

分数阶双头分子马达的欠扩散输运现象*

林丽烽¹⁾²⁾ 周兴旺¹⁾ 马洪^{1)†}

1) (四川大学数学学院, 成都 610064)

2) (福建农林大学计算机与信息学院, 福州 350002)

(2013年7月22日收到; 2013年9月24日收到修改稿)

研究具有幂律记忆性的细胞液中双头分子马达的定向输运现象, 选取幂函数作为广义 Langevin 方程的阻尼核函数, 建立了分数阶过阻尼耦合 Brown 马达模型, 讨论了阶数及耦合系数对双头分子马达定向输运速度的影响. 仿真结果表明, 分数阶过阻尼双头分子马达也会产生定向输运现象, 并且在某些阶数下会产生整数阶情形所不具有的反向定向流. 当噪声强度固定时, 输运速度随着阶数以及耦合系数的变化均会出现广义随机共振现象. 特别地, 研究发现双头分子马达在记忆闪烁棘轮势中具有某些单头分子马达所不具备的运动特性, 定向流的大小和方向由噪声与双头间作用力相互耦合控制.

关键词: 分数阶双头分子马达, 欠扩散, 定向输运, 广义随机共振

PACS: 05.10.Gg, 45.10.Hj

DOI: 10.7498/aps.62.240501

1 引言

分子马达是一类广泛存在于细胞内部的酶蛋白大分子, 能够高效率地将化学能转化为机械能^[1,2]. 它几乎参与了所有的生命活动, 如细胞分裂、ATP 合成、肌肉收缩、细胞极化、信号传导及病毒包装等等. 按运动形式, 分子马达可分为线动分子马达和旋转分子马达. 线动分子马达的种类繁多, 目前人们广泛研究的是三个传统线动马达蛋白的超家族: 肌球蛋白 (myosin), 驱动蛋白 (kinesin) 和动力蛋白 (dynein). 其中, 肌球蛋白 V、驱动蛋白和动力蛋白都是双头分子马达, 具有较高的在位比^[3]. 双头分子马达由于其两个头部可交替地在微管 (微丝) 上行走, 至少有一头吸附在微管 (微丝) 上, 能连续行走数百步而不会掉落, 这是单头分子马达所不具有的特性^[4,5], 故而引起学者们对其工作机制的广泛关注.

随着单分子操作技术的飞速发展, 人工纳米机器的构建与应用成为 21 世纪最具挑战性的热点课题之一. 人们通过对分子马达的研究, 探索生物纳

米机器的普遍运动规律, 进而引导人工纳米机器的制备. 近年来, 科学家在构造和组装分子尺度上的机械设备方面取得了不少重要成果^[6-14]. 1999 年, Kelly 等^[6] 以自下而上的方式合成能实现单向旋转运动的分子马达. 2000 年, 杜克大学医学中心的 Endow 等^[7] 制造了第一个双向分子马达. 2002 年, 美国佛罗里达大学谭蔚泓等采用人工合成的单个杂交 DNA 分子制成了分子马达, 实现生物反应能向机械能的转变. 2006 年, Ren 等^[9] 用电化学沉淀法制备了多组分纳米线, F_1 -ATP 马达可被组装到该纳米线上预期的位置, 这使得控制不同的生物分子在纳米尺度上的配置成为可能. 同年, Su 等^[10] 用生物分子自组装原理构建了基于 ATP 马达的生物传感器. 2007 年, Deng 等^[11] 用量子点技术作为 F_0F_1 -ATP 分子马达旋转的指示剂, 为光学编码技术奠定了基础. 2010 年, Song 等^[13] 利用线动生物分子马达 - 驱动蛋白和智能化胶囊的特点, 设计和组装了一类新的活性纳米尺度仿生体系.

近年来, 人们对分子马达的工作机制提出了各种模型^[15-21]. 其中最令人感兴趣的是: 把分子马达看作一个 Brown 粒子, 也称作 Brown 马达, 研究

* 国家自然科学基金 (批准号: 11171238) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: mahong@scu.edu.cn

其在闪烁周期势场中的定向输运现象. 而由于分子马达特殊的内部结构(如双头分子马达)、多个分子马达在输运过程中的相互作用也会反过来影响定向输运等原因, Brown 马达的合作输运问题^[22-30]已成为近三十年的研究热点.

但是, 迄今为止, 对分子马达的研究大都基于整数阶随机微分方程的数学模型. 可是现实中存在许多复杂系统, 不宜用传统的整数阶数学模型来描述, 如本文所研究的双头分子马达. 而近年来迅速发展起来的分数阶随机微分方程理论, 恰好为我们研究此类具有“记忆性”的复杂系统提供了崭新的数学工具. 在对分子马达的研究中, 分数阶随机微分方程可用来模拟反常扩散行为(包括超扩散和欠扩散, 欠扩散又称为亚扩散), 对粒子扩散的描述不同于经典的布朗运动.

