

一种水平变化可穿透波导中声传播问题的 耦合简正波方法*

杨春梅^{1)2)†} 骆文于¹⁾ 张仁和¹⁾ 秦继兴¹⁾²⁾

1) (中国科学院声学研究所声场声信息国家重点实验室, 北京 100190)

2) (中国科学院大学, 北京 100049)

(2012年11月28日收到; 2012年12月24日收到修改稿)

通过利用标准简正波程序 KRAKEN 计算本地简正波解及耦合矩阵, 进一步发展了求解水平变化波导中声场的全局矩阵耦合简正波方法 (Luo *et al.*, “A numerically stable coupled-mode formulation for acoustic propagation in range-dependent waveguides,” *Sci. China-Phys. Mech. Astron.* 55, 572 (2012)), 使得该方法可以处理具有可穿透海底及随深度变化声速剖面等实际问题, 并提供声场的完全双向解. 本文还给出了双层波导中耦合矩阵的解析表达式, 并利用其验证了本方法中耦合矩阵数值算法的精度. 最后, 利用改善后的全局矩阵耦合简正波模型 (DGMCM) 计算了美国声学学会 (ASA) 提出的可穿透楔形波导标准问题, 将所得数值解与参考解比较, 结果表明 DGMCM 方法可以精确处理水平变化波导中声传播实际问题.

关键词: 耦合简正波理论, 全局矩阵方法, 可穿透楔形波导

PACS: 43.30.Bp, 43.30.Gv, 43.20.Fn

DOI: 10.7498/aps.62.094302

1 引言

水平变化波导中的声传播问题是一个水声学研究的基本问题. 国内外对该问题都进行了系统的研究, 目前主要有以下几种求解方法: 抛物方程方法^[1], 简正波方法^[2-4], 波数积分方法^[5], 有限元方法^[6,7] 以及混合方法^[8] 等. 本文主要研究耦合简正波方法在水平变化波导声传播问题中的应用.

Pierce^[3] 和 Milder^[9] 首先分别提出耦合简正波理论, 表明水平变化波导声传播过程中各号简正波之间存在能量交换. 为了便于求解耦合方程, 该方法采用近似的边界条件, 即用竖直方向求导算子 $\partial/\partial z$ 来取代法向求导算子 $\partial/\partial n$, 使得 Helmholtz 方程在深度方向和径向分离. 这种处理方式对于水平边界状态是正确的. 但是对于斜坡问题会导致能量不守恒. Rutherford 和 Hawker 在文献^[10] 中验证了这一点, 并且提出了对耦合简正波理论

的一阶修正, 使得合适的边界条件被满足, 能量在当地斜坡维持一阶守恒. Fawcett^[11], Godin^[12] 和 Athanassoulis^[13] 等分别阐述了连续变化的耦合简正波理论. 文献中指出, 由于使用了不合理的海底边界条件, 导致本地垂直模式级数在边界不规则或绝对硬海底的情况下收敛非常缓慢. 为解决该问题, 作者在上述文献中引进附加项来处理本地模式级数在不规则边界或海底的不一致性.

Ferla 等开发的 C-SNAP 模型是一个求解水平变化波导中声传播问题的二维耦合简正波模型^[14]. 该模型不计算耦合矩阵, 而是通过在界面处将本段的声压场投影到下一段内的简正波系来求解该段内的各号简正波展开系数. 因此, 该模型计算效率较高, 与抛物方程方法接近. 该方法在界面处使用阻抗匹配边界条件, 在精度上优于传统的压力匹配, 速度匹配和约化压力匹配边界条件^[15]. 但是它仍未完全解决能量守恒问题, 因此对于某些情况, 如大角度斜坡问题, 阻抗匹配边界条件仍会导致严重

* 国家自然科学基金 (批准号: 11125420, 11174312) 和中国科学院知识创新工程资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: ycm@mail.ioa.ac.cn

的计算偏差.

Evans 开发的 COUPLE07 模型可提供 Helmholtz 方程的完全双向解 [2,16]. 该模型采用了解耦合算法, 解决了传统的叠加方法中存在的数值不稳定问题. 此外, 该模型的计算精度非常高, 在二维水平变化波导声场建模中可以被用作标准模型. 但是, 该模型的计算量非常大, 而且存在由不合理归一化距离解所导致的数值不稳定问题.

骆文于等人提出了一种求解水平变化波导中声传播问题的精确而且数值稳定的耦合简正波方法 [17,18]. 不同于传统的求解耦合模式系数的传播矩阵方法 [2] 或解耦合算法 [16], 该方法采用全局矩阵 (DGM) 方法一次求解每段的耦合系数. 全局矩阵方法最初由 Schmidt 和 Jensen 提出并应用于水平分层粘弹性系统 [19], 后来又分别被应用于球分层系统 [20] 以及柱分层系统 [21]. 全局矩阵方法最突出的优点是无条件稳定. 关于全局矩阵方法的详细介绍可参见文献 [22].

