

# 基于独立成分分析和经验模态分解的混沌信号降噪\*

王文波<sup>1)2)†</sup> 张晓东<sup>3)4)</sup> 汪祥莉<sup>5)</sup>

1) (武汉科技大学信息与计算科学系, 武汉 430065)

2) (遥感科学国家重点实验室, 北京 100101)

3) (武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室, 武汉 430079)

4) (国家海洋局第二研究所, 卫星海洋环境动力学国家重点实验室, 杭州 310012)

5) (武汉理工大学计算机科学与计算学院, 武汉 430063)

(2012年7月5日收到; 2012年10月18日收到修改稿)

基于经验模态分解和独立成分分析去噪的特点, 提出了一种联合独立成分分析和经验模态分解的混沌信号降噪方法。利用经验模态分解对混沌信号进行分解, 根据平移不变经验模态分解的思想构造多维输入向量, 通过所构造的多维输入向量和独立成分分析对混沌信号的各层内蕴模态函数进行自适应去噪处理; 将处理后的所有内蕴模态函数进行累加重构, 从而得到降噪后的混沌信号。仿真实验中分别对叠加不同强度高斯噪声的 Lorenz 混沌信号及实际观测的月太阳黑子混沌序列进行了研究, 结果表明本文方法能够对混沌信号进行有效的降噪, 而且能够较好地校正相空间中点的位置, 逼近真实的混沌吸引子轨迹。

**关键词:** 独立成分分析, 经验模态分解, 混沌信号, 降噪

**PACS:** 02.30.Nw, 31.70.Hq

**DOI:** 10.7498/aps.62.050201

## 1 引言

由于受到测量工具以及外界环境等影响, 实际测量得到的混沌信号不可避免地混有噪声, 掩盖了混沌信号的真实动力学行为, 极大地影响了其参数计算和下一步的预测精度。如何从被噪声污染的信号中重构混沌信号, 充分利用原混沌吸引子所在流形的几何特性展现真实吸引子结构, 是目前迫切需要解决的问题<sup>[2]</sup>。由于混沌信号具有功率谱宽带性和似噪声性, 其频带与叠加的其他信号的频带往往全部或部分重叠, 采用传统的频谱分析和线性滤波方法很难将它们分开。因此, 必须寻求适合混沌信号的降噪方法。

到目前为止, 人们已提出了一些噪声减缩的方法, 从混沌背景中分离噪声或提取有用信息。常用

的混沌信号降噪方法如构造代价函数法和统计模型法都是从预知的混沌动态特性出发, 通过比较吸引子轨迹和预测轨迹得到降噪结果, 局限于已知动力学系统特性的混沌时间序列<sup>[3,4]</sup>。局部平均方法<sup>[5]</sup>不需要已知混沌动力学的先验知识, 但是由于其采用局部线性近似的方法, 过分简单的线性化处理导致不能充分刻画混沌时间序列的非线性动力学特性。局部投影法和奇异谱分析法<sup>[6,7]</sup>计算过程中需要进行大量的矩阵运算, 而且涉及的混沌参数如嵌入维数、邻域半径等在噪声环境下计算困难, 在实际应用中受到一定的限制。基于小波的混沌信号降噪方法取得了很好的效果<sup>[8-10]</sup>, 小波降噪法计算简单且在时频域都具有很强的分析信号局部特征的能力。但在应用小波对混沌信号去噪时, 需要预先选定小波基和分解的层数。已有的研究表明<sup>[11,12]</sup>, 相同条件下选用不同的小波基和分解层

\* 国家自然科学基金(批准号: 41071270, 11201354)、测绘遥感信息工程国家重点实验室开放基金(批准号: 11R01)、遥感科学国家重点实验室开放基金(批准号: OFSLRSS201209)、卫星海洋环境动力学国家重点实验室开放基金(批准号: SOED1102)、湖北省自然科学基金(批准号: 2010CDB03305)、武汉市晨光计划(批准号: 201150431096)和中央高校基本科研业务费专项资金(批准号: 2012-IV-043)资助的课题。

† 通讯作者。E-mail: wwb0178@163.com

数, 对去噪结果影响很大, 特别是小波基函数的选择, 对去噪结果有决定性的影响. 这给利用小波进行混沌信号去噪带来了很大的不便.

Huang 等人提出的经验模态分解<sup>[13]</sup> (empirical mode decomposition, EMD) 在一定程度上克服了小波变换的不足. EMD 是一种数据驱动的自适应信号分解方法, 可以把数据分解成具有物理意义的一组内蕴模态函数 (intrinsic mode function, IMF) 分量. EMD 与小波变换相比最大优点是: 小波分解需要事先给定小波基并设定分解层次; 而 EMD 中的基函数和分解层次不需要事先给定, 而是根据信号特性通过迭代的方式自适应地获取, 基底和分解层次会随信号的不同而改变.

