

# 基于阻抗模拟的等效电磁参数研究

吴超 吕绪良<sup>†</sup> 曾朝阳 贾其

(解放军理工大学电磁环境效应与光电工程国家重点实验室, 南京 210007)

(2012年7月15日收到; 2012年10月29日收到修改稿)

为能够较好的计算混合介质等效复介电常数和复磁导率, 提出了一种基于等效电路理论的阻抗模拟方法. 导出了材料的电磁参数与材料容抗、感抗之间的对应关系, 并建立了能够较完整、精确地刻画实际复合材料的模型. 通过求解混合介质的等效阻抗, 进一步反演其等效电磁参数. 将计算结果与经典理论公式以及基于有限差分的数值方法进行了比较, 结果都符合得很好, 说明该方法可以用于计算材料的等效电磁参数. 另外, 引入薄膜层结构来刻画表面效应等因素, 使得计算结果更加符合实验结果, 弥补了经典公式在这方面的不足, 同时也体现了该方法在刻画实际模型时所具有的优势.

**关键词:** 等效电磁参数, 阻抗模拟, 等效电路, 混合介质

**PACS:** 41.20.Jb, 84.30.Bv

**DOI:** 10.7498/aps.62.054101

## 1 引言

吸波材料的吸波性能取决于两个关键因素, 一是材料与空气的阻抗匹配特性, 二是材料对于电磁波的衰减能力, 这两个因素几乎完全地依赖于材料的介电常数和磁导率. 吸波材料一般是由透波体掺杂吸收剂而组成的复合材料, 属于有效电介质材料体系. 因此, 在研究吸波材料时, 混合介质等效电磁参数的计算就显得尤为重要<sup>[1-3]</sup>.

为了能够有效刻画混合介质等效电磁参数, 人们已经从实验和数值计算的角度提出了许多不同的方法和理论<sup>[4-7]</sup>, 得到了一些经验、理论公式, 以及数值计算方法. 由于材料之间的相互复合是非常复杂的, 除了一般的物理过程外, 还可能存在着化学反应. 也就是说, 在掺杂颗粒的表面可能会形成一层具有不同电磁特性的薄膜. 并且在材料的接触面存在一些复杂的表面作用, 人们对此的认识还是非常有限的. 对于这些在材料接触面发生的电磁特性的突变, 我们可以称之为表面效应, 未考虑表面效应是经典公式计算的主要误差来源之一. 而数值计算大多基于有限差分法, 需要先进行有限元划分, 再利用差分方法进行数值迭代, 建模复杂, 计算量

大, 实现较困难. 本文从等效电路理论出发, 结合数值计算, 充分考虑掺杂颗粒的形状、颗粒之间的相互影响以及表面效应等因素, 提出了一种阻抗模拟方法, 以此来计算混合介质的等效电磁参数, 在保证计算精度的同时, 只需较少的计算量.

## 2 基本理论

根据电磁场的基本理论, 电场与电压、磁场与电流、介电常数与电容、磁导率与电感是相互对应的, 具有实际意义. 因此, 电磁波与物质的相互作用, 在宏观上可以等效为在传输线上传输交变电流. 其基本电路模型如图1所示.

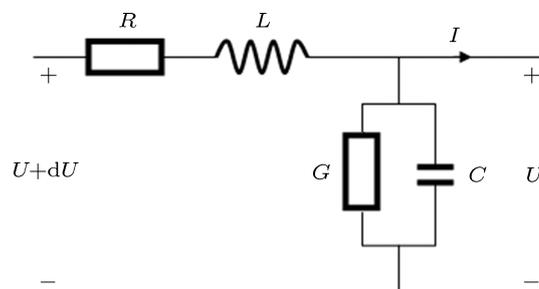


图1 等效电路模型

对于混合介质等效为均匀介质, 即为非均匀传

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: xllu1957@126.com

输线等效为均匀传输线,也就是接上相同的电压,得到相同的电流.因此,介质的等效即是其特性阻抗的等效.另外,一般的吸收剂颗粒其尺寸在微米甚至纳米级,远小于常用雷达波波长,所以其满足准静态假设.设输入电压电流分别为  $U$ 、 $I$ ,则传输线基本方程为<sup>[8]</sup>

