

# 用改进的传输线算法计算水平层状横向同性 地层中海洋可控源电磁响应\*

汪建勋<sup>1)</sup> 汪宏年<sup>2)†</sup> 周建美<sup>2)</sup> 杨守文<sup>2)</sup> 刘晓军<sup>4)</sup> 殷长春<sup>3)</sup>

1) (吉林大学电子科学与技术学院, 长春 130012)

2) (吉林大学物理学院, 长春 130012)

3) (吉林大学地球探测技术学院, 长春 130026)

4) (齐齐哈尔大学理学院物理系, 齐齐哈尔 161006)

(2013年7月12日收到; 2013年8月12日收到修改稿)

利用二维 Fourier 变换与电磁场分解技术将层状横向同性地层中 Maxwell 方程转化成两个独立的关于横磁(TM)波和横电(TE)波的传输线方程;借助传输线理论与叠加原理,仅利用电流源传输线 Green 函数得到 TM 波和 TE 波的解,改进传输线算法,建立横向同性地层中频率-波数域电流源电场和磁场并矢 Green 函数的新算法与新的解析表达式,提高海洋可控源电磁响应数值模拟效率.在此基础上,利用传输线 Green 函数的基本解以及边界条件,推导出广义反射系数与振幅递推公式,得到各个地层中传输线 Green 函数的解析解;然后利用 Fourier 逆变换与 Bessel 公式将海洋可控源电磁响应表示为 Sommerfeld 形式的积分,借助三次样条插值与 Lommel 积分公式快速计算其数值解.通过数值模拟结果考察工作频率以及地层各向异性电阻率变化等对海洋电磁响应的影响.

关键词: 传输线法, 横向同性地层, 海洋可控源电磁, Sommerfeld 积分

PACS: 41.20.Jb, 91.25.Qi

DOI: 10.7498/aps.62.224101

## 1 引言

海洋可控源电磁法 (marine controlled source electromagnetic system, MCSEM) 已成为海洋油气资源勘探的重要手段<sup>[1,2]</sup>,其测量原理是利用可移动的低频水平电偶极子天线 (0.1—10 Hz) 和按一定规则放置在海床面上的一系列接收器测量出多分量感应电磁场,研究探测油气藏位置并定量计算油气含量等<sup>[3,4]</sup>.为了对海洋可控源电磁资料进行有效的处理和解释,需要借助电磁场理论与数值模拟技术研究考察各种复杂情况下的可控源电磁响应.近十多年来,一维水平层状各向同性<sup>[5-8]</sup>和各向异性<sup>[9-14]</sup>地层中可控源电磁响应的解析法、非均质各向同性和各向异性地层中可控源电磁响应的三维有限元法<sup>[15]</sup>、三维有限差分法<sup>[16,17]</sup>、三维积

分方程法<sup>[18,19]</sup>以及 2.5 维混合法<sup>[20,21]</sup>等数值模拟技术均得到广泛研究与应用.在相关算法中,水平层状介质中电磁场的解析算法由于其效率和精度往往较高,已成为检验其他数值模拟方法(例如有限元法、有限差分法等)的重要工具<sup>[14,20,21]</sup>,也是实现可控源电磁三维积分方程模拟算法<sup>[18,19]</sup>中的背景场以及层状地层中多参数反演与灵敏度分析中的 Fréchet 导数<sup>[22,23]</sup>等计算的重要方法.所以水平层状介质中的解析算法一直受到较多的关注,并研究建立了如下几种主要的计算方法:水平层状各向同性和横向同性地层中的赫兹势函数法<sup>[5]</sup>、横磁(TM)和横电(TE)波直接分解法<sup>[6-8]</sup>、传输线法<sup>[8,9,24]</sup>、数值模式匹配法<sup>[13,21]</sup>以及水平层状完全各向异性介质中的传播矩阵法<sup>[14]</sup>等.作者所在的课题组对这几种算法均展开了较深入的

\* 国家高技术研究发展计划(批准号: 2012AA09A20103)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: wanghn@jlu.edu.cn

研究,特别是传输线算法<sup>[19]</sup>由于能够同时提供水平层状横向同性(TI)地层中频率-波数域电流源和磁流源电磁场并矢 Green 的解析解,已被应用于可控源电磁三维积分方程模拟<sup>[18,19]</sup>、层状介质中可控源电磁资料的一维参数重建<sup>[22,23]</sup>以及倾斜井眼中多分量感应资料的快速迭代反演<sup>[25]</sup>等.需要指出的是,在应用传输线算法计算电磁场并矢 Green 的过程中<sup>[10,11,22]</sup>,通常需要同时计算出电流源和电压源传输线 Green 函数,共有八个未知量(单位脉冲电流源产生的 TM 波和 TE 波电压和电流以及单位脉冲电压源产生的 TM 波和 TE 波电压和电流).而在进行可控源电磁与多分量感应测井资料的数值模拟与反演过程中,实际只需要其中的 5 个未知函数,无形中增加了计算工作量,造成资源浪费.针对这一问题,本文对传输线算法进行改进,借助于叠加原理仅仅利用电流源传输线 Green 函数(含四个未知函数)就能够确定传输线方程的解,得到一种电流源电磁场并矢 Green 函数新算法与新的解析表达式.

本文包含如下几个方面的内容:首先将频率波数域中的海洋可控源电磁场转化成两个相互独立的 TM 波和 TE 波传输线方程,并引入电流源传输线 Green 函数简化传输线方程的计算过程,确定 TM 波和 TE 波的解;然后,根据层状界面上的边界条件推导广义反射系数与振幅递推公式,得到电流源传输线 Green 函数的解析解,同时利用 Fourier 逆变换与 Bessel 积分公式将海洋可控源电磁响应表示为 Sommerfeld 积分形式,由三次样条插值与 Lommel 积分公式快速计算其数值解;最后通过数值模拟结果研究考察各向异性地层中的海洋电磁响应.

## 2 正演理论

图 1 是海洋电磁勘探中常常采用的地电模型,该模型由空气、海水、沉积层、高阻储层以及基岩组成,且沉积层、高阻储层以及基岩往往是 TI 地层,其水平电阻率和垂直电阻率分别用  $R_{H,n}$ ,  $R_{V,n}$ , ( $n = 2, 3, 4$ ) 表示,相对介电常数为  $\epsilon_{r,n}$ , ( $n = 2, 3, 4$ ).而空气和海水是各向同性介质,其电阻率分别假定为  $R_0 = 10^6 \Omega \cdot m$  和  $R_1 = 0.3 \Omega \cdot m$ ,相对介电常数分别用  $\epsilon_{r,0}$  和  $\epsilon_{r,1}$  表示.此外,低频发射天线位于海水中且可以自由移动,多分量的接收器位于海床面上且等间距分布,收发距的变化范围可以很大,变化

范围达到  $-20 \sim 20 \text{ km}$ <sup>[3,4]</sup>.对于图 1 中的模型,海洋可控源电磁响应数值模拟实际上是求解如下的 Maxwell 方程:

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) &= i\omega\mu\mathbf{H}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s), \\ \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) &= \bar{\sigma}^*(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) + \mathbf{J}_s\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s), \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $\bar{\sigma}^* = \text{diag}(\sigma_H^*, \sigma_H^*, \sigma_V^*) = \text{diag}(\sigma_H - i\omega\epsilon, \sigma_H - i\omega\epsilon, \sigma_V - i\omega\epsilon)$  为复电导率对角张量,且在每个地层中为常数,时间因子假定为  $e^{-i\omega t}$ ,  $\omega$  是角频率,  $\mathbf{J}_s = IdL(1, 0, 0)^T$  为  $x$  方向的电流源,  $dL$  为导线长度,  $\mathbf{r}_s = (0, 0, z_s)$  是发射源位置.

