

快波模式转换效率的理论分析和数值模拟*

卢凌峰[†] 张新军 赵燕平 秦成明

(中国科学院等离子体物理研究所, 合肥 230031)

(2012年5月8日收到; 2012年10月28日收到修改稿)

利用相位积分法, 在传统的布登模型基础上, 考虑了高场侧截止层的影响, 构建了三体模型, 求出了快波通过单一衰减层的传输系数、反射系数和模式转换系数. 在双离子情况下, 模拟的结果与 Kazakov 等人的结果相符合. 针对 EAST 实验, 将双离子模型推广至三离子模型, 分析了不同相位、少子浓度、频率和纵场强度对快波模式转换效率的影响, 为未来离子回旋加热实验提供参考.

关键词: 模式转换加热, 离子回旋波加热, 相位积分

PACS: 52.50.Qt, 52.35.Hr, 52.25.Os, 52.55.Fa

DOI: 10.7498/aps.62.075204

1 引言

离子回旋波加热是目前 EAST 上主要的加热方式. 根据冷等离子体色散关系, 等离子体中的波可分为慢波和快波, 慢波是消散波, 其截止层在等离子体表面附近, 所以不能在等离子体内部传播. 起加热作用的是快波, 实验上快波加热有多种方式^[1-3], 主要有少数离子加热、模式转换加热、二次谐波加热及快波直接电子加热等. 近年来研究最多的是少子加热和模式转换加热. 等离子体中的离子按相对数量的多少, 可分为多数离子和少数离子. 少数离子加热, 即先加热少数离子, 然后通过碰撞加热背景等离子体. 模式转换加热的机理是快波在等离子体的离子-离子混杂共振层, 它的位置取决于少子浓度、频率、磁场比及天线相位等参数, 转换为离子伯恩斯坦波^[4-6]. 离子伯恩斯坦波是短波长静电波, 会发生强烈的电子朗道衰减, 从而加热电子, 也可以通过非线性共振加热离子^[7]. 另外, 模式转换还有许多其他利于装置运行的功能, 比如抑制湍流、驱动等离子体极向和环向转动等.

理论上, 最初描述快波在模式转换层中传播性质的模型是 Budden 双体模型^[8], 波在离子-离子

混杂共振层发生模式转换. 这种模型下的模式转换系数最大可达到 25%. Fuch 扩展了 Budden 模型, 认为高场侧截止层对提高模式转换系数起了很重要的作用. 离子-离子混杂共振层、左旋截止层和高场侧的截止层共同构成了三体模型^[9]. 在三体模型下, 由等离子体内部的左旋截止层和高场侧截止层所产生的反射波可以叠加相消, 在不考虑波的衰减时, 模式转换系数最高可达到 100%. 目前普遍认为模式转换效率主要与少子浓度、频率/纵场强度及天线相位有关^[10,11]. 理论模拟的一个重要工作就是通过调整这些参数, 寻找模式转换效率的最优解. TFTR 曾观察到 80% 的快波能量在模转换层附近被电子吸收, 其中大部分是通过模式转换实现的^[5]. 然而, 实验中算得的转换效率通常很低, 且与很多因素有关, 因此如何提高模转换效率成为至关重要的问题. 本文将对三体模型进行细致的分析, 为在 EAST 上开展相关实验提供参考提供必要的参考依据和分析工具.

2 等离子体色散关系

快波在均匀冷等离子体中的传播由波动方程

* 国家磁约束核聚变能研究专项 (批准号: 2010GB110000)、国家自然科学基金 (批准号: 11105179, 11075182) 和中国科学院知识创新工程重要方向性项目 (批准号: Y05FCQ1126) 资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: lingfl@mail.ustc.edu.cn

描述 [1,8,12]

$$\frac{d^2 E_y}{dx^2} + Q(x)E_y = 0, \quad (1)$$

其中势函数可以写为 $Q(x) = \frac{w^2}{c^2} n_{\perp}^2$, w 为波的角频率, n_{\perp} 为波在垂直环向磁场方向的折射率. 对于离子回旋频段, 有