$$dU = j\omega LI + RI, \quad (1a)$$

$$dI = j\omega CU + GU, \quad (1b)$$

式中  $R, L, G, C$  分别为单位长度电阻 ( $\Omega/m$ ), 单位长度电感 ( $H/m$ ), 单位长度电导 ( $S/m$ ) 单位长度电容 ( $F/m$ ).

根据电磁损耗的物理机理<sup>[9]</sup>, 设介质的相对复介电常数和相对复磁导率分别为  $\epsilon_r = \epsilon' - j\epsilon''$ ,  $\mu_r = \mu' - j\mu''$ , 则有

$$\begin{aligned} R &= \mu''\omega L_0, \\ L &= \mu' L_0, \\ G &= \epsilon''\omega C_0, \\ C &= \epsilon' C_0, \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $L_0, C_0$  为标准参考电感和电容, 即电磁波在单位体积真空中传播时, 等效为均匀传输线而定义的电感和电容. 将 (2) 式代入 (1) 式, 可得

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dI} &= \rho_\epsilon = \frac{1}{j\omega\epsilon_r C_0}, \\ \frac{dU}{I} &= \rho_\mu = j\omega\mu_r L_0, \end{aligned} \quad (3)$$

式中  $\rho_\epsilon, \rho_\mu$  具有阻抗的量纲, 可以称之为关于介电常数和磁导率的电阻率或阻抗率方程. 根据欧姆定律, 阻抗  $Z = \rho \frac{l}{S}$ , 式中  $l$  为介质体长度,  $S$  为横截面积,  $\rho$  既为电阻率或阻抗率. 将混合介质划分为无数个小单元, 每个单元可以看成是均匀介质, 因此, 混合介质等效电磁参数的求解即可归结为等效阻抗的求解. 从单元阻抗推算整体阻抗, 根据欧姆定律, 完全是基于阻抗的串并联 (图 2), 简单证明如下, 以介电常数的阻抗率为例.

当单元满足并联结构时, 设单元电压电流分别为  $U_1, U_2, I_1, I_2$ , 总电压电流为  $U, I$ , 则有  $U = U_1 = U_2, I = I_1 + I_2$ , 于是

$$\begin{aligned} \frac{U}{dI} &= \frac{U}{dI_1 + dI_2} = \rho_\epsilon = \frac{1}{j\omega\epsilon_r C_0} \\ &= \frac{1}{j\omega\epsilon_1 C_0 + j\omega\epsilon_2 C_0}. \end{aligned} \quad (4)$$

由 (4) 式可以看出, 其满足阻抗的并联关系, 并且可以通过阻抗等效求解等效介电常数. 同样的, 我们可以通过关于磁导率的阻抗等效来求解等效磁导率, 并且证明阻抗满足串联关系.

混合介质中两种材料表面的物理化学机理很复杂, 可以引入薄膜层结构来描述这种表面效应. 因此, 通过建模, 可以刻画掺杂颗粒的形状以及表面效应等因素, 具有实际意义且不需要大量的数值计算.

由于篇幅有限, 选取最典型的立方体包含球形颗粒模型为例, 其截面如图 3 所示.

