

基于混合生物地理优化的混沌系统参数估计*

林剑¹⁾²⁾ 许力^{1)†}

1) (浙江大学电气工程学院, 杭州 310027)

2) (杭州电子科技大学新闻出版学院, 杭州 310018)

(2012年7月13日收到; 2012年9月3日收到修改稿)

混沌系统的参数估计本质上是多维参数的优化问题. 结合和声搜索方法和对立学习机理, 提出一种混合生物地理优化算法, 用于解决混沌系统的参数估计问题. 利用对立学习机理增加初始群体的多样性, 并引入和声搜索以增强局部寻优能力, 从而提升整体寻优性能. 以典型混沌系统为例进行了未知参数估计的数值仿真, 结果验证了所提出混合生物地理优化方法的有效性和鲁棒性.

关键词: 混沌系统, 生物地理优化, 参数估计, 和声搜索

PACS: 05.45.Pq, 05.45.Gg

DOI: 10.7498/aps.62.030505

1 引言

作为混沌系统的重要研究内容, 混沌控制和同步已在安全通信、化学反应以及信息处理领域显示出较大的应用潜力, 其中多数针对混沌系统参数已知情况进行. 由于混沌系统的复杂性或安全通信等领域的保密需要, 其参数往往难以预先确定或不可知, 因此, 混沌系统的参数估计对于实现混沌系统的控制或同步至关重要.

已有不少针对混沌系统参数估计的研究. 文献 [1, 2] 提出一种基于反馈同步和自适应控制的方法, 用于实现对混沌系统和混沌信号的未知参数估计. 文献 [3] 在同步控制的基础上引入反馈控制律, 实现了在混沌模型未知时的同步控制, 并确定了预测混沌模型中的参数. 基于该方法, 文献 [4] 进一步将其用于实现对混沌振子系统的未知参数预测. 文献 [5] 采用状态观测器理论进行参数估计, 并以时滞 Lorenz 混沌系统为例进行了仿真分析. 而文献 [6] 则以混沌映射下耦合映像格子为研究对象, 给出初始状态未知条件下基于符号向量动力学的耦合映

像格子控制参数估计方法. 实际上, 混沌系统的参数估计可以表述为多维参数优化问题, 近年来, 遗传算法 (GA)^[7]、粒子群优化 (PSO)^[8]、混合差分进化算法 (HDE)^[9]、差分进化算法 (DEA)^[10] 等智能搜索算法被用于解决混沌系统的参数估计问题, 取得了较好结果.

生物地理优化算法 (biogeography-based optimization, BBO) 是 Simon^[11] 在 2008 年提出的一种源于生物地理分布统计的群体智能进化算法, 其基本思想是通过群体中相邻个体的迁徙和特别个体的变异来寻找全局最优解. 该算法分析较容易, 收敛速度快, 性能稳定, 因此引起了关注, 被成功用于解决结构优化设计和参数寻优问题. 但是 Simon^[12] 指出 BBO 对于初始群体较为敏感, 并且迁徙和变异操作会影响算法的性能.

本文提出一种混合生物地理优化算法 (hybrid biogeography-based optimization, HBBO), 采用对立学习机理来选取较优初始群体, 把和声搜索算法中“调音”操作应用到 BBO 中, 用于改善变异操作过于简单且容易陷入局部最优的情况, 从而实现全局探索和局部开发能力的平衡, 提高算法整体寻

* 国家自然科学基金专项基金 (批准号: 61142005) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: xupower@zju.edu.cn

优能力. 在此基础上, 将 HBBO 算法应用于 Lorenz 和 Rossler 等典型混沌系统的参数估计, 结果表明, HBBO 在无噪声和含加性测量噪声两种情况下均取得了很好的优化性能.

2 问题描述

考虑如下 n 维混沌系统:

$$\dot{\mathbf{X}} = F(\mathbf{X}, \mathbf{X}_0, \boldsymbol{\theta}), \quad (1)$$

其中 $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$ 表示原系统 n 维状态变量, \mathbf{X}_0 表示系统初始状态, $\boldsymbol{\theta}_0 = (\theta_{10}, \theta_{20}, \dots, \theta_{D0})^T$ 表示系统参数的真实值.