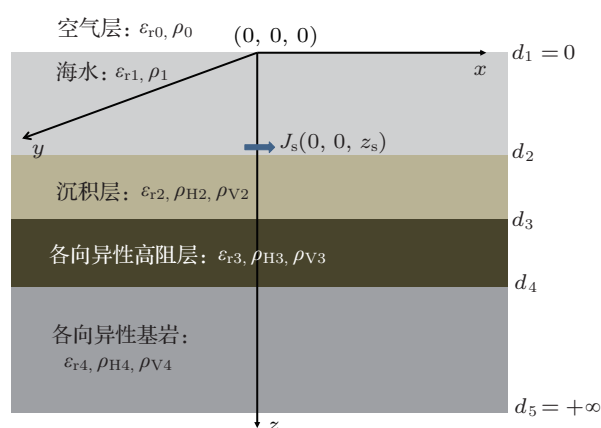


图 1 水平层状 TI 地层中的海洋地电模型

## 2.1 改进的传输线算法与新的电磁场并矢 Green 函数表达式

为求解方程(1),利用附录中二维 Fourier 变换的结果,引入频率-波数域中两个相互正交的单位向量  $\hat{\mathbf{u}} = (k_x\hat{\mathbf{x}} + k_y\hat{\mathbf{y}})/k_\rho$  和  $\hat{\mathbf{v}} = (-k_y\hat{\mathbf{x}} + k_x\hat{\mathbf{y}})/k_\rho$ ,并将频率-波数域中的电磁场水平分量分别分解<sup>[24]</sup>为  $\tilde{\mathbf{E}}_S = V^e\hat{\mathbf{u}} + V^h\hat{\mathbf{v}}$  和  $\tilde{\mathbf{H}}_S = I^e\hat{\mathbf{v}} - I^h\hat{\mathbf{u}}$ ,其中,  $V^e = \tilde{\mathbf{E}}_S \cdot \hat{\mathbf{u}}$  和  $I^e = \tilde{\mathbf{H}}_S \cdot \hat{\mathbf{v}}$  分别是电场和磁场的 TM 波分量,  $V^h = \tilde{\mathbf{E}}_S \cdot \hat{\mathbf{v}}$  和  $I^h = -\tilde{\mathbf{H}}_S \cdot \hat{\mathbf{u}}$  分别是电场和磁场的 TE 波分量,这里各个变量的上标 e 或 h 分别表示 TM (或 TE) 波.根据传输线理论,  $V^e(V^h)$  的物理意义是传输线上 TM 波 (TE 波) 在地层中的电压,而  $I^e(I^h)$  是传输线上 TM 波 (TE 波) 在地层中的电流.此外,对电偶极子水平分量也进行类似分解:  $\mathbf{J}_S = J_u\hat{\mathbf{u}} + J_v\hat{\mathbf{v}}$ ,其中  $J_u = \mathbf{J}_S \cdot \hat{\mathbf{u}}$  和  $J_v = \mathbf{J}_S \cdot \hat{\mathbf{v}}$ .将这些结果均代入附录中(A1)和(A2)式,同时利用向量  $\hat{\mathbf{u}}$  和  $\hat{\mathbf{v}}$  正交性,可以得到两个独立的微分方程组即 TM 波和 TE 波的传输线方程<sup>[19]</sup>.经过适当整

理, TM 波传输线方程为

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} V^e - iZ^e k_z^e I^e &= -\frac{ik_\rho}{\sigma_V^*(z_s)} J_z \delta(z - z_s), \\ \frac{d}{dz} I^e - iY^e k_z^e V^e &= -J_u \delta(z - z_s), \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $k_h = \sqrt{i\omega\mu\sigma_H^*}$  为地层的波数,  $\lambda_e = \sqrt{\sigma_H^*/\sigma_V^*}$  是地层的复电各向异性系数,  $k_z^e = \sqrt{k_h^2 - \lambda_e^2 k_\rho^2}$  是 TM 波的垂向波数分量,  $Z^e = k_z^e/i\sigma_H^*$  和  $Y^e = 1/Z^e$  分别是 TM 波的波阻抗和波导, 方程右端项分别是电压源和电流源. 而 TE 波的传输线方程为

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} V^h - iZ^h k_z^h I^h &= 0, \\ \frac{d}{dz} I^h - ik_z^h Y^h V^h &= -J_v \delta(z - z_s), \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $k_z^h = \sqrt{k_h^2 - k_\rho^2}$  是 TE 波的垂向波数分量,  $Z^h = \omega\mu/k_z^h$  和  $Y^h = 1/Z^h$  分别是 TE 波的波阻抗和波导, 该方程右端仅包含电流源. 此外, 附录 (A3) 中的电磁场垂直分量可表示为

$$\begin{aligned} \tilde{H}_z &= \frac{1}{\omega\mu} k_\rho V^h, \\ \tilde{E}_z &= \frac{ik_\rho}{\sigma_V^*} I^e - \frac{1}{\sigma_V^*(z_s)} \delta(z - z_s) J_z. \end{aligned} \quad (4)$$

不难看出, 方程 (2) 和 (3) 可转化为关于传输线中 TM 和 TE 波电压的二阶非齐次常微分方程:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 V^e}{dz^2} &= -(k_z^e)^2 V^e - iZ^e k_z^e J_u \delta(z - z_s) \\ &\quad - \frac{ik_\rho}{\sigma_V^*(z_s)} J_z \delta'(z - z_s), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{d^2 V^h}{dz^2} = -(k_z^h)^2 V^h - iZ^h k_z^h J_v \delta(z - z_s). \quad (6)$$

而传输线中电流则由下列方程确定

$$\begin{aligned} I^e &= \frac{1}{iZ^e k_z^e} \frac{d}{dz} V^e + \frac{1}{iZ^e k_z^e \sigma_V^*(z_s)} J_z \delta(z - z_s), \\ I^h &= \frac{1}{iZ^h k_z^h} \frac{d}{dz} V^h. \end{aligned} \quad (7)$$

此外, 为便于求解 (2) 和 (3) 式, 引入电流源传输线 Green 函数 (脉冲电流产生的电压和电流):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} V_i^q - iZ^q k_z^q I_i^q &= 0 \\ \frac{d}{dz} I_i^q - iY^q k_z^q V_i^q &= \delta(z - z_s) \end{aligned} \quad q = e, h, \quad (8)$$

其中, 下标 “i” 表示脉冲电流产生的电压和电流, 上标  $q = e, h$  分别表示 TM 波和 TE 波.

与 (5) 和 (6) 类似, 方程 (8) 也可以转化为关于电压 Green 函数的二阶非齐次常微分方程:

$$\frac{d^2 V_i^q}{dz^2} = -(k_z^q)^2 V_i^q + iZ^q k_z^q \delta(z - z_s) \quad q = e, h, \quad (9)$$

而电流 Green 函数由如下方程确定

$$I_i^q = \frac{1}{iZ^q k_z^q} \frac{d}{dz} V_i^q \quad q = e, h. \quad (10)$$

利用叠加原理, 将 (5), (6) 式与 (9) 式结合并进行适当整理, 传输线中的 TM 和 TE 波电压可表示为如下的电流源电压和电流 Green 的组合:

$$\begin{aligned} V^e(z, z_s) &= -J_u V_i^e(z, z_s) - J_z \frac{ik_\rho}{\sigma_V^*(z_s)} I_i^e(z, z_s), \\ V^h(z, z_s) &= -J_v V_i^h(z, z_s). \end{aligned} \quad (11)$$

将 (11) 式代入 (7) 式中并经适当整理, 传输线中的 TM 和 TE 波电流也可表示为电流源电流和电压 Green 的组合:

$$\begin{aligned} I^e(z, z_s) &= -J_u I_i^e(z, z_s) - J_z \frac{ik_\rho}{\sigma_V^*(z_s)} \frac{1}{(Z^e)^2} V_i^e(z, z_s), \\ I^h(z, z_s) &= -J_v I_i^h(z, z_s). \end{aligned} \quad (12)$$

将方程 (11) 和 (12) 代入频率 - 波数域中的电磁场表达式中, 并经整理得:

$$\begin{aligned} \tilde{E}(k_x, k_y; z, z_s) &= V^e \hat{u} + V^h \hat{v} + E_z \hat{z} \\ &= \tilde{G}^{JE}(k_x, k_y; z, z_s) \cdot \mathbf{J}_s, \\ \tilde{H}(k_x, k_y; z, z_s) &= -I^h \hat{u} + I^e \hat{v} + H_z \hat{z} \\ &= \tilde{G}^{JH}(k_x, k_y; z, z_s) \cdot \mathbf{J}_s, \end{aligned} \quad (13)$$