本文利用分数阶耦合 Brown 马达来研究双头分子马达在黏性细胞液中的欠扩散行为. 将双头分子马达的每个头部视为一个 Brown 马达, 考虑二者之间的相互作用, 建立了分数阶过阻尼耦合 Brown 马达模型. 通过对此模型(分数阶随机微分方程组)的数值模拟, 发现分数阶过阻尼双头分子马达也会产生定向输运现象, 并且在某些阶数下会产生整数阶情形所不具有的反向定向流. 双头分子马达的输运速度受阶数、噪声及耦合系数的影响: 在不同的噪声强度下, 输运速度随着阶数以及耦合系数的变化均会出现多峰的广义随机共振现象^[31]. 所谓的“广义随机共振”, 即系统响应的某些函数(如矩、自相关函数、功率谱或信噪比等)随系统的某些特征参数(如周期激励信号振幅、频率或噪声强度、相关率等)非单调变化的现象.

2 分数阶过阻尼双头分子马达模型

2.1 广义 Langevin 方程

在黏性介质中 Brown 粒子受到的阻尼力与历史速度有关, 其运动状态用广义 Langevin 方程描述:

$$m\ddot{x} + \int_0^t \gamma(t-\tau)\dot{x}(\tau) d\tau = F(x,t) + \varepsilon(t), \quad (1)$$

由于 Brown 粒子的质量很小, 在过阻尼情况下, 方程(1)可近似为如下过阻尼广义 Langevin 方程

$$\int_0^t \gamma(t-\tau)\dot{x}(\tau) d\tau = F(x,t) + \varepsilon(t), \quad (2)$$

其中, $\gamma(t)$ 是阻尼核函数, $F(x,t)$ 是确定性的外部作用力, $\varepsilon(t)$ 是零均值 Gauss 噪声. 本文视 $\varepsilon(t)$ 为内噪声(与系统所受阻尼力同源^[32]), 则与阻尼核函数 $\gamma(t)$ 满足涨落耗散定理^[33]: $\langle \varepsilon(t)\varepsilon(t') \rangle = \kappa_B T \gamma(t-t')$, κ_B 是 Boltzmann 常数, T 是介质温度.

在许多物理和生化环境中, 介质对速度通常具有幂律记忆性^[34,35], 即距当前时刻越近, 其记忆性就越强. 幂律阻尼核函数可表示为

$$\gamma(t) = \frac{1}{\Gamma(1-p)} |t|^{-p} \quad (0 < p < 1). \quad (3)$$

阻尼核函数(3)的图像如图1所示, 可以看到 p 越小, $\gamma(t)$ 衰减得越慢, 对应阻尼核的记忆性就越强. 则具有幂律阻尼核的过阻尼广义 Langevin 方程为

$$\frac{1}{\Gamma(1-p)} \int_0^t (t-\tau)^{-p} \dot{x}(\tau) d\tau = F(x,t) + \varepsilon(t). \quad (4)$$

又根据 Caputo 分数阶微积分的定义^[36]

$${}_0^C D_t^p x(t) = \frac{1}{\Gamma(1-p)} \int_0^t (t-\tau)^{-p} \dot{x}(\tau) d\tau \quad (0 < p < 1), \quad (5)$$

其中 ${}_0^C D_t^p x(t)$ 表示 $x(t)$ 在区间 $[0,t]$ 上的 p 阶 Caputo 微分. (4) 式可以写作

$${}_0^C D_t^p x(t) = F(x,t) + \varepsilon(t) \quad (0 < p < 1), \quad (6)$$

称(6)式为分数阶过阻尼 Langevin 方程.

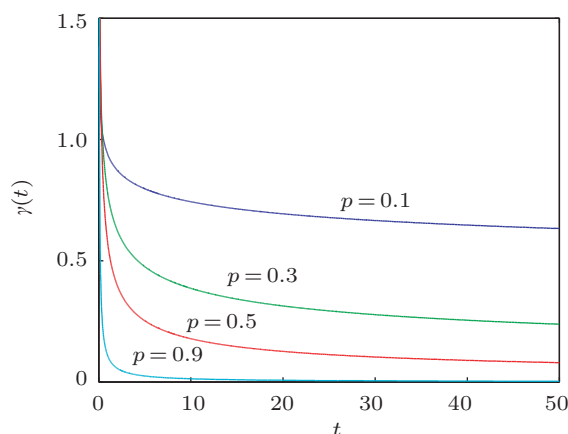


图1 分数阶的阻尼核函数 $\gamma(t)$

2.2 带闪烁棘轮势的过阻尼分数阶双头分子马达模型

本文在对双头分子马达建模时, 首先将每个头部视作一个 Brown 马达. 而在研究 Brown 马

达时, 一般将外部作用力取为闪烁非对称周期势^[37]. 不失一般性, 令闪烁棘轮势的势场力为 $F(x,t) = -U'(x)z(t)$, 其中 $U(x)$ 为棘轮势, $z(t)$ 为闪烁函数, 分别定义如下:

$$U(x) = \begin{cases} \frac{U_0}{aL}(x-nL) & (nL \leq x < nL+aL) \\ \frac{U_0}{(1-a)L}[(n+1)L-x] & (nL+aL \leq x < (n+1)L) \end{cases},$$