当对系统参数进行估计时, 假定系统的结构已知, 则估计系统可描述为

$$\dot{\mathbf{Y}} = F(\mathbf{Y}, \mathbf{X}_0, \boldsymbol{\theta}), \quad (2)$$

式中, $\mathbf{Y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T \in \mathbb{R}^n$ 表示估计系统的状态变量, $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_D)^T$ 表示系统参数的估计值.

设 X_k 为真实系统在时间 k 时的状态变量, Y_k 为估计系统在时间 k 时的状态变量, \tilde{X}_k 为真实系统中出现的测量噪声, M 为用于参数估计的状态变量序列长度, 因此混沌系统的参数估计问题可以转化为如下优化问题:

$$\min J = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \|X_k - Y_k + \tilde{X}_k\|^2, \quad (3)$$

混沌系统的参数估计原理如图 1 所示.

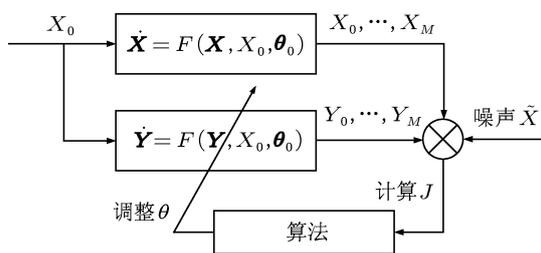


图1 混沌系统参数估计原理图

由于混沌系统本身存在不稳定性, 参数估计较为困难. 此外, (3) 式所示目标函数 J 存在非凸、非光滑和不可微的特点, 因此采用传统优化算法难以实现对于系统参数的精确估计, 本文提出一种混合生物地理优化算法用于求解问题 (3).

3 混合生物地理优化算法

为了改善 BBO 算法的寻优性能, 对初始群体的生成方法和变异操作进行了改进, 并在此基础上提出一种混合算法.

3.1 生物地理优化算法

种群的每个个体称为一个栖息地, 各栖息地上物种种类数量取决于栖息地适宜指数 (habitat suitability index, HSI), 其特性用适宜指数变量 (suitability index variables, SIVs) 描述. 主要通过迁徙和变异操作直接分享和提高栖息地的适应性.

迁徙是一种通过栖息地之间物种的迁入和迁出改变已有栖息地 SIV 值的概率操作. 设某栖息地具有 r 个物种种类, 那么, 该栖息地的迁入和迁出率 λ_r 和 μ_r 定义为

$$\begin{cases} \lambda_r = I \left(1 - \frac{r}{S_{\max}} \right), \\ \mu_r = \frac{E \times r}{S_{\max}}, \end{cases} \quad (4)$$

其中, I 和 E 分别表示最大迁入率和最大迁出率, S_{\max} 为栖息地所能容纳的最大物种数量.

变异用于模拟栖息地 HSI 值因自然界发生疾病或自然灾害等随机事件而发生的突变. 栖息地 i 的变异率定义为

$$m_i = m_{\max} \left(1 - \frac{P_i}{P_{\max}} \right), \quad (5)$$

式中, P_i 是栖息地具有 i 个物种种类的概率, $P_{\max} = \operatorname{argmax} P_i$, $i = 1, 2, \dots, N$, N 为栖息地个数, P_i 与迁入、迁出率的关系如下:

$$\dot{P}_i = \begin{cases} -(\lambda_i + \mu_i)P_i + \mu_{i+1}P_{i+1} & i = 0, \\ -(\lambda_i + \mu_i)P_i + \lambda_{i-1}P_{i-1} \\ \quad + \mu_{i+1}P_{i+1} & 1 \leq i \leq S_{\max} - 1, \\ -(\lambda_i + \mu_i)P_i + \lambda_{i-1}P_{i-1} & i = S_{\max}, \end{cases} \quad (6)$$

变异操作如 (7) 式所示. 如果某个栖息地的变异率 m_i 为非零值, 则根据变异率随机地产生一个 SIV, 取代该栖息地的 SIV.

$$H_i(\text{SIV}) = \begin{cases} \text{Rnd}[x_{\min}, x_{\max}] & \text{if } \text{Rnd}[0, 1] < m_i \\ H_i(\text{SIV}) & \text{else,} \end{cases} \quad (7)$$

式中, $i = 1, 2, \dots, N$, $[x_{\min}, x_{\max}]$ 表示解空间的可行域, $\text{Rnd}[0, 1]$ 表示 0—1 范围内的随机数.