其中,  $\mathbf{J}_s = J_u \hat{u} + J_v \hat{v} + J_z \hat{z}$ , 而频率 - 波数域中电流源电场和磁场并矢 Green 函数分别定义为

$$\begin{aligned} \tilde{G}^{JE}(k_x, k_y; z, z_s) &= -\hat{u} \hat{u} V_i^e - \hat{u} \hat{z} \frac{ik_\rho}{\sigma_V^*(z_s)} I_i^e - \hat{v} \hat{v} V^h - \hat{z} \hat{u} \frac{ik_\rho}{\sigma_V^*(z)} I_i^e \\ &\quad + \hat{z} \hat{z} \frac{1}{\sigma_V^*(z_s)} \left[ \frac{(k_\rho)^2}{\sigma_V^*(z)} \frac{1}{(Z^e)^2} V_i^e - \delta(z - z_s) \right], \\ \tilde{G}^{JH}(k_x, k_y; z, z_s) &= \hat{u} \hat{v} I_i^h - \hat{v} \hat{u} I_i^e - \hat{v} \hat{z} \frac{ik_\rho}{\sigma_V^*(z_s)} \frac{V_i^e}{(Z^e)^2} \\ &\quad - \hat{z} \hat{v} \frac{ik_\rho}{i\omega\mu} V_i^h(z, z_s). \end{aligned} \quad (14)$$

方程 (11), (12) 以及 (14), (15) 是本文给出的仅用电流源传输线 Green 函数得到的计算传输线中 TM 波

和 TE 波以及频率 - 波数域中电流源电场和磁场并矢 Green 函数的解析表达式, 与文献 [24] 的结果不同, 本文的解析解中不再包含电压源传输线 Green 函数, 从而简化了计算过程.

## 2.2 电压 Green 函数的解析解以及广义反射系数与振幅递推公式

为推导出方程 (9) 中电流源电压 Green 函数在图 1 所示模型中的解析解, 将无限厚海水层中电压 Green 函数  $V_{i,1}^{q(0)}(z, z_s) = 0.5Z_1^{(q)} e^{ik_{z,1}^q |z-z_s|}$ ,  $I_m(k_{z,1}^{(q)}) > 0, q = e, h$  作为入射波场. 由于海水面与海床面对入射波的反射作用, 海水中的电压 Green 函数是入射波以及海水面与海床面上反射波之和, 即

$$V_{i,1}^q(z, z_s) = \left[ e^{ik_{z,1}^q |z-z_s|} + e^{ik_{z,1}^q (d_2-z)} U_1^q + e^{ik_{z,1}^q (z-d_1)} D_1^q \right] \times 0.5Z_1^{(q)} \quad q = e, h, \quad (16)$$

其中,  $D_1^q$  和  $U_1^q$  分别是海平面附近的下行波和海床面附近的上行波的振幅. 不难证明, 海平面附近的下行波等于海水中的上行波  $e^{ik_{z,1}^q (z_s-z)} + e^{ik_{z,1}^q (d_2-z)} U_1^q$  在海平面  $z = d_1$  上的反射, 即

$$D_1^q = R_{1,0}^{(q)} \left[ e^{ik_{z,1}^q (z_s-d_1)} + e^{ik_{z,1}^q (d_2-d_1)} U_1^q \right]. \quad (17)$$

同样地, 海床面  $z = d_2$  附近上行波等于海水中的下行波  $e^{ik_{z,1}^q (z-z_s)} + e^{ik_{z,1}^q (z-d_1)} D_1^q$  在海床面  $z = d_2$  上的反射, 即

$$U_1^q = \tilde{R}_{1,2}^{(q)} \left[ e^{ik_{z,1}^q (d_2-z_s)} + e^{ik_{z,1}^q (d_2-d_1)} D_1^q \right], \quad (18)$$

其中,  $R_{1,0}^{(q)}$  和  $\tilde{R}_{1,2}^{(q)}$  分别是 TM 和 TE 波在边界  $z = d_1$  上的反射系数和  $z = d_2$  上的广义反射系数. 求解 (17) 和 (18) 式, 得

$$D_1^q = \left[ 1 - R_{1,0}^{(q)} \tilde{R}_{1,2}^{(q)} e^{i2k_{z,1}^q (d_2-d_1)} \right]^{-1} \times \left[ R_{1,0}^{(q)} e^{ik_{z,1}^q (z_s-d_1)} + R_{1,0}^{(q)} \tilde{R}_{1,2}^{(q)} e^{ik_{z,1}^q (2d_2-d_1-z_s)} \right], \\ U_1^q = \left[ 1 - \tilde{R}_{1,2}^{(q)} R_{1,0}^{(q)} e^{i2k_{z,1}^q (d_2-d_1)} \right]^{-1} \times \left[ \tilde{R}_{1,2}^{(q)} e^{ik_{z,1}^q (d_2-z_s)} + \tilde{R}_{1,2}^{(q)} R_{1,0}^{(q)} e^{ik_{z,1}^q (d_2+z_s-2d_1)} \right]. \quad (19)$$

将 (19) 式代入 (16) 式, 并经适当整理, 得海水层中电流源电压 Green 函数的解析表达式:

$$V_{i,1}^q(z, z_s)$$

$$= \begin{cases} \left[ e^{ik_{z,1}^q (z-d_2)} + e^{ik_{z,1}^q (d_2-z)} \tilde{R}_{1,2}^{(q)} \right] A_1^{(q)+} & z > z_s \\ \left[ e^{ik_{z,1}^q (d_1-z)} + e^{ik_{z,1}^q (z-d_1)} R_{1,0}^{(q)} \right] A_1^{(q)-} & z < z_s \end{cases}, \quad (20)$$

其中,

$$A_1^{(q)+} = 0.5Z_1^{(q)} e^{ik_{z,1}^q (d_2-z_s)} \times \left[ 1 + e^{ik_{z,1}^q (z_s-d_1)} R_{1,0}^{(q)} e^{ik_{z,1}^q (z_s-d_1)} \right] \times \left[ 1 - R_{1,0}^{(q)} \tilde{R}_{1,2}^{(q)} e^{i2k_{z,1}^q (d_2-d_1)} \right]^{-1}, \\ A_1^{(q)-} = 0.5Z_1^{(q)} e^{ik_{z,1}^q (z_s-d_1)} \times \left[ 1 + e^{ik_{z,1}^q (d_2-z_s)} \tilde{R}_{1,2}^{(q)} e^{ik_{z,1}^q (d_2-z_s)} \right] \times \left[ 1 - R_{1,0}^{(q)} \tilde{R}_{1,2}^{(q)} e^{i2k_{z,1}^q (d_2-d_1)} \right]^{-1} \quad (21)$$

是海水中电压 Green 函数的振幅.

从方程 (20) 可以看出, 海水中电压 Green 函数是上行波与下行波的叠加. 对于海水下面各个地层中的电压同样可以表示成与方程 (20) 相似的形式 [17,19], 因此,

$$V_{i,m}^q(z, z_s) = \left[ e^{ik_{z,m}^q (z-d_{m+1})} + e^{ik_{z,m}^q (d_{m+1}-z)} \tilde{R}_{m,m+1}^{(q)} \right] \times A_m^{(q)+} \quad m = 2, 3, \dots, \quad (22)$$

其中,  $A_m^{(q)+}$  ( $m = 2, 3, \dots$ ) 是地层  $m$  中电压 Green 函数的振幅. 在地层  $m-1$  与地层  $m$  的边界  $z = d_m$  上, 第  $m$  地层中的下行波  $e^{ik_{z,m}^q (z-d_{m+1})} A_m^{(q)+}$  是该层上行波  $e^{ik_{z,m}^q (d_{m+1}-z)} \tilde{R}_{m,m+1}^{(q)} A_m^{(q)+}$  在该界面上的反射波与第  $m-1$  地层中的下行波  $e^{ik_{z,m-1}^q (z-d_m)} A_{m-1}^{(q)+}$  在该界面上的透射波之和, 由此得

$$e^{ik_{z,m}^q (d_m-d_{m+1})} A_m^{(q)+} = e^{ik_{z,m}^q (d_{m+1}-d_m)} \tilde{R}_{m,m+1}^{(q)} R_{m-1,m}^{(q)} A_m^{(q)+} + T_{m-1,m}^{(q)} A_{m-1}^{(q)+},$$

解之得振幅递推公式:

$$A_m^{(q)+} = \frac{e^{ik_{z,m}^q (d_{m+1}-d_m)} T_{m-1,m}^{(q)}}{\left[ 1 - e^{i2k_{z,m}^q (d_{m+1}-d_m)} \tilde{R}_{m,m+1}^{(q)} R_{m-1,m}^{(q)} \right]} A_{m-1}^{(q)+} \quad m = 2, 3, \dots, \quad (23)$$

其中,  $T_{m-1,m}^{(q)}$  是边界  $z = d_m$  上 TM 和 TE 波的透射系数.

