

有倾斜透镜存在时两个刃型位错的相互作用*

陈海涛[†] 高曾辉 肖尚辉 王藩侯 程晓洪

(宜宾学院物理与电子工程学院, 计算物理四川省高校重点实验室, 宜宾 644000)

(2012年5月12日收到; 2012年8月15日收到修改稿)

对存在倾斜透镜时两个刃型位错的相互作用进行了研究. 研究表明, 两个离轴刃型位错在一定条件下由于相互作用会消失, 并有一个或两个非正则光涡旋产生, 一个共轴刃型位错和一个离轴刃型位错相互作用时产生一个非正则光涡旋. 当初始场中两个刃型位错相互垂直或者平行时, 出射场中会有一个或者两个刃型位错出现. 改变透镜的倾斜因子不影响出射场中位相奇点的类型和数量, 但位相奇点的横向位置与倾斜因子有线性关系. 两个刃型位错相互作用产生的光涡旋对的三维轨迹是非线性的, 但光涡旋对的中心沿直线传输.

关键词: 位相奇点, 刃型位错, 非正则光涡旋, 倾斜透镜

PACS: 42.25.-p, 42.25.Bs

DOI: 10.7498/aps.62.044207

1 引言

由于在光学操控、原子俘获、显微加工和光通信等诸多方面的潜在应用, 携带位相奇点的光束激发了人们越来越多研究兴趣^[1]. 刃型位错是在横向平面内的曲线, 越过该曲线存在 π 的位相跃变^[2,3]. 对寄居于不同背景光束的一个光涡旋或多个光涡旋的传输特性已做了较多研究^[4-12]. Indebetouw^[2]对自由空间的一对光涡旋的传输研究发现: 带有相同拓扑电荷的一对光涡旋的相对位置不变, 而一对相反拓扑电荷的光涡旋互吸发生干涉和湮灭. Yan 和 Lü^[10]的研究结果表明: 光涡旋对通过像散透镜时, 会发生移动、湮灭和再生现象, 这些现象的发生与传输距离、光腰半径、离轴距离和像散系数有关.

到目前为止, 只有很少几篇论文研究刃型位错的传输. Yan 和 Lü^[13]研究了一个刃型位错通过自由空间和旁轴 ABCD 光学系统的动力学演化行为, 发现在一定条件下, 非正则光涡旋和刃型位错和可能出现. He 等^[14]发现在一定条件下两个刃型位错通过自由空间传输变得不稳定, 甚至消失; 在两个刃型位错的离轴距离非 0 时产生两个相反拓扑电荷的光涡旋; 而当两个刃型位错相互垂直并且离轴

距离是 0 时, 一个刃型位错是稳定的.

令人感兴趣的问题是: 多个刃型位错通过光学系统后会出现什么现象? 实际的光学透镜由于制造缺陷和失调而常出现像差, 本文拟对当存在倾斜透镜时寄居于高斯背景光中的两个刃型位错的相互作用进行详细的理论研究和计算分析, 并将得到的结果与文献中相关工作进行比较.

2 理论计算

首先讨论一个刃型位错通过倾斜透镜的情形. 含有一个刃型位错的高斯光束初始场可以表示为^[13,15]

$$E(x_0, y_0, 0) = E_0 \frac{(ax_0 - y_0 + b)}{w_0} \exp\left(-\frac{x_0^2 + y_0^2}{w_0^2}\right), \quad (1)$$

式中 a 为刃型位错的斜率, b 为刃型位错在 y 方向的离轴距离, w_0 是高斯光束的光腰半径.

在傍轴近似情形下, 通过倾斜透镜的光束传输遵从柯林斯公式^[16]

$$E(x, y, z) = \frac{i}{\lambda z} \exp\left[-\frac{ik}{2z}(x^2 + y^2)\right] \iint E_0(x_0, y_0, 0) \times \exp[-ik(C_x x_0 + C_y y_0)]$$

* 国家自然科学基金(批准号: 61275203)和四川省教育厅自然科学基金(批准号: 10Zc031)资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: chqcht@sina.com

$$\times \exp \left\{ -\frac{ik}{2z} \left[(1-z/f)(x_0^2+y_0^2) - 2(xx_0+yy_0) \right] \right\} dx_0 dy_0, \quad (2)$$

式中 λ 为光的波长, 它与波数 k 的关系为 $k = 2\pi/\lambda$. 焦距为 f 的透镜由于倾斜对光场的影响通过 $\exp[-ik(C_x x + C_y y)]$ 描述, C_x 和 C_y 为透镜 x 和 y 方向的倾斜因子 [16].

将 (1) 式代入 (2) 式, 并利用积分公式 [17]

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^n \exp(-ux^2 + 2vx) dx = n! \exp\left(\frac{v^2}{u}\right) \sqrt{\frac{\pi}{u}} \left(\frac{v}{u}\right)^n \sum_{t=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} \frac{1}{(n-2t)! t!} \left(\frac{u}{4v^2}\right)^t \quad (u > 0), \quad (3)$$

经过繁杂的积分运算, 得

$$E(x, y, z) = \frac{i\pi q}{\lambda u^2 w_0 z} \exp\left[-\frac{ik}{2z}(x^2 + y^2)\right] \times \exp\left(\frac{v_x^2 + v_y^2}{u}\right), \quad (4)$$

式中

$$u = 1/w_0^2 + ik/2z - ik/2f, \quad (5a)$$

$$v_x = ikx/2z - ikC_x/2,$$

$$v_y =iky/2z - ikC_y/2,$$

$$q = a \left(\frac{ikx}{2z} - \frac{ikC_x}{2} \right) - \left(\frac{iky}{2z} - \frac{ikC_y}{2} \right) + b \left(\frac{1}{w_0^2} + \frac{ik}{2z} - \frac{ik}{2f} \right). \quad (5b)$$

