


图 1 有限裂变链的衰减

为了验证 (5) 式,在 CFBR-II 上开展了多轮单脉冲源引发脉冲的实验.实验时 CFBR-II 堆的反应性为瞬发超临界  $0.04\beta_{\text{eff}}$  ( $\beta_{\text{eff}}$  为缓发中子有效份额),对应的  $W$  为  $2.67 \times 10^{-4}$ ,  $\alpha$  为  $0.02 \mu\text{s}^{-1}$ .注入强度为 1200 中子/脉冲的外中子源,观测堆功率的瞬时变化,中子数测量方法与图 1 相同.其中有 70 次的实验成功引发脉冲,这些脉冲均以中子注入时间为起点,测量了  $200 \mu\text{s}$  以内的中子数变化曲线.由于中子数测量下限的限制,前  $6 \mu\text{s}$  的数据未能给出.脉冲引发初期中子数有较强的涨落现象,最后趋于指数增长.对 70 发脉冲数据进行了平均处理,得到中子数随时间变化曲线如图 2 所示,图中黑色实线为 70 次实验的平均结果,虚线为 (5) 式的曲线.(5) 式所描述的  $n_c(t)$  曲线在初期增长较快,到后期第二项逐渐衰减为 0,贡献也逐渐减小,中子数变化

规律趋于指数函数, 均与实验结果一致. 可见持续裂变链中子数与时间的关系式可较好地描述单脉冲源引发裂变脉冲的实验结果. 中子数测量的不确定度主要由中子数刻度系数和探测器的线性偏离两部分决定, 中子数对探测器电流的刻度系数的相对不确定度约为 11.0%, 探测器线性偏离带来的相对不确定度为 2.0%, 因此中子数测量的相对不确定度为 11.2%. 为了便于观察, 图中的误差棒间隔给出. 由于距离瞬发临界点较近, 中子数的分布比较离散, 在 150  $\mu\text{s}$  时, 测量得到堆内中子数分布的标准偏差为 19000.

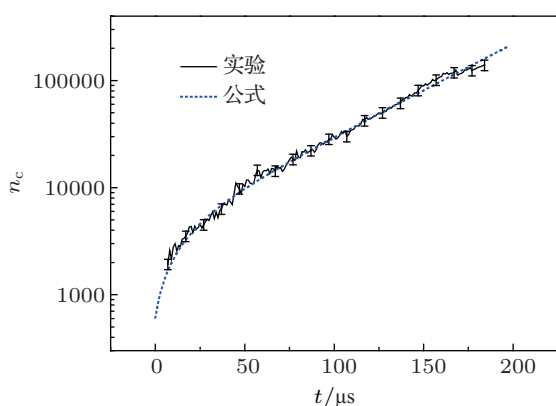


图2 单脉冲源下的  $n_c(t)$

若  $N_0 = 1$  并且  $W$  较小的时候, 有  $1 - e^{-W} \approx w$ ,  $e^{-W} \approx 1$ , 那么 (5) 式就变为

$$n_c(t) = \frac{1}{W} (e^{\alpha t} - e^{-\alpha t}), \quad (6)$$

这是一个中子(单条持续裂变链)的中子数与时间的关系式, 表示一个中子 0 时刻引发持续裂变链后, 在  $t$  时刻的平均中子数, 适用于单个中子引发持续裂变链的浅瞬发超临界系统. 在单条链的初期中子的增长较快, 这是由 (6) 式第二项贡献的. 当系统的反应性不变时,  $e^{-WN_0}$  在  $N_0 = 1$  的情况下是最大值, 因此在单条持续裂变链下的初期增长现象是最明显的. 单个中子引发持续裂变链的概率较低, 大多数的中子是以有限裂变链的形式衰减的, 因此单条裂变链初期增长较快是有限裂变链和持续裂变链竞争平衡的结果.

### 3 与 Hansen 模型的比较

在瞬发超临界系统中, 当一个中子引发持续裂变链时, 由于初期中子较少, 中子数的增长会有较

强的涨落现象. Hansen<sup>[8]</sup> 推导了一个中子引发持续裂变链后中子数和时间的分布公式, 即在  $t$  时刻中子数达到  $n$  的概率分布为