$$n_{\perp}^2 = \frac{(R - n_{//}^2)(L - n_{//}^2)}{S - n_{//}^2}, \quad (2)$$

其中 R, L, S 为 Stix 等离子体介电张量分量 [8], $n_{//}$ 为平行环向磁场方向的折射率. 我们把 $n_{\perp} = 0$ 的位置称为截止层, 波在这些位置发生反射; $n_{\perp} \rightarrow \infty$ 的情况称为共振层, 波在此位置被吸收或发生模式转换. (2) 式表明, 快波有两个截止区, 如图 1 所示. $n_{//}^2 = R$ 称为右旋截止层, 波通过此位置后变成以右旋分量为. $n_{//}^2 = L$ 称为左旋截止层, $n_{//}^2 = S$ 称为离子-离子混杂共振层, 它的出现是因为等离子体中含有两种或两种以上不同荷质比的离子. 共振层通常很靠近左旋截止层, 并和左旋截止层一起构成“截止共振对”. 在“截止共振对”中, 波的折射率小于零, 发生衰减, 因此这个区域又被称为衰减层. 本文以下的理论推导将针对双离子成分的等离子体, 两种以上离子的情况将更为复杂.

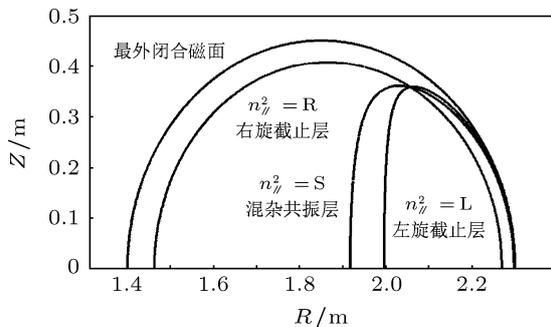


图 1 截止层和共振层在等离子体中的位置 (大半径 1.85 m, 小半径 0.45 m, 微波频率 33 MHz, 氢离子浓度 $n_H/n_e = 0.34$, 氖离子浓度 $n_D/n_e = 0.66$, 中心磁场强度 2.8 T, 中心电子密度 $2.5 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$)

3 Budden 模型 [8,10]

Budden 模型考虑了由等离子体内部左旋截止层 $n_{//}^2 = L$ 和离子-离子混杂共振层 $n_{//}^2 = S$ 组成的截止-共振对对快波传播的影响. 快波经过一个截止-共振对时, 势函数可写成以下形式:

$$Q_B(x) = k_A^2 \left(1 - \frac{\Delta}{x - x_s} \right), \quad (3)$$

其中 k_A 是无穷远处快波的波矢, Δ 是衰减层的宽度, 即构成截止共振对的混杂共振层和左旋截止层之间的距离, x_s 是混杂共振层的位置. 大多数托卡马克所采用的辅助加热波从低场侧注入, 这种情况下, 波动方程 (1) 的解给出了波通过衰减层的传输系数、反射系数和模转换系数,

$$T_B = e^{-\pi\eta}, \quad (4)$$

$$R_B = (1 - T_B)^2, \quad (5)$$

$$C = 1 - T_B - R_B = T_B(1 - T_B). \quad (6)$$

(4) 中 $\eta = k_A \Delta$, 称为透穿因子. 当 $\eta \approx 0.22$ 时, 模转换系数 C 达到最大的 25%.

4 相位积分法 [9,13]

数学上, 相位积分法通常用来求解微分方程. 波动方程 (1) 的通解可表示成向左和向右的分量线性叠加,

$$E_y = a_1(x)w^+ + a_2(x)w^-, \quad (7)$$

w^+ 表示向右的分量, w^- 表示向左的分量. Wentzel-Kramer-Brillouin(WKB) 近似可以很好地描述除截止点、共振点及它们附近区域之外的解.

$$w^{\pm} = Q^{-1/4} \exp\left(\pm i \int_a^x Q^{1/2} dx\right) [1 + O(Q^{-3/2})]. \quad (8)$$

为了求得分量的形式解, 采用 Heading 标记法 [13]

$$(a, z) = Q^{-1/4} \exp\left(i \int_a^z Q^{1/2} dz\right), \quad (9)$$

$$(z, a) = Q^{-1/4} \exp\left(-i \int_a^z Q^{1/2} dz\right), \quad (10)$$

$$[a, b] = \exp\left(i \int_a^b Q^{1/2} dz\right), \quad (11)$$

积分下限 a 被称为相位基准.

Heading 标记法规定, 当 E 指数实部 $\text{Re}\left(\pm i \int Q^{1/2} dx\right)$ 为正时的解, 称为主项, 用下标 d 示意; 为负时称为次项, 用下标 s 示意. 例如, 假定 (9) 式是主项, 写成 $(a, z)_d$, 那么 (10) 式写为 $(z, a)_s$. 一般情况下, 主项在量级上要比次项大. 另外, 对于每一固定的 $|Q|$, 总存在某些特定相位, 使 $i \int Q^{1/2} dx$ 虚部为零, 复数图上这些点的连线称为斯托克斯线; 相反, 使 $i \int Q^{1/2} dx$ 实部为零的线为反斯托克斯线.