(4) 和 (5) 式描述了携带一个刃型位错的高斯背景光经过倾斜透镜后的传输. 根据奇点位置满足的条件 [4]

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}[E(x, y, z)] &= 0, \\ \operatorname{Im}[E(x, y, z)] &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

将 (4) 和 (5) 式代入 (6) 式得

$$\begin{aligned} (x - zC_x) - (y - zC_y) + \frac{b}{af}(f - z) &= 0, \\ d - b/w_0^2 &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

由 (7) 式可知, 当 $b = 0$ 和 $a \neq 0$ 时, 只有刃型位错 $y = x + z(C_y - C_x)$ 出现在出射光场中, 而 $b \neq 0$ 时, 没有位相奇点出现. 作为特例, 对于理想透镜 ($C_x = C_y = 0$), 寄居于高斯光束中的一个刃型位错 $ax_0 - y_0 + b = 0$ 通过后变成 $y = x$, 而 $b \neq 0$ 时无奇

点产生, 这个结论与文献 [14] 讨论的一个刃型位错通过理想薄透镜传输的结果一致.

下面讨论两个刃型位错通过倾斜透镜后的相互作用. 携带两个刃型位错的初始场表示为 [13,14]

$$E(x_0, y_0, 0) = E_0 \frac{(x_0 - b_1)(ax_0 - y_0 + b_2)}{w_0 w_0} \times \exp\left(-\frac{x_0^2 + y_0^2}{w_0^2}\right), \quad (8)$$

式中 b_1 和 b_2 分别为两个刃型位错的离轴距离.

将 (8) 式代入 (2) 式得:

$$E(x, y, z) = \frac{i\pi Q}{\lambda u^3 w_0^2 z} \exp\left[-\frac{ik}{2z}(x^2 + y^2)\right] \times \exp\left(\frac{v_x^2 + v_y^2}{u}\right), \quad (9)$$

式中

$$\begin{aligned} Q &= av_x^2 + \frac{au}{2} + (b_2 - ab_1)uv_x - v_x v_y \\ &\quad + b_1 v_y u - b_1 b_2 u^2. \end{aligned} \quad (10)$$

将 (9), (10) 式代入 (6) 式得:

$$\begin{aligned} &-\frac{k^2 a}{4z^2}(x - zC_x)^2 + \frac{k^2(ab_1 - b_2)}{4z^2 f}(f - z)(x - zC_x) \\ &+ \frac{k^2}{4z^2}(x - zC_x)(y - zC_y) \\ &- \frac{k^2 b_1}{4z^2 f}(f - z)(y - zC_y) \\ &+ \frac{a}{2w_0^2} - \frac{b_1 b_2}{w_0^4} + \frac{k^2 b_1 b_2}{4z^2 f^2}(f - z)^2 = 0, \\ &\frac{b_2 - ab_1}{2w_0^2 z}(x - zC_x) + \frac{b_1}{2w_0^2 z}(y - zC_y) \\ &- \frac{b_1 b_2}{w_0^2 z f}(f - z) + \frac{a}{4z f}(f - z) = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

从初始场中两个刃型位错的位置关系, 对刃型位错相互作用的影响分四种情况进行讨论.

2.1 两个离轴刃型位错

对于两个离轴刃型位错通过倾斜透镜, 即 $b_1 \neq 0$ 和 $b_2 \neq 0$, 方程 (11) 的解为

$$\begin{aligned} x_1 &= zC_x - \frac{w_0^2 a}{4b_2 f}(f - z) + \frac{(f - z)b_1}{f} + \frac{2b_1 z}{kb_2} \Delta, \\ y_1 &= zC_y - \frac{w_0^2 a^2}{4b_2 f}(f - z) - \frac{w_0^2 a}{4b_1 f}(f - z) \\ &\quad + \frac{ab_1 + b_2}{f}(f - z) + \frac{2z(ab_1 - b_2)}{kb_2} \Delta, \end{aligned} \quad (12)$$

和

$$\begin{aligned} x_2 &= zC_x - \frac{w_0^2 a}{4b_2 f} (f-z) + \frac{(f-z)b_1}{f} - \frac{2b_1 z}{kb_2} \Delta, \\ y_2 &= zC_y - \frac{w_0^2 a^2}{4b_2 f} (f-z) - \frac{w_0^2 a}{4b_1 f} (f-z) \\ &\quad + \frac{ab_1 + b_2}{f} (f-z) - \frac{2z(ab_1 - b_2)}{kb_2} \Delta, \end{aligned} \quad (13)$$

式中

$$\Delta = \frac{k^2 w_0^4 a^2 (f-z)^2}{64b_1^2 f^2 z^2} - \frac{b_2^2}{w_0^4} + \frac{ab_2}{2w_0^2 b_1}. \quad (14)$$

由 (12) 和 (13) 式可以看出, 两个离轴刃型位错由于相互作用经过倾斜透镜后消失, 并且在 $\Delta > 0$ 条件下, 光场中有两个光涡旋产生; $\Delta = 0$ 条件下, 光场中有一个光涡旋产生; 但 $\Delta < 0$ 时焦平面上没有任何位相奇点出现.