与现有模型相比, 全局矩阵耦合简正波方法 (DGMCM) 有如下显著优点:

1) 由于采用了全局矩阵方法求解耦合系数, 该模型是数值稳定的. 另外, 与 COUPLE07 模型相比, 本方法避免了大量的矩阵变换及矩阵相乘等矩阵操作, 显著提高了计算效率.

2) 由于采用了合理的归一化距离解, 该模型消除了现有双向模型中由此导致的数值溢出问题.

3) 该模型既可以处理点源问题, 也可以处理线源问题. 对于线源问题, 提出了普遍适用的声源条件, 可处理声源位于斜坡之上等特殊情形.

但是, 在文献 [17] 和 [18] 中, DGMCM 方法只能处理全反射边界理想波导问题, 不具备处理具有可穿透海底及随深度变化声速剖面等的实际问题的能力.

本文进一步发展全局矩阵耦合简正波方法, 通过利用标准简正波计算模型 KRAKEN [23] 计算本地简正波解, 并在此基础上开发耦合矩阵数值算法, 使得 DGMCM 方法可以处理涉及可穿透海底及非均匀水体和海底等的实际问题. 全文结构如下: 首先, 概述全局矩阵耦合简正波方法 (DGMCM) 的理论模型, 以及双层波导中耦合矩阵的解析表达式; 其次, 对于全反射下边界双层均匀波导, 给出耦合矩阵的解析形式, 并利用该解析形式验证了 DGMCM 方法中耦合矩阵数值算法的精度; 然后, 利用 DGMCM 计算美国声学学会 (ASA) 提出

的可穿透楔形波导标准问题, 并与耦合简正波标准程序 COUPLE07 的计算结果比较; 最后给出总结和结论.

2 理论

本文只给出水平变化波导二维点源问题的全局矩阵耦合简正波求解方法. 关于线源问题以及相关推导, 在文献 [18] 中有详尽描述. 此外, 对于全反射下边界双层均匀波导, 存在解析的本地简正波解, 在此基础上, 我们推导得出了耦合矩阵的解析表达式. 这些耦合矩阵的解析表达式对于验证本方法中基于 KRAKEN 的耦合矩阵数值算法是非常重要的.

2.1 全局矩阵耦合简正波理论

考虑如图 1 所示的轴对称环境下的二维点源问题, 声源位于水平距离 $r = 0$ 和深度 $z = z_s$ 处. 该问题的 Helmholtz 方程为 [22]

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \rho(z) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho(z)} \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \frac{\omega^2}{c^2(z)} p = -\frac{\delta(r)\delta(z-z_s)}{2\pi r}, \quad (1)$$

其中, $p = p(r, z)$ 为复声压, $c(z)$ 和 $\rho(z)$ 分别为声速和密度剖面.

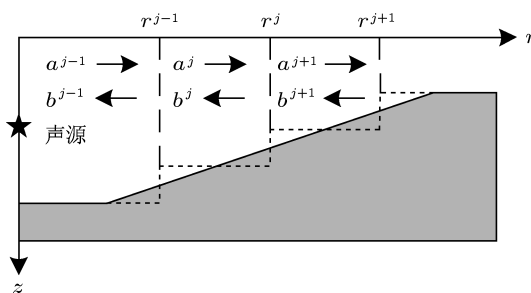


图 1 水平变化波导二维点源问题示意图

在耦合简正波理论中, 对于一个水平变化波导, 一般将水平变化区域分成若干段, 并假设每段为水平不变波导, 如图 1 所示. 忽略连续谱的贡献, 第 j 段内的声场可以表示为 [22]

$$p^j(r, z) = \sum_{n=1}^N [a_n^j H_{1n}^j(r) + b_n^j H_{2n}^j(r)] \psi_n^j(z), \quad (2)$$

其中, a_n^j 和 b_n^j 分别为第 j 段内前向传播和后向传播简正波的幅度, $\psi_n^j(z)$ 是第 j 段内第 n 号简正波

$$\times \left[L - H + \frac{\sin[2k_{zn2}(L-H)]}{2k_{zn2}} \right]^{-1/2}, \quad (12a)$$

$$B_n = A_n \frac{\sin(k_{zn1}H)}{\cos[k_{zn2}(L-H)]}. \quad (12b)$$

本征值 k_{rn} 由超越方程

$$\tan(k_{zn1}H) \tan[k_{zn2}(L-H)] = \frac{\rho_2 k_{zn1}}{\rho_1 k_{zn2}} \quad (13)$$

决定. 本文用二分法求解该方程以得到本征值.