根据截止层和共振层的位置, 可以将等离子体分为三个区域. 如图 2 所示的 x_R, x_s, x_L 三个点中,

截止点 x_R, x_L 为一阶零点, 引出三条斯托克斯线和三条反斯托克斯线. 共振点 x_s 为 -1 阶零点, 激发一条斯托克斯线和一条反斯托克斯线. 相位积分法的基本思想是: 利用已知点的解, 根据一定的变换规则在复数空间中追迹, 最后得出所求点的解.

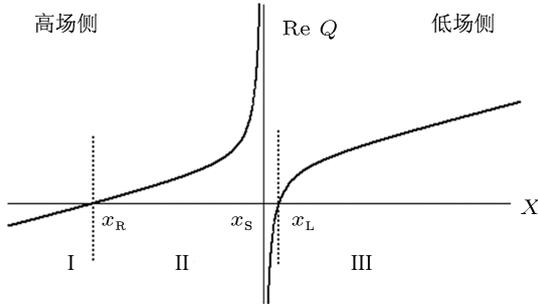


图2 在一定 k_{\parallel} 下, k_{\perp}^2 与 x 的关系图 (势函数采用 (21) 式. x_R, x_s, x_L 分别为高场侧右旋截止层、混杂共振层和左旋截止层在等离子体 x 方向的位置)

由于反斯托克斯线两侧 $\text{Re} \int Q^{1/2} dx$ 的符号相反, 追迹过程中跨越反斯托克斯线时对应解的主次关系要改变, 即 $(a, z)_d \Leftrightarrow (a, z)_s$. 另外当相位基准变化时, 即使不跨越反斯托克斯线, 若变换式中含有 E

指数是正实数或负实数的项, 那么也将发生主次关系的变化. 跨越斯托克斯线时, 原主项的系数不变. 但由于主项的误差 $(a, z)_d O(1/Q^{3/2})$ 在量级上比次项 $(a, z)_s$ 要大, 为了计算上不至于忽略下一时刻有可能变为主项的次项, 使解变得不连续, 需要对次项的系数进行调整, 跨越之后次项的系数变为

$$a_s^{\text{new}} = a_s^{\text{old}} + T a_d, \quad (12)$$

其中 a_d 为斯托克斯线上主项的系数; a_s^{old} 为跨越之前次项的系数, a_s^{new} 为跨越后次项的系数; T 称为斯托克斯常数, 对于特殊方程, 具有特定的表达式.

5 三体模型模式转换效率推导 [9,11]

对于非均匀等离子体, 边缘有两个右旋截止层, 图 1. 低场侧的截止层会影响天线与等离子体的耦合, 理想情况下它的位置应在等离子体外面. 高场侧的截止层将反射快波, 这支反射波与左旋截止层引起的反射波发生干涉. 在平行波数取某些值时反射波将干涉相消, 从而使反射为 0, 模式转换系数达到最大的 100%.

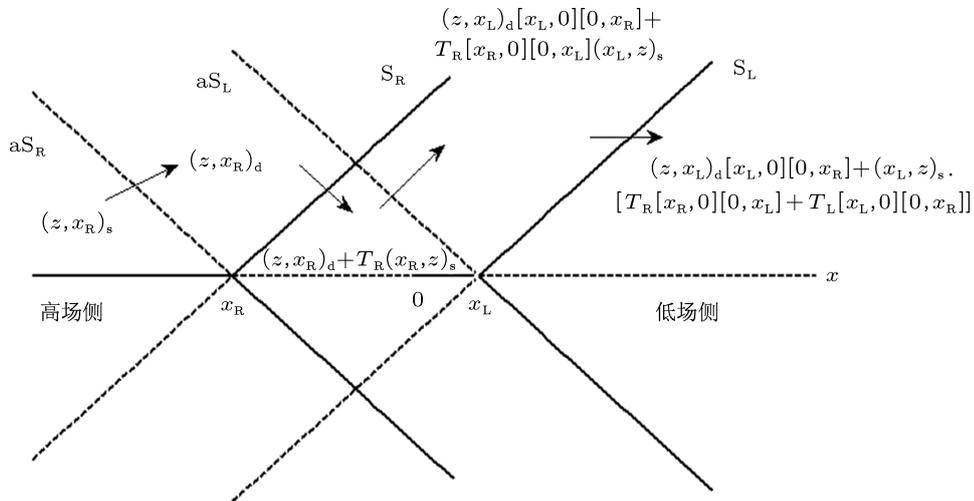


图3 相位积分法从区域 I 追迹到区域 III, 实线表示斯托克斯线, 虚线表示反斯托克斯线 (图中的解析式表示在此区域中解的形式)