$$P(n, t) = W e^{-\alpha t} \exp(-W n e^{-\alpha t}), \quad (7)$$

由 (7) 式可以得到  $t$  时刻中子数的平均值为

$$\bar{n}(t) = \frac{\int n P(n, t) dn}{\int P(n, t) dn}, \quad (8)$$

把 (7) 式代入 (8) 式, 求解得到

$$\bar{n}(t) = \frac{1}{W} e^{\alpha t}, \quad (9)$$

这就是 Hansen 模型下单条持续裂变链的中子数与时间的关系式, 比前面我们推导得到的 (6) 式少了一项. 图 3 是当  $W = 5.34 \times 10^{-4}$  时两个模型的比较. 如图所示, 这两个模型的差异主要表现在初期, 当  $t \gg 0$  时, 两个公式趋于一致. 我们采用了基于点动力学的零维随机蒙特卡罗程序<sup>[7]</sup> 对单条持续裂变链发展过程进行了模拟, 比较发现 (9) 式可以较好地描述持续裂变链后期的发展, 而用于描述持续裂变链发展初期是不适用的. 而本文得到的 (6) 式与程序模拟的结果一致, 可用于描述持续裂变链发展的全过程.

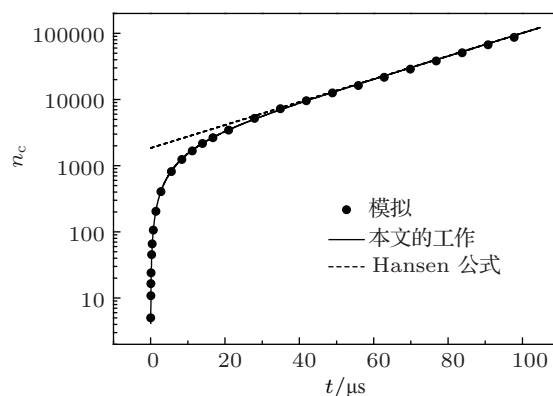


图3 单条持续裂变链

### 4 引发时间与源强的关系

引发时间是脉冲实验中比较关心的参量. 图 4 是反解 (5) 式得到的 2000 W 和 500 W 时刻与源强的关系, 引发时间虽然随着中子源强度的增加而减小, 但是源中子数由 1 增加到 20000 时引发时间的减小量小于初值的 35%. 可见, 随着源强的增加引发时间的减小是缓慢的.

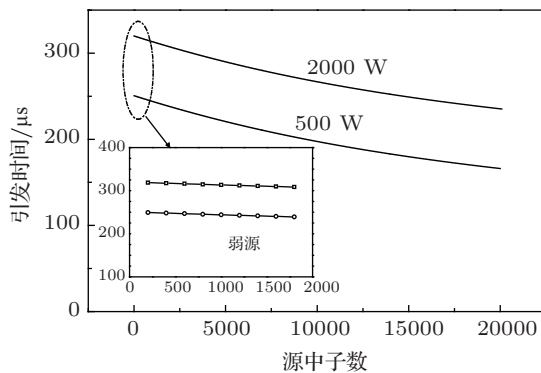


图4 引发时间与源强的关系

当单条持续裂变链的统计规律确定时, 则平均引发时间由同时产生的持续裂变链的条数决定. 当多个源中子注入到堆体时, 引发持续裂变链的条数就是一个典型的多重伯努利实验问题, 即  $N_0$  个中子同时产生  $k$  条持续裂变链的概率为

$$P_k(N_0, W) = C_{N_0}^k W^k (1 - W)^{N_0 - k}, \quad (10)$$

当满足弱源条件 ( $N_0 W \ll 1$ ) 时, 同时产生多条持续裂变链的概率较低, 大多数情况下只产生一条持续

裂变链. 例如当 CFBR-II 堆处于瞬发超临界  $0.04\beta_{\text{eff}}$  时,  $W = 2.67 \times 10^{-4}$ , 注入的本征源中子  $N_0 = 1000$  时, 由 (10) 式计算得到产生 1 条持续链的概率是 0.21, 同时产生 2 条的概率是 0.028, 同时产生 3 条的概率是 0.0025. 因此弱脉冲源的引发时间近似为 1 个中子的引发时间, 当满足弱源条件时引发时间几乎不依赖于源强.

## 5 结论

由基本的概率理论和瞬发临界点附近有限裂变链衰减的对称规律, 推导出在瞬发超临界状态下持续裂变链发展过程中中子数与时间的关系式, 并得到了 CFBR-II 脉冲实验的验证. 进一步得到了单条持续裂变链的发展规律, 发展了 Hansen 模型, 解决了 Hansen 模型不能描述初期快速增长的问题, 本文得到中子数和时间的关系式能够描述持续裂变链发展的全过程. 根据持续裂变链发展规律, 讨论了引发时间与源强的关系. 随着源强的增加引发时间的减小是缓慢的. 在弱源条件下, 引发时间几乎不依赖于源强.