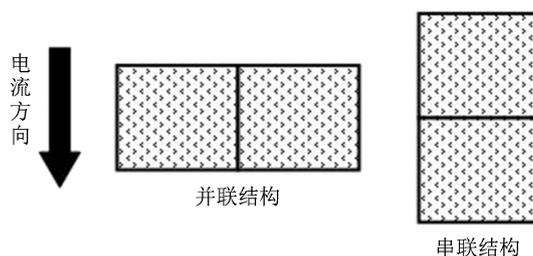


图 2 单元的串并联结构

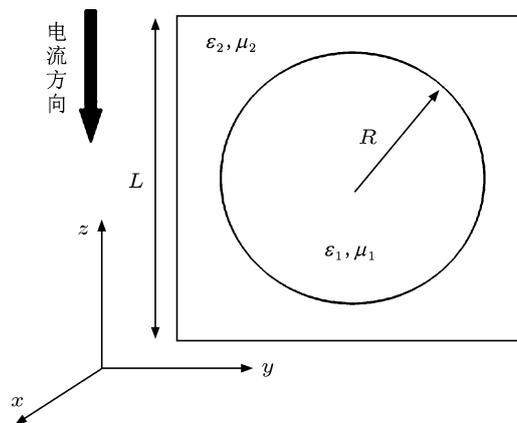


图 3 混合介质单元模型及其参数

对于表面效应的建模, 设在颗粒表面有厚度为  $d$  ( $d \ll R$ , 为一系数), 电磁参数为  $\epsilon_3, \mu_3$  的薄膜. 建立直角坐标系, 设立方体长、宽、高对应  $X, Y, Z$  轴, 位于第一象限, 顶点在原点, 电流从上底面沿  $-Z$  方向传播. 将模型划分为无限多的小阻抗单元, 边长为  $\Delta z$ , 显然在同一高度的一个层面上 ( $XY$  平面), 阻抗单元之间为并联关系, 层与层之间 ( $Z$  轴方向) 为串联关系.

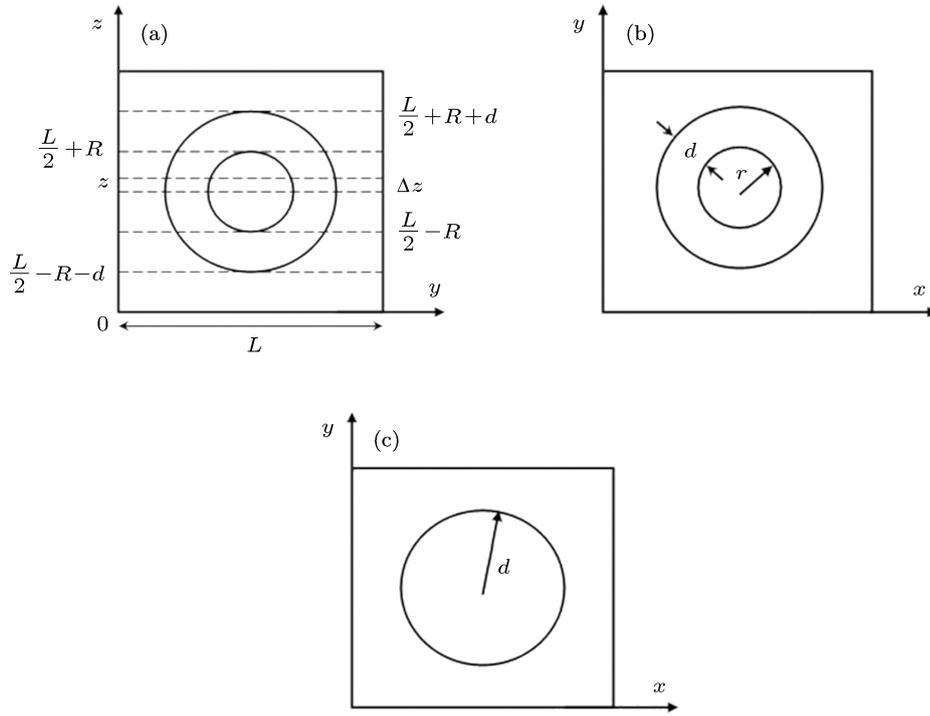


图4 模型截面示意图 (a) 单元模型平面的分层; (b) 截面包含颗粒部分; (c) 截面只含包覆层部分

根据截面是否包含包覆层及颗粒, 模型的等效阻抗可以写为

$$Z_c = \rho_e \frac{L}{L^2} = Z^3 + \sum \Delta Z_i^1 + \sum \Delta Z_i^2. \quad (5)$$