同样地, 在边界  $z = d_m$  上, 第  $m-1$  地层中的上行波  $e^{ik_{z,m-1}^q (d_m-z)} \tilde{R}_{m-1,m}^{(q)} A_{m-1}^{(q)+}$  是该层中的下行波  $e^{ik_{z,m-1}^q (z-d_m)} A_{m-1}^{(q)+}$  在该界面上的反射与第  $m$  地层中的上行波  $e^{ik_{z,m}^q (d_{m+1}-z)} \tilde{R}_{m,m+1}^{(q)} A_m^{(q)+}$  在该界面上的透

射波之和, 因此,

$$\begin{aligned} & \tilde{R}_{m-1,m}^{(q)} A_{m-1}^{(q)+} \\ &= R_{m-1,m}^{(q)} A_{m-1}^{(q)+} + e^{ik_{z,m}^q(d_{m+1}-d_m)} \tilde{R}_{m,m+1}^{(q)} T_{m,m-1}^{(q)} A_m^{(q)+}, \end{aligned}$$

解之得广义反射系数的递推公式:

$$\begin{aligned} & \tilde{R}_{m-1,m}^{(q)} \\ &= R_{m-1,m}^{(q)} + e^{i2k_{z,m}^q(d_{m+1}-d_m)} \\ & \quad \times \tilde{R}_{m,m+1}^{(q)} T_{m,m-1}^{(q)} T_{m-1,m}^{(p)} \\ & \quad \times \left[ 1 - e^{i2k_{z,m}^q(d_{m+1}-d_m)} \tilde{R}_{m,m+1}^{(q)} R_{n-1,n}^{(q)} \right]^{-1}. \quad (24) \end{aligned}$$

此外, 各个界面上电位反射系数和透射系数可通过如下公式确定<sup>[24]</sup>:

$$\begin{aligned} R_{m,m+1}^{(q)} &= (Z_{m+1}^q - Z_m^q) / (Z_m^q + Z_{m+1}^q) \quad q = e, h, \\ T_{m,m+1}^{(q)} &= 2Z_{m+1}^q / (Z_m^q + Z_{m+1}^q) \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (25) \end{aligned}$$

### 2.3 海洋可控源电磁响应的计算

将向量  $\hat{u} = (k_x \hat{x} + k_y \hat{y}) / k_\rho$  和  $\hat{v} = (-k_y \hat{x} + k_x \hat{y}) / k_\rho$  代入 (14) 和 (15) 式中, 可以得到 xyz 坐标系中的频率 - 波数域电流源电磁场并矢 Green 函数, 并将  $x$  方向的电流源  $\mathbf{J}_s = IdL \hat{x}$  代入 (13) 式中, 则频率波数域中海洋可控源电磁响应为

$$\begin{aligned} & \tilde{\mathbf{E}}(k_x, k_y, z; \mathbf{r}_s) \\ &= IdL \left[ -\frac{(k_x)^2 V_i^e + (k_y)^2 V_i^h}{(k_\rho)^2} \hat{x} \right. \\ & \quad \left. + \frac{-V_i^e + V_i^h}{(k_\rho)^2} k_x k_y \hat{y} - \frac{ik_x}{\sigma_V^*} I_i^e \hat{z} \right], \\ & \tilde{\mathbf{H}}(k_x, k_y, z; \mathbf{r}_s) \\ &= IdL \left[ \frac{-I_i^h + I_i^e}{(k_\rho)^2} k_x k_y \hat{x} \right. \\ & \quad \left. - \frac{I_i^h (k_y)^2 + I_i^e (k_x)^2}{(k_\rho)^2} \hat{y} + \frac{k_y}{\omega \mu} V_i^h \hat{z} \right]. \quad (26) \end{aligned}$$

对 (26) 式进行二维 Fourier 逆变换并利用 Bessel 函数积分公式

$$J_m(x) = \frac{(-i)^m}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos m\varphi e^{ix \cos \varphi} d\varphi,$$

可将频率空间域中海洋可控源电磁响应表示为如下的 Sommerfeld 积分:

$$\begin{aligned} E_x(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) &= -\frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} V_i^e(z, z_s) \\ & \quad \times \left[ J_0(k_\rho \rho) \sin^2 \theta - \frac{\cos 2\theta}{k_\rho \rho} J_1(k_\rho \rho) \right] \\ & \quad \times k_\rho dk_\rho - \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} V_i^h(z, z_s) \\ & \quad \times \left[ J_0(k_\rho \rho) \sin^2 \theta + \frac{\cos 2\theta}{k_\rho \rho} J_1(k_\rho \rho) \right] \\ & \quad \times k_\rho dk_\rho, \quad (27) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_y(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) &= \frac{\sin 2\theta}{4\pi} \int_0^{+\infty} (-V_i^e(z, z_s) + V_i^h(z, z_s)) \\ & \quad \times \left[ J_0(k_\rho \rho) - \frac{2}{k_\rho \rho} J_1(k_\rho \rho) \right] k_\rho dk_\rho, \quad (28) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_z(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) &= \frac{-\cos \theta}{2\pi \sigma_V^*(z)} \int_0^{+\infty} I_i^e(z, z_s) \\ & \quad \times J_1(k_\rho \rho) k_\rho dk_\rho, \quad (29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_x(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) &= \frac{\sin 2\theta}{4\pi} \int_0^{+\infty} [I_i^e(z, z_s) - I_i^h(z, z_s)] \\ & \quad \times \left[ J_0(k_\rho \rho) - \frac{2}{k_\rho \rho} J_1(k_\rho \rho) \right] k_\rho dk_\rho, \quad (30) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_y(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) &= -\frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} I_i^e(z, z_s) \\ & \quad \times \left[ J_0(k_\rho \rho) \cos^2 \theta - \frac{\cos 2\theta}{k_\rho \rho} J_1(k_\rho \rho) \right] \\ & \quad \times k_\rho dk_\rho - \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} I_i^h(z, z_s) \\ & \quad \times \left[ J_0(k_\rho \rho) \sin^2 \theta + \frac{\cos 2\theta}{k_\rho \rho} J_1(k_\rho \rho) \right] \\ & \quad \times k_\rho dk_\rho, \quad (31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_z(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) &= -\frac{i \sin \theta}{2\pi} \int_0^{+\infty} V_i^h(z, z_s) \\ & \quad \times J_1(k_\rho \rho) k_\rho^2 dk_\rho, \quad (32) \end{aligned}$$

其中  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $\cos \theta = x/\rho$ ,  $J_0(k_\rho \rho)$  和  $J_1(k_\rho \rho)$  分别是零阶和一阶 Bessel 函数.

方程 (27)–(32) 右端 Sommerfeld 积分的计算可借助于文献 [22] 中的方法, 由于需要求解大源距情况下的电磁响应, 因此我们用  $[k_{\rho, MN} = 10^{-10}$ ,  $k_{\rho, MX} = 10^{10}]$  的大区间逼近半无限积分区间, 并根据电流源传输线 Green 函数随  $k_\rho$  变化近似按指数衰减的特点, 按指数增加方式  $k_{\rho, j} = k_{\rho, 1} \exp[(j-1) \cdot \Delta k_\rho]$ ,  $j = 2, 3, \dots, K+1$  确定节点位置将  $[k_{\rho, MN} = 10^{-10}$ ,  $k_{\rho, MX} = 10^{10}]$  划分成  $K$  个小区间, 计算出每个节点上的反射系数、广义反射系数和透射系数以及振幅递推系数并储存起来. 利用储存的参数可快速计算出各个节点上传输线 Green 函数的值, 用三次样条插值对电压和电流 Green 函数进行处理, 并利用递推公式  $xJ_0(x) = \frac{d}{dx}[xJ_1(x)]$ ,  $J_1(x) = -J_0'(x)$  以及 Lommel 函数的渐近展开式, 可

将所有 Sommerfeld 积分表示为一个半解析形式.