EMD 已被广泛应用于混沌信号的提取和预测<sup>[14,15]</sup>, 并取得了很好的效果, 本文将 EMD 应用到混沌信号的去噪处理中. 基于 EMD 的信号去噪算法已得到了广泛的研究, Boudraa 等人提出了部分重构的 EMD 去噪算法<sup>[16]</sup>, 但该方法将部分高频 IMF 作为噪声直接去除而对剩余的 IMF 直接累加, 导致去噪后信号细节信息丢失较多且噪声不能完全去除. 为了提高 EMD 的去噪性能, 很多学者对部分重构 EMD 去噪算法进行了改进, 主要思想就是对各层 IMF 分别进行去噪处理, 然后累加处理后的所有 IMF 以得到去噪后信号. Olufemi 等人<sup>[17]</sup> 借鉴小波阈值去噪的思想, 构造了基于 IMF 系数的 EMD 阈值去噪算法, 但该算法没有考虑 EMD 分解的固有特性, 去噪时破坏了模态单元的完整性, 影响了去噪的效果. Kopsinis 等人考虑到 EMD 分解的特性, 提出了基于模态单元的 EMD 阈值去噪方法<sup>[18]</sup>. 该方法以模态单元为单位对 IMF 进行阈值处理, 去噪时没有破坏模态单元的完整性, 进一步提高了噪声去除能力和细节保持能力. 但模态单元的阈值确定非常困难, 目前尚没有完善的阈值选择标准, 限制了该算法的使用.

由于 EMD 的理论体系尚不成熟, 因此对 IMF 的系数分布模型、噪声方差等都难以进行有效分析, 使得进一步对 IMF 进行去噪时遇到很多困难. 因此如何仅根据 IMF 自身的基本统计特征自适应地去除各层 IMF 中的噪声, 是进一步提高 EMD 去噪效果的关键问题. 独立成分分析 (independent component analysis, ICA) 是一种自适应的优化算法<sup>[19]</sup>, 是在盲信号分离的研究过程中出现的一种全新的信号处理和数据分析方法. ICA 算法着眼于数据间的高阶统计特性, 其本质是在源信号和混

合参数均未知的前提下, 仅依据源信号的一些基本统计特征, 由混合信号恢复出源信号. ICA 在冗余取消和降噪方面的优越性能已经受到了广泛的的关注<sup>[20,21]</sup>, 利用 ICA 对信号进行降噪时, 不需要源信号的先验知识, 只需假定观测信号是相互独立的有用信号和噪声的线性叠加, ICA 就能从观测信号中将有用信号和噪声进行有效分离, 而且无论在频域还是在时域上都能保持原独立信号分量的完整性. 因此 ICA 非常适合于 IMF 的去噪<sup>[22]</sup>, 本文充分利用 EMD 分解和 ICA 去噪的特点, 将其结合起来用于混沌信号的降噪, 提出了一种基于 ICA 和 EMD 的混沌信号降噪算法: 利用 EMD 变换完成混沌信号的前期处理 (分解) 和后期处理 (重构), 然后利用 ICA 对 EMD 分解得到的各层 IMF 进行去噪. 实验结果表明: 本文方法能够有效地对含有噪声的混沌信号进行降噪, 且能够较好地校正相空间中点的位置, 逼近真实的混沌吸引子轨迹.

## 2 独立成分分析基础理论

独立成分分析 (ICA) 是一种新的信号处理统计方法, 近年来已被广泛运用于多个方面, 包括信号的滤波<sup>[19,20,21]</sup>. 独立成分分析的基本思想是从观测信号出发, 利用信号的高阶统计特性, 对已知信息量很少的源信号进行估计, 从而获得互相独立的原始信号的近似值. 假设  $M$  个随机观测向量  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_M$  是由  $N$  个未知的独立分量  $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_N$  线性组合而形成的. 则独立成分分析的数学模型可表示为

$$\mathbf{X} = \mathbf{AS}, \quad (1)$$

其中  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_M]$ ,  $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_N]$ ,  $\mathbf{A}$  为  $M \times N$  的混合矩阵,  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{S}$  是未知的. ICA 解决的基本问题就是根据对  $\mathbf{S}$  的一些先验知识和随机观测向量  $\mathbf{x}_i$  来估计  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{S}$ . 一般地, 假设: 1) 需要估计的分量即源信号应彼此统计独立; 2) 最多只有一个源信号服从高斯分布. 实际上, ICA 就是构建一个分离矩阵  $\mathbf{W}$ , 使得经过分离矩阵  $\mathbf{W}$  变换后得到的  $M$  维输出向量  $\mathbf{Y} = \mathbf{WX}$  中的分量  $\mathbf{y}_i$  尽可能地相互独立, 从而得到对源信息  $\mathbf{s}_i$  的一个估计  $\hat{\mathbf{s}}_i = \mathbf{y}_i$ .

在运用 ICA 算法时, 为了减少运算量, 并使算法更加稳定, 需要对观测数据进行预处理, 包括中心化和白化两个部分. 对观测信号中心化是 ICA 算法最基本的预处理步骤, 其处理过程是从观测数据

中减去信号的均值向量使得观测数据成为零均值信号. 经过中心化后运用 ICA 运算得到的源信  $S$  的估计  $\mathbf{y}$  也是零均值的数据, 需在源信号的估计  $\mathbf{Y}$  上加上均值作为最终的信息数据<sup>[19]</sup>. 白化是 ICA 算法中对数据的另外一个重要的预处理步骤<sup>[20]</sup>, 对观测信号进行白化处理就是去除观测信息之间的相关性, 且使其方差为 1, 即满足  $E(\mathbf{X}\mathbf{X}^T) = 1$ , 式中,  $\mathbf{X}$  表示白化后的信息数据. ICA 算法在白化处理后收敛速度更快, 能获得更好的稳定性.