为求得快波经过衰减层的反射系数和模式转换系数, 从区域 I 开始追迹, 如图 3 所示. 因为 I 区域是衰减区, 只存在向左传播的解且解的指数部分为负, 因此写为 $(z, x_R)_s$; $(z, x_R)_s$ 经反斯托克斯线 aS_R , 要改变主次关系, 变为 $(z, x_R)_d$; 接着经斯托克斯线 S_R , 主项系数不变, 次项系数由 (12) 变为 $a_s^{\text{new}} = a_s^{\text{old}} + T a_d = T_R$, T_R 为单一零点的斯托克

斯常数. 数学上单一零点的情况由艾利方程 (Airy equation) 描述. 此方程给出逆时针穿越斯托克斯线时, 在所有斯托克斯线上, 有 $T = i$. 另外, 这里要改变相位基准, 为便于计算取 $Q \sim 1 - x_L/x$. 由此可以算出 $[0, x_L] = \exp\left(i \int_0^{x_L} Q^{1/2} dx\right) = \exp\left(-\frac{1}{2} \pi x_L\right)$, 指数项为负数. 根据变换规则, 这里要改变主从关系.

因此表达式 $(z, x_R)_d + T_R(x_R, z)_s$ 中的两项要写为

$$\begin{aligned} (z, x_R)_d &= (z, x_L)_s [x_L, 0][0, x_R], \\ (x_R, z)_s &= (x_L, z)_d [0, x_L][x_R, 0]; \end{aligned}$$

然后经反斯托克斯线 aS_L , 再一次改变主次关系得到

$$\begin{aligned} (z, x_L)_d [x_L, 0][0, x_R] \\ + T_R[x_R, 0][0, x_L](x_L, z)_s. \end{aligned} \quad (13)$$

最后经斯托克斯线 S_L , 主项不变, 次项改变系数, 得到

$$\begin{aligned} (z, x_L)_d [x_L, 0][0, x_R] + (T_R[x_R, 0][0, x_L] \\ + T_L[x_L, 0][0, x_R])(x_L, z)_s. \end{aligned} \quad (14)$$

对 (14) 式第一项归一化, 得到

$$(x, x_L) + (T_R[x_R, 0])^2 [0, x_L]^2 + T_L(x_L, x), \quad (15)$$

T_L 为惠特克超几何方程 (Whittaker's hypergeometric equation) 对应的斯托克斯常数 [9],

$$T_L = -\frac{2\pi i e^{2k(\ln k - 1)}}{\Gamma(k)\Gamma(1+k)}, \quad (16)$$

其中 $k = -i\eta/2$, η 为透穿因子.

(15) 式中第一项表示向左传播的入射波, 第二项表示向右传播的反射波, 它的系数即为反射波振幅. 经化简得到

$$\rho_{\text{trip}} = T_R \tau^2 e^{2i\Phi} + T_L, \quad (17)$$

其中 $T_R = -i$,

$$\tau = [0, x_L] = \exp\left(i \int_0^{x_L} Q^{1/2} dx\right), \quad (18)$$

$$\Phi = \int_{x_R}^0 Q^{1/2} dx. \quad (19)$$

利用 Gamma 函数性质 [14]

$$\begin{aligned} \Gamma(1+iy) &= iy\Gamma(iy), \\ |\Gamma(1+iy)|^2 &= \frac{\pi y}{\sinh \pi y}, \end{aligned}$$

式 (16) 可写为

$$\begin{aligned} T_L &= -2\pi i e^{-\frac{\pi}{2}\eta} e^{i\eta} \left(\frac{\eta}{2}\right)^{-i\eta} \frac{\eta}{2i} \frac{\sinh\left(-\frac{\eta}{2}\pi\right)}{-\frac{\eta}{2}\pi} \\ &= (1 - e^{-\pi\eta})(\eta/2)^{-i\eta} e^{i\eta} \\ &= -(1 - e^{-\pi\eta})e^{i\Psi}. \end{aligned} \quad (20)$$