将 (10) 式中的简正波本征函数的解析表达式代入 (9a) 和 (9b) 式, 可以得到绝对硬下边界双层均匀无吸收波导中耦合矩阵的解析表达式:

$$\tilde{C}_{vn}^j = F_1 I_1 + F_2 I_2 + F_3 I_3, \quad (14a)$$

$$\hat{C}_{vn}^j = \frac{k_{rn}^j}{k_{rv}^{j+1}} (F_1 I_1 + F_2' I_2 + F_3 I_3), \quad (14b)$$

其中

$$F_1 = A_v^{j+1} A_n^j / \rho_1, \quad (15a)$$

$$F_2 = \begin{cases} B_v^{j+1} A_n^j / \rho_2, & H^j \geq H^{j+1}, \\ A_v^{j+1} B_n^j / \rho_1, & H^j < H^{j+1}, \end{cases} \quad (15b)$$

$$F_2' = \begin{cases} B_v^{j+1} A_n^j / \rho_1, & H^j \geq H^{j+1}, \\ A_v^{j+1} B_n^j / \rho_2, & H^j < H^{j+1}, \end{cases} \quad (15c)$$

$$F_3 = B_v^{j+1} B_n^j / \rho_2, \quad (15d)$$

$$I_1 = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[H_U - \frac{\sin(2k_{zn1}^j H_U)}{2k_{zn1}^j} \right], & k_{zv1}^{j+1} = k_{zn1}^j, \\ \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin[(k_{zv1}^{j+1} - k_{zn1}^j) H_U]}{k_{zv1}^{j+1} - k_{zn1}^j} - \frac{\sin[(k_{zv1}^{j+1} + k_{zn1}^j) H_U]}{k_{zv1}^{j+1} + k_{zn1}^j} \right\}, & k_{zv1}^{j+1} \neq k_{zn1}^j, \end{cases} \quad (16a)$$

$$I_2 = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[(H_D - H_U) \sin(\alpha L) - \frac{\cos(2\alpha H_D - \alpha L) - \cos(2\alpha H_U - \alpha L)}{2\alpha} \right], & \alpha = \beta, \\ \frac{1}{2} \left\{ \frac{\cos[\beta(H_D - L) - \alpha H_D] - \cos[\beta(H_U - L) - \alpha H_U]}{\beta - \alpha} \right. \\ \left. - \frac{\cos[\beta(H_D - L) + \alpha H_D] - \cos[\beta(H_U - L) + \alpha H_U]}{\beta + \alpha} \right\}, & \alpha \neq \beta, \end{cases} \quad (16b)$$

$$I_3 = \begin{cases} \frac{1}{2} \left\{ L - H_D + \frac{\sin[2k_{zn2}^j (L - H_D)]}{2k_{zn2}^j} \right\}, & k_{zv2}^{j+1} = k_{zn2}^j, \\ \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin[(k_{zv2}^{j+1} - k_{zn2}^j) (L - H_D)]}{k_{zv2}^{j+1} - k_{zn2}^j} + \frac{\sin[(k_{zv2}^{j+1} + k_{zn2}^j) (L - H_D)]}{k_{zv2}^{j+1} + k_{zn2}^j} \right\}, & k_{zv2}^{j+1} \neq k_{zn2}^j, \end{cases} \quad (16c)$$

(16) 式中,

$$H_U = \min(H^j, H^{j+1}), \quad (17)$$

$$H_D = \max(H^j, H^{j+1}), \quad (18)$$

$$\alpha = \begin{cases} k_{zn1}^j, & H^j \geq H^{j+1}, \\ k_{zv1}^{j+1}, & H^j < H^{j+1}, \end{cases} \quad (19)$$

$$\beta = \begin{cases} k_{zv2}^{j+1}, & H^j \geq H^{j+1}, \\ k_{zn2}^j, & H^j < H^{j+1}. \end{cases} \quad (20)$$

2.2.2 绝对软下边界双层均匀无吸收波导中耦合矩阵的解析表达式

考虑绝对软下边界双层均匀无吸收波导, 海洋环境同绝对硬下边界双层均匀无吸收波导是一样

的,只是下边界改为绝对软边界. 简正波本征函数的解析表达式为

$$\psi_n(z) = \begin{cases} A_n \sin(k_{zn1}z), & z \leq H, \\ B_n \sin[k_{zn2}(z-L)], & H < z \leq L, \end{cases} \quad (21)$$

其中 A_n 和 B_n 为归一化因子,表示如下:

$$A_n = \left\{ \frac{1}{2\rho_1} \left[H - \frac{\sin(2k_{zn1}H)}{2k_{zn1}} \right] + \frac{\sin^2(k_{zn1}H)}{2\rho_2 \sin^2[k_{zn2}(L-H)]} \times \left[L - H - \frac{\sin[2k_{zn2}(L-H)]}{2k_{zn2}} \right] \right\}^{-1/2}, \quad (22a)$$

$$B_n = A_n \frac{\sin(k_{zn1}H)}{\sin[k_{zn2}(H-L)]}. \quad (22b)$$

本征值 k_{rn} 可由如下超越方程求出:

$$\frac{\tan(k_{zn1}H)}{\tan[k_{zn2}(L-H)]} = -\frac{\rho_2 k_{zn1}}{\rho_1 k_{zn2}}. \quad (23)$$