2.2 一个离轴和一个共轴刃型位错

当初始场中一个刃型位错离轴, 另一个共轴时, 例如 $b_1 \neq 0$ 和 $b_2 = 0$, 方程 (11) 的解为

$$\begin{aligned} x &= zC_x + \frac{b_1}{f} (f-z) + \frac{4z^2 b_1 f}{k^2 w_0^4 (f-z)}, \\ y &= zC_y + \frac{ab_1}{f} (f-z) + \frac{4z^2 ab_1 f}{k^2 w_0^4 (f-z)} \\ &\quad - \frac{w_0^2 a}{2b_1 f} (f-z); \end{aligned} \quad (15)$$

当 $b_1 = 0$ 和 $b_2 \neq 0$ 时, 方程 (11) 的解为

$$\begin{aligned} x &= zC_x - \frac{w_0^2 a}{2fb_2} (f-z), \\ y &= zC_y - \frac{w_0^2 a^2}{2fb_2} (f-z) + \frac{4fb_2 z^2}{k^2 w_0^4 (f-z)} \\ &\quad + \frac{b_2}{f} (f-z). \end{aligned} \quad (16)$$

这说明: 一个离轴刃型位错和一个共轴刃型位错通过倾斜透镜时, 由于相互作用而消失, 同时伴随有光涡旋的产生. 只不过在 $b_1 \neq 0$ 和 $b_2 = 0$ 时, 产生两个光涡旋; 而在 $b_1 = 0$ 和 $b_2 \neq 0$ 只有一个光涡旋出现.

2.3 两个刃型位错互相垂直

当在初始场中一个刃型位错平行于坐标轴 (例如 x 轴), 也就是 $a = 0$, 而另一个刃型位错垂直于同一坐标轴, 那么这两个刃型位错就互相垂直. 在此情形下, 方程 (11) 变为

$$- \frac{k^2 b_2}{4z^2 f} (f-z) (x - zC_x)$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{k^2}{4z^2} (x - zC_x) (y - zC_y) \\ &- \frac{k^2 b_1}{4z^2 f} (f-z) (y - zC_y) - \frac{b_1 b_2}{w_0^4} \\ &+ \frac{k^2 b_1 b_2}{4z^2 f^2} (f-z)^2 = 0, \\ &b_2 f (x - zC_x) + b_1 f (y - zC_y) \\ &- 2b_1 b_2 (f-z) = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

在 $b_1 \neq 0$ 和 $b_2 \neq 0$ 时, 方程 (17) 无解; 当 $b_1 = b_2 = 0$ 时,

$$x - zC_x = 0 \text{ 和 } y - zC_y = 0; \quad (18)$$

当 $b_1 = 0$ 和 $b_2 \neq 0$ 时,

$$x - zC_x = 0; \quad (19)$$

当 $b_2 = 0$ 和 $b_1 \neq 0$ 时,

$$y - zC_y = 0. \quad (20)$$

由此可知, 在两个刃型位错互相垂直情形下, 在 $b_1 \neq 0$ 和 $b_2 \neq 0$ 时, 光场中没有任何位相奇点出现; 当 $b_1 = b_2 = 0$ 时, 有两个刃型位错 $x - zC_x = 0$ 和 $y - zC_y = 0$ 产生; 当 b_1 和 b_2 有一个等于 0 时, 有一个刃型位错 $x = zC_x$ 或者 $y = zC_y$ 出现.

作为特殊情形, 两个互相垂直的刃型位错通过理想透镜时, 在 $b_1 \neq 0$ 和 $b_2 \neq 0$ 时, 光场中没有位相奇点出现; 当 $b_1 = b_2 = 0$ 时, 有两个刃型位错 $x = 0$ 和 $y = 0$; 当 b_1 和 b_2 有一个等于 0 时, 有一个刃型位错 $x = 0$ 或者 $y = 0$ 出现. 因此, 理想透镜透镜的研究结论与两个互相垂直的刃型位错在自由空间的相互作用结果类似^[14].

2.4 两个刃型位错互相平行

当在初始场中两个刃型位错均垂直于同一坐标轴 (例如 x 轴, $a = \infty$), 那么这两个刃型位错就互相平行. (8) 式变为

$$\begin{aligned} E(x_0, y_0, 0) &= E_0 \frac{(x_0 - b_1) x_0}{w_0 w_0} \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{x_0^2 + y_0^2}{w_0^2}\right). \end{aligned} \quad (21)$$

通过倾斜透镜后的光束表示为

$$\begin{aligned} E(x, y, z) &= \frac{i\pi}{2w_0^2 u^3 \lambda z} (u + 2v_x^2 - 2uv_x b_1) \\ &\quad \times \exp\left[-\frac{ik}{2z} (x^2 + y^2)\right] \\ &\quad \times \exp\left(\frac{v_x^2 + v_y^2}{u}\right). \end{aligned} \quad (22)$$

位相奇点的位置由下面方程组确定

$$\begin{aligned} \frac{1}{w_0^2} - \frac{k^2 x^2}{2z^2} + \frac{k^2 b_1 x}{2z^2 f} (f - z) &= 0, \\ \frac{k}{2zf} (f - z) - \frac{k b_1 x}{w_0^2 z} &= 0. \end{aligned} \quad (23)$$

求解方程组 (23) 得, 在

$$b_1 = b_c = k w_0^3 (f - z) / \sqrt{8 f^2 z^2 + 2 k^2 w_0^4 (f - z)^2}$$

条件下,

$$x = \frac{b_1}{2f} (f - z) + \frac{z}{k} \sqrt{\frac{k^2 b_1^2}{4z^2 f^2} (f - z)^2 + \frac{2}{w_0^2}}, \quad (24a)$$

在 $b_1 = -b_c$ 条件下,

$$x = \frac{b_1}{2f} (f - z) - \frac{z}{k} \sqrt{\frac{k^2 b_1^2}{4z^2 f^2} (f - z)^2 + \frac{2}{w_0^2}}. \quad (24b)$$

由 (23) 和 (24) 式可以发现, 一般情况下, 两个相互平行的刃型位错通过倾斜透镜后消失, 并且也没有光涡旋产生; 但是在 $b_1 = \pm b_c$ 的特殊条件下, 光场有一个刃型位错出现. 这个结果与两个刃型位错在自由空间相互作用时全部消失的结论不同^[14].