其中 L 是势场的空间周期, a 是倾斜度, U_0 是棘轮势的峰值高度;

$$z(t) = \begin{cases} 1 & (n\tau \leq t < n\tau + \tau_{\text{on}}) \\ 0 & (n\tau + \tau_{\text{on}} \leq t < (n+1)\tau) \end{cases},$$

其中 τ_{on} 是势存在的时间, τ_{off} 是势消失的时间, 闪烁周期为 $\tau = \tau_{\text{on}} + \tau_{\text{off}}$. $U(x)$ 和 $z(t)$ 的示意图如图 2.

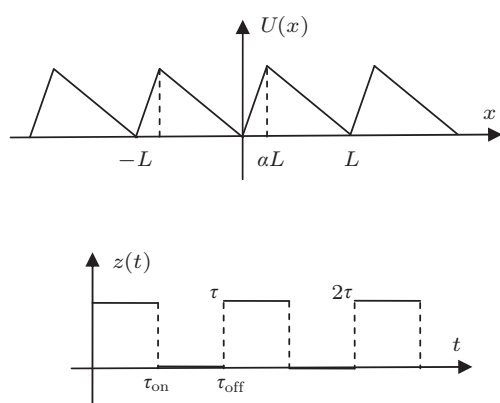


图 2 棘轮势和闪烁函数示意图

不同于单头分子马达, 双头分子马达不能忽略两头部间的相互作用力, 于是本文假设每个头部在闪烁棘轮势下所满足的分数阶过阻尼 Langevin 方程为

$${}_0^C D_t^p x_i = -U'(x_i)z_i(t) - r g_i(x_i) + \xi_i(t) \quad (i = 1, 2), \quad (7)$$

其中 x_i 表示第 i 个头部的位移, $z_1(t) = 1 - z_2(t) = z(t)$, $z_i(t)$ 为第 i 个头部的闪烁函数, r 为耦合系数, $g_i(x_i)$ 为双头间的相互作用力.

从双头分子马达行进模式的角度出发, 本文假设相互作用力如下:

$$g_i(x_i) = \frac{\partial V(x_1 - x_2)}{\partial x_i} \quad (i = 1, 2), \quad (8)$$

其中 $V(x_1 - x_2) = (x_1 - x_2)^4 - 2\varepsilon(x_1 - x_2)^2$ 为双头间的耦合作用势^[38], 这里参数 ε 决定了势阱深度. 该

双稳态的耦合作用势函数能够限制分子马达双头之间位移差 $x_1 - x_2$, 使之不能分离太远, 分子马达若有能力越过势垒 ε^2 , 则 $x_1 - x_2$ 将不断在双势阱中切换, 更替双头的前后位置, 类似于交臂模型 (hand-over-hand model)^[39,40]; 若分子马达无法越过势垒 ε^2 , 则 $x_1 - x_2$ 只能限制在某个势阱, 不会更换双头的前后位置, 类似于寸虫模型 (inchworm model)^[41].

于是, 分数阶过阻尼双头分子马达的运动模型, 即耦合 Brown 粒子在闪烁棘轮势下所满足的过阻尼分数阶 Langevin 方程组为

$$\begin{cases} {}_0^C D_t^p x_1 = -z_1(t) \frac{dU(x_1)}{dx_1} - 4r[(x_1 - x_2)^3 - \varepsilon(x_1 - x_2)] + \xi_1(t), \\ {}_0^C D_t^p x_2 = -z_2(t) \frac{dU(x_2)}{dx_2} + 4r[(x_1 - x_2)^3 - \varepsilon(x_1 - x_2)] + \xi_2(t), \end{cases} \quad (9)$$

其中, 当 $n\tau \leq t < n\tau + \tau_{\text{on}}$ 时, $z_1(t) = 1, z_2(t) = 0$; 当 $n\tau + \tau_{\text{on}} \leq t < (n+1)\tau$ 时, $z_1(t) = 0, z_2(t) = 1$.

本文在讨论分数阶双头分子马达的欠扩散输运现象时, 主要考虑与系统的耗散无关、不满足涨落耗散定理可控的外部噪声, 即 $\xi_i(t)$ 为双头所受外噪声.