当  $\frac{L}{2} - R \leq z \leq \frac{L}{2} + R$  时, 截面如图 4(b) 所示, 有

$$\sum \Delta Z_i^1 = \int_{-R}^R \left[ \pi \frac{R^2 - z^2}{\rho_1} + \pi \frac{(R+d)^2 - R^2}{\rho_3} + \frac{L^2 - \pi(R+d)^2 + \pi z^2}{\rho_2} \right]^{-1} dz, \quad (6a)$$

当  $\frac{L}{2} - R - d \leq z \leq \frac{L}{2} - R$  或  $\frac{L}{2} + R \leq z \leq \frac{L}{2} + R + d$

时, 截面如图 4(c) 所示, 有

$$\sum \Delta Z_i^2 = 2 \int_R^{R+d} \left[ \pi \frac{(R+d)^2 - z^2}{\rho_3} + \frac{L^2 - \pi(R+d)^2 + \pi z^2}{\rho_2} \right]^{-1} dz, \quad (6b)$$

当  $0 \leq z \leq \frac{L}{2} - R - d$  或  $\frac{L}{2} + R + d \leq z \leq L$  时, 截面只包含基体, 则阻抗为

$$Z^3 = 2\rho_2 \frac{\left(\frac{L}{2} - R - d\right)}{L^2}. \quad (6c)$$

通过等效化简, 有

$$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{1-2\phi}{\varepsilon_2} + \int_{-\phi}^{\phi} \frac{1}{\varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\pi\phi^2 + 2(\varepsilon_3 - \varepsilon_2)\pi k\phi^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\pi\tau^2} d\tau, \quad (7a)$$

$$\mu = \frac{1-2\phi}{1/\mu_2} + \int_{-\phi}^{\phi} \frac{1}{1/\mu_2 + (1/\mu_1 - 1/\mu_2)\pi\phi^2 + 2(1/\mu_3 - 1/\mu_2)\pi k\phi^2 + (1/\mu_2 - 1/\mu_1)\pi\tau^2} d\tau, \quad (7b)$$

式中  $\epsilon, \mu$  为混合介质等效复介电常数和复磁导率,  $k = d/R, \phi = R/L$ .

### 3 计算分析

实际的颗粒掺杂型混合介质, 即使在固定的体积比条件下, 颗粒也应该是以任意的形式分布在基体介质中, 即粒径不可能都一样, 掺杂也不会完全均匀, 因而传统的基于重复单元的计算模型过于粗糙. 为了模拟实际的材料, 考虑颗粒与颗粒之间的相互影响, 认为粒径是以平均粒径为均值的均匀分布. 将实际的材料划分为足够多的立方体单元, 颗粒在每个立方体单元中的出现具有概率性, 如图 5 所示.

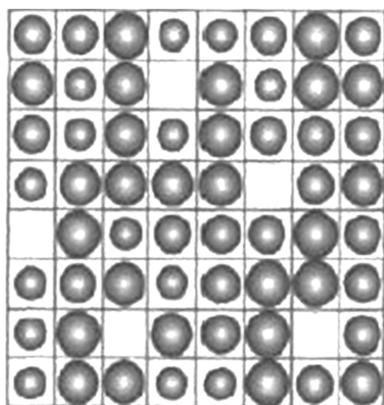


图 5 随机分布模型结构图

随机分布模型的关键是模拟体积随机分布的掺杂颗粒, 并使它们满足体积比的要求. 将材料划分为  $m \times n \times k$  个单元, 设粒径在  $[(1-q)R, (1+q)R]$  ( $0 < q < 1$ ) 之间均匀分布,  $q$  依据碾磨吸收剂的器械的性能而定, 掺杂的体积分数为  $P_v$ , 每个立方体单元中出现颗粒的概率为  $\rho$ . 则颗粒粒径的概率密度函数为