在独立成分分析中, 常用的算法是 FastICA 和 Infomax 算法<sup>[23]</sup>. 基于计算速度方面的考虑, 本文采 FastICA 算法进行分析. FastICA 算法是基于负熵或峭度的非高斯性最大化原理, 使用固定点 (fixed-point) 迭代理论寻找  $\mathbf{W}\mathbf{X}$  的非高斯性最大值. 该算法采用牛顿迭代算法对观测变量的大量采样点进行批量处理, 每次从观测信号中分离出一个独立分量, 是独立分析中的一种快速算法. 由于峭度对数据比较敏感, 因此本文中的 FastICA 算法采用了更为稳定的负熵来实现混合信号的非高斯性最大化. 对于一个随机变量, 近似负熵的定义为<sup>[19]</sup>

$$J(\mathbf{y}) \propto \{E[G(\mathbf{y})] - E[G(\mathbf{v})]\}^2, \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{y}$  表示经过中心化和白化处理的观测信号 (即具有零均值和单位方差),  $\mathbf{v}$  是零均值单位方差 (即标准化过) 的高斯变量, 函数  $G$  为非二次函数. FastICA 的算法流程如下:

- 1) 观测信号进行中心化和白化处理, 使其具有零均值和单位方差;
- 2) 初始化  $\mathbf{W} = (\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_n)$  为模是 1 的随机矩阵,  $n$  为行向量个数;
- 3) 对每个  $\mathbf{w}_i$ , 通过下式进行更新:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_i^+ &\leftarrow E\{\mathbf{x}g(\mathbf{w}_i^T \mathbf{x})\} - E\{g'(\mathbf{w}_i^T \mathbf{x})\} \mathbf{w}_i^T, \\ \mathbf{w}_i &\leftarrow \mathbf{w}_i^+ / \|\mathbf{w}_i^+\|, \end{aligned}$$

其中非线性函数  $g$  是 (2) 式中函数  $G$  的导数;

- 4) 对矩阵  $\mathbf{W}$  进行对称正交化:  $\mathbf{W} \leftarrow (\mathbf{W}\mathbf{W}^T)^{-1/2}\mathbf{W}$ ;
- 5) 判断  $\mathbf{W}$  是否收敛, 若  $1 - \min\{abs[\text{diag}(\mathbf{W}(k+1)^T * \mathbf{W}(k))]\}$  的值小于收敛条件, 则解混矩阵  $\mathbf{W}$  为所求; 否则, 返回步 3);
- 6) 由  $\mathbf{Y} = \mathbf{W}\mathbf{X}$  求得所有独立成分分量.

### 3 基于独立成分分析的 EMD 混沌信号去噪

#### 3.1 混沌信号的经验模态分解模型

EMD 算法的主要目的是将待分析信号分解为一系列表征时间尺度的 IMF 分量, 要求 IMF 分量必须满足两个条件: IMF 的极值点个数与过零点个数差不超过 1; 由极大值点和极小值点确定的包络线均值为零<sup>[13]</sup>. 混沌信号  $\mathbf{x}(t)$  经 EMD 分解后, 可被表示为多个 IMF 与一个余项之和, 即

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=1}^K \text{imf}_k(t) + \mathbf{r}_K(t), \quad (3)$$

其中  $\text{imf}_k$  表示第  $k$  个 IMF 分量,  $\mathbf{r}_K(t)$  表示余项. 如果  $\mathbf{x}(t)$  被加性噪声污染, 则  $\text{imf}_k$  中所含噪声仍近似服从加性噪声模型<sup>[24]</sup>, 即可设

$$\text{imf}_k = \mathbf{y}_k + \mathbf{n}_k, \quad (4)$$

其中  $\mathbf{y}_k$  表示没被污染的原始信号,  $\mathbf{n}_k$  表示所含噪声, 且  $\mathbf{y}_k$  和  $\mathbf{n}_k$  相互独立.

#### 3.2 利用 ICA 对 IMF 去噪时多维输入向量的构造

混沌信号经 EMD 分解后可得到若干个按频率高低排列的本征模态函数, 每个 IMF 是具有单一形态的一个单分量信号. 含有噪声的混沌信号经 EMD 分解后, 噪声在每层 IMF 中都有不同程度的分布. 如果能对分解得到的 IMF 进行有效滤波, 然后对滤波后的所有 IMF 进行累加重构即可得到去噪后的混沌信号, 本文采用 ICA 对各层 IMF 进行滤波处理. 利用 ICA 进行去噪时, 要求观测到的信号的个数大于独立源的个数, 即要求输入是多维的. 但含噪混沌信号经 EMD 分解后, 每层只有一个 IMF 分量, 不能满足 ICA 的去噪要求<sup>[22]</sup>.

由于含噪混沌信号经 EMD 分解后, 第一层 IMF 几乎全部由噪声构成, 仅含很少量信号信息, 因此本文借鉴平移不变 EMD 分解的思想来构造多维输入向量<sup>[18]</sup>. 其基本思想如下: 混沌信号经 EMD 分解后, 对第一层 IMF 进行循环移位, 得到不同的噪声样本; 将循环移位后的噪声样本与剩余的 IMF 叠加, 可得到一组新的信噪比保持不变的含噪信号. 由于新得到的含噪信号中, 目标信号几乎没有改变, 而所含噪声的功率也几乎不变, 因此新得到的这组含噪信号利用 EMD 分解后, 各个信号相

同层 IMF 中所含的信号信息基本相同, 只是噪声形态不同. 所以可以将这样的一组分解作为 ICA 对不同层 IMF 去噪时的多维输入数据. 利用 ICA 对各层 IMF 进行去噪时多维输入数据的具体构造方法如下:

1) 对混沌信号  $\mathbf{x}(t)$  进行 EMD 处理, 得到  $L$  个 IMF, 记为  $\text{imf}_1, \text{imf}_2, \dots, \text{imf}_L$ , 记

$$\mathbf{x}_p(t) = \sum_{i=2}^L \text{imf}_i(t);$$

2) 对分解得到的第一个 IMF 进行  $P$  次循环移位, 得到  $P$  个移位后数据

$$\text{imf}_1^\alpha = \text{Circulate}(\text{imf}_1), \alpha = 1, 2, \dots, P;$$

3) 构造新的含噪信号  $\mathbf{x}^\alpha(t) = \mathbf{x}_p(t) + \text{imf}_1^\alpha(t)$ ;

4) 分别对  $\mathbf{x}^\alpha(t)$  ( $\alpha = 1, 2, \dots, P$ ) 进行  $L$  层 EMD 分解, 设所得到的 IMF 为  $\text{imf}_1^\alpha, \text{imf}_2^\alpha, \dots, \text{imf}_L^\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, \dots, P$ ).

本文中对  $\text{imf}_i$  进行去噪时, 以  $P$  维向量集合  $\mathbf{h}_i = \{\text{imf}_i^1, \text{imf}_i^2, \dots, \text{imf}_i^P\}$  作为输入向量, 其中  $i = 1, 2, \dots, L$ . 输入数据构造完成后, 即可利用 ICA 对混沌信号的每一层 IMF 进行降噪.

### 3.3 基于 ICA 和 EMD 的混沌信号去噪方法

利用 ICA 对混沌信号的各层 IMF 进行降噪处理后, 对所有的 IMF 及余项进行累加重构即可得到去噪后的混沌信号, 因此基于 ICA 和 EMD 的混沌信号降噪方法的主要步骤如下:

1) EMD 分解. 对含噪混沌信号进行 EMD 分解, 得到  $L$  层不同尺度的内蕴模态函数  $\{\text{imf}_i\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, L$ ;

2) 构造输入向量集. 按照 3.2 节多维输入向量构造方法构造向量集合  $\mathbf{h}_i, i = 1, 2, \dots, L$ ;

3) 利用 ICA 对各层 IMF 进行降噪处理. 以  $\mathbf{h}_i = \{\text{imf}_i^1, \text{imf}_i^2, \dots, \text{imf}_i^P\}$  作为  $P$  维输入向量, 通过 ICA 对  $\text{imf}_i$  进行去噪, 设去噪后的值为  $\text{imf}_i^{(d)}$ ;

4) EMD 重构. 累加  $\text{imf}_i^{(d)}$  ( $i = 1, 2, \dots, L$ ) 和余项  $\mathbf{r}_L$ , 得到去噪后的混沌信号  $\mathbf{x}^{(d)}(t)$ , 即  $\mathbf{x}^{(d)}(t) = \sum_{i=1}^L \text{imf}_i^{(d)} + \mathbf{r}_L(t)$ .

## 4 混沌信号去噪实验分析

为验证本文方法的有效性, 以叠加不同强度高斯噪声的 Lorenz 混沌信号及实测月太阳黑子混沌信号为研究对象, 分别利用基于系数的 EMD 阈值降噪算法<sup>[17]</sup>、基于模态单元的 EMD 阈值降噪方法<sup>[18]</sup> 和本文方法对它们进行降噪分析. 本文主要从两个方面对不同方法的降噪效果进行评价:

1) 去噪后混沌信号二维和三维相空间对比图; 2) 利用信噪比 (SNR) 和均方根误差 (RMSE) 进行降噪效果分析, SNR 和 RMSE 的公式分别如下:

$$\text{SNR} = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{\|\mathbf{x}\|^2}{\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|^2} \right),$$

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|^2}{N}},$$

其中,  $\mathbf{x}$  表示原始信号,  $\hat{\mathbf{x}}$  表示降噪后信号,  $\|\cdot\|$  表示范数,  $N$  表示信号序列的长度.

### 4.1 Lorenz 系统混沌信号降噪

Lorenz 系统的动力学方程如下:

$$\dot{x} = -\sigma(x - y),$$

$$\dot{y} = -xz + \gamma x - y,$$

$$\dot{z} = xy - bz.$$

令  $\sigma = 10, \gamma = 28, b = 8/3$ , 此时系统展现混沌状态. 利用 Matlab 进行数值模拟, 采用四阶龙格-库塔算法, 取步长为 0.01, 初始值  $y(1, 1) = 10; y(1, 2) = 1; y(1, 3) = 0$  来产生 50000 个点的混沌信号, 用后 5000 个点作为实验数据, 按以下方法对其添加噪声强度为 60% 的高斯白噪声:

$$\mathbf{s} = \mathbf{x} + \text{std}(\mathbf{x}) \cdot \sqrt{0.6} \cdot \text{randn}(m, 1),$$

其中  $\mathbf{s}$  表示含噪信号,  $\mathbf{x}$  表示原始信号,  $\text{std}(\mathbf{x})$  表示  $\mathbf{x}$  的标准差,  $\text{randn}(m, 1)$  表示产生  $m \times 1$  个正态分布的随机数,  $m$  为信号  $\mathbf{x}$  的长度. 分别利用 EMD 系数阈值法、EMD 模态单元阈值法和本文方法对含噪声强度为 60% 的 Lorenz 信号进行降噪, 含噪信号及降噪后信号的二维和三维相图分别如图 1、图 2 所示, 降噪后的信噪比和均方根误差见表 1.