3.2 基于对立学习的初始群体生成机理

初始群体生成是 BBO 算法的首要步骤, 较优初始群体将有助于提高算法的寻优能力, 本文提出采用对立学习来生成初始群体.

BBO 算法中的迁徙和变异操作都与栖息地的 HSI 值密切相关, 因此, 初始群体的优劣对算法的性能影响重大. 在缺乏先验信息的情况下, 通常采用随机方法生成初始候选解, 容易造成算法收敛速度的不稳定.

对立学习 (opposition-based learning, OBL)^[13] 同时考察一个候选解和它的对立解, 通过评价它们的优劣来获得较优候选解, 已应用于多种进化算法以提高其收敛性能^[14,15]. 本文提出采用 OBL 来提高 BBO 算法初始解性能, 具体实现步骤如下:

- 1) 在 n 维解空间中生成一个候选解 $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, 其中 $x_i \in R$, $x_i \in [l_i, u_i]$, $\forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$;
- 2) 计算步骤 1) 中候选解 \mathbf{X} 的对立解 $\mathbf{X}' = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$, 其中 $x'_i = l_i + u_i - x_i$;
- 3) 评估两个解的适应度值 $f(\mathbf{X})$ 和 $f(\mathbf{X}')$;
- 4) 若 $f(\mathbf{X}') \leq f(\mathbf{X})$ (对于最小优化问题), 则用 \mathbf{X}' 替代 \mathbf{X} ; 否则保留 \mathbf{X} .

由上可知, 通过同时评估候选解及其对立解, 可以很快得到较优解.

3.3 改进的变异操作

在 BBO 算法中, 变异操作能增加种群的多样性, 使得低 HSI 的解集得到改进, 也使得高 HSI 的解集得到更好提升. 但是, BBO 算法的变异操作过于简单, 仅仅根据变异率随机生成新的 SIV, 影响了算法的性能. 本文提出通过引入和声搜索 (harmony search, HS) 算法^[16] 中“调音”寻优思想, 来改进 BBO 算法的变异操作. HS 的“调音”操作是为了防止算法陷入局部最优而提高全局优化预测能力^[17].

通过引入参数 w , 对栖息地 H_i 进行小邻域范围内的寻优, 实现算法探索能力的提升, 改进变异操

作如下:

$$H_i(\text{SIV}) = \begin{cases} \text{Rnd}[x_{\min}, x_{\max}] & \text{Rnd}[0, 1] < m_i, \\ H_i(\text{SIV}) \pm \text{Rnd}[0, 1] * w & \text{else,} \end{cases} \quad (8)$$

其中 w 为邻域搜索范围, 类似于 HS 的音调调节范围.

本改进主要基于两点考虑: 首先, 在 BBO 算法中变异率一般非常小, 在不满足变异条件时不做任何修正, 这势必会影响搜索效率; 其次, 从生物地理学角度, 在没有灾难性事件发生时, 栖息地生物本身也存在微小的变异. 因此, 此修改可平衡探索和开发能力, 加强并行搜索能力, 从而提升全局寻优能力.

3.4 混合生物地理优化算法

基于上述分析, 本文提出一种基于 BBO 的混合算法 HBBO, 通过 OBL 方法来增加初始群体的多样性, 以改善 BBO 算法的收敛性能, 并将 HS 中“调音”操作引入到 BBO 算法中, 对其变异操作进行改进. HBBO 算法的流程如图 2 所示.

图中采用 OBL 产生较适宜栖息地的具体操作如下式所示:

$$\begin{cases} H_i[j] = x_{\min}[j] + (x_{\max}[j] - x_{\min}[j]) * \text{Rnd}[0, 1], \\ H_{N+i}[j] = x_{\min}[j] + x_{\max}[j] - H_i[j], \end{cases} \quad (9)$$

式中, $j = 1, 2, \dots, D$, D 表示可行解维数. 生成的 $2N$ 个栖息地分别按照 (3) 式计算相应 HSI 值, 并按 HSI 优劣依次排序, 取 N 个较优栖息地, 从而完成 HBBO 的群体初始化.