- [1] Zhong J, Chen W, Yang J, Wang D H, Chen D 2001 *Physics* **30** 693 (in Chinese) [钟洁, 陈伟, 杨军, 王道华, 陈达 2001 物理 **30** 693]
- [2] Chen W Z, Zhu B L, Hao F 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2486 (in Chinese) [陈文振, 朱波黎, 浩峰 2004 物理学报 **53** 2486]
- [3] Wimett T F, White R H, Stratton W R, Wood D P 1960 *Nucl. Sci. Eng.* **8** 691
- [4] Williams M M R 1974 *Random Processes in Nuclear Reactors* (Oxford: Pergamon Press) pp50-58
- [5] Xie Q L, Fan X Q, Liu H G, Yang C D, He R F 2011 *At. Energ. Sci. Technol.* **45** 641 (in Chinese) [谢奇林, 范晓强, 刘汉刚, 杨成德, 贺仁辅 2011 原子能科学技术 **45** 641]
- [6] Nolen S D, Spriggs G D 2001 *Ann. Nucl. Energ.* **28** 509
- [7] Gao H, Xie Q L, Liu X B, Fan X Q 2012 *At. Energ. Sci. Technol.* **46**(S1) 8 (in Chinese) [高辉, 谢奇林, 刘晓波, 范晓强 2012 原子能科学技术 **46** (增刊 1) 8]
- [8] Hansen G E 1960 *Nucl. Sci. Eng.* **8** 709
- [9] Zheng C, Song L L 2008 *At. Energ. Sci. Technol.* **42** 10 (in Chinese) [郑春, 宋凌莉 2008 原子能科学技术 **42** 10]
- [10] Xie Q L, Liu H G, Yang C D, He R F, Fan X Q 2010 *At. Energ. Sci. Technol.* **44** 641 (in Chinese) [谢奇林, 刘汉刚, 杨成德, 贺任辅, 范晓强 2010 原子能科学技术 **44** 641]
- [11] Greenman G M, Procassini R J, Clouse C J 2007 *A Monte Carlo Method for Calculating Initiation Probability* (Lawrence Livermore National Laboratory) UCRL-PROC-228717
- [12] Xie Q L, Yin Y P, Gao H, Huang P, Fan X Q 2012 *At. Energ. Sci. Technol.* **46** (S1) 4 (in Chinese) [谢奇林, 尹延朋, 高辉, 黄坡, 范晓强 2012 原子能科学技术 **46** (增刊 1) 4]
- [13] He R F, Deng M C 2012 *Experiments and Physics on Fast-Neutron Critical Facilities and Pulsed Reactors* (Beijing: National Defence Industry Press) pp13-14 (in Chinese) [贺仁辅, 邓门才 2012 快中子临界装置和脉冲堆实验物理 (北京: 国防工业出版社) 第 13-14 页]

# Establishment of persistent fission chains in a super prompt critical system\*

Gao Hui<sup>1)2)†</sup> Xie Qi-Lin<sup>1)2)</sup> Liu Xiao-Bo<sup>1)2)</sup> Huang Po<sup>1)2)</sup> Song Ling-Li<sup>1)2)</sup>  
Liang Wen-Feng<sup>1)2)</sup> Fan Xiao-Qiang<sup>1)2)</sup>

1) (Key Laboratory of Neutron Physics of China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, China)

2) (Institute of Nuclear Physics and Chemistry, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, China)

(Received 3 June 2013; revised manuscript received 25 July 2013)

## Abstract

Through using the basic probability theory and establishing the law of finite chains near the prompt criticality, we deduce the formula of relation between the neutrons number and time in the process of persistent chains initiated by a single-pulse neutron source in burst reaction. The formula is validated by the experiments of CFBR-II. The formula is the development of Hansen theory model because it can describe not only the developing tendency in the later stages but also the rapid increasing of neutron number in the early stage. Furthermore, according to the relation between the initial time of burst reaction and the intensity of neutron source, we illustrate that the initial time is hardly dependent on the intensity of weak neutron source.

**Keywords:** persistent fission chains, burst reactors, the initial time

**PACS:** 28.50.Ft, 28.20.-v

**DOI:** 10.7498/aps.62.222801

---

\* Project supported by the Young Scientist Funds of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11205139) and the Key Program of the Development of Science and Technology Foundation of China Academy of Engineering Physics (Grant No. 2012A0103002).

† Corresponding author. E-mail: freegaohui@163.com