2.3 分数阶过阻尼双头分子马达随机共振机理

分数阶单头分子马达可建模为分数阶 Brown 马达, 此时耦合系数 $r = 0$, 即 (7) 式无相互作用力 $g_i(x_i)$. 文献 [42] 阐述了无耦合情形下分数阶过阻尼 Brown 马达定向输运及其产生反向流的机理. (7) 式在势阱消失时退化为欠扩散方程 ${}_0^C D_t^p x = \xi(t)$, 在消失时间 τ_{off} 内 Brown 粒子自由扩散, 其均方位移 $\langle x^2(t) \rangle \propto t^p$, 粒子的空间分布被展宽; 随后势阱恢复, 两边势垒以内的粒子在内侧势下滑力作用下, 又回到原来的位置, 而左右最近位垒以外的粒子将进入下一个势阱里, 也就是棘轮势分割了自由扩散形成的 Gauss 波包的尾巴. 由于棘轮势的不对称性, 粒子更多地被分割到近位垒处的下一侧阱内, 导致粒子出现在陡坡的下一势阱内的概率大于缓坡^[33], 从而形成欠扩散 Brown 粒子流.

需要指出的是, 在上述欠扩散 Brown 粒子流形成的过程中, 粒子在时刻 t 受到的阻尼力为

$$\int_0^t \gamma(t - \tau) \dot{x}(\tau) d\tau = \frac{1}{\Gamma(1-p)} \int_0^t (t - \tau)^{-p} \dot{x}(\tau) d\tau,$$

即阻尼力是时段 $[0, t]$ 内的速度关于阻尼核 $\gamma(\cdot)$ 的加权平均. 随着阶数 p 的减小, 阻尼核函数 $\gamma(t)$ 衰减得较慢, 意味着对当前阻尼力有贡献的历史随之变长, 阻尼力随之变强, 导致粒子定向输运的速度变慢, 甚至使得粒子反向越过势垒, 形成与整数阶情形反向的定向流.

进一步考虑双头分子马达两个头部间的相互作用力, 此时分数阶过阻尼耦合 Brown 马达 (9) 式将出现更加复杂的输运现象. 当耦合系数较小时, 双头间相互作用力对分子马达定向输运的影响较小, 即闪烁非对称周期势占主导地位, 棘齿效应显著, 此时双头分子马达的输运现象类似于单头分子马达 (无耦合情形). 随着耦合系数的增大, 分子马达双头间非线性相互作用力的影响逐渐变大, 限制了任意一头部跃迁, 从而阻碍了分子马达的定向运动. 在适当的耦合强度及噪声影响下, 双头分子马达以交臂模型或寸虫模式行进, 展现出更为复杂的输运现象.

3 仿真实验与分析

为了模拟方程组 (9) 所刻画的粒子运动, 我们采用分数阶差分法 [43], 得到数值计算公式如下:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_n^1 = -\sum_{k=1}^{n-1} (-1)^k \binom{p}{k} x_{n-k}^1 \\ \quad -T_s^p U'(x_{n-1}^1) z(t_{n-1}) \\ \quad -T_s^p r [4(x_{n-1}^1 - x_{n-1}^2)^3 \\ \quad -4\epsilon(x_{n-1}^1 - x_{n-1}^2)] + T_s^p \xi_n^1, \\ x_n^2 = -\sum_{k=1}^{n-1} (-1)^k \binom{p}{k} x_{n-k}^2 \\ \quad -T_s^p U'(x_{n-1}^2) z(t_{n-1}) \\ \quad +T_s^p r [4(x_n^1 - x_{n-1}^2)^3 \\ \quad -4\epsilon(x_n^1 - x_{n-1}^2)] + T_s^p \xi_n^2, \end{array} \right.$$

这里 T_s 是采样时间, $t_k = (k-1)T_s$ ($k = 1, 2, \dots, n$), $x_k^i = x^i(t_k)$, $\xi_k^i = \xi^i(t_k)$ ($i = 1, 2$),

$$\binom{p}{k} = \frac{\Gamma(p+1)}{\Gamma(p-k+1)k!},$$

其中 x_k^i 表示第 i 个头部在 t_k 时刻的位移. 采用 Monte Carlo 方法, 取 200 次仿真实验的平均值

作为两个头部的平均位移 $\langle x_1 \rangle$, $\langle x_2 \rangle$, 并通过公式 $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$, 得到马达质心 x 的平均位移 $\langle x \rangle$. 又由于粒子的平均速度 $\langle \dot{x} \rangle = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{x}{t}$ [24], 为了仿真方便, 我们用 $\frac{x}{t}$ (t 充分大) 代替 $\langle \dot{x} \rangle$. 采样时间间隔取 $T_s = 0.005$ s, 仿真时间取 10 s, 闪烁棘轮势峰值高度取为 $U_0 = 4$, 空间周期取为 $L = 1$, 倾斜度取为 $a = 0.12$, 势存在的时间长度为 $\tau_{on} = 0.64$ s, 势消失的时间长度为 $\tau_{off} = 0.64$ s, 耦合作用势的势阱深度为 $\epsilon = 1$.