3 数值计算和分析

在以下数值计算中取 $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$, $w_0 = 1 \text{ mm}$, $f = 100 \text{ mm}$. 当 $b_1 = 0.3 \text{ mm}$, $b_2 = 0.2 \text{ mm}$ 时, 高斯背景光下两个离轴刃型位错通过倾斜透镜后, 在 $z = 1.1f$ 平面上的等位相图见图 1. 其他参数选取为: $a = 1$, $C_x = 0.001$, $C_y = 0.0015$. 从图 1(a) 可以看出, 方程 (12) 和 (13) 中的参数 b_1 , b_2 和 a 满足 $\Delta > 0$ 条件, 所讨论光场中刃型位错消失, 产生了两个光涡旋 1 和 2. 根据光涡旋的符号确定原则, 光涡旋 1 和 2 的拓扑电荷分别为 $m = +1$ 和 $m = -1$ ^[18]. 图 1(c) 和 (d) 是图 1(a) 中光涡旋 1 和 2 附近的等位相线图被局部放大, 由此可以清晰地看出, 围绕这两个光涡旋的方位角位相增加是非线性的, 因此是非正则光涡旋^[10]. 但 $b_1 = 0.73 \text{ mm}$ 和 $b_2 = 0.72 \text{ mm}$ 时, 方程 (12) 和 (13) 中的参数 b_1 , b_2 和 a 满足 $\Delta < 0$, 没有任何位相奇点产生. 图 1(b) 描绘了 $b_1 = 0.73 \text{ mm}$ 和 $b_2 = 0.72 \text{ mm}$ 情形下的等位相线图, 确实没有位相奇点出现.

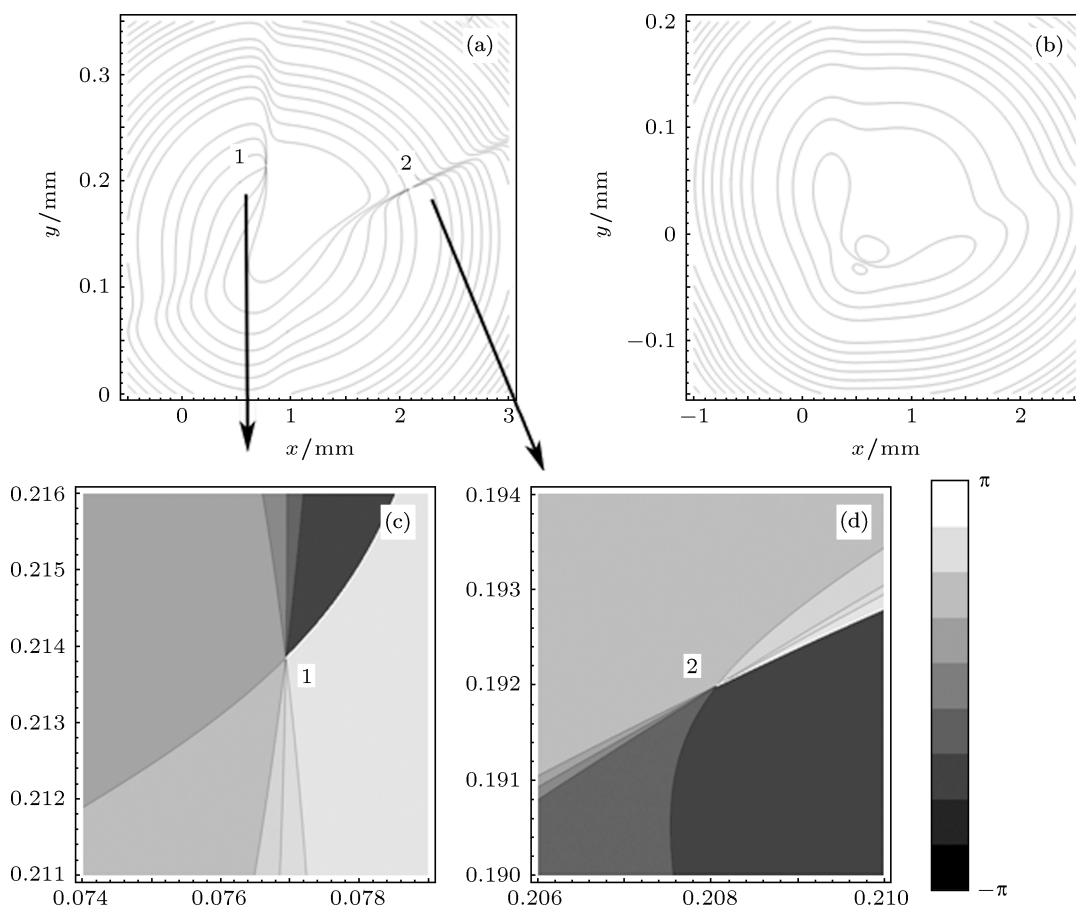


图 1 两个离轴刃型位错通过倾斜透镜后, 在 $z = 1.1f$ 平面上的等位相图 (a) $b_1 = 0.3 \text{ mm}$ 和 $b_2 = 0.2 \text{ mm}$; (b) $b_1 = 0.73 \text{ mm}$ 和 $b_2 = 0.72 \text{ mm}$; (c) 和 (d) 分别为围绕光涡旋 1 和 2 的相位角增加情形

携带一个离轴刃型位错 ($b_1 = 0.3 \text{ mm}$) 和一个共轴刃型位错 ($b_2 = 0$) 的高斯光束通过倾斜透镜后, 在 $z = 1.1f$ 平面上等位相图见图 2(a), (c) 所示. 其他计算参数与图 1 相同. 由图 2(a) 可以看出, 两个刃型位错消失, 但在位置 $(0.076 \text{ mm}, 0.231 \text{ mm})$ 处有一个拓扑电荷 $m = +1$ 的非正则光涡旋出现.