为便于计算, 势函数采用以下形式 (在实际数值模拟中, 势函数通常由色散关系给出):

$$Q = \begin{cases} k_A^2 \left(1 - \frac{\eta}{k_A x}\right), & x > 0, \\ k_A^2 \left(\alpha x + 1 - \frac{\eta}{k_A x}\right), & x < 0. \end{cases} \quad (21)$$

透穿因子 $\eta = k_A \Delta$, k_A 为远离共振区的波数, Δ 为截止 - 共振层厚度, α 是一正数. 这里选取共振点为零点, 有 $\Delta = x_L$. 由 (18) 式和 (21) 式得

$$\begin{aligned} \tau &= \exp\left(i \int_0^{k_A x_L} \sqrt{1 - \frac{\eta}{x}} dx\right) = \exp(i\eta \ln i) \\ &= \exp\left(-\frac{1}{2}\pi\eta\right). \end{aligned} \quad (22)$$

$\tau\tau^* = e^{-\pi\eta} = T_B$, $T_L T_L^* = (1 - T_B)^2$, 分别等于 Budden 传输系数 (4) 和反射系数 (5). 由 (17) 式可算出反射系数

$$\begin{aligned} R_{\text{trip}} = \rho_{\text{trip}} \rho_{\text{trip}}^* &= T_B^2 + (1 - T_B)^2 \\ &\quad - 2T_B(1 - T_B) \sin(2\Phi - \Psi). \end{aligned} \quad (23)$$

最后可求得模转换系数 (忽略波在传播过程中的衰减)

$$\begin{aligned} C_{\text{trip}} &= 1 - R_{\text{trip}} \\ &= 2T_B(1 - T_B)[1 + \sin(2\Phi - \Psi)]. \end{aligned} \quad (24)$$

将 (24) 式求得的模转换系数对天线波谱积分就可得到模转换效率. Fuchs 等人对比了利用 (24) 式求出的模转换系数和直接积分法求解 (1) 式所得的结果, 验证了 (24) 式 [9]. (24) 式中, Budden 传输因子与衰减层宽度有关, 进而联系到离子浓度. 两支反射波的相位与衰减层位置及高场侧截止层位置有关, 主要受频率与环向磁场比及少子浓度的影响. 通过 (24) 式, 我们可以定性地预测不同参数条件下模转换效率的大小, 从而寻找最优的参数条件.

三离子情况下, 等离子体内部可能出现两个截止 - 共振对, 假定波从低场侧入射, 起主要作用的是第一个截止-共振对. 这时, 第二个左旋截止层可以替代双离子情况下的高场侧截止层, 起反射作用 [11], 如图 4. 通过引入第二个截止 - 共振对提供的反射, 可以克服高场侧截止层位置难以精确控制

的缺点.

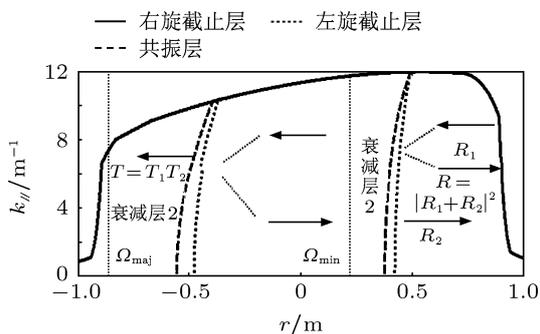


图 4 波在双衰减层中的传播 ($f = 27 \text{ MHz}$, $B = 2.8 \text{ T}$, $n_0 = 2.5 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$, $X(^3\text{He}) = 3\%$, $X(\text{H}) = 80\%$, $X(\text{D}) = 14\%$, $R = 1.85 \text{ m}$, $r = 0.45 \text{ m}$)

双衰减层情形下对应的传输、反射、模转换系数为

$$T = T_1 T_2, \quad (25)$$

$$R = T_1^2 (1 - T_2)^2 + (1 - T_1)(1 - T_2) T_1 e^{i(\psi_1 - \psi_2 - 2\Phi)} + (1 - T_1)(1 - T_2) T_1 e^{-i(\psi_1 - \psi_2 - 2\Phi)} + (1 - T_1)^2, \quad (26)$$

$$C = 1 - R - T = T_1 T_2 (1 - T_1 T_2) + 4 T_1 (1 - T_1)(1 - T_2) \times \sin^2((2\Phi + \Psi_2 - \Psi_1)/2). \quad (27)$$

在三离子情况下, 通过选择参数, 也可能只有一个衰减层位于等离子体内部. 比如, 假定波从低场侧入射, 通过提升纵场, 选择合适的频率和少子浓度, 使一个截止 - 共振对移出等离子体. 这时, 考虑的还是高场侧截止层, (24) 式仍然适用, 只需扩展双离子下的 Stix 分量 R,L,S 使其包含三种离子.