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < (1-q)R, \\ \frac{1}{2qR}, & (1-q)R \leq x \leq (1+q)R, \\ 0, & x > (1+q)R. \end{cases} \quad (8)$$

设粒径的样本为  $X, X = \{x_i\}$ , 其样本数为  $N = \lfloor \rho \times m \times n \times k \rfloor$ ,  $\lfloor \bullet \rfloor$  表示向下取整, 则其分布函数在  $0-1$  之间均匀分布. 设有相同样本数的概率样本  $P, P = \{p_i\}$ ,  $p_i$  在  $0-1$  之间均匀分布. 则对于任

意的  $x_i$  有

$$x_i = p_i \cdot 2qR + (1-q)R. \quad (9)$$

显然  $x_i$  满足在  $[(1-q)R, (1+q)R]$  之间均匀分布. 于是样本  $X$  可以表示为

$$X = P \cdot 2qR + (1-q)R. \quad (10)$$

根据掺杂体积分数有关系式

$$\frac{\sum_{i=1}^N \frac{4}{3}\pi[1+(2p_i-1)q]^3}{m \times n \times k} \theta^3 = P_v. \quad (11)$$

通过迭代法解 (11) 式得到概率  $\rho$ , 即得到随机分布的数学模型, 考虑到式子不是很复杂, 可以直接利用计算机进行例举法计算, 体积分数误差设为 1%, 其流程图如图 6. 具体求解时, 先得到每个颗粒单元的阻抗, 通过串并联关系得到整个模型阻抗, 再反演其等效电磁参数.

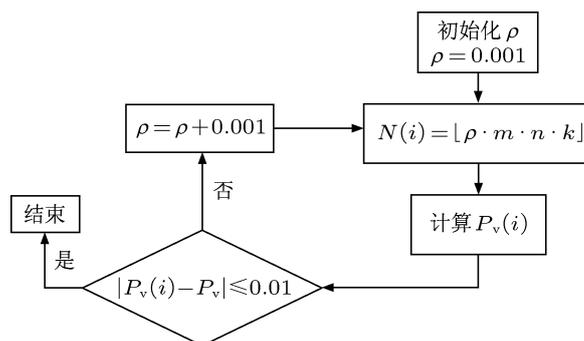


图 6 计算流程图

文献 [10] 提出了一种计算介电常数和电导率的三维有限差分法, 是一种数值计算方法. 将本文计算结果与文献计算结果进行比较, 如图 7、图 8. 基体介电常数为 10, 电导率为  $0.01 \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$ ; 添加颗粒介电常数为 10, 电导率为  $1 \Omega^{-1} \cdot m^{-1}, \theta = 0.4$ .

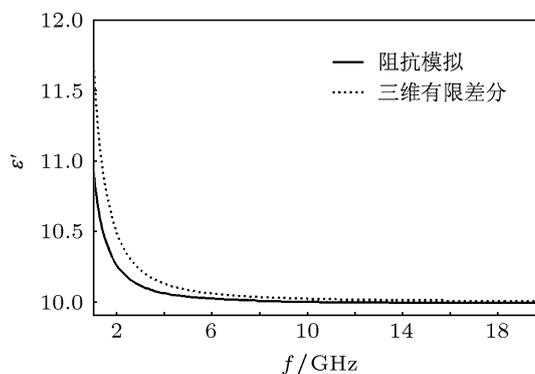


图 7 复介电常数实部随频率的变化

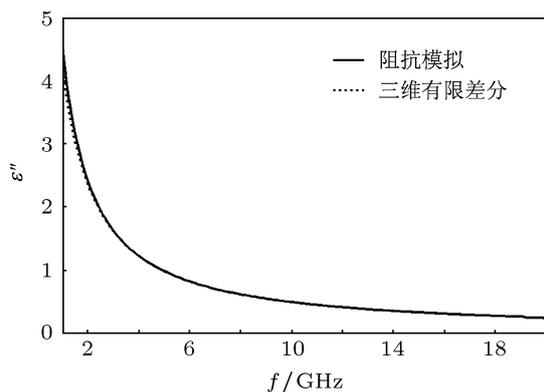


图8 复介电常数虚部随频率的变化

从图7和图8的对比结果来看,本文提出的阻抗模拟方法和文献[10]提出的三维有限差分方法其计算结果符合得很好.说明阻抗模拟法兼具了数值法的优点,可以准确的刻画模型,保证计算的精度,并且不需要大量的数值计算.