此时参数 b_1 和 b_2 满足 (15) 式 $b_1 \neq 0$ 和 $b_2 = 0$ 的条件, 所以光场中只有一个光涡旋出现. 当 $b_1 = 0$ 和 $b_2 = 0.2 \text{ mm}$ 时, 由图 2(b), (d) 可以看出, 位置 $(0.235 \text{ mm}, 0.205 \text{ mm})$ 处有一个非正则光涡旋产生, 这与参数 b_1 和 b_2 满足 (16) 式的条件 $b_1 \neq 0$ 和 $b_2 = 0$ 时只有一个光涡旋的结论一致.

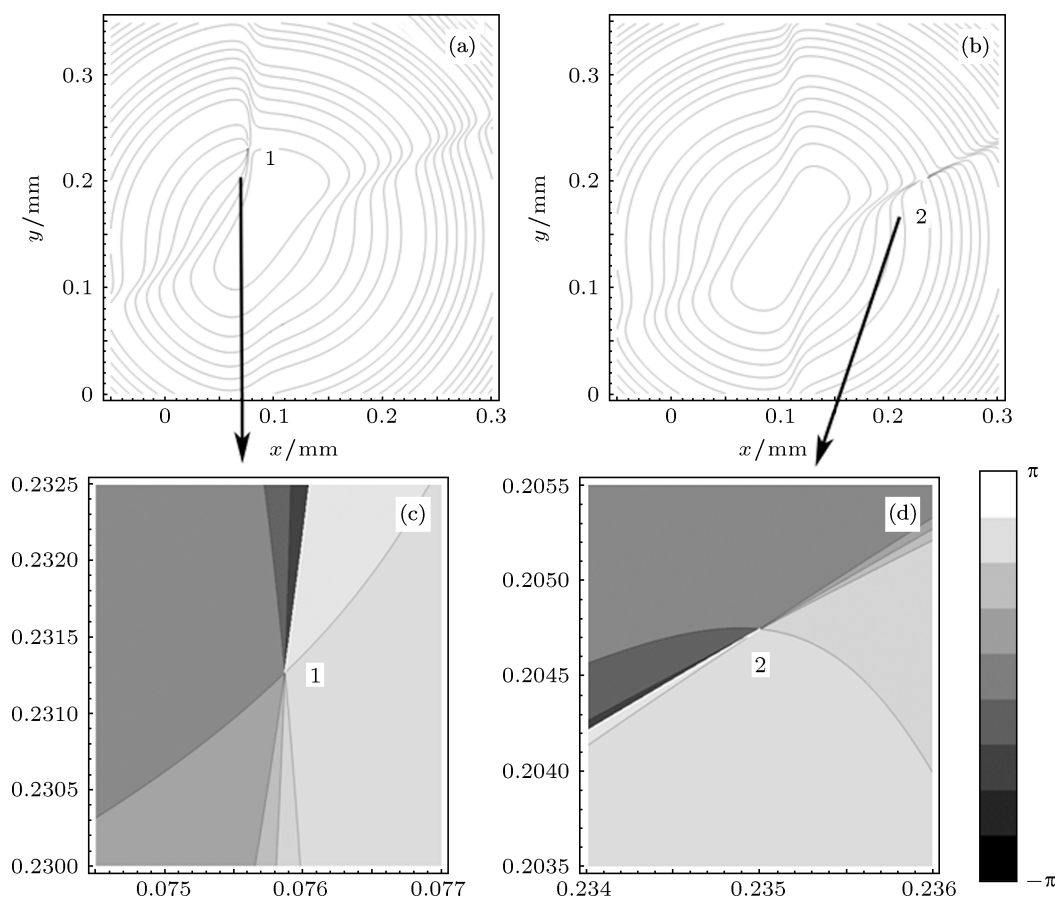


图 2 一个离轴刃型位错和一个共轴刃型位错通过倾斜透镜后, 在 $z = 1.1f$ 平面上的等位相图 (a) $b_1 = 0.3 \text{ mm}$ 和 $b_2 = 0$; (b) $b_1 = 0$ 和 $b_2 = 0.2 \text{ mm}$; (c) 和 (d) 分别为围绕光涡旋 1 和 2 的相位角增加情形

为了讨论刃型位错离轴距离对两个互相垂直刃型位错相互作用的影响, 改变 b_1 和 b_2 的值, 而让其他参数取 $z = 1.1f$, $C_x = 0.001$, $C_y = 0.0015$. 由 $b_1 = 0$ 和 $b_2 = 0.2 \text{ mm}$ 的光场等位相线图 3(a) 可见, 光场中确实出现了刃型位错 $x = 0.11 \text{ mm}$ 和 $y = 0.165 \text{ mm}$, 这与 (18) 式的结论是一致的. 但在图 3(b) $b_1 = 0$ 和 $b_2 = 0.2 \text{ mm}$ 以及图 3(c) $b_1 = 0.3 \text{ mm}$ 和 $b_2 = 0$ 情形, 都只有一个刃型位错 $x = 0.11 \text{ mm}$ 或者 $y = 0.165 \text{ mm}$ 出现, 这与 (19) 和 (20) 式是一致的. 而在图 3(d) 中 $b_1 = 0.3 \text{ mm}$ 和 $b_2 = 0.2 \text{ mm}$, 因为 b_1 和 b_2 同时不为 0, 光场中没有任何位相奇点出现.

为了分析刃型位错离轴距离对两个互相平行刃型位错相互作用的影响, 改变 b_1 的值, 而让其他参数取值与图 3 相同, 并保持不变. 由光场等位相线图 4(a)—(d) 可见, 当 $b_1 = -0.663 \text{ mm}$ (图 4(a)) 和 $b_1 = 0.663 \text{ mm}$ (图 4(d)) 时, 分别有一个刃型位错 $x = 0.035 \text{ mm}$ 和 $x = 0.185 \text{ mm}$ 出现; 而当 $b_1 = 0$ (图 4(b)) 和 $b_1 = 0.2 \text{ mm}$ (图 4(d)) 时, 光场中没有出现任何位相奇点. 这是因为在图 4(a) 和 (d) 情形下, 离轴距离 b_1 和满足 (24) 式 $b_1 = \pm b_c$, 只有一个刃型位错出现; 而图 4(a) 和 (d) 情形中, 参数 $b_1 \neq \pm b_c$, 所以没有任何位相奇点存在.