4 仿真结果及分析

以典型的 Lorenz 和 Rossler 混沌系统为例, 进行未知参数估计仿真, 以验证所提方法的有效性.

4.1 Lorenz 系统的参数估计

Lorenz 系统的状态方程如下所示:

$$\begin{cases} \dot{x} = \delta(y - x), \\ \dot{y} = \gamma x - xz - y, \\ \dot{z} = xy - bz, \end{cases} \quad (10)$$

其中, x, y, z 为混沌系统的状态变量, 采用 4 阶 Runge-Kutta 法求解以上的微分方程, 步长 $h = 0.01$. Lorenz 系统先自由演化经历暂态后任意选取一点作为 0 时刻, 并以此为起点连续演化至 300 步长时刻, 将其作为计算适应度函数值的的状态变量数, 即 $M = 300$. 待估计的三个参数是 δ, γ, b , 其真实值分别为 $\delta = 10, \gamma = 28, b = 8/3$.

HBBO 的最大迭代次数为 100, 种群大小 $N = 50$, 最大迁徙率 $E = I = 1$, 最大变异率 $m_{\max} = 0.001$, 邻域搜索范围 $w = 0.5$; 各待估参数的搜索范围为: $9 \leq \delta \leq 11, 20 \leq \gamma \leq 30$ 和 $2 \leq b \leq 3$. 将 HBBO 算法独立运行 20 次, 得到其平均结果、最好结果和最差结果的统计信息, 并与文献 [7] 中 GA 和文献 [8] 中 PSO 的估计结果进行比较, 结果如表 1.

可以看到, HBBO 的参数估计结果非常接近真实值, 估计精度达到 10^{-10} 数量级; 而且, 无论是平均结果还是最好结果和最差结果, HBBO 和 BBO 都要明显优于 PSO 和 GA. 与 BBO 算法相比, HBBO 的参数估计结果更为精确, 每项指标精度都至少要高出一个数量级. 以上分析表明, HBBO 算

法具有非常好的搜索性能, 较之 BBO 算法, 性能得到了明显提升.