绝对软下边界双层均匀无吸收波导耦合矩阵的解析表达式同绝对硬下边界双层均匀无吸收波导耦合矩阵解析表达式的形式大致相同. 同样可以表示为 (14) 式的形式, 其中, F_1, F_2, F'_2, F_3 和 I_1 同绝对硬下边界情况下的形式是完全一样的, 只是 I_2 和 I_3 有所不同, 表达如下:

$$I_2 = \begin{cases} \frac{1}{2} \left\{ (H_D - H_U) \cos(\alpha L) - \frac{\sin(2\alpha H_D - \alpha L) - \sin(2\alpha H_U - \alpha L)}{2\alpha} \right\}, & \alpha = \beta, \\ \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin[\beta(H_D - L) - \alpha H_D] - \sin[\beta(H_U - L) - \alpha H_U]}{\beta - \alpha} - \frac{\sin[\beta(H_D - L) + \alpha H_D] - \sin[\beta(H_U - L) + \alpha H_U]}{\beta + \alpha} \right\}, & \alpha \neq \beta, \end{cases} \quad (24a)$$

$$I_3 = \begin{cases} \frac{1}{2} \left\{ L - H_D - \frac{\sin[2k_{zn2}^j(L - H_D)]}{2k_{zn2}^j} \right\}, & k_{zv2}^{j+1} = k_{zn2}^j, \\ \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin[(k_{zv2}^{j+1} - k_{zn2}^j)(L - H_D)]}{k_{zv2}^{j+1} - k_{zn2}^j} - \frac{\sin[(k_{zv2}^{j+1} + k_{zn2}^j)(L - H_D)]}{k_{zv2}^{j+1} + k_{zn2}^j} \right\}, & k_{zv2}^{j+1} \neq k_{zn2}^j. \end{cases} \quad (24b)$$

2.3 可穿透海底波导筒正波耦合矩阵数值算法

在 2.2 节中给出了全反射下边界双层均匀无吸收波导中耦合矩阵的解析形式, 可直接代入 DGMCM 模型处理此类问题. 但是, 对于一般实际问题, 例如水层或海底为非均匀介质的情况, 目前还不能解析求解本地筒正波及耦合矩阵, 只能采取数值方法求解. 此时, 对于 2.1 节中所介绍的全局矩阵耦合筒正波方法, 可利用任何标准筒正波计算程序数值求解本地筒正波, 并在求得本地的筒正波本征函数后, 利用 (9) 式进一步计算出耦合矩阵. 在改进的 DGMCM 方法中, 利用筒正波标准程序 KRAKEN 来计算本地筒正波. 在此基础上, 设计并实现了耦合矩阵数值算法.

显然, 本地筒正波及耦合矩阵的计算精度直接影响整个耦合筒正波模型的计算精度. 因此, 有必要验证 DGMCM 方法中耦合矩阵数值算法的精度. 为验证该算法的计算精度, 考虑一个全反射下边界双层均匀无吸收波导问题, 将该算法的数值解与前面给出的解析解比较. 由于前面给出的解析解

不适用于有吸收情况, 当海底有吸收时, 将耦合矩阵数值算法得到的数值解与耦合筒正波标准程序 COUPLE07 给出的耦合矩阵数值解进行比较, 以验证本耦合矩阵数值算法的精度.

利用如图 2 所示的单阶梯双层均匀波导问题验证 DGMCM 中的可穿透海底波导筒正波耦合矩阵数值算法. 如图 2 所示, 该问题为一双层波导, 均匀水体中的声速和密度分别为 $c_1=1500$ m/s 和 $\rho_1=1.0$ g/cm³, 均匀沉积层的声速和密度分别为 $c_2=1700$ m/s 和 $\rho_2=1.5$ g/cm³, 声源频率为 25 Hz. 海底存在单个阶梯, 第一段(左)内海水深度为 100 m, 第二段(右)内海水深度为 75 m. 全反射下边界是水平的, 深度为 200 m. 此时, 第一段内有两号传播筒正波存在, 第二段只有一号传播筒正波存在. 沉积层吸收系数分两种情况: 一种不存在吸收, 另一种吸收系数为 0.5 dB/λ.

首先给出沉积层无吸收时前两号筒正波耦合矩阵 \tilde{C} 的绝对值 DGMCM 方法数值解和解析解的比较. 计算结果如表 1 和表 2 所示. 表 1 是绝对硬下边界且沉积层无吸收时前两号筒正波耦合矩阵

的数值解和解析解;表 2 是绝对软下边界且沉积层无吸收时前两号筒正波耦合矩阵的数值解和解析解. 其中,数值解分别利用 KRAKEN 和 KRAKENC 求得. 从表 1 和表 2 可以看出,不管是绝对软还是绝对硬下边界,由于没有衰减存在, KRAKEN 和 KRAKENC 提供完全一致的本地筒正波解和耦合矩阵. 对比前两列数值解和最后一列的解析解结果可以看出,前两号筒正波耦合矩阵 \tilde{C} 的数值结果和解析结果也十分一致,可精确到小数点后四位,说明本文给出的求解耦合矩阵的数值积分算法具有很高的计算精度. 对于海底不存在吸收的情况, KRAKENC 和 KRAKEN 提供相同精度的筒正波解,均可进一步应用到全局矩阵耦合筒正波算法中,以求解实际问题.