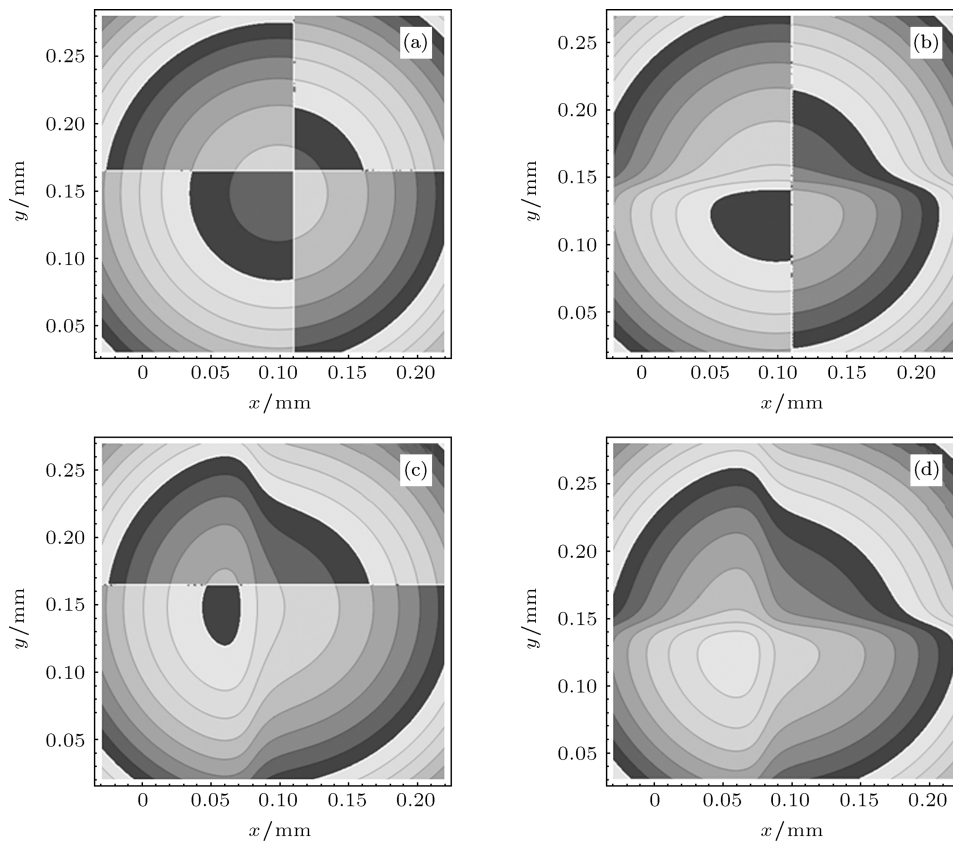


图3 两个相互垂直刃型位错经倾斜透镜后在 $z = 1.1f$ 平面上的等位相线图 (a) $b_1 = b_2 = 0$; (b) $b_1 = 0, b_2 = 0.2$ mm; (c) $b_1 = 0.3$ mm, $b_2 = 0$; (d) $b_1 = 0.3$ mm, $b_2 = 0.2$ mm

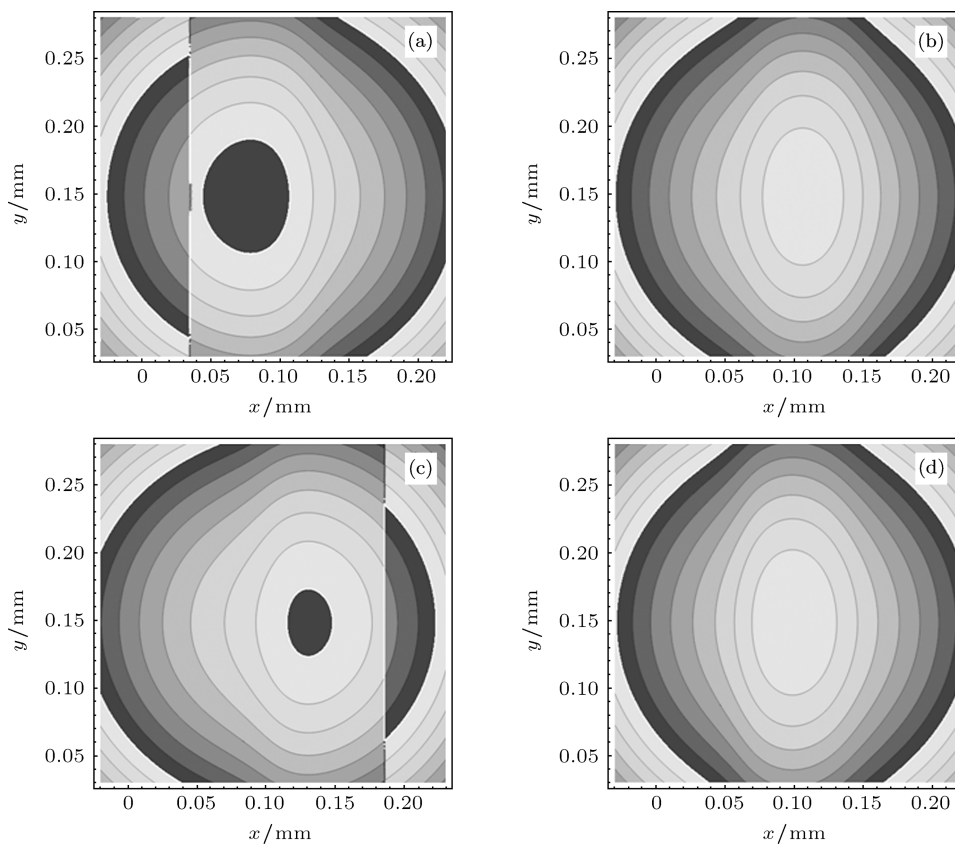


图4 两个相互平行刃型位错经倾斜透镜后在 $z = 1.1f$ 平面上的等位相线图 (a) $b_1 = 0.663$ mm; (b) $b_1 = 0$; (c) $b_1 = -0.663$ mm; (d) $b_1 = 0.2$ mm