3.1 输运速度与阶数 p 的关系

对于不同强度的噪声和不同的耦合系数, 图 3 给出了分数阶双头分子马达定向输运速度随阶数变化的曲线图. 弱耦合 ($r = 0.5$) 情形时, 在不同强度的噪声影响下, 双头分子马达的输运速度呈现随着阶数 p 非单调变化的广义随机共振现象, 且出现多个峰值. 随着阶数 p 的降低, 系统的记忆性增强, 阻尼力也随之增强, 在阻尼力与噪声的共同作用下, 双头分子马达的输运速度先增后减, 出现一个共振峰 (在 $p = 0.75$ 附近). 阶数 p 继续降低, 阻尼力持续增大到一定值 (失速力约为 7.5 pN [44]) 后, 双头分子马达速度为 0, 此时, 双头分子马达向前和向后跃迁的概率相同. 在更小的阶数下 ($p \approx 0.72$), 增大的阻尼力使得双头分子马达在噪声的协同作用下, 产生反向流, 输运速度在负向上达到一个峰值后减小, 呈现出复杂的广义随机共振现象 (如图 3(a) 所示), 以上现象与文献 [44] 的实验数据相符. 在弱噪声 ($D = 1$) 影响下, 双头分子马达 ($r = 0.1, 0.5$) 的输运速度具有与单头分子马达 ($r = 0$) 相似的变化趋势, 虽然正、反向定向流的峰值大小略有不同, 但是出现流反转的阶数基本一致; 当耦合强度增大 ($r = 1$) 时, 此时双头间的相互作用力限制了两头部的运动能力, 使得分子马达的输运速度变慢了 (如图 3(b) 所示). 可见, 仿真结果与机理分析一致. 值得一提的是, 图 3(b) 显示双头分子马达的输运速度与耦合系数间并不是简单的单调递减的关系, 下节将重点讨论二者间关系.

给定参数 $r = 0.1$, $\epsilon = 1$, $D = 3$, 图 4 给出不同阶数 ($p = 1, 0.8, 0.75, 0.7$) 下, 双头分子马达的运动轨迹. 如图所示, $p = 1, 0.8$ 时, 双头分子马达以寸虫模式步进; $p = 0.75, 0.7$ 时, 以交臂模式步进.

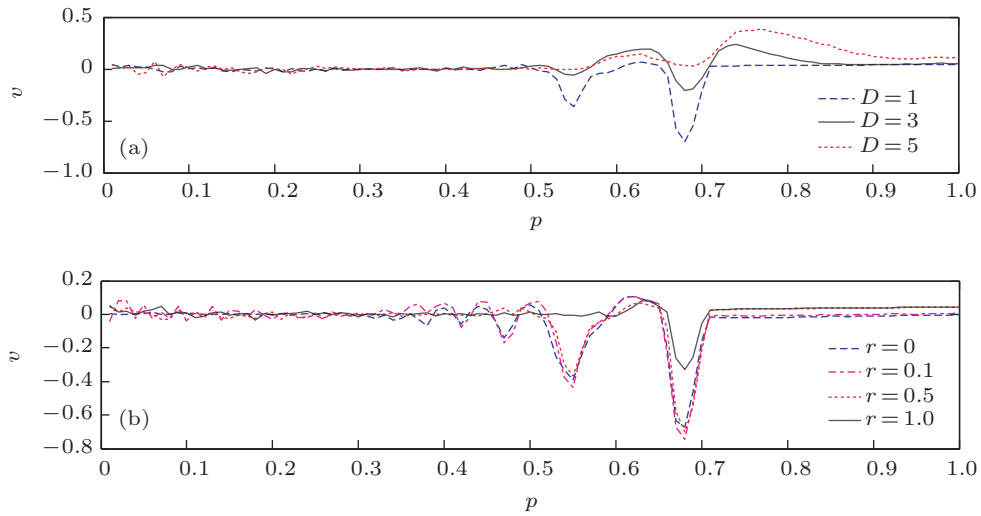


图3 (a) 不同噪声强度下, 输运速度 v 随阶数 p 变化的曲线, 其中 $r=0.5, \epsilon=1$; (b) 不同耦合强度下, 输运速度 v 随阶数 p 变化的曲线, 其中 $D=1, \epsilon=1$