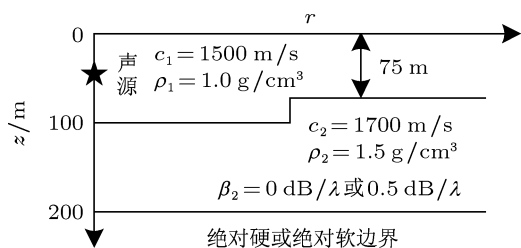


图 2 双层波导下单个阶梯示意图

表 1 绝对硬下边界双层均匀无吸收波导中前两号筒正波耦合矩阵本算法数值解和解析解

	KRAKEN	KRAKENC	解析解
\tilde{c}_{11}	0.92226505	0.92226505	0.92226711
\tilde{c}_{12}	0.28428656	0.28428656	0.28428720
\tilde{c}_{21}	0.09976772	0.09976772	0.09976507
\tilde{c}_{22}	0.75057808	0.75057807	0.75059328

表 2 绝对软下边界双层均匀无吸收波导中前两号筒正波耦合矩阵本算法数值解和解析解

	KRAKEN	KRAKENC	解析解
\tilde{c}_{11}	0.92226621	0.92226621	0.92226827
\tilde{c}_{12}	0.31256474	0.31256474	0.31256915
\tilde{c}_{21}	0.17211030	0.17211030	0.17210691
\tilde{c}_{22}	0.80396730	0.80396730	0.80396942

接下来给出沉积层吸收系数为 0.5 dB/λ 时前两号筒正波耦合矩阵 \tilde{C} 的绝对值数值解和参考解的比较,该情况下参考解由 COUPLE07 提供. 计算结果如表 3 和表 4 所示. 表 3 是绝对硬下边界情况下的数值解和参考解;表 4 是绝对软下边界

情况下的数值解和参考解. 同样,两个表的数值解分别利用 KRAKEN 和 KRAKENC 求得. 分别对比两个表的第一列和第二列,可以看出, KRAKENC 和 KRAKEN 的数值积分结果基本一致. 与 COUPLE07 参考解比较, KRAKENC 的数值积分结果比 KRAKEN 的数值积分结果更接近 COUPLE07 参考解,可精确到小数点后三位. 考虑到对于 KRAKENC 和 KRAKEN 采用同样的数值积分技术,该结果表明,对于存在衰减的问题, KRAKENC 比 KRAKEN 更能提供精确的筒正波解. 所以,对于存在衰减的问题,本文中 DGMCM 模型均采用 KRAKENC 计算本地筒正波解和耦合矩阵.

表 3 绝对硬下边界且沉积层吸收系数为 0.5 dB/λ 时双层均匀波导中前两号筒正波耦合矩阵本算法数值解和 COUPLE07 参考解

	KRAKEN	KRAKENC	COUPLE07
\tilde{c}_{11}	0.92225499	0.92221183	0.92239939
\tilde{c}_{12}	0.28460257	0.28947674	0.28888209
\tilde{c}_{21}	0.09981441	0.09974181	0.09958635
\tilde{c}_{22}	0.74958467	0.74931431	0.75013053

表 4 绝对软下边界且沉积层吸收系数为 0.5 dB/λ 时双层均匀波导中前两号筒正波耦合矩阵本算法数值解和 COUPLE07 参考解

	KRAKEN	KRAKENC	COUPLE07
\tilde{c}_{11}	0.92225623	0.92221531	0.92222419
\tilde{c}_{12}	0.31268046	0.31359190	0.31352065
\tilde{c}_{21}	0.17219664	0.17218462	0.17212451
\tilde{c}_{22}	0.80378854	0.80145238	0.80157678

3 数值结果

本节利用改善后的全局矩阵耦合筒正波方法 (DGMCM) 求解 ASA 提出的可穿透楔形波导标准问题 [25,26], 并与 COUPLE07 参考解比较,以验证本模型的计算精度. 图 3 为该问题示意图. 均匀水体中的声速和密度分别为 $c_w = 1500$ m/s 和 $\rho_w = 1.0$ g/cm³, 可穿透海底的声速和密度分别为 $c_b = 1700$ m/s 和 $\rho_b = 1.5$ g/cm³, 声源频率为 25 Hz, 位于水体正中间 100 m 深度. 水深在 0 km 至 4 km 距离上从 200 m 线性减小至 0 m, 因此楔形角度约为 2.86°. 海底吸收分两种情况进行讨论: 一种海底不存在吸收, 另一种海底吸收系数为 $\beta_b = 0.5$ dB/λ. 对于该可穿透海底楔形波导标准问题, 本方法在处理时需要在适当深度引入一水平的全反射虚假海底. 同时, 为了尽量避免来自该虚假海底的反射声场, 在该全反射基底上方引入一高吸收层, 如图 3

所示. 本节均利用 KRAKENC 计算本地简正波解和耦合矩阵.