取 $z = 1.1f$, $a = 1$, $b_1 = 0.3$ mm 和 $b_2 = 0.2$ mm, 图 5(a) 表示 $C_y = 0.001$ 时光涡旋横向位置与倾斜因子随 C_x 的变化关系, 图上黑色和白色小球分别表示拓扑电荷 $m = +1, -1$ 的光涡旋. 光场中出现的两个光涡旋的横向坐标 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) 中的 $y_1 = 0.2255$ mm 和 $y_2 = 0.3112$ mm 保持不变, 但 x_1 和 x_2 随着 C_x 的增加成线性变化, 并且满足关系式

$$\begin{aligned} x_1 &= 110C_x - 0.0336, \\ x_2 &= 110C_x + 0.2236. \end{aligned} \quad (25)$$

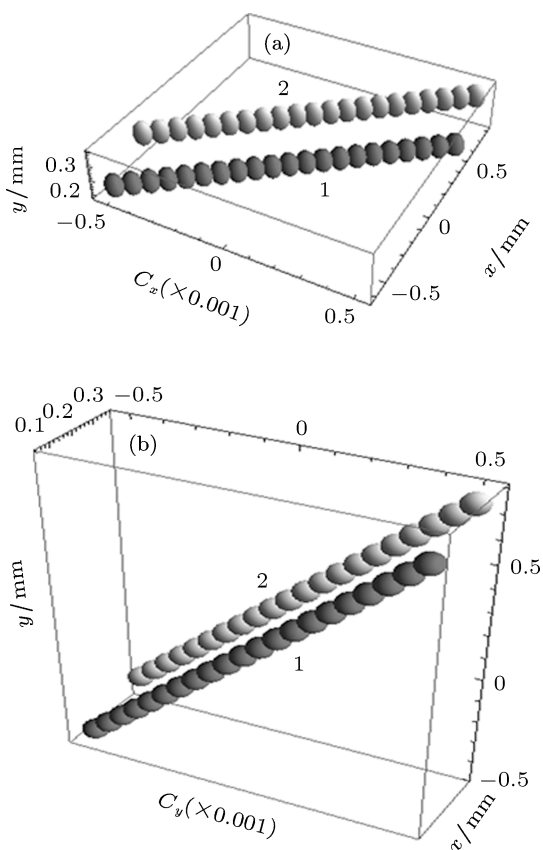


图 5 两个刃型位错经倾斜透镜后在 $z = 1.1f$ 平面上产生的光涡旋横向坐标与倾斜因子 C_x 和 C_y 的关系 (a) C_x ; (b) C_y

图 5(b) 表示 $C_x = 0.001$ 时光涡旋横向位置与倾斜因子随 C_y 的变化关系, 两个光涡旋的横向坐标 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) 中的 $x_1 = 0.0764$ mm 和 $x_2 = 0.3336$ mm 保持不变, 但 y_1 和 y_2 随着 C_y 的增加成线性变化:

$$\begin{aligned} y_1 &= 110C_y + 0.1155, \\ y_2 &= 110C_y + 0.2013. \end{aligned} \quad (26)$$

由此可见, 透镜 x 方向和 y 方向的倾斜因子 C_x 和 C_y 分别影响光涡旋对应方向的坐标, 而不影响其他坐标方向的坐标值分量, 并且两个光涡旋的距

离不随倾斜因子的改变而改变. 这个结果也可以通过 (12), (13) 式进行说明. 由 (12), (13) 式求得两个光涡旋的距离为

$$\delta = 4z\Delta\sqrt{(b_1)^2 + (ab_1 - b_2)^2/(kb_2)}. \quad (27)$$

(27) 式表明: 当其他参数保持不变时, 仅仅改变透镜的倾斜因子, 不能改变这两个光涡旋的距离.

两个离轴刃型位错通过倾斜透镜后产生的光涡旋的三维轨迹图见图 6. 可以发现: 当离透镜的传输距离为 100 mm 时, 横向平面上 $(-0.3754$ mm, -0.0126 mm), $(0.2505$ mm, -0.0918 mm) 处出现了两个拓扑电荷分别为 $m = +1, -1$ 的光涡旋 1 和 2. 随着传输距离的增加, 两个光涡旋距离逐步靠近; 并且在焦平面处二者之间的距离达到最小值 0.072 mm. 然后, 随着光束的向前传输, 两个光涡旋距离又逐渐变大. 在定义这一对光涡旋的中心 (x_c, y_c) 坐标为 $x_c = (x_1 + x_2)/2$ 和 $y_c = (y_1 + y_2)/2$ 后, 可以发现: 随着传输距离 z 的增加, 这对光涡旋的中心沿着直线 $x_c = 0.0026z - 0.329$ (mm) 和 $y_c = 0.0029z - 0.329$ (mm) 前进. 这个结果可以从 (12), (13) 式给予解释. 由 (12), (13) 式得这一对光涡旋的中心坐标为

$$x_c = \left(2C_x + \frac{w_0^2 a}{2b_2 f} - \frac{2b_1}{f}\right)z - \frac{w_0^2 a}{2b_2} + \frac{2fb_1}{f}, \quad (28a)$$

$$\begin{aligned} y_c &= \left(2C_y + \frac{w_0^2 a^2}{2b_2 f} + \frac{w_0^2 a}{2b_1 f} - \frac{2ab_1}{f}\right)z \\ &\quad - \frac{w_0^2 a^2}{2b_2} - \frac{w_0^2 a}{2b_1} + 2ab_1. \end{aligned} \quad (28b)$$

(28) 式说明: 该对光涡旋的中心坐标确实随着传输距离 z 线性增加; 并且在传输过程中, 位相奇点的类型和拓扑电荷保持不变.