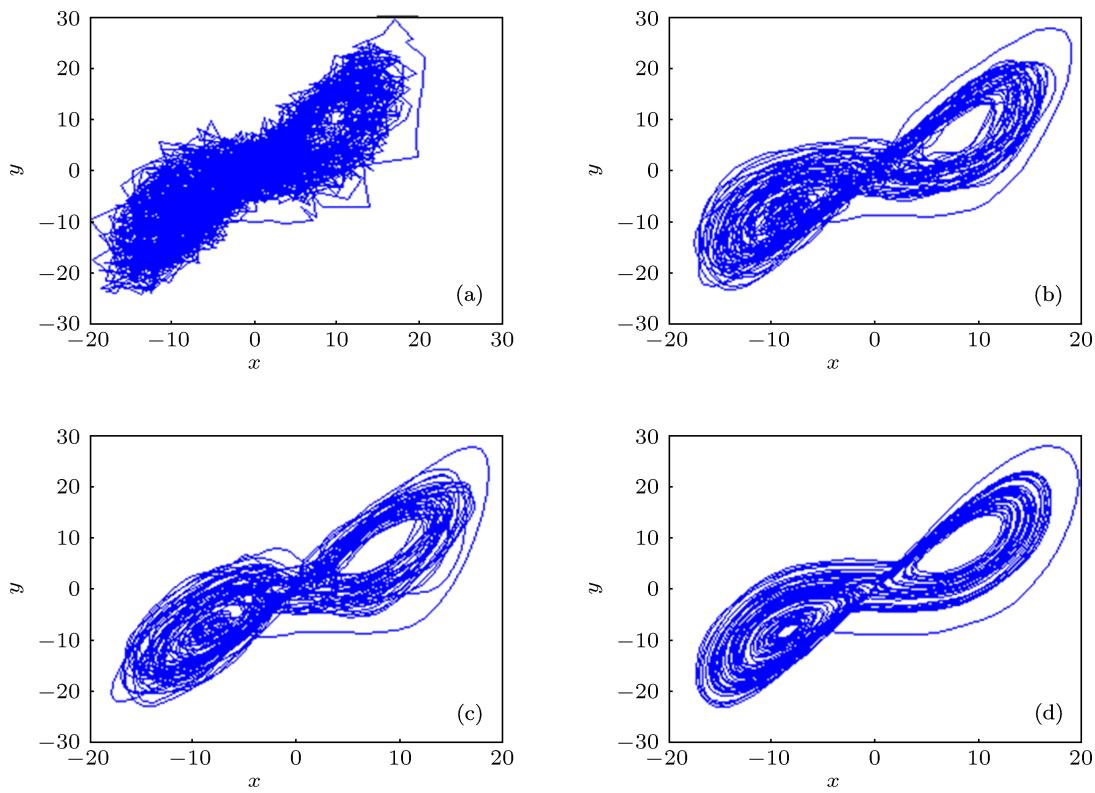


图 1 含噪 Lorenz 信号降噪前后的二维相图 (a) 加噪 60% 的信号; (b) EMD 阈值法降噪; (c) EMD 模态阈值法降噪; (d) 本文方法降噪

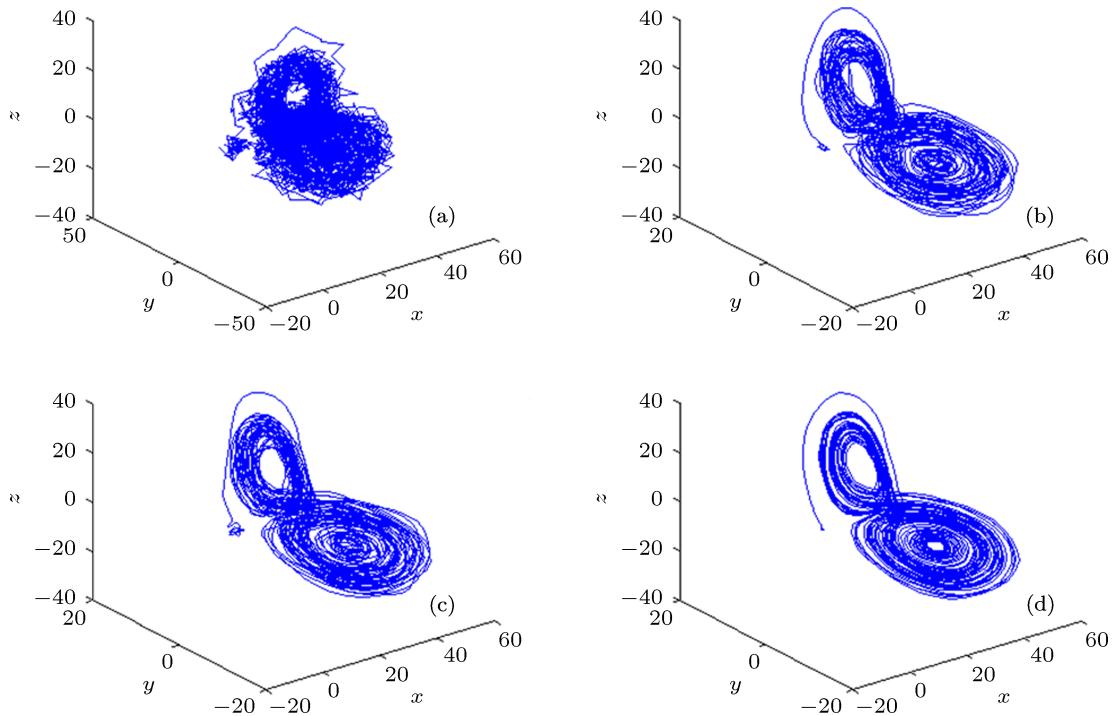


图 2 含噪 Lorenz 信号降噪前后的三维相图 (a) 加噪 60% 的信号; (b) EMD 阈值法降噪; (c) EMD 模态阈值法降噪; (d) 本文方法降噪