### 3 数值结果

本节通过数值结果考察水平层状 TI 地层上海洋可控源电磁响应. 数值模拟中, 空气层和海水电阻率分别取  $10^6$  和  $0.3 \Omega\cdot\text{m}$ , 海水层厚度假定为  $1000 \text{ m}$ , 发射天线包含有四个不同的工作频率:  $0.1, 0.25, 0.5$  和  $1 \text{ Hz}$  并且位于海床面以上  $80 \text{ m}$  的位置, 而接收器均匀分布在海床面上, 间距为  $200 \text{ m}$ . 收发距的变化范围为  $-20\text{--}20 \text{ km}$ . 此外, 空气、海水以及地层的相对介电常数和相对磁导率均等于  $1$ .

需要指出, 改进的传输线算法与同时计算电流和电压源传输线 Green 函数的正演过程相比, 效率大约提高了  $30\%$ . 我们首先通过数值模式匹配算法与改进的传输线算法的对比, 对算法的有效性加以检验. 为简单起见, 检验模型中仅包含空气、海水以及各向异性基岩. 基岩的横向和纵向电阻率

分别是  $1$  和  $5 \Omega\cdot\text{m}$ . 图 2 是改进的传输线法与数值模式匹配算法 [17,18] 得到的水平电磁场  $E_x$  和  $H_y$  的振幅 (magnitude versus offset, MVO) 与相位 (phase versus offset, PVO) 曲线的对比结果, 其中, 实线和虚线是改进后的传输线法计算出的曲线, 而离散符号是数值模式匹配法的计算结果. 从图可以看出, 在  $-20\text{--}20 \text{ km}$  的收发距变化范围内, 两种数值模拟方法得到的 MVO 和 PVO 曲线均符合得很好. 同时, 数值结果显示, 不同频率对应的 MVO 和 PVO 曲线相差非常明显, 在收发距较小的情况下所有的 MVO 和 PVO 曲线几乎重合在一起, 说明小收发距的响应主要反映海洋电磁的近场部分, 对频率变化不敏感; 当收发距增大到一定程度后, 频率对电磁响应的影响变得较为明显, 频率越高电磁场的衰减速度越快且相位的变化也更大, 但当收发距很大 (大约  $15 \text{ km}$ ) 后, 不同频率电磁场的衰减速度均明显变慢, 且相位趋近于不同的常数, 说明源距非常大时整个海洋可控源电磁表现为远场特征, 是垂直方向传播的 TE 平面波.

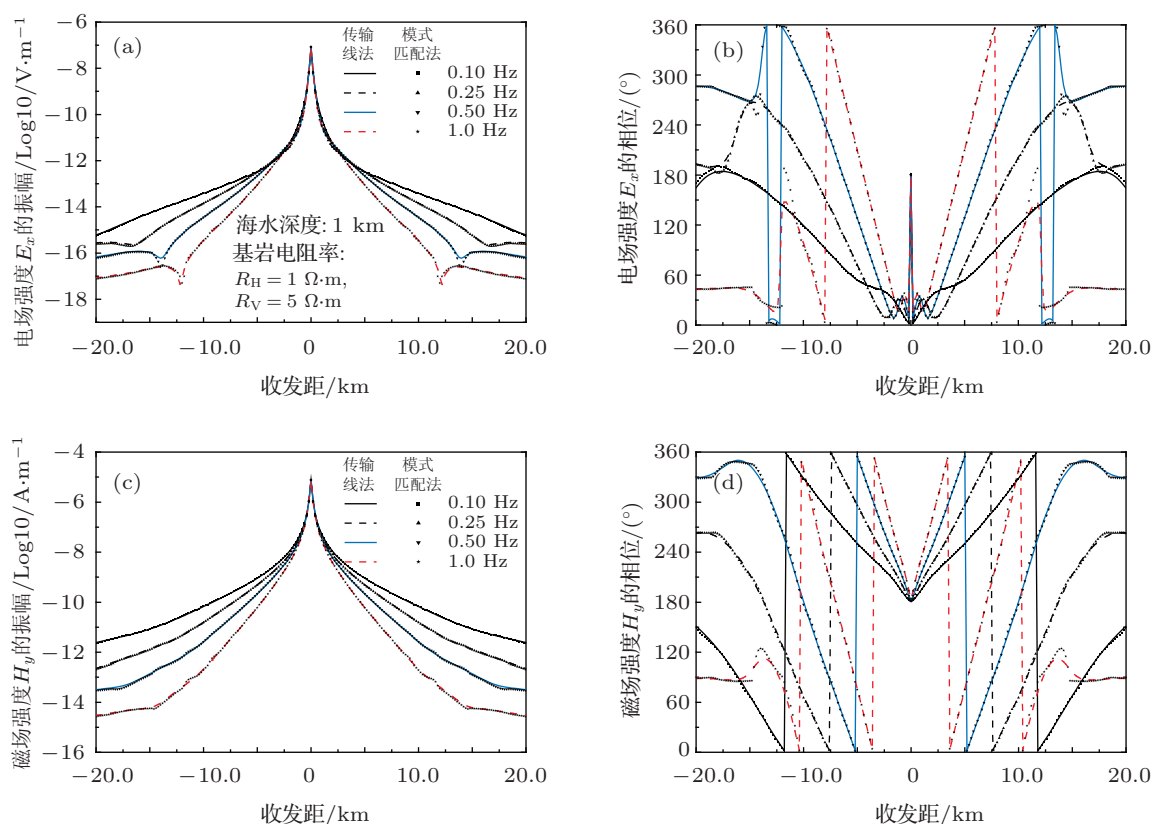


图 2 均匀 TI 基岩中改进的传输线法与数值模式匹配算法结果的对比 (a) 电场  $E_x$  的 MVO 曲线; (b) 电场  $E_x$  的 PVO 曲线; (c) 磁场  $H_y$  的 MVO 曲线; (d) 磁场  $H_y$  的 PVO 曲线



进一步利用改进的传输线算法考察地层各向异性对海洋可控源电磁响应的影响. 模型由空气、海水、均质基岩以及位于基岩中的高阻地层组成. 高阻层位于海床面下 1000 m 处, 其厚度等于 100 m, 而电阻率为 100  $\Omega\cdot\text{m}$ . 为便于比较, 本文同时计算出 1  $\Omega\cdot\text{m}$  的各向同性基岩以及横向和纵向电阻率分别为 1 和 5  $\Omega\cdot\text{m}$  的各向异性基岩两种不同情况下, 高阻层上海洋可控源的电磁响应. 图 3 是水平电磁场  $E_x$  和  $H_y$  的 MVO 和 PVO 曲线的计算结果, 其中虚线和实线为各向同性基岩中高阻层的响应, 离散符号表示各向异性基岩中高阻层的响应.

从图 3 可以看出, 在小收发距情况下 (大约小于 2 km), 频率和基岩电阻率变化对海洋电磁响应 (振幅和相位) 的影响均很小, 小收发距的电磁响应仅反映电磁场的近场特征, 对外部环境变化不敏感. 随着收发距的不断增加, 工作频率和基岩电阻率对电磁响应的影响逐渐明显起来. 由于频率越高趋肤效应越强, 因此高频电磁场的振幅衰减得更快, 且相位变化也更大. 此外, 对比各向同性和各向

异性基岩中电磁场  $E_x$  和  $H_y$  的 MVO 和 PVO 曲线, 可以看出两者的差异非常明显. 相同频率的电磁 MVO 和 PVO 曲线显示, 各向异性基岩中的电磁振幅衰减速度更慢, 且在较大的源距变化范围内相位曲线基本上保持单调变化的特征, 而各向同性基岩中的相位曲线在源距得到大约 5 km 后很快趋近一个常数; 同时, 不同频率的电磁 MVO 和 PVO 曲线显示, 频率越高, 各向异性和各向同性基岩上的振幅和相位曲线差异越明显, 即各向异性地层的电磁 MVO 曲线比各向同性基岩的电磁 MVO 曲线衰减得更慢, 而各向异性基岩上 PVO 曲线比各向同性基岩上的 PVO 曲线变化得更快, 说明基岩的各向异性对高频电磁响应的影响更大. 由此推断根据电磁 MVO 曲线以及 PVO 曲线的变化特征可以有效判断出基岩是否存在各向异性. 最后, 当源距很大时 (大约 15 km), 各向异性和各向同性基岩上电磁响应的差异逐渐减少, 这时的电磁响应表现为远场特征, 电磁场逐渐以垂直方向传播的 TE 平面波为主, 纵向电阻率对电磁场的影响明显下降.