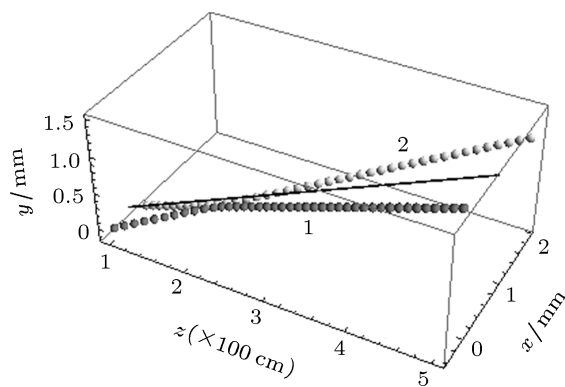


图 6 两个刃型位错通过倾斜透镜后产生的光涡旋的三维轨迹

4 结论

本文对存在倾斜透镜时寄居于高斯光束中两个刃型位错的相互作用进行了详细的理论分析和数值模拟, 并与两个刃型位错在自由空间传输的情形做了比较. 结果表明: 在满足条件 $k^2 w_0^6 a^2 (f-z)^2 \geq 64 w_0^6 b_1^2 b_2^2 f^2 z^2 + 32 a b_2 b_1 f^2 z^2$ 时, 两个刃型位错消失并有一个或者两个非正则光涡旋产生. 在一个刃型位错共轴另一个离轴时, 出射场

中没有刃型位错, 仅有一个非正则光涡旋出现. 但是当源场中两个刃型位错相互垂直或者相互平行时, 光场中可能出现一个或者两个刃型位错, 但没有光涡旋产生. 改变透镜的倾斜因子不能改变位相奇点的类型和数量, 但光涡旋的横向坐标与倾斜因子有线性关系. 两个刃型位错相互作用产生的光涡旋对的三维轨迹是非线性的, 但光涡旋对的中心沿直线传输. 本文所得结果有助于深化对多个位相奇点通过光学系统的相互作用的动力学行为的认识.

-
- [1] Grier D G 2003 *Nature* **424** 21
 [2] Indebetouw G 1993 *J. Mod. Opt.* **40** 73
 [3] Roux F S 2004 *J. Opt. Soc. Am. B* **21** 664
 [4] Nye J F, Berry M V 1974 *Proc. R. Soc. A* **336** 165
 [5] Roux F S 2003 *J. Opt. Soc. Am. B* **20** 1169
 [6] Roux F S 2004 *Opt. Commun.* **236** 433
 [7] Gabriel M T, Ewan M W, Lluís T 2001 *Opt. Lett.* **26** 163
 [8] Volyar A V, Fadeeva T A, Lapaeva S N 2001 *Tech. Phys. Lett.* **27** 945
 [9] Chen M, Roux F S 2008 *J. Opt. Soc. Am. A* **25** 1279
 [10] Yan H, Lü B 2009 *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **11** 065706
 [11] Alda J, Alonso J, Bernabeu E 1997 *J. Opt. Soc. Am. A* **14** 2737
 [12] Chen Z, Pu J, Zhao D 2011 *Phys. Lett. A* **32** 2958
 [13] Yan H, Lü B 2009 *J. Opt. Soc. Am. A* **26** 985
 [14] He D, Yan H, Lü B 2011 *Chin. Phys. B* **20** 014201
 [15] Soskin M S, Vasnetsov M V 2001 *Progress in Optics* **42** 219
 [16] Collins S A 1970 *J. Opt. Soc. Am. A* **60** 116817
 [17] Gradshteyn I S, Ryzhik I M 2000 *Table of Integrals, Series and Products* (New York: Academic Press) p337
 [18] Freund I, Shvartsman N 1994 *Phys. Rev. A* **50** 5164

Interaction between two edge dislocations in the presence of a tilted lens*

Chen Hai-Tao[†] Gao Zeng-Hui Xiao Shang-Hui Wang Fan-Hou
Cheng Xiao-Hong

(*Computational Physics Key Laboratory of Sichuan Province, School of Physics and Electrical Engineering, Yibin University, Yibin 644000, China*)

(Received 12 May 2012; revised manuscript received 15 August 2012)

Abstract

The interaction between two edge dislocations in the presence of a tilted lens is studied. It is shown that for the interaction between two off-axis edge dislocations, the edge dislocations vanish, and one or two noncanonical vortices appear under certain conditions. A noncanonical vortex appears for the interaction between the on-axis edge dislocation and off-axis edge dislocation. However, one or two edge dislocations may take place when two edge dislocations are perpendicular or parallel to each other in the initial plane. The variation of the tilt coefficient does not affect the type and number of phase singularities, but the relation between the transverse position of phase singularities and the tilt coefficient is linear. The three-dimensional trajectories of vortices are nonlinear while the center of the pair of vortices propagates along a line during propagation.

Keywords: phase singularities, edge dislocation, noncanonical vortices, tilted lens

PACS: 42.25.-p, 42.25.Bs

DOI: 10.7498/aps.62.044207

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61275203) and the Scientific Research Fund of Sichuan Provincial Education Department, China (Grant No. 10Zc031).

[†] Corresponding author. E-mail: chqcht@sina.com