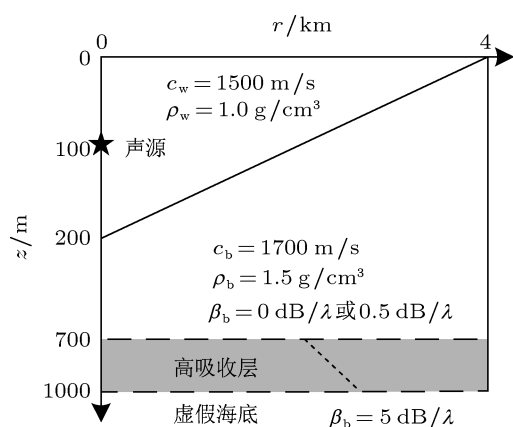


图3 可穿透海底楔形波导示意图

3.1 可穿透无吸收海底楔形波导标准问题

考虑海底不存在吸收的可穿透楔形波导问题. 对于该问题, 海底全反射临界掠射角约为 28° . 当入射简正波掠射角 $\alpha < 28^\circ$ 时会发生全反射, 没有能量损失, 此时对应的是简正波离散谱; 当掠射角 $\alpha > 28^\circ$ 时声能量会折射入海底, 存在反射损失,

此时对应的是简正波连续谱. 在本问题的数值计算中, 将水平距离分为 200 段, 满足 Jensen 提出的阶梯结构近似斜坡的离散化判据 [27]. 该问题在声源处有 3 号水平传播模式存在. 为了不影响传播模式的传播, 同时消除衰减模式在虚假海底反射给真实声场带来的影响, 本文在 DGMCM 和 COUPLE07 的计算中均在 700 m 至 1000 m 深度之间加一水平高吸收层, 吸收系数从 $0.0 \text{ dB}/\lambda$ 线性增大至 $5.0 \text{ dB}/\lambda$. 虚假海底设置在 1000 m 处. 为了得到收敛的声场计算结果, COUPLE07 包含 40 号简正波, DGMCM 包含 28 号简正波. 图 4 是该问题点源情况的声场计算结果, 其中, 图 4(a) 和 (b) 分别是 30 m 和 150 m 接收深度处 COUPLE07 和 DGMCM 计算结果的比较, 黑色实线是 COUPLE07 数值解, 红色虚线是 DGMCM 数值解. 可以看出, 除了在某些峰值处存在远小于 1 dB 的误差以外, 两种方法的计算结果十分一致. 图 4(c) 和 (d) 分别是 COUPLE07 和 DGMCM 两种方法给出的从海面到海底的声场计算结果, 可见对于整个水体, 两种方法的计算结果也十分一致. 说明本文给出的 DGMCM 模型具有很高的计算精度, 能够精确处理可穿透无吸收波导问题.