文献[11]将DT-50 羰基铁粉颗粒掺杂到环氧树脂E-20中,并测试了混合材料的介电常数.其实验结果与计算结果的对比如图9,其中圆点为实验值,实线为本位方法计算值,划线为有效介质理论计算值,虚线为弥散微结构理论计算值.只给出介电常数实部结果.

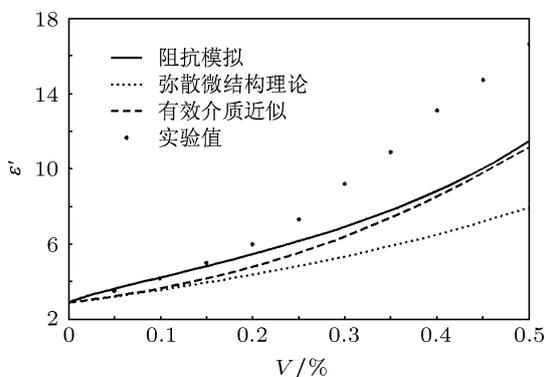


图9 复介电常数实部随体积分数的变化

从图9可以看出,阻抗法的计算结果和经典公式计算结果很接近.图9的计算结果没有考虑表面效应的影响,这是经典公式的缺陷,也是造成与实验结果误差较大的重要原因.以薄膜层来刻画表面效应,设薄膜厚度为颗粒半径的1%,调整薄膜电参数,当 $\epsilon_f = 255 - j10.7$ 时计算结果如图10所示.

这里薄膜层的介电常数与颗粒以及基体的介电常数的差异都很大,说明在两种材料复合的过程

中,很有可能由于化学变化,在表面形成了另外一种介质;或者是存在表面极化等一些较复杂的表面作用.另外从图10可以看出,优化后阻抗法的计算结果与实验结果仍有一定的误差,这可能是模型简化、等效所引起的.总的来说,引入薄膜结构后,等效电参数的计算结果更符合实验结果,说明利用薄膜层模型来描述表面效应等因素是可行的,也进一步说明了该方法在刻画实际模型方面所具有的优势.需要说明的是,上述分析都是基于颗粒是标准的球形颗粒,因此,可以应用解析法来描述颗粒的形体.当然,如果颗粒的形状是不规则的,上述积分方法将无法使用,这时需要结合有限元方法进行单元划分再求和.虽然此时又回到了数值计算,但依然是基于阻抗串并联,并不需要差分迭代等复杂运算.

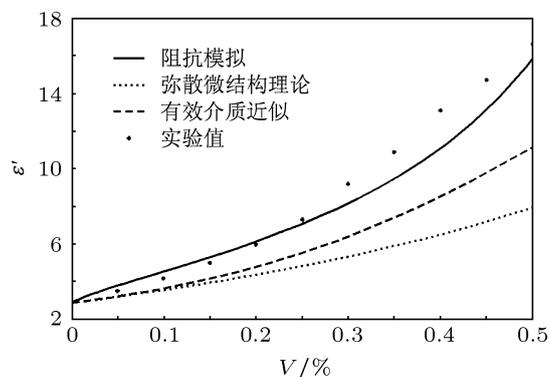


图10 考虑表面效应后复介电常数实部随体积分数的变化

## 4 实验测试

为了进一步测试该方法的适应性,验证其是否适用于同一材料不同混合比例的计算,利用两种不同粒径( $3\ \mu\text{m}$ 和 $5.5\ \mu\text{m}$ )的羰基铁粉(代号分别为YXE, RZE),将其包裹在 $\text{SiO}_2$ 中(代号分别为YXEG, RZEG),羰基铁粉的体积分数分别为30%, 50%,利用HP-8722ES矢量网络分析仪测试复合物的电磁参数,测试波段为1—18 GHz.测试时将粉体与石蜡混合,粉体所占比重为89%,做成2 mm厚的圆环,外径7 mm,内径3 mm.