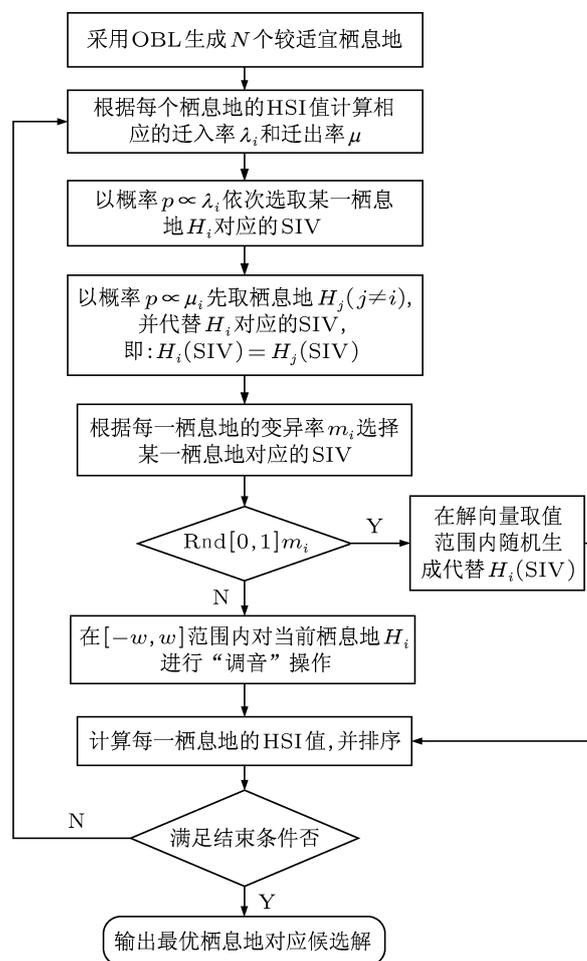


图 2 HBBO 算法流程图

表 1 各算法对 Lorenz 系统的参数估计结果

	算法	δ	γ	b	J
最优	GA	10.0672	27.9221	2.66343	4.31
	PSO	9.99533	28.0071	2.66701	4.86×10^{-2}
	BBO	10.0068	27.9968	2.66671	2.36×10^{-5}
	HBBO	10.0000	28.0000	2.66667	2.08×10^{-10}
平均	GA	10.1398	27.7427	2.64859	944
	PSO	10.0184	27.9939	2.66628	4.18
	BBO	10.0183	27.9913	2.66710	3.31×10^{-3}
	HBBO	10.0013	28.0000	2.66669	9.48×10^{-5}
最差	GA	10.9290	26.1276	2.56025	6.46×10^3
	PSO	10.6082	27.7044	2.65723	39.4
	BBO	9.94400	28.0360	2.65092	2.89×10^{-2}
	HBBO	9.92285	28.0141	2.66473	9.71×10^{-4}

HBBO 算法独立运行 20 次, 观察其平均目标适应度值和参数估计的收敛过程. 从图 3 可以看到, 目标适应度函数值 J 的收敛速度很快, 迅速减小到 10^{-5} 数量级, 图 4 表明 3 个待估参数 δ , γ 和 b 均能迅速收敛到真实值, 经过前 10 次迭代, 参数均已趋近于稳定, 这表明 HBBO 具有较强的全局寻优性能.

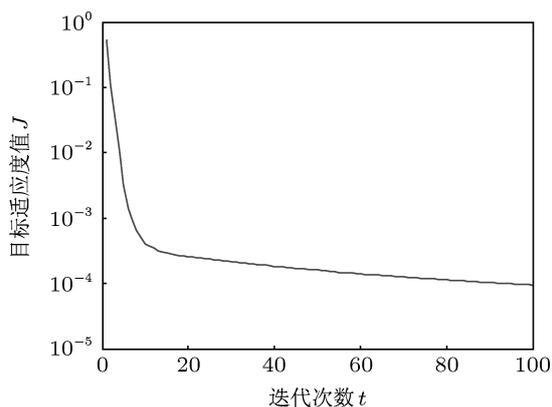


图 3 Lorenz 系统平均适应度值收敛曲线

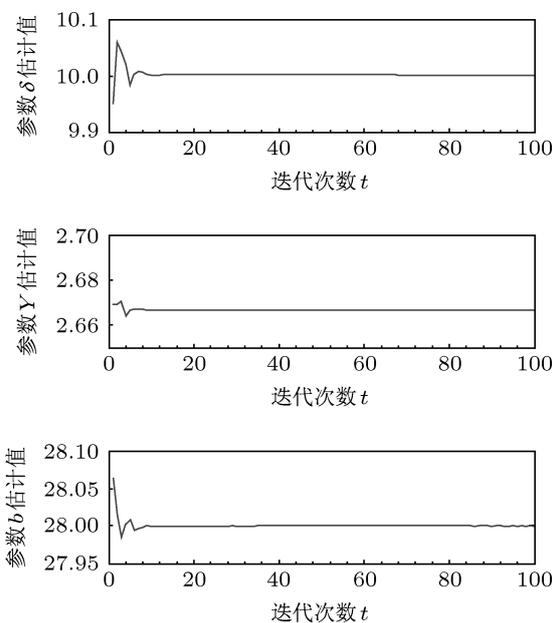


图 4 Lorenz 系统参数估计优化曲线

进一步检验 HBBO 的搜索性能. 考虑到实际应用中噪声对参数估计的影响, 采用如 (11) 式所示的含噪声 Lorenz 混沌系统的状态方程, 其中 ζ_i ($i = 1, 2, 3$) 为 $[-0.1, 0.1]$ 范围内的白噪声, 同时维持

运行环境和参数设置不变.

$$\begin{cases} \dot{x} = \delta(y-x) + \zeta_1, \\ \dot{y} = \gamma x - xz - y + \zeta_2, \\ \dot{z} = xy - bz + \zeta_3. \end{cases} \quad (11)$$

表 2 给出了观测噪声情况下的参数估计结果, 图 5 和图 6 给出了相应的收敛过程. 可以看到, 当有观测噪声存在的情况下, HBBO 算法依然表现出很好的参数估计性能, 并且具有良好的鲁棒性.