6 程序模拟

利用结果 (24), 作者完成了双离子成分模转换系数的程序编译, 并将其推广到了三离子成分的情况.

为了检验程序, 图五采用了文献 [10] 的参数, 画出双离子情况下的模转换系数图. 模拟的结果与文献 [10] 中的图 3 一样.

EAST 中等离子体以氘为主, 加入氦 -3 离子实现模式转换加热. 计算中假定 H 离子为杂质离子, 含量为 5%. 密度分布剖面利用了 Chiu 等人的模型, 将横截面分为中心区, 边缘区, 指数下降区和删削层 [15]. 具体参数 (对小半径归一化前) 如表 1, 其中

n_0 为等离子体中心密度.

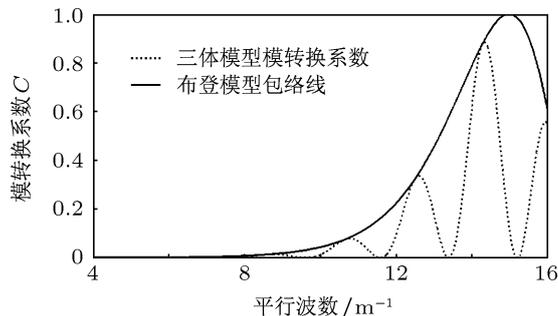


图 5 三体模型下的模转换系数和 Budden 包络线 (图中参数见文献 [10])

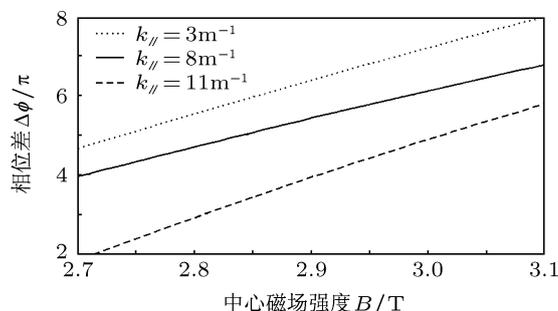


图 6 不同磁场强度下的两反射波相位差 ($f = 27 \text{ MHz}$, $n_0 = 4.5 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$, $X(^3\text{He}) = 10\%$, $X(\text{H}) = 5\%$, $X(\text{D}) = 75\%$, $R = 1.85 \text{ m}$, $r = 0.45 \text{ m}$)

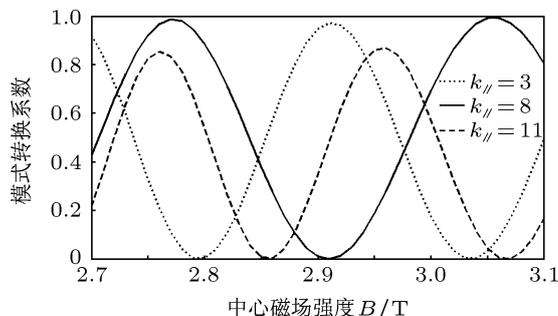


图 7 不同磁场强度下的模式转换系数图 (参数同图 6)

磁场利用了以下形式:

$$B(x) = B_0 \frac{R_0}{R_0 + x}, \quad (28)$$

其中 B_0 是等离子体中心 $R_0 = 1.85 \text{ m}$ 处磁场强度 [16]. 图 6 取了三组平行波数 3 m^{-1} , 8 m^{-1} , 11 m^{-1} , 分析了相位差 $(2\Phi - \Psi)$ 随磁场强度的变化; 图 7 模拟了不同纵场强度对模式转换系数的影响, 表明三体模型下, 最大的转换系数可达到 100%, 当平行波数取较大值 11 m^{-1} 时, 模式转换系数明显变小; 图 8 绘制了 EAST 天线不同相位的功率谱,

表1 密度分布剖面模型参数

	第一区边 界 r_1/cm	第二区边 界 a/cm	第三区厚 度 W_E/cm	第四区厚 度 W_{scr}/cm	边界密度 $n(r_1)/n_0$	边界密度 $n(a)/n_0$
L-mod	52	63	3.5	4.1	0.85	0.5
H-mod	62	63	3.1	4.5	0.9955	0.9895