利用阻抗模拟方法,将YXEG材料电磁参数的计算值与测试值拟合,反演得到薄膜的等效电参数,并将其应用于RZEG材料的计算,分别用计算值1、计算值2表示未考虑表面效应和考虑表面效应的计算结果,如图11所示.

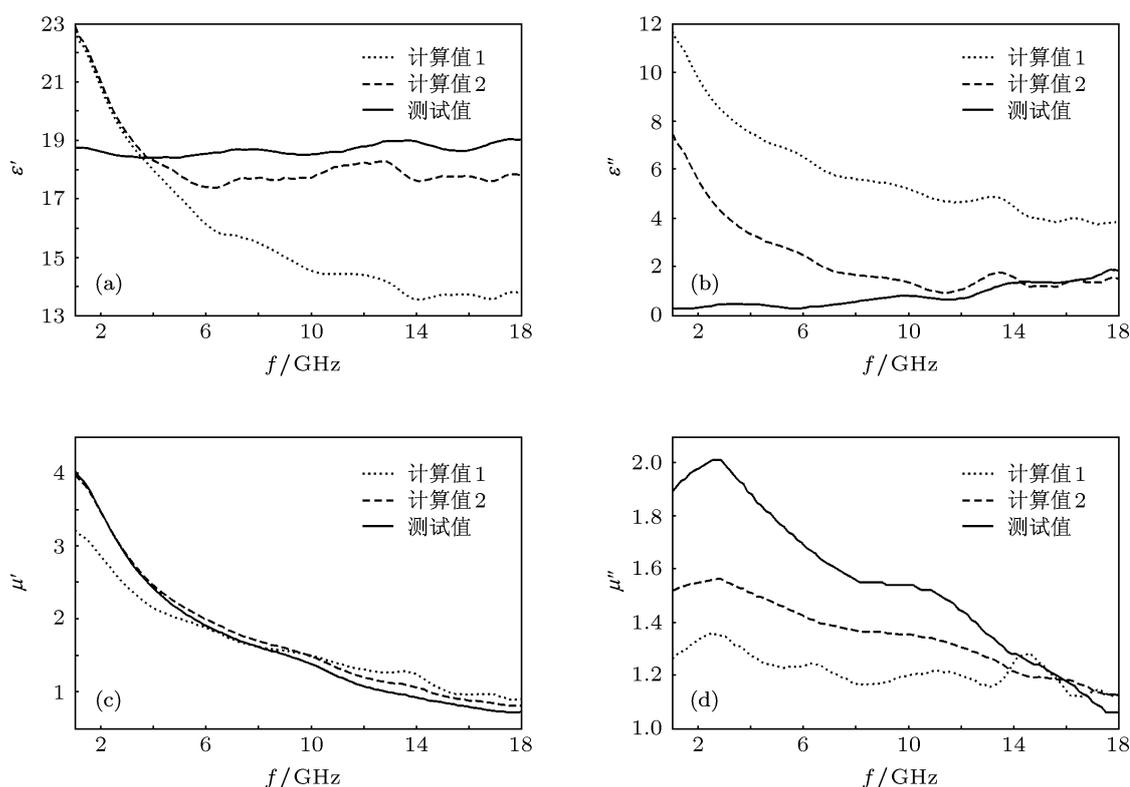


图 11 RZEG 等效电磁参数随频率的变化 (a) 介电参数实部; (b) 介电常数虚部; (c) 磁导率实部; (d) 磁导率虚部

从图 11 的计算结果来看, 通过拟合、反演得到的 YXEG 材料的等效薄膜电参数可以应用于 RZEG 材料的计算, 其计算结果更接近测试值, 说明该方法具有一定的适应性.