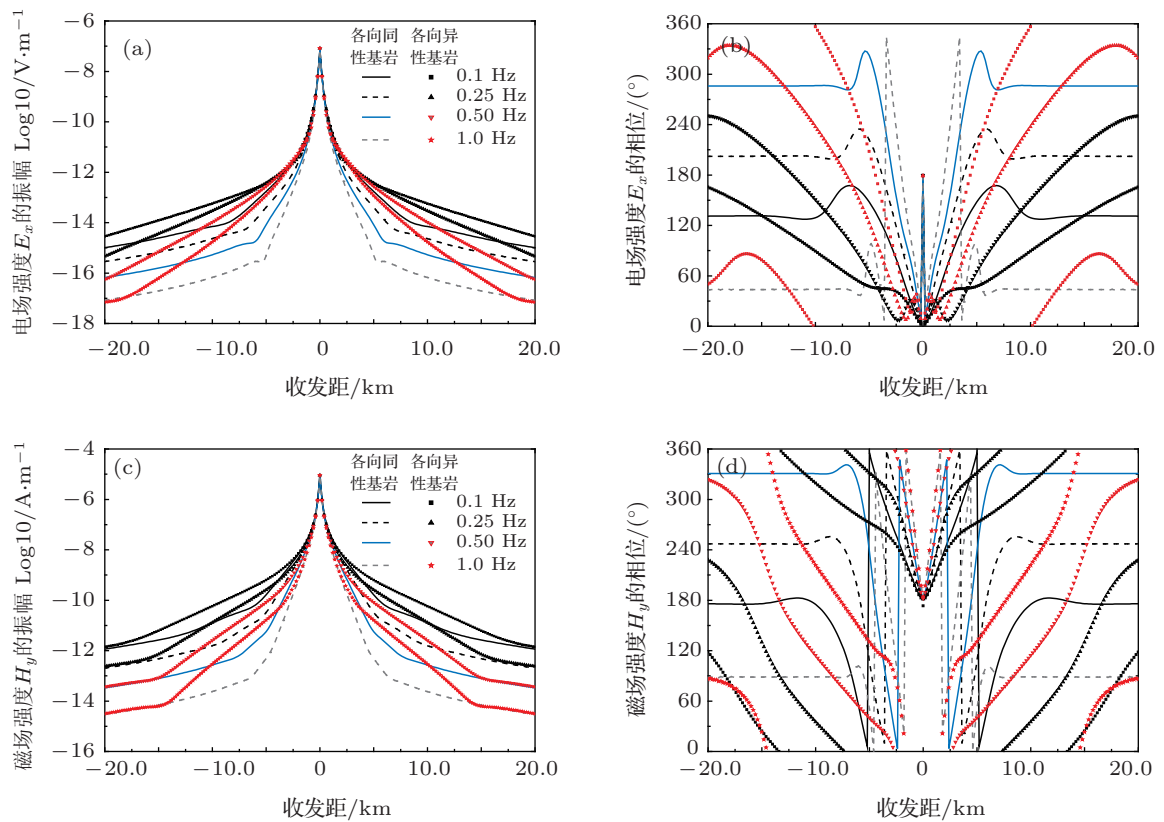


图 3 高阻薄层在各向同性与各向异性基岩上海洋可控源电磁响应的对比 (a) 水平电场  $E_x$  的振幅; (b) 水平电场  $E_x$  的相位; (c) 水平磁场  $H_y$  的振幅; (d) 水平磁场  $H_y$  的相位 (虚线和实线为各向同性基岩中高阻层响应, 离散符号为各向异性基岩中高阻层响应)

特别需要指出的是,从各向同性基岩中 MVO 和 PVO 曲线可以看出,当源距达到 5 km 后, MVO 变化速度明显变慢而 PVO 曲线逐渐趋近于某个常数,这是感应电磁场典型的远场特征即感应电磁场以垂直方向传播的 TE 平面波为主,而各向异性基岩的 MVO 和 PVO 曲线,则在源距达到大约 15 km 后, MVO 变化速度才明显变慢而 PVO 曲线开始逐渐趋近于某个常数,说明各向异性地层需要更大的源距才能够观测到感应电磁场的远场特征,且远场对垂直电阻率变化不敏感. 这些现象充分说明了各向异性地层中电磁场与各向同性基岩中的电磁场在传播特征以及变化规律上存在着非常明显的差异.

为充分了解并比较各向同性与各向异性基岩

中可控源电磁场空间分布特征以及彼此间的差异,图 4 给出了高阻层周围 XOZ 垂直平面上 0.25 Hz 工作频率下电场强度的实部向量图,结果显示各向异性基岩中整个电场的衰减更慢,电场空间分布范围也更广,说明海洋可控源电磁在各向异性基岩中具有更大的探测深度. 此外,在发射天线与高阻地层之间、源距小于 10000 m 的区域中,感应电场的大小与方向均存在着较大差异,各向异性基岩中电场不仅衰减更慢且以垂直电场为主. 但源距很大时(大约 15 km)各向异性与各向同性基岩中电场分布的差异明显减小,这主要是在大源距情况下地层中电场以垂直方向传播的 TE 平面波为主,使得地层各向异性的影响降低.

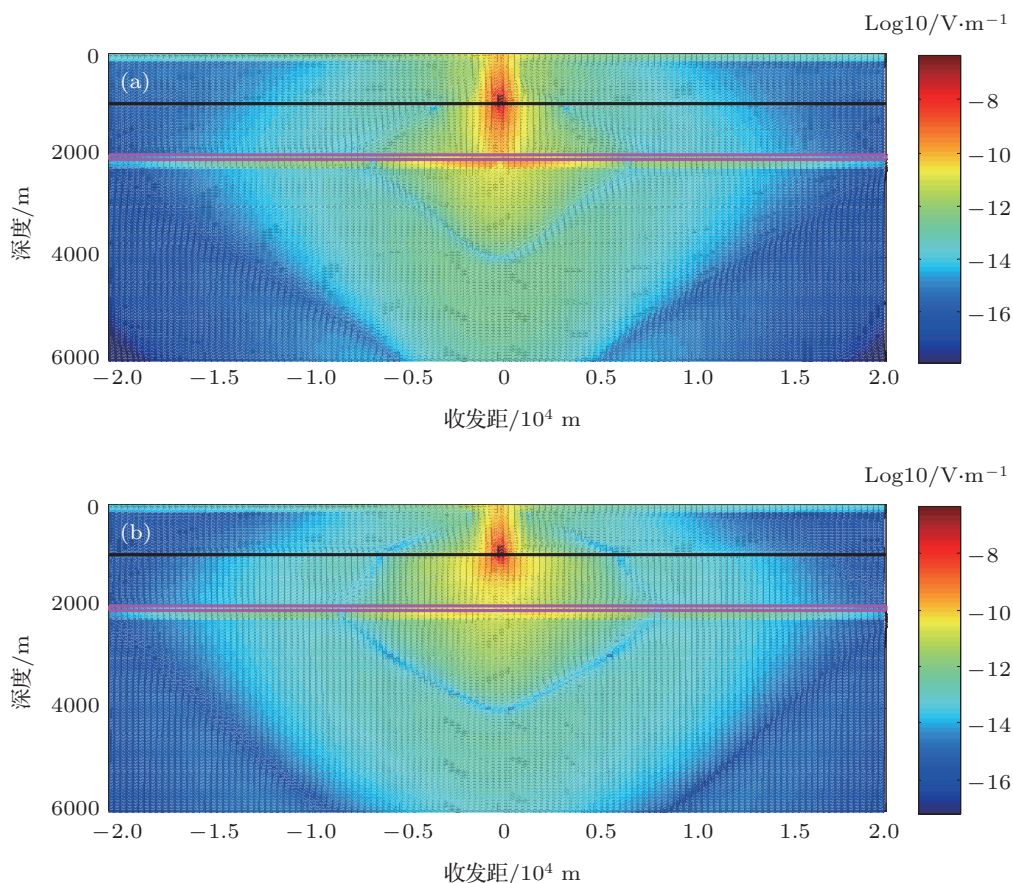


图 4 各向同性和各向异性基岩中高阻层周围的电场强度实部在 XOZ 平面上的向量图对比 (a) 各向同性基岩模型中的电场强度实部 (0.25 Hz); (b) 各向异性基岩模型中的电场强度实部 (0.25 Hz)

此外,为比较各向同性与各向异性基岩中电流密度的空间分布,图 5 给出了 XOZ 垂直平面上 0.25 Hz 工作频率下电流密度的实部向量图,结果同样显示各向异性基岩中电流密度的衰减也更慢,且空间分布范围也更广. 但与图 4 中电场强度以垂直分量为主不同,各向异性基岩模型中电流密度水

平分量比各向同性基岩中电流密度的水平分量更占优势,说明在各向异性地层中,电流更倾向于沿电阻率小的方向流动. 根据电磁感应理论,正是电阻率的各向异性对感应电流密度空间分布的影响,导致各向异性地层和各向同性上可控源电磁响应的较大差异.