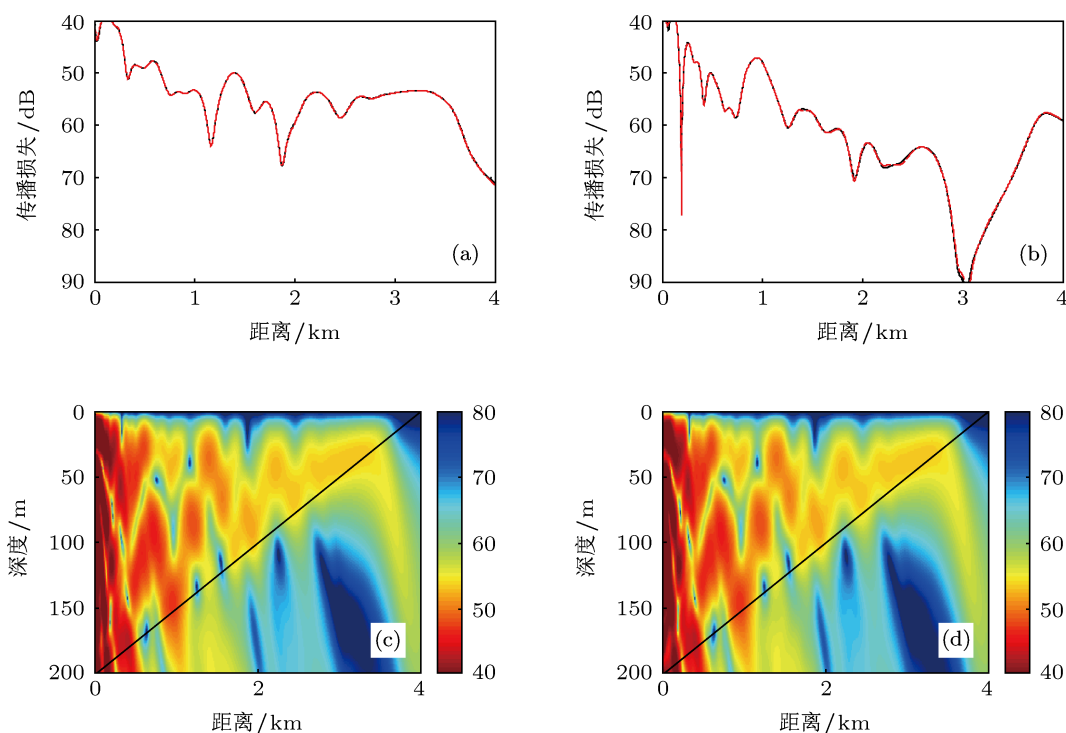


图4 ASA 可穿透无吸收楔形波导标准问题的传播损失计算结果 (声源为点源, 频率为 25 Hz, 声源深度为 100 m) (a) 30 m 接收深度处两种计算结果的比较; (b) 150 m 接收深度处两种计算结果的比较; (c) COUPLE07 计算结果; (d) DGMCM 计算结果. (在 (a) 和 (b) 中, 黑色实线是 COUPLE07 计算结果, 红色虚线是 DGMCM 计算结果. 在 (c) 和 (d) 中, 海底用粗黑实线标出)

下面讨论该问题线源情况下的声场计算结果, 如图 5 所示. 其中, 图 5(a) 和 (b) 分别是线源情况下 30 m 和 150 m 接收深度处 COUPLE07 和 DGMCM 计算结果的比较. 同样, 黑色实线是 COUPLE07 数值解, 红色虚线是 DGMCM 数值解. 图 5(c) 和 (d) 分别是 COUPLE07 和 DGMCM 两种方法给出的从海面到海底的声场计算结果. 可以看出, 在线源情况下, DGMCM 数值计算结果与 COUPLE07 数值计算结果也十分一致, 说明本模型对于线源问题也能提供精确的声场解. 此外, 对比图 4 和图 5 可以看出, 对于该楔形波导问题, 线源问题和点源问题具有类似的声场干涉结构, 只是对于整个水体线源情况下的传播损失比点源情况下的传播损失小 30 dB 左右.

图 6 给出了该问题接收深度 30 m 处总声场, 前向传播声场和后向传播声场的 DGMCM 计算结果, 其中, 图 6(a) 对应点源问题, 图 6(b) 对应线源问题. 图中, 黑色实线是完全双向声场解, 浅灰色虚线是前向传播声场解, 深灰色点线是后向传播声场解. 对比图 6(a) 和 (b) 可以看出, 在点源和线源的情况下, 前向传播声场结果与完全双向传播声场结果基本一致, 均远远强于后向传播声场, 即后向传播声场可以忽略. 这是因为声线在上坡传播过程中掠射角会越来越大, 最终, 所有的入射波掠射角都会大于全反射临界角, 大部分能量会泄露到海底, 很少的能量被反射回水中. 所以该问题是一个近似的单向声传播过程.

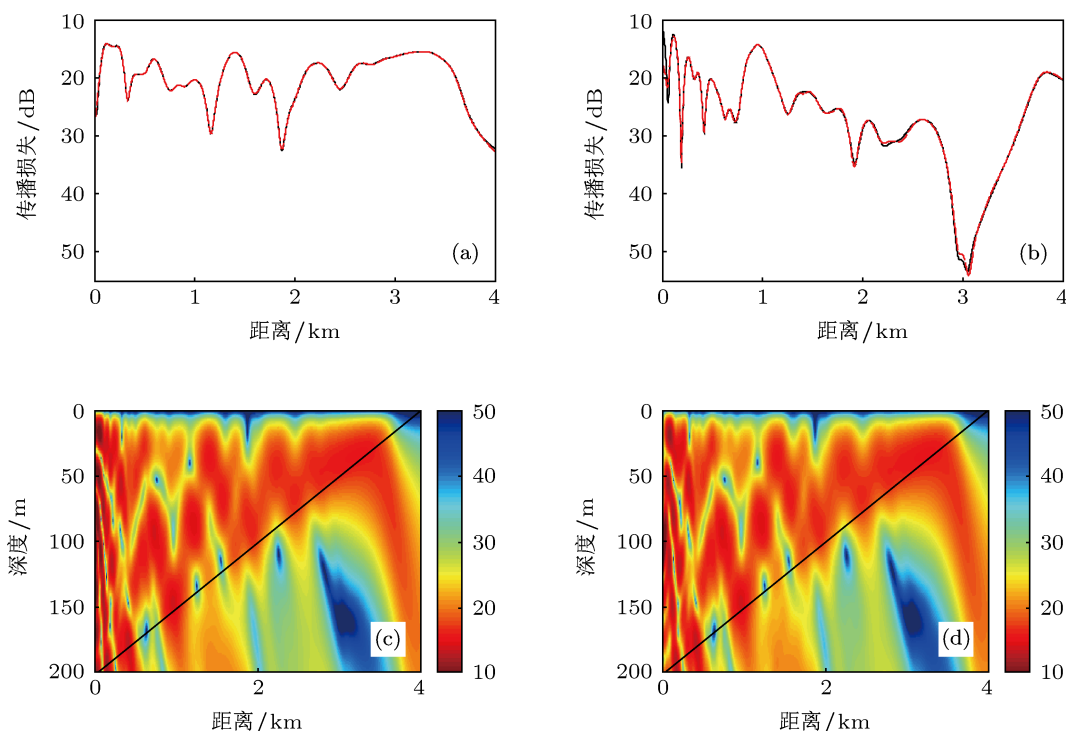


图 5 ASA 可穿透无吸收楔形波导标准问题的传播损失计算结果 (声源为线源, 频率为 25 Hz, 声源深度为 100 m) (a) 30 m 接收深度处两种计算结果的比较; (b) 150 m 接收深度处两种计算结果的比较; (c) COUPLE07 计算结果; (d) DGMCM 计算结果 (在 (a) 和 (b) 中, 黑色实线是 COUPLE07 计算结果, 红色虚线是 DGMCM 计算结果. 在 (c) 和 (d) 中, 海底用粗黑实线标出)