图中对 $[0, 0, \pi, \pi]$ 相位进行了归一化; 图 9 取 $X[\text{H}] = 5\%$, 模拟了不同 ^3He 的浓度下的模式转换效率. 当 ^3He 含量在 5%—10% 时, $[0, \pi, \pi, 0]$ 天线转换效率最大; 当 ^3He 含量在 1%—5% 或 10%—14%, $[0, \pi, 0, \pi]$ 天线转换效率最大, 最大可达到 33%. 图 10 绘制了在不同中心密度下, 模式转换效率与频率的关系图, 随着密度的增大, 波长变小, 而 (24) 式中 $\Phi = \int_{x_R}^{x_S} k_{\perp} dx$ 的值取决于波数和积分宽度. 频率变小时, 右旋截止层和衰减层之间的距离变大. 因此, 密度小时, 可以在较小频率下取得与密度大, 频率高时一样的转换效率.

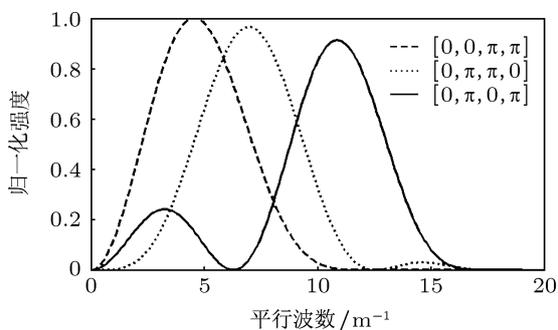


图 8 不同相位天线波谱 (频率 27 MHz, 大半径 1.85 m, 电流带宽度 0.108 m, 电流带位置 $[-0.375, -0.125, 0.125, 0.375]$)

7 结论

本文采用相位积分法详细推导了三体模型的模式转换效率, 此模型下最大的转换系数可到 100%, 远高于 Budden 双体模型的 25%. 作者根据三体模型完成了双离子和三离子情形的程序编译, 模拟了 EAST 等离子体中 ^3He 离子, 天线频率和纵场强度对模式转换的影响. 阐明了如何在不同少

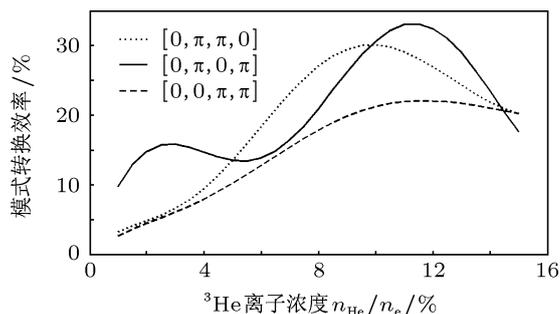


图 9 不同天线相位下 He-3 离子浓度和模式转换效率图 (微波频率 27 MHz, 氢离子浓度 $n_{\text{H}}/n_e = 0.05$, 中心磁场强度 3.0 T, 其余参数同图 6)

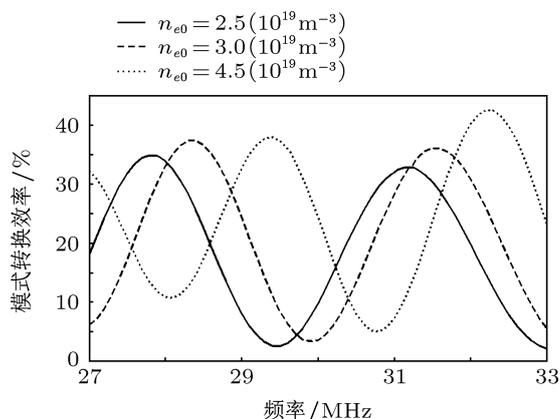


图 10 不同密度下, 频率和模式转换效率图, 天线相位 $[0, \pi, 0, \pi]$, $X(^3\text{He}) = 12\%$, $X(\text{H}) = 5\%$, $X(\text{D}) = 71\%$, $B_0 = 3.0 \text{ T}$

子浓度下, 选择合适的天线相位使模式转换效率达到最大, 这一工作可以对离子回旋波加热实验起指导作用. 另有研究表明, 模式转化层附近发现有明显的等离子体流速的增加, 表明模式转换还在提高等离子体约束, 增强稳定性方面有着广泛的应用前景. 在今年 EAST 春季物理实验中, 将会对各种影响模式转换效率的因素进行分析, 从实验上检验模拟的结果并进一步了解模式转换加热的附加作用.