从图 1 中二维相图和图 2 中三维相图(分别见图 1 和图 2 的 (b), (c), (d))的比较可以看出, 本文方法降噪后的二维和三维相图更接近于源信号的相图, 表明本文方法能够更加清晰地展现源信号混沌吸引子的几何结构. 从表 1 可知, 本文方法降噪后的信噪比最大, 而均方误差最小. 为进一步比较降噪效果, 利用三种方法分别对叠加噪声强度为 20%, 40%, 80% 的高斯噪声 Lorenz 混沌信号进行降噪, 降噪后的信噪比见表 1. 由表 1 可以看出在不同噪声强度下, 本文方法所得信噪比最高, 而均方根误差最小. 因此, 对模型已知的混沌系统, 本文所提的方法能够更加有效地滤除隐藏在混沌信号内部的噪声, 提高了信噪比并减小误差.

## 4.2 月太阳黑子信号降噪

近年来, 随着混沌理论的发展, 关于太阳黑子

混沌特性的研究日益增多. 但在观测太阳黑子数时, 总是混有一定程度的噪声, 因此需要对观测数据进行有效的降噪处理. 选取 1749 年 1 月到 2007 年 3 月共 3100 个太阳黑子数据, 利用 EMD 系数阈值法、EMD 模态单元阈值法和本文方法分别对其进行降噪处理, 降噪前后的二维相空间图如图 3 所示.

表 1 不同混沌信号降噪后的 SNR (dB) 和 RMSE

噪声强度/%	EMD 阈值降噪	EMD 模态阈值降噪	本文方法
	SNR/RMSE	SNR/RMSE	SNR/RMSE
20	38.9846/0.6244	41.5037/0.5586	42.8225/0.4913
40	27.1105/1.1513	28.3427/0.9988	29.2362/0.8933
60	21.3486/1.5985	24.1612/1.4077	25.1809/1.2527
80	15.5768/3.0768	16.6562/2.7024	18.9117/2.4341
月太阳黑子序列	12.5889/14.3135	13.1734/14.1051	13.6288/13.5098

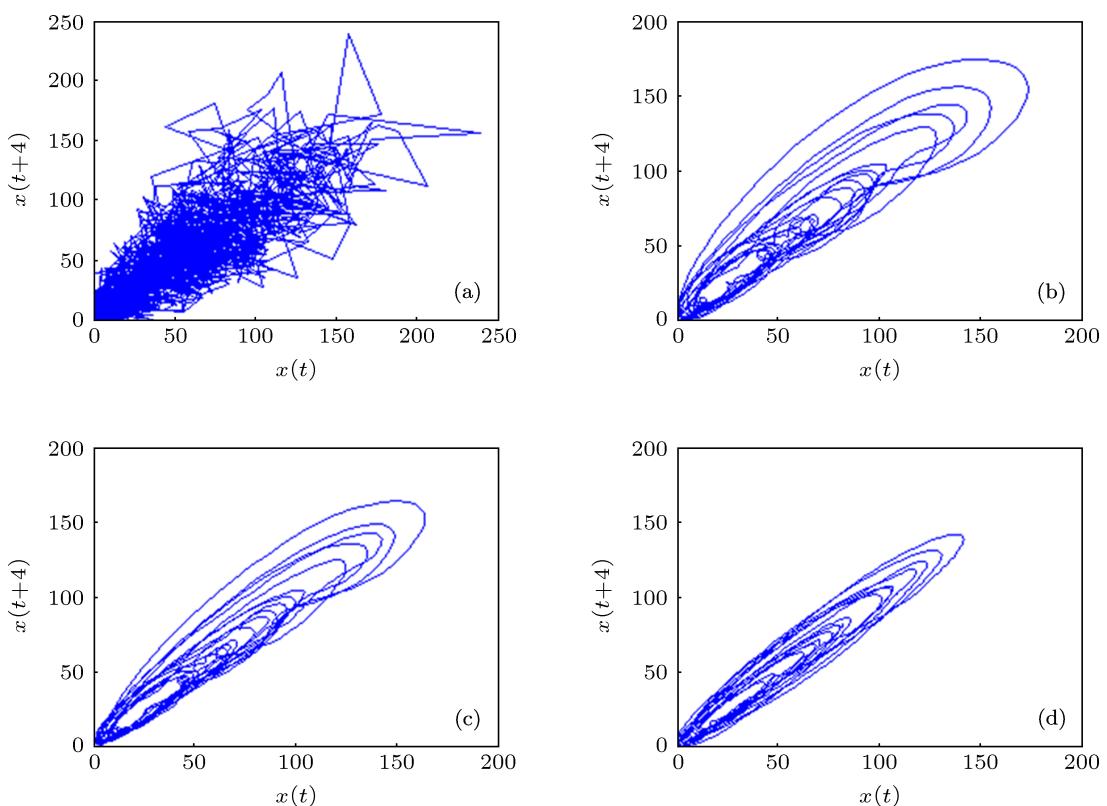


图 3 月太阳黑子序列降噪前后的二维相图 (a) 实际观测信号; (b) EMD 阈值法降噪后的二维相图; (c) EMD 模态阈值法降噪后的二维相图; (d) 本文方法降噪后的二维相图