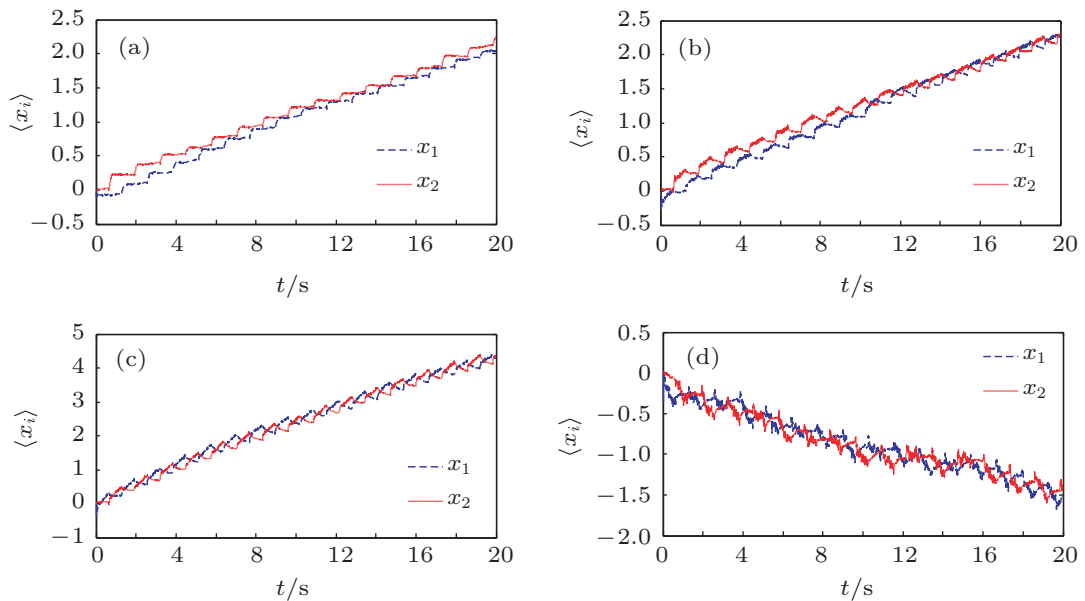


图4 不同阶数下, 双头分子马达的运动轨迹, 其他参数分别为 $r=0.1, \epsilon=1, D=3$ (a) $p=1$; (b) $p=0.8$; (c) $p=0.75$; (d) $p=0.7$

3.2 输运速度与耦合系数 r 的关系

由图3可知, 双头分子马达的输运速度与耦合系数 r 间并非简单的单调变化关系; 并且在相同参数条件下, 随着阶数 p 在 0.5—0.8 区间内变化, 输运速度振荡剧烈, 出现多个峰值. 因此, 本文选取在 $p=0.68, 0.75, 0.8, 1$ 四种情形下, 研究双头分子马达在给定噪声强度 $D=2, 5$ 时, 输运速度与耦合系数 r 之间的变化关系.

当 $r \rightarrow 0$ 时, 系统退化为单头分子马达在闪烁棘齿势中的定向输运情形; 当 $r \rightarrow \infty$ 时, 双头

间相互作用力趋于无穷, 两个头部被刚性束缚在一起, 可视为单头分子马达在非闪烁的有效势 $U_{\text{eff}}(x) = \frac{1}{2}U(x)$ 中的运动^[45]. 除上述极限情况外, 图5显示, 在其他参数固定的情况下, 输运速度均存在随耦合系数 r 非单调变化的广义随机共振现象. 当阶数为 $p=0.75, 0.8, 1$ 时, 图5显示 $p=0.8$ 时由于系统记忆性较弱, 观察到了与整数阶 ($p=1$) 相似的情况; 特别是在小噪声 ($D=2$) 下, 二者具有相同的趋势. 而 $p=0.75$ 时, 分子马达在小噪声 ($D=2$) 影响下, 输运速度随耦合系数 r 的变化出现明显的随机共振现象. 在噪声强度 $D=5$ 时,

三种阶数下运输速度均出现正向的共振峰, 且都在 $r = 0.1$ 处达到最大值, 见图 5(a)—(c). 当阶数为 $p = 0.68$ 时, 系统记忆性增强, 双头分子马达在小噪声 ($D = 2$) 影响下作负向运动, 产生反向流. 此时, 运输速度随耦合强度的变化出现负向的共振峰, 即运输速度在 $r = 0.1$ 处达到负向最大值, 见图 5(d).