## 5 结论

混合介质等效电磁参数的计算在材料、电子、地质等学科领域都是一个研究热点, 尤其是随着计

算机技术的发展, 各种模型也越来越精细复杂. 本文基于等效电路理论, 提出了一种计算混合介质等效电磁参数的阻抗模拟方法, 该方法兼具了经典公式计算简便以及数值法在模型建立方面的优势. 通过仿真计算, 其结果与经典公式和以及一些数值方法的计算结果都具有较好的一致性. 另外, 通过模型的精细刻画, 尤其是表面效应等因素, 其计算结果与实验值更接近.

- [1] Nie Y, He H H, Gong R Z 2007 *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* **310** 13
- [2] Sang-Eui Lee, Oyoung Choi, H Thomas Hahn 2008 *Journal of Applied Physics* **104** 1
- [3] Andrey N L, Konstantin N R 2009 *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* **321** 2082
- [4] Ding S J, Ge D B, Shen N 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 943 (in Chinese) [丁世敬, 葛德彪, 申宁 2010 物理学报 **59** 943]
- [5] Sun J, Huang M, Peng J H, Niu W W, Zhang L B 2010 *The 9th International Symposium on Antennas, Propagation and EM Theory Guangzhou*, November 29-December 2, 2010 p701
- [6] Lakshmi K, John Honey, Mathew K T 2009 *Acta Materialia* **57** 371
- [7] Chen X L, Cheng Y H, Wu K, Wu S N 2009 *Progress in Natural Science* **19** 532 (in Chinese) [陈小林, 成永红, 吴锴, 吴胜男 2009 自然科学进展 **19** 532]
- [8] Pan H L, Chen J K, Zhao Z J, He J K, Ruan J Z, Yang X L, Yuan W Z 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3230 (in Chinese) [潘海林, 程金科, 赵振杰, 何家康, 阮建中, 杨燮龙, 袁望治 2008 物理学报 **57** 3230]
- [9] Zhou K S, Huang K L, Kong D M, Li Z G 2001 *J. Cent. South Univ. Technol.* **32** 617 (in Chinese) [周克省, 黄可龙, 孔德明, 李志光 2001 中南工业大学学报 **32** 617]
- [10] Luo M 2009 *Ph. D. Dissertation* (Wuhan: China University of Geosciences) (in Chinese) [骆淼 2009 博士学位论文 (武汉: 中国地质大学)]
- [11] Cao M S, Gao Z J, Zou G Z, Zhao Y N 2004 *Journal of Aeronautical Materials* **24** 15 (in Chinese) [曹茂盛, 高正娟, 邹桂真, 赵玉娜 2004 航空材料学报 **24** 15]

# Investigation of effective EM parameter based on impedance simulation

Wu Chao Lü Xu-Liang<sup>†</sup> Zeng Zhao-Yang Jia Qi

(National Key Laboratory on Electromagnetic Environmental Effects and Electro-optical Engineering,

PLA University of Science & Technology, Nanjing 210007, China)

(Received 15 July 2012; revised manuscript received 29 October 2012)

## Abstract

In order to calculate the equivalent EM parameter of mixed medium, in this paper, we propose a new method of impedance simulation based on an equivalent circuit. First, the relationship between electromagnetic parameters and capacitance, inductance of material is set up, and then the model that can describe real composite accurately is established. The equivalent EM parameter could be obtained by calculating the equivalent impedance of mixed medium. Comparing this method with the classical formulae and finite-difference numerical method, it is proved that it can be used to calculate the equivalent EM parameter of material. In addition, introducing thin films to simulate the factor such as surface effect, the result of calculation would match with experimental results perfectly. This method has more advantages than classical formulae and numerical method.

**Keywords:** equivalent EM parameter, impedance simulation, effective circuit, mixed medium

**PACS:** 41.20.Jb, 84.30.Bv

**DOI:** 10.7498/aps.62.054101

---

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: xllu1957@126.com