从图 3 中的二维相图可以看出, 因为受到噪声的影响, 降噪前序列的相图表现为杂乱无章的伪随机性特征, 而三种方法降噪后的序列相图展现出比较清晰且有规律性的混沌吸引子几何结构, 说明了

降噪后混沌序列的内在确定性成分得到了增强, 显现了系统内在的动态特性. 可以看出, 本文方法降噪后的相图更加光滑清晰也更有规律性, 这种更加光滑且更有规律性的吸引子几何结构的展现表明

利用本文方法能够达到良好的降噪效果. 月太阳黑子信号降噪后的信噪比和均方根误差见表 1. 可以看出, 对于实际信号, 本文方法降噪后的信噪比也是最大, 而均方根误差最小.

### 4.3 ICA-EMD 混沌信号去噪方法复杂度分析

ICA-EMD 混沌信号去噪算法的时间花费主要由两部分组成:

1) 利用 EMD 对含噪混沌信号进行多次分解, 构造 ICA 多维输入向量时的时间开销.

由 3.2 节多维输入向量的构造算法可知, 如果构造  $P$  维 ICA 输入向量, 则需要对信号进行  $P+1$  次的 EMD 分解. 在 EMD 的分解过程中, 需要通过迭代筛选 IMF, 每次迭代过程中的运算量主要集中在利用三次样条函数插值构造信号的上、下包络线, 设一次迭代的时间为  $\Delta t_1$ .

对于含高斯白噪声的信号, 利用 EMD 进行去噪时, 经 8—10 次迭代筛选出的 IMF 可达到很好的去噪效果, 且噪声主要集中在前 10 层 IMF 中<sup>[18,25]</sup>. 因此, 本文在实验中筛选含噪混沌信号的 IMF 时, 迭代次数  $nI$  取为 9, 筛选出的 IMF 层数  $L$  取为 10. 对混沌信号进行一次 EMD 分解所需的时间约为  $L \cdot nI \cdot \Delta t_1$ , 所以在构造  $P$  维 ICA 输入向量时, 总的时间开销  $T_1$  约为  $(P+1) \cdot (L \cdot nI \cdot \Delta t_1)$ .

2) 利用 ICA 对  $L$  层 IMF 进行去噪的时间开销.

每一层 IMF 的  $P$  维输入向量构造完成后, 需要利用 ICA 对该  $P$  维输入向量进行去噪处理, 本文中选用的 fastICA 算法具有 3 阶收敛速度.

设含噪混沌信号的长度为  $N$ , 则 fastICA 对每一层 IMF 去噪时需要处理的数据维数为  $N \times P$ . 假

设 fastICA 对一层 IMF 去噪所需的时间花费为  $\Delta t_2$ , 则利用 fastICA 对所有 IMF 去噪时的时间总开销  $T_2$  约为  $L \cdot \Delta t_2$ .

因此, 在利用 ICA-EMD 对某一混沌信号进行去噪时, 总的时间开销

$$T \approx T_1 + T_2 \approx (P+1) \cdot (L \cdot nI \cdot \Delta t_1) + L \cdot \Delta t_2.$$

本文实验中, 取  $P = 20$ ,  $L = 10$ ,  $nI = 9$ . fastICA 程序采用 Hyvärinen 提供的 fastICA2.5 (<http://research.ics.aalto.fi/ica/fastica/code/dlcode.shtml>); EMD 程序采用 flandrin 提供的 EMD 程序包 (<http://perso.ens-lyon.fr/patrick.flandrin/emd.html>). 实验运行环境为 matlab7.8.0, PC 机内存为 2G, cpu 主频为 3.06 GHz. 对长度为 5000 的 Lorenz 混沌信号去噪时, 时间开销约为 0.0549 s; 对于长度为 3100 的月太阳黑子混沌序列去噪时, 时间开销约为 0.0243 s.

## 5 结 论

针对混沌信号的 EMD 阈值降噪法中阈值选取困难及降噪精度不够高的问题, 本文联合独立成分分析和 EMD 对混沌信号进行降噪分析. 该方法采用 ICA 对混沌信号的各层 IMF 进行降噪处理, 更大程度上去除了噪声, 并更好地保留了实际信号中的有用信息. 以叠加不同强度高斯噪声的 Lorenz 混沌信号和月太阳黑子的实际观测混沌信号为研究对象, 进行了实验分析. 实验结果表明, 与现有 EMD 去噪算法相比, 本文方法能有效地应用于混沌信号降噪, 且能够更加清晰地显示出掩藏在噪声内部的混沌吸引子几何结构, 为进一步求预测混沌信号、提取混沌参数等实际应用打下较好基础.