由以上分析可知, 在其他参数给定的前提下,

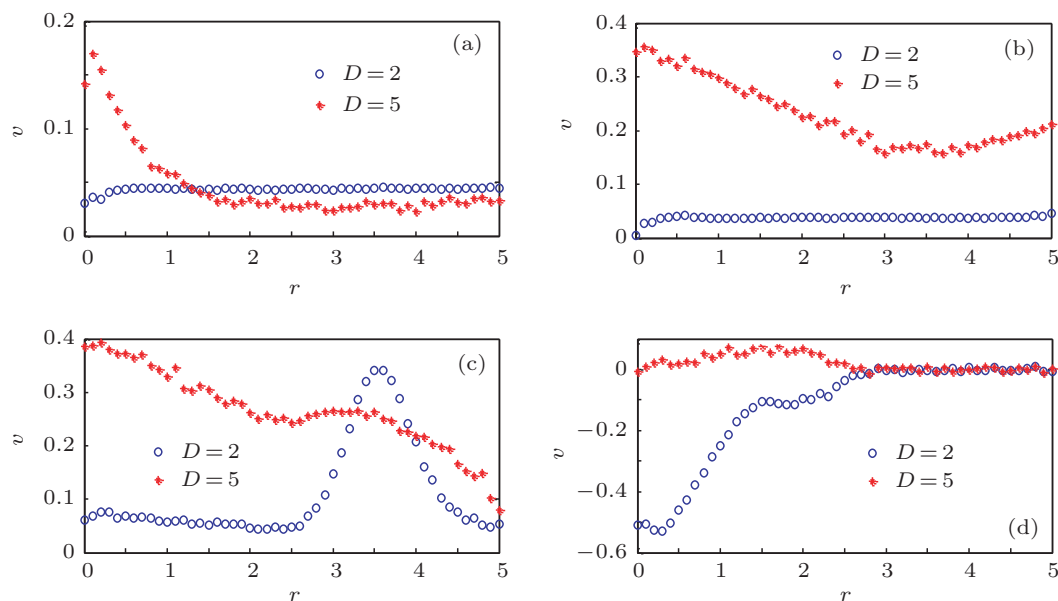


图5 阶数固定情况下, 运输速度 v 随耦合系数 r 的变化 (a) $p = 1$; (b) $p = 0.8$; (c) $p = 0.75$; (d) $p = 0.68$

4 结论

由于分数阶系统的记忆性, 分数阶随机微分方程更能真实地刻画粒子在黏性细胞液中的运动. 本文利用分数阶耦合过阻尼 Brown 马达研究了双头分子马达在细胞液中的欠扩散运输现象. 仿真结果表明分数阶过阻尼双头分子马达会出现整数阶情形所没有的反向定向流; 在不同的噪声强度下, 双头分子马达的运输速度随着阶数和耦合强度的变

适当地调节耦合系数 r 可提高双头分子马达的运输速度或抑制其定向运输, 在一定范围内实现对双头分子马达的定向运输的有效控制. 可见, 双头分子马达具有比单头分子马达更加复杂的定向运输现象, 其运输速度不仅与噪声强度有关, 也与耦合系数有着密切的关系, 是噪声与双头间相互作用力共同作用的结果.

化均会出现广义随机共振现象. 值得强调的是, 双头分子马达在记忆闪烁棘轮势中具有单头分子马达所不具备的运动特性, 呈现出更加复杂的运输现象, 即通过对参数的适当调节, 可反映双头分子马达的行进方式, 同时可在一定范围内对其定向运输进行增强或抑制的有效控制. 因此, 双头分子马达的定向运输速度不仅与噪声强度有关, 也与耦合系数有着紧密的关系, 是噪声、闪烁势以及双头间作用力相互竞争的结果.

- [1] Vale R D, Milligan R A 2000 *Science* **288** 88
- [2] Nishiyama M, Muto E, Inoue Y 2002 *Nature Cell Biology* **3** 425
- [3] Howard J 1997 *Nature* **389** 561
- [4] Hancock W O, Howard J, Gelles J 1998 *Cell Biol.* **140** 1395
- [5] Young E C, Mahtani H K, Gelles J 1998 *Biochemistry* **37** 3467
- [6] Kelly T R, Silva H, Silva R A 1999 *Nature* **401** 150
- [7] Endow S A, Higuchi H 2000 *Nature* **406** 913
- [8] Liu H, Schmidt J J, Bachand G D, Rizk S S, Looger L L, Hellinga H W, Montemagno C D 2002 *Nature Mater.* **1** 173
- [9] Ren Q, Zhao Y P, Yue J C, Cui Y B 2006 *Biomed. Microdev.* **8** 201
- [10] Su T, Cui Y B, Zhang X A, Liu X, Yue J C, Liu N, Jiang P 2006 *Biochem. Biophys. Res. Commun.* **350** 1013
- [11] Deng Z T, Zhang Y, Yue J C, Tang F Q, Wei Q 2007 *J. Phys. Chem. B* **41** 12024
- [12] Qi W, Duan L, Wang K W, Yan X H, Citi Y, He Q, Li J B 2008 *Adv. Mater.* **20** 601
- [13] Song W X, He Q, Cui Y, Möhwald H, Diez S, Li J B 2009 *Biochem. Biophys. Res. Commun.* **379** 175
- [14] Song W X, Möhwald H, Li J B, 2010 *Biomaterials* **31** 1287
- [15] Zhao T J, Zhan Y, Yu H, Ji Q 2003 *Commun. Theor. Phys.* **39** 121