表 2 含噪声时 Lorenz 系统参数估计结果

	δ	γ	b	J
最优	10.0043	27.9990	2.66674	9.98×10^{-3}
平均	9.99709	28.0009	2.66648	1.07×10^{-2}
最差	9.74806	28.0493	2.65925	2.17×10^{-2}

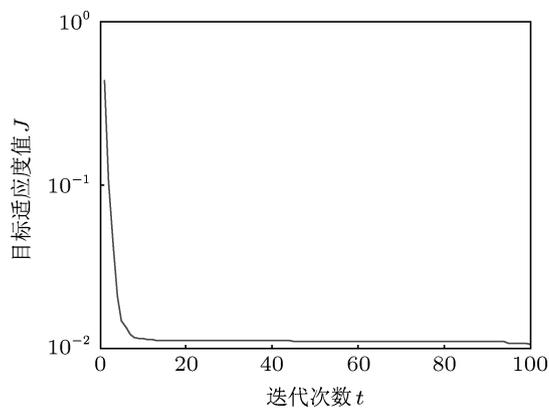


图 5 含噪声时 Lorenz 系统平均适应度值收敛曲线

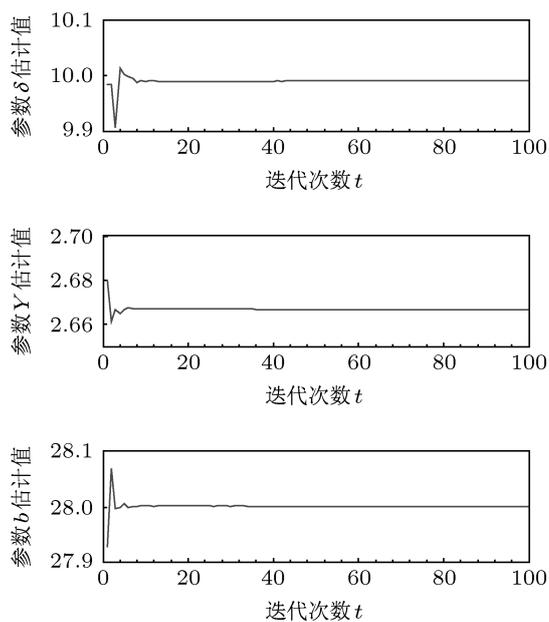


图 6 含噪声时 Lorenz 系统参数估计优化曲线

4.2 Rossler 系统的参数估计

Rossler 混沌系统的状态方程如下所示:

$$\begin{cases} \dot{x} = -y - z, \\ \dot{y} = x + \delta y, \\ \dot{z} = \gamma + z(x - b), \end{cases} \quad (12)$$

Rossler 系统的参数真实值分别为 $\delta = 0.2$, $\gamma = 0.2$, $b = 5.7$. 为了验证 HBBO 算法的有效性, 与文献 [10] 中的 DEA 算法进行比较, 并设置 HBBO 算法

独立运行 5 次, 得到 Rossler 系统的未知参数估计结果如表 3 所示, 其中 DEA 算法的统计数据均来自文献 [10].

从表 3 可以看出 HBBO 算法的最差估计结果比 DEA 算法的最优结果仍要精确, 参数估计效果明显优于 DEA 算法. 图 7 给出了 HBBO 算法 5 次独立运行的平均适应度值收敛曲线, 可以看出算法收敛迅速. 表 3 和图 7 所示结果表明 HBBO 算法对于 Rossler 系统的未知参数估计也具有良好的全局寻优能力.

表 3 各算法对 Rossler 系统的参数估计结果

	算法	δ	γ	b	J
最优	DEA	0.2000	0.1530	5.6710	9.00×10^{-3}
	HBBO	0.2000	0.2000	5.7000	2.02×10^{-10}
平均	DEA	0.1999	0.3728	5.7994	2.48×10^{-2}
	HBBO	0.1995	0.1910	5.6639	3.37×10^{-5}
最差	DEA	0.1852	0.0000	5.5839	0.884
	HBBO	0.1978	0.1575	5.5296	1.60×10^{-4}