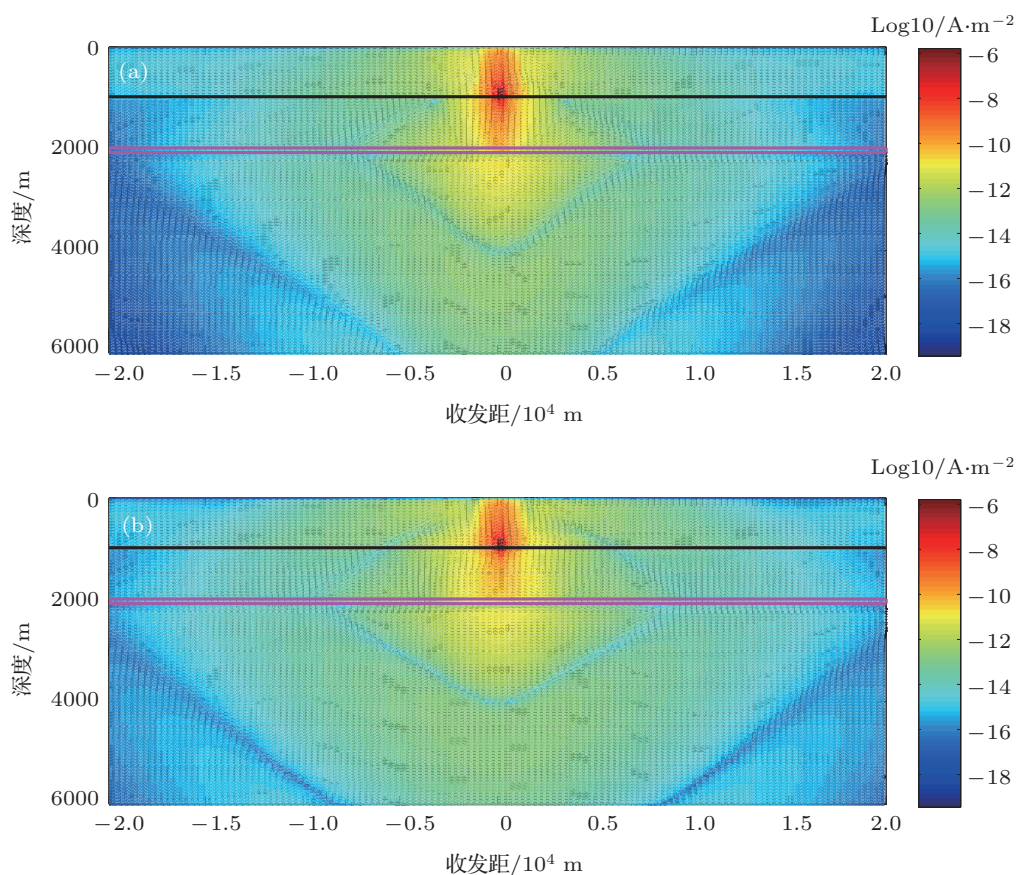


图5 各向同性和各向异性基岩中高阻层周围的电流密度实部在 XOZ 平面上的向量图对比 (a) 各向同性基岩模型中的电流密度实部 (0.25 Hz); (b) 各向异性基岩模型中的电流密度实部 (0.25 Hz)

## 4 结论

本文研究建立了传输线方法的一种改进算法, 仅仅利用电流源传输线 Green 函数就能够确定传输线中的 TM 波和 TE 波分布以及频率 - 波数域中电流源电场和磁场并矢 Green 函数, 有效简化了层状横向同性地层中电磁场并矢 Green 函数的计算过程, 有利于提高数值模拟效率. 通过不同工作频率的各向异性和各向同性基岩中水平电磁场  $E_x$  和  $H_y$  的 MVO 和 PVO 曲线的对比和分析, 以及高阻层周围 XOZ 垂直平面上电场强度和电流密度的实部向量图的对比, 对各向异性基岩对海洋可控源电磁响应的影响有了全新的认识, 并得到如下结论:

1) 在收发距较小的情况下 (小于 2 km), 电磁响应对频率以及基岩各向异性变化均不敏感, 不同频率上的电磁 MVO 和 PVO 曲线几乎重合在一起, 其主要反映的是电磁场近场特征, 对周围电阻率变化不敏感;

2) 各向异性基岩由于其垂直电阻率大、趋肤

效应变弱, 使得感应电磁场在空间中衰减速度变慢, 因此只有在很大的收发距 (大约 15 km) 情况下才可观测到感应电磁场的远场特征 (电磁场振幅衰减变慢、相位趋近于某个常数), 而同样水平电阻率各向同性基岩在收发距得到大约 5 km 后, 就能够观测到感应电磁场的远场特征;

3) 在远场情况下 (大约 15 km 后), 各向异性和各向同性基岩上的电磁响应基本相同, 垂直电阻率对电磁场的影响大大减低, 因此只能通过测量近场与远场之间的过渡电磁场才能够探测地层的各向异性;

4) 在源距为 2—15 km 范围内, 各向异性地层中感应电磁场主要反映过渡电磁场的特征, 各向同性和各向异性基岩中电磁 MVO 和 PVO 曲线的差异非常明显; 由于垂向高电阻率使得各向异性基岩中电磁 MVO 曲线衰减更慢, 且相位基本保持单调变化的特征; 而各向同性基岩中, 电磁 MVO 曲线衰减较快, PVO 曲线在源距得到 5 km 后很快趋近一个常数; 2—15 km 范围内各向同性和各向异性基岩电磁 MVO 和 PVO 曲线存在明显差异, 为有效识别

地层的电各向异性提供了非常有利条件;

5) 各向异性基岩中较高的垂直方向电阻率会降低感应电磁场的趋肤效应, 使得各向异性地层中感应电磁场空间分布范围更广, 导致海洋可控源电磁在各向异性地层中具有更大的探测深度.

### 附录 频率波数域中的 Maxwell 方程

利用二维 Fourier 变换

$$\tilde{\mathbf{E}}(k_x, k_y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}(x, y, z) e^{-i\mathbf{k}_\rho \cdot \boldsymbol{\rho}} dx dy,$$

式中  $\mathbf{k}_\rho \cdot \boldsymbol{\rho} = k_x x + k_y y$ , 以及频率 - 波数域中的旋度公式

$$\tilde{\nabla} \times \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 0 & -d/dz & ik_y \\ d/dz & 0 & -ik_x \\ -ik_y & ik_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{E}_S \\ \tilde{E}_z \end{pmatrix},$$

可以将方程 (1) 转化到频率 - 波数域中并分解为如

下形式:

$$\frac{d}{dz} \tilde{\mathbf{E}}_S + \frac{1}{\sigma_V^*(z_s)} \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -k_y & k_x \end{pmatrix} \tilde{\mathbf{H}}_S = i\omega\mu \tilde{\mathbf{H}}_S \times \hat{z} - \frac{i}{\sigma_V^*(z_s)} \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \end{pmatrix} \delta(z - z_s) J_z, \quad (A1)$$

$$\frac{d}{dz} \tilde{\mathbf{H}}_S + \frac{1}{i\omega\mu} \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -k_y & k_x \end{pmatrix} \tilde{\mathbf{E}}_S = \sigma_H^* \tilde{\mathbf{E}}_S \times \hat{z} + \mathbf{J}_S \times \hat{z} \delta(z - z_s), \quad (A2)$$

$$\begin{aligned} \tilde{H}_z &= \frac{1}{\omega\mu} \begin{pmatrix} -k_y & k_x \end{pmatrix} \tilde{\mathbf{E}}_S, \\ \tilde{E}_z &= \frac{i}{\sigma_V^*} \begin{pmatrix} -k_y & k_x \end{pmatrix} \tilde{\mathbf{H}}_S \\ &\quad - \frac{1}{\sigma_V^*(z_s)} \delta(z - z_s) J_z, \end{aligned} \quad (A3)$$

其中,  $\tilde{\mathbf{E}}_S = (\tilde{E}_x \ \tilde{E}_y)^T$  和  $\tilde{\mathbf{H}}_S = (\tilde{H}_x \ \tilde{H}_y)^T$  分别是频率 - 波数域中水平电磁场.