- [16] Zhao T J, Zhan Y, Yu H, Song Y L, An H L 2003 *Commun. Theor. Phys.* **39** 653
- [17] Han Y R, Zhao T J, Zhan Y, Yan W L 2005 *Commun. Theor. Phys.* **43** 377
- [18] Qian M, Wang Y, Zhang X J 2003 *Chin. Phys. Lett.* **20** 810
- [19] Wang H Y, He H S, Bao J D 2005 *Commun. Theor. Phys.* **43** 229
- [20] Hänggi P, Marchesoni F, Nori F 2005 *Ann. Phys.* **14** 51
- [21] Chen H B, Wang Q W, Zheng Z G 2005 *Phys. Rev. E* **71** 031102
- [22] Zheng Z G, Cross M C, Hu G 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 154102
- [23] Wang H Y 2007 *Commun. Theor. Phys.* **48** 859
- [24] von Gehlen S, Evstigneev M, Reimann P 2008 *Phys. Rev. E* **77** 031136
- [25] Zheng Z G, Chen H B 2010 *EPL* **92** 30004
- [26] Kharchenko V, Goychuk I 2012 *New J. Phys.* **14** 043042
- [27] Gao T F, Zhang Y, Chen J C 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3279
- [28] Zhao A K, Zhang H W, Li Y X 2010 *Chin. Phys. B* **19** 110506
- [29] Wang F, Deng C, Tu Z, Ma H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 040501 (in Chinese) [王飞, 邓翠, 屠浙, 马洪 2013 物理学报 **62** 040501]
- [30] Lai L, Zhou X X, Ma H, Luo M K 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 150502 (in Chinese) [赖莉, 周薛雪, 马洪, 罗懋康 2013 物理学报 **62** 150502]
- [31] Gitterman M 2005 *Phys. Stat. Mech. Appl.* **352** 309
- [32] Zhang J Q, Xin H W 2001 *Prog. Chem.* **13** 241 (in Chinese) [张季谦, 辛厚文 2001 化学进展 **13** 241]
- [33] Bao J D 2009 *Stochastic Simulation Method of Classic and Quantum Dissipative System* (Beijing: Science Press) p160 (in Chinese) [包景东 2009 经典和量子耗散系统的随机模拟方法 (北京: 科学出版社) 第 160 页]
- [34] Gemant A 1936 *Physics* **7** 311
- [35] Gao S L, Zhong S C, Wei K, Ma H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 100502 (in Chinese) [高仕龙, 钟苏川, 韦鹏, 马洪 2012 物理学报 **61** 100502]
- [36] Liu F, Anh V, Turner I, Zhuang P 2003 *J. Appl. Math. Comput.* **13** 233
- [37] Qian M, Wang Y, Zhang X J 2003 *Chin. Phys. Lett.* **20** 810
- [38] Xu R G, Hu X L, Wu C X 2007 *J. Donghua Univ. (Natural Science)* **33** 549 (in Chinese) [徐荣归, 胡锡龙, 吴承训 2007 东华大学学报 (自然科学版) **33** 549]
- [39] Asbury C L, Fehr A N, Block S M 2003 *Science* **302** 2130
- [40] Yildiz A, Tomishige M, Vale R D, Selvin P R 2004 *Science* **303** 676
- [41] Hua W, Chung J, Gelles J 2002 *Science* **295** 844
- [42] Bai W S M, Peng H, Tu Z, Ma H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 210501 (in Chinese) [白文斯密, 彭皓, 屠浙, 马洪 2012 物理学报 **61** 210501]
- [43] Podlubny I 1998 *Fractional Differential Equation* (San Diego: Academic Press)
- [44] Shao Q, Gao Y Q 2006 *PNAS* **21** 103
- [45] Csahó k Z, Family F, Vicsek T 1997 *Phys. Rev. E* **55** 5179

Subdiffusive transport of fractional two-headed molecular motor*

Lin Li-Feng¹⁾²⁾ Zhou Xing-Wang¹⁾ Ma Hong^{1)†}

1) (Department of Mathematics, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

2) (College of Computer and Information, Fujian Agriculture and Forestry University, Fuzhou 350002, China)

(Received 22 July 2013; revised manuscript received 24 September 2013)

Abstract

Focusing on the directed transport phenomena of the two-headed molecular motor, we adopt power function as the damping kernel function of general Langevin equation due to the power-law memory characteristics of cytosol in biological cells and present the model of fractional coupling Brownian motor in overdamped condition in this paper. We also discuss the influences of fractional order and coupling factor on the transport speed. From the simulation results there are found the directed transport phenomena and the inverse transport which is not seen in the conventional Brownian motor, in the overdamped fractional coupling Brownian motor. When the noise density is fixed, the generalized stochastic resonance appears when transport speed varies with the fractional order and coupling factor. In particular, the results reveal that the magnitude and direction of the directional flow are controlled by coupling the noise with the interaction force between the two heads, which is the movement characteristic of the two-headed molecular motor in the memory ratchet, rather than of the single-headed motor.

Keywords: fractional two-headed molecular motor, sub-diffusion, directed transport, stochastic resonance in a broad sense

PACS: 05.10.Gg, 45.10.Hj

DOI: 10.7498/aps.62.240501

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11171238).

† Corresponding author. E-mail: mahong@scu.edu.cn