- 
- [1] Li G L, Chen X Y 2008 *Acta Electronica Sinica* **36** 1814 (in Chinese)  
[李冠林, 陈希有 2008 电子学报 **36** 1814]
- [2] Vicha T, Dohnal M 2008 *Chaos, Solitons & Fractals* **38** 70
- [3] Dedieu H, Kisiel A 1999 *International Journal of Circuit Theory and Applications* **27** 577
- [4] Jako Z, Kis G 2000 *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications* **47** 1720
- [5] Schreiber T 1993 *Physical Review E* **47** 2401
- [6] Han M, Liu Y H, Shi Z W, Xiang M 2007 *Journal of System Simulation* **19** 364 (in Chinese) [韩敏, 刘玉花, 史志伟, 项牧 2007 系统仿真学报 **19** 364]
- [7] Leontitsis A, Bountis T, Page J 2004 *Chaos* **14** 106
- [8] Huang X G, Xu J X, He D H 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1810 (in Chinese)
- [黄显高, 徐健学, 何岱海, 夏军利 1999 物理学报 **48** 1810]
- [9] Murguia J S, Campos C E 2006 *Revista Mexicana De Fisica* **52** 155
- [10] Liu Y X, Yang G S, Jia Q 2011 *Acta Electronica Sinica* **39** 13 (in Chinese) [刘云侠, 杨国诗, 贾群 2011 电子学报 **39** 13]
- [11] Zhang L, Bao P, Wu X 2005 *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology* **15** 469
- [12] Zhang H, Chen X H, Yang H Y 2011 *Oil Geophysical Prospecting* **46** 70 (in Chinese) [张华, 陈小宏, 杨海燕 2011 石油地球物理勘探 **46** 70]
- [13] Huang N E, Shen Z, Long S R 1998 *Proc. of the Royal Society of London A* **454** 903
- [14] Yang Y F, Ren X M, Qin W Y, Wu Y F, Zhi X Z 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6139 (in Chinese) [杨永锋, 任兴民, 秦卫阳, 吴亚锋, 支希哲 2008

- 物理学报 57 6139]
- [15] An X L, Jiang D X, Zhao M H, Liu C 2011 *Communications in Non-linear Science and Numerical Simulation* **17** 1036
- [16] Boudraa A, Cexus J 2007 *IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement* **56** 2196
- [17] Olufemi A, Vladimir A, Auroop R 2011 *IEEE Sensors Journal* **11** 2565
- [18] Kopsinis Y, McLaughlin S 2009 *IEEE Transactions on Signal Processing* **57** 1351
- [19] Hyvarinen A, Oja E 2000 *Neural Networks* **13** 411
- [20] Li P J, Jin H R, Song B Q 2008 *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Pekinensis* **4** 45 (in Chinese) [李培军, 金慧然, 宋本钦 2008 北京大学学报 (自然科学版) **4** 45]
- [21] Zhang Z S, Yu J, Yan Q, Meng Y S, Zhao Z 2011 *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica* **40** 289 (in Chinese) [张中山, 余洁, 燕琴, 孟云闪, 赵争 2011 测绘学报 **40** 289]
- [22] Li H, Sun Y L 2007 *Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications* **30** 33 (in Chinese) [李洪, 孙云莲 2007 北京邮电大学学报 **30** 33]
- [23] Aapo H 1999 *IEEE Transactions on Neural Networks* **10** 626
- [24] Zhao H W, Norden E H 2004 *Proc. R. Soc. Lond. A8* **460** 1597
- [25] Schlotthauer G, Torres M E, Rufiner H L, Flandrin P 2009 *Advances in Adaptive Data Analysis* **1** 11

# Chaotic signal denoising method based on independent component analysis and empirical mode decomposition\*

Wang Wen-Bo<sup>1)2)†</sup> Zhang Xiao-Dong<sup>3)4)</sup> Wang Xiang-Li<sup>5)</sup>

1) (School of Science, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430065, China)

2) (State Key Laboratory of Remote Sensing Science, Beijing 100101, China)

3) (State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan 430079, China)

4) (State Key Laboratory of Satellite Ocean Environment Dynamics, Second Institute of Oceanography, State Oceanic Administration, Hangzhou 310012, China)

5) (School of Computer Science and Technology, Wuhan University of Technology, Wuhan 430063, China)

(Received 5 July 2012; revised manuscript received 18 October 2012)

## Abstract

According to the characteristics of empirical mode decomposition and denoising of independent component analysis, an adaptive denoising method of chaotic signal is proposed based on independent component analysis and empirical mode decomposition. First, the chaotic signal is decomposed into a set of intrinsic mode functions by empirical mode decomposition; then, the multi-dimensional input vectors are constructed based on the translation invariant empirical mode decomposition, and the noise of each intrinsic mode function is removed through the constructed multi-dimensional input vectors and the independent component analysis; finally, the denoised chaotic signal is obtained by accumulating and reconstructing all the processed intrinsic mode functions. Both the chaotic signal generated by Lorenz map with different level Gaussian noises, and the observed monthly series of sunspots are respectively used for noise reduction using the proposed method. The results of numerical experiments show that the proposed method is efficient. It can better correct the positions of data points in phase space and approximate the real chaotic attractor trajectories more closely.

**Keywords:** independent component analysis, empirical mode decomposition, chaotic signal, denoising

**PACS:** 02.30.Nw, 31.70.Hq

**DOI:** 10.7498/aps.62.050201

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 41071270, 11201354), the Open Fund of State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying Mapping and Remote Sensing (Grant No. 11R01), the Open Fund of State Key Laboratory of Remote Sensing Science (Grant No. OFSLRSS201209), the State Key Laboratory of Satellite Ocean Environment Dynamics Research Funding (Grant No. SOED1102), the Natural Science Foundation of Hunan Province, China (Grant No. 2010CDB03305), the Chengguang Foundation of Wuhan City (Grant No. 201150431096), and the Central University Basic Research Fund (Grant No. 2012-IV-043).

† Corresponding author. E-mail: wwb0178@163.com