- [1] Shi B R 1999 *Magnetic Confinement Fusion Principles and Practice* (1st Edn.) (Beijing: Atomic Energy Press) p198 (in Chinese) [石秉仁 1999 磁约束聚变原理与实践 1st (北京: 原子能出版社) p198]
- [2] Perkins F W 1977 *Nucl. Fusion* **17** 1197
- [3] Shen X M, Wang Z S, Shao Y G, Xue D Y, Ding J Y, Xu D Z, Wu C Z, Deng X, Wang J, Wang Y M, Li Y Y, HT-6M team 1995 *Acta Phys. Sin.* **44** 1442 (in Chinese) [沈学民, 王兆申, 邵玉贵, 薛迪治, 丁家义, 许德政, 吴从中, 邓旭, 王坚, 汪亚明, 李有宜, HT-6M 实验小组 1995 物理学报 **44** 1442]
- [4] Lin Y, Wukitch S J, Bonoli P T, Marmar E, Mossessian D, Nelson-Melby E, Phillips P, Porkolab M, Schilling G, Wolfe S, Wright J 2003 *Plasma Phys. Control. Fusion* **45** 1013
- [5] Majeski R, Rogers J H, Batha S H, Budny R, Fredrickson E, Grek B, Hill K, Hosea J C, LeBlanc B, Levinton F, Murakami M, Phillips C K, Ramsey A T, Schilling G, Taylor G, Wilson J R, Zarnstorff M C 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 764
- [6] Lin Y, Rice J E, Wukitch S J, Reinke M L, Greenwald M J, Hubbard A E, Marmar E S, Podpaly Y, Porkolab M, Tsujii N, the Alcator C-Mod team 2011 *Nucl. Fusion* **51** 063002
- [7] Li X L, Wan B N, Zhong G Q, Hu L Q, Lin S Y, Zhang X J, Zang Q 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 105202
- [8] Stix T H 1992 *Waves in Plasmas* (1st Edn.) (New York: American Institute of Physics) p348
- [9] Fuchs V, Ram A K, Schultz S D, Bers A, Lashmore-Davies C N 1995 *Phys. Plasmas* **2** 1637
- [10] Kazakov Ye O, Pavlenko I V, Weysow B, Girka I O 2008 *Ukr. J. Phys.* **53** 442
- [11] Kazakov Ye O, Pavlenko I V, Eester D Van, Weysow B, Girka I O 2010 *Plasma Phys. Control. Fusion* **52** 115006
- [12] Swanson D G 2003 *Plasma Waves* (2nd Edn.) (London: The institute of Physics) p5
- [13] Heading J 1962 *An Introduction to Phase Integral Methods* (London: methuen) p40
- [14] Abramowitz M, Stegun I A 1972 *Handbook of Mathematical Functions* (9th Edn.) (New York: Dover) p256
- [15] Chiu S C, Mayberry M J, Bard W D 1990 *Nucl. Fusion* **30** 2551
- [16] Qin C M, Zhang X J, Zhao Y P 2012 *24th IAEA Fusion Energy Conference* San Diego, October 8–13, 2012 EX/P6-25

Theoretical analysis and numerical calculation of mode conversion efficiency of fast wave*

Lu Ling Feng[†] Zhang Xin-Jun Zhao Yan-Ping Qin Cheng-Ming

(Institute of Plasma Physics, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China)

(Received 8 May 2012; revised manuscript received 28 October 2012)

Abstract

By considering the effect of high-field-side cutoff, the conventional Budden model has been extended to Triplet model. In this model, the reflection coefficient, transmission coefficient and mode conversion (MC) coefficient of the fast wave for a single evanescence region can be derived through using phase-integral method. Furthermore, numerical calculation of MC coefficient for double-ion species and three-ion species have been done. In the case of double ions, the result is consistent with Kazakov's work. In addition, as an example of three ions plasma, (H, ³He)D plasma in tokamak EAST, simulations of the dependence of the MC efficiency on the magnetic field, microwave frequency and minority concentration for different antenna phasings are carried out. The results show how to choose proper phasing to reach an optimum MC efficiency. This result may provide a reference to improve ICRF heating efficiency.

Keywords: mode conversion heating, ICRF, phase-integral

PACS: 52.50.Qt, 52.35.Hr, 52.25.Os, 52.55.Fa

DOI: 10.7498/aps.62.075204

* Project supported by the National Special Fund for Magnetically Confined Nuclear Fusion Energy (Grant No. 2010GB110000), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11105179, 11075182), and the Main Direction Program of Knowledge Innovation of Chinese Academy of Sciences (Grant No. Y05FCQ1126).

[†] Corresponding author. E-mail: lingfl@mail.ustc.edu.cn