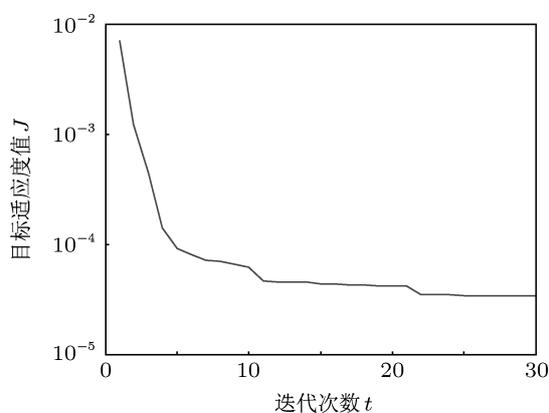


图 7 Rossler 系统平均适应度值收敛曲线

5 结论

本文将混沌系统的参数估计问题转化为一类多维参数优化问题, 提出了一种结合和声搜索方法和对立学习机理的混合生物地理优化算法, 并应用于混沌系统的未知参数估计. 以 Lorenz 和 Rossler 等典型混沌系统为例进行的仿真结果表明, 在无噪声和含噪声条件下, 利用 HBBO 算法可以得到比 GA, PSO 和 DEA 算法更好的参数估计结果, 与 BBO 算法的比较结果进一步验证了所提算法的有效性和鲁棒性.

- [1] Maybhat A, Amritkar R E 1999 *Phys. Rev. E* **59** 284
- [2] Saha P, Banerjee S, Chowdhury A R 2004 *Phys. Lett. A* **326** 133
- [3] Xu D L, Lu F F 2005 *Chaos Soliton. Fract.* **25** 361
- [4] Fotsina H B, Woafob P 2005 *Chaos Soliton. Fract.* **24** 1363
- [5] Peng H P, Li L X, Yang Y X, Zhang X H, Gao Y 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6246 (in Chinese) [彭海朋, 李丽香, 杨义先, 张小红, 高洋 2007 物理学报 **56** 6246]
- [6] Wang K, Pei W J, Zhang Y F, Zhou S Y, Shao S Y 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 070502 (in Chinese) [王开, 裴文江, 张毅峰, 周思源, 邵硕 2011 物理学报 **60** 070502]
- [7] Dai D, Ma X K, Li F C, You Y 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2459 (in Chinese) [戴栋, 马西奎, 李富才, 尤勇 2002 物理学报 **51** 2459]
- [8] He Q, Wang L, Liu B 2007 *Chaos Soliton. Fract.* **34** 654
- [9] Wang J Y, Huang D X 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2755 (in Chinese) [王钧炎, 黄德先 2008 物理学报 **57** 2755]
- [10] Ho W H, Chou J H, Guo C Y 2010 *Nonlinear Dyn.* **61** 29
- [11] Simon D 2008 *IEEE Trans. Evolut. Comput.* **12** 702
- [12] Simon D 2011 *Evol. Comput.* **19** 167

- [13] Tizhoosh H R 2005 *International Conference on Computational Intelligence for Modelling Control and Automation* Vienna, Austria, November 28–30, 2005 p695
- [14] Wang H, Wu Z, Rahnamayan S, Liu Y, Ventresca M 2011 *Inform. Sci.* **181** 4699
- [15] Rahnamayan S, Tizhoosh H R, Salama M M A 2008 *IEEE Trans. Evol. Comput.* **12** 64
- [16] Geem Z W, Kim J H 2001 *Simulation* **76** 60
- [17] Khorram E, Jaberipour M 2011 *Energ. Convers. Manage* **52** 1550

Parameter estimation for chaotic systems based on hybrid biogeography-based optimization*

Lin Jian¹⁾²⁾ Xu Li^{1)†}

1) (College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

2) (College of Printing Engineering, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

(Received 13 July 2012; revised manuscript received 3 September 2012)

Abstract

Parameter estimation for chaotic system is, in fact, a multi-dimensional optimization problem. By combining biogeography-based optimization (BBO) with harmony search (HS) and opposition-based learning (OBL), a hybrid BBO scheme is proposed for solving the chaotic parameter estimation problem. The HS is used to enhance the local search ability of BBO, and OBL is employed to increase the diversity of the initial population, thereby improving the optimizing performance. The effectiveness and robustness of the proposed scheme are verified by numerical simulations on two typical chaotic systems.

Keywords: chaotic system, biogeography-based optimization, parameter estimation, harmony search

PACS: 05.45.Pq, 05.45.Gg

DOI: 10.7498/aps.62.030505

* Project supported by the Special Funds of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61142005).

† Corresponding author. E-mail: xupower@zju.edu.cn