- [1] He J S 2012 *Principle of Marine Electromagnetic Measurement* (Beijing: Higher Education Publish House) p210 (in Chinese) [何继善 2012 海洋电磁法原理 (北京: 高等教育出版社) 第 210 页]
- [2] Constable S 2010 *Geophysics* **75** 75A67
- [3] Eidesmo T, Ellingsrud S, MacGregor L M, Constable S, Sinha M C, Johansen S, Kong F N, Westerdahl H 2002 *First Break* **20** 144
- [4] Key K 2009 *Geophysics* **74** F9
- [5] Chimesurong Z, Wang H N 2003 *Chin. J. Comput. Phys.* **20** 161 (in Chinese) [其木苏荣, 汪宏年 2003 计算物理 **20** 161]
- [6] Liu C S, Everett M E, Lin J, Zhou F D 2010 *Chin. J. Geophys.* **53** 1940 (in Chinese) [刘长胜, Everett M. E. 林君, 周逢道 2010 地球物理学报 **53** 1940]
- [7] Zhang J P, Wu Z S, Zhao Z W, Zhang Y S, Wang B 2012 *Chin. Phys. B* **21** 109202
- [8] Sun B, Wang H, Sun X B, Hong J, Zhang Y J 2012 *Chin. Phys. B* **21** 129501
- [9] Hong D C, Yang S D 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 109101 (in Chinese) [洪德成, 杨善德 2011 物理学报 **60** 109101]
- [10] Chen G B, Wang H N, Yao J J, Han Z Y, Yang S W 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1608 (in Chinese) [陈桂波, 汪宏年, 姚敬金, 韩子夜, 杨守文 2009 物理学报 **58** 1608]
- [11] Chen G B, Bi J, Wang J B, Chen X Y, Sun G C, Lu J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 094102 (in Chinese) [陈桂波, 毕娟, 汪剑波, 陈新邑, 孙贵成, 卢俊 2011 物理学报 **60** 094102]
- [12] Yin C C 2006 *Geophysics* **71** G115
- [13] Wang H N, Yang S D, Wang Y 1999 *Oil Geophys. Prospect.* **34** 649 (in Chinese) [汪宏年, 杨善德, 王艳 1999 石油地球物理勘探 **34** 649]
- [14] Yao D H, Wang H N, Yang S W, Yang H L 2010 *Chin. J. Geophys.* **53** 3026 (in Chinese) [姚东华, 汪宏年, 杨守文, 杨海亮 2010 地球物理学报 **53** 3026]
- [15] Xu Z F, Wu X P 2010 *Chin. J. Geophys.* **53** 1931 (in Chinese) [徐志锋, 吴小平 2010 地球物理学报 **53** 1931]
- [16] Zhang Y, Wang H N, Tao H G, Yang S W 2012 *Chin. J. Geophys.* **55** 2141 (in Chinese) [张焯, 汪宏年, 陶宏根, 杨守文 2012 地球物理学报 **55** 2141]
- [17] Yang B, Xu Y X, He Z X, Sun W B 2011 *Chin. J. Geophys.* **54** 1649 (in Chinese) [杨波, 徐义贤, 何展翔, 孙卫斌 2011 地球物理学报 **54** 1649]
- [18] Chen G B, Wang H N, Yao J J, Han Z Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3848 (in Chinese) [陈桂波, 汪宏年, 姚敬金, 韩子夜 2009 物理学报 **58** 3848]
- [19] Chen G B, Wang H N, Yao J J, Han Z Y, Yang S W 2009 *Chin. J. Geophys.* **52** 2174 (in Chinese) [陈桂波, 汪宏年, 姚敬金, 韩子夜, 杨守文 2009 地球物理学报 **52** 2174]
- [20] Wang H N, Tao H G, Yao J J, Zhang Y 2012 *IEEE Trans. on Geosci. Remote Sens.* **50** 3383
- [21] Wang H N, Tao H G, Yao J J, Chen G B, Yang S W 2008 *Chin. J. Geophys.* **50** 1591 (in Chinese) [汪宏年, 陶宏根, 姚敬金, 陈桂波, 杨守文 2008 地球物理学报 **50** 1591]
- [22] Zhou J M, Wang H N, Yao J J, Yang S W, Ma Y Z 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 0891011 (in Chinese) [周建美, 汪宏年, 姚敬金, 杨守文, 马寅芝 2012 物理学报 **61** 0891011]
- [23] Zhou J M, Wang J X, Shang Q L, Wang H N, Yin C C 2013 *J. Geophys. Eng.* (in Review)
- [24] Michalski K A, Mosig J R 1997 *IEEE Trans. Anten. Propag.* **45** 508
- [25] Yang S W, Wang J X, Zhou J M, Zhu T Z, Wang H N 2013 *IEEE Trans. On Geosci. Remote Sens.* (in press)

# Simulation of marine controlled-source electromagnetic response in horizontally layered transversely isotropic formation by using improved transmission line method\*

Wang Jian-Xun<sup>1)</sup> Wang Hong-Nian<sup>2)†</sup> Zhou Jian-Mei<sup>2)</sup> Yang Shou-Wen<sup>2)</sup>  
Liu Xiao-Jun<sup>4)</sup> Yin Chang-Chun<sup>3)</sup>

1) ( College of Electronic Science and Engineering, Jilin University, Changchun 130012, China )

2) ( College of Physics, Jilin University, Changchun 130012, China )

3) ( College of Geoexploration Science and Technology, Jilin University, Changchun 130026, China )

4) ( Department of Physics, Nature Science College, Qiqihar University, Qiqihar 161006, China )

( Received 12 July 2013; revised manuscript received 12 August 2013 )

## Abstract

In this paper, the two-dimensional Fourier transform and wave decomposition technique are used to transform Maxwell's equation in transversely isotropic (TI) formation into two independent sets of transmission line equations about transverse magnetic (TM) wave and transverse electric (TE) wave. According to both transmission line theory and superposition principle, an improved transmission line method is advanced to simplify the computational process of TM wave and TE wave only by introducing the transmission line Green's functions of the current source. Thus, the new algorithm and the new expressions of current source electromagnetic (EM) dyadic Green's functions in frequency-wavenumber domain are established for realizing the efficient simulation of marine controlled-source electromagnetic (MCSEM) responses in the horizontally layered TI formation. On this base, the basic solutions of the transmission line Green's functions and EM boundary conditions are utilized to derive the recursive formula of the generalized reflections and amplitudes of the TE and TM waves, and the analytic solutions of the Green's functions in each bed are obtained. Then, by using Fourier inverse transform and Bessel integral formula, the MCSEM responses in frequency-spatial domain are expressed in the Sommerfeld integral form. A combination of the cubic spline interpolation with the Lommel integral is used to efficiently compute the MCSEM responses. Finally, we validate the modeling algorithm and investigate the influences of changes in operation frequency and anisotropic coefficient on the MCSEM response in the TI formation.

**Keywords:** transmission line method, transversely isotropic formation, marine controlled-source electromagnetic system, Sommerfeld integral

**PACS:** 41.20.Jb, 91.25.Qi

**DOI:** 10.7498/aps.62.224101

\* Project supported by the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2012AA09A20103).

† Corresponding author. E-mail: wanghn@jlu.edu.cn