3.2 可穿透有吸收海底楔形波导标准问题

与上面讨论的海底无吸收问题相比, 可穿透有吸收海底楔形波导问题是一个更实际的海洋声传播问题. 本文考虑海底吸收系数为 0.5 dB/λ 时的情况, 分别计算点源条件和线源条件下的声场. 同样, 在本问题的数值计算中, 将水平距离分为 200 段. 为了得到收敛的声场计算结果, COU-

UPLE07 包含 40 号简正波, DGMCM 包含 28 号简正波. 在 DGMCM 和 COUPLE07 的计算中均在 700 m 至 1000 m 深度之间加一水平高吸收层, 吸收系数从 0.5 dB/λ 线性增大至 5.0 dB/λ, 虚假海底设置在 1000 m 处. 图 7 是点源条件下该问题的声场计算结果. 其中, 图 7(a) 和 (b) 分别是 30 m 和 150 m 接收深度处 COUPLE07 和 DGMCM 计算结果的比较. 黑色实线是 COUPLE07 数值解, 红色虚线是 DGMCM

数值解. 可以看出, 本模型 DGMCM 具有和 COUPLE07 完全一致的声场计算结果. 图 7(c) 和 (d) 分别是 COUPLE07 和 DGMCM 从海面到海底的声场计算结果. 对于整个水体, COUPLE07 和 DGMCM 的数值计算结果也十分符合. 可见, 对于存在衰减的可穿透波导问题, DGMCM 也能给出精确的数值解.

类似于海底无吸收的情况, 对于线源条件下海底有吸收的问题, DGMCM 也能给出精确的数值解, 如图 8 所示. 其中, 图 8(a) 和 (b) 分别是线源条件下

海底吸收系数为 $0.5 \text{ dB}/\lambda$ 时 30 m 和 150 m 接收深度处 COUPLE07 和 DGMCM 计算结果的比较, 图 8(c) 和 (d) 分别是 COUPLE07 和 DGMCM 从海面到海底的声场计算结果. 另外, 分别对比图 4 和图 7, 图 5 和图 8, 可见海底存在吸收时的声场计算结果非常类似于海底无吸收时的声场计算结果, 只是海底存在吸收时传播损失略大一些. 此外, 可以看出在近距离处 (两束) 和 3.5 km 附近 (一束) 明显有声波束折射入海底, 分别对应三号传播简正波的截止距离.

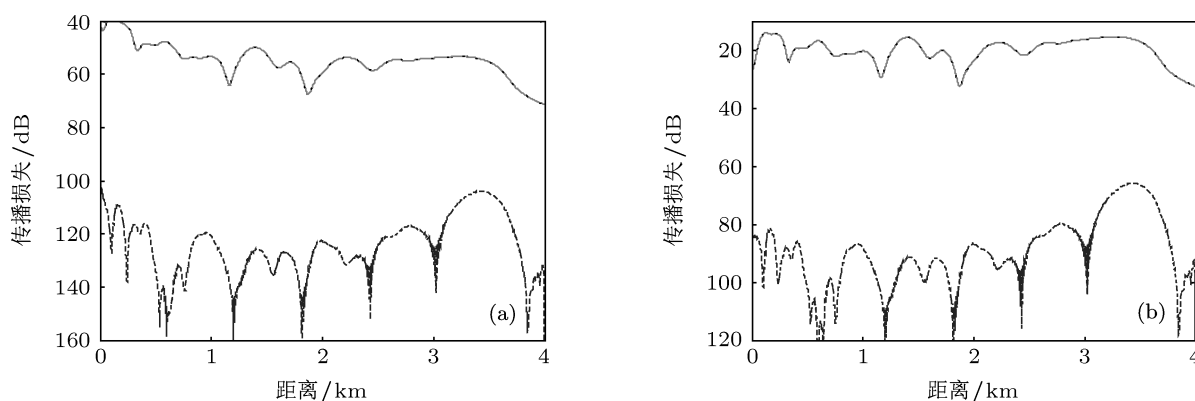


图 6 ASA 可穿透楔形波导标准问题中接收深度 30 m 处的 DGMCM 传播损失计算结果 (海底无吸收, 声源频率为 25 Hz, 声源深度为 100 m) (a) 点声源情况; (b) 线声源情况 (其中, 黑色实线是完全双向声场, 浅灰色虚线是前向传播声场, 深灰色点线是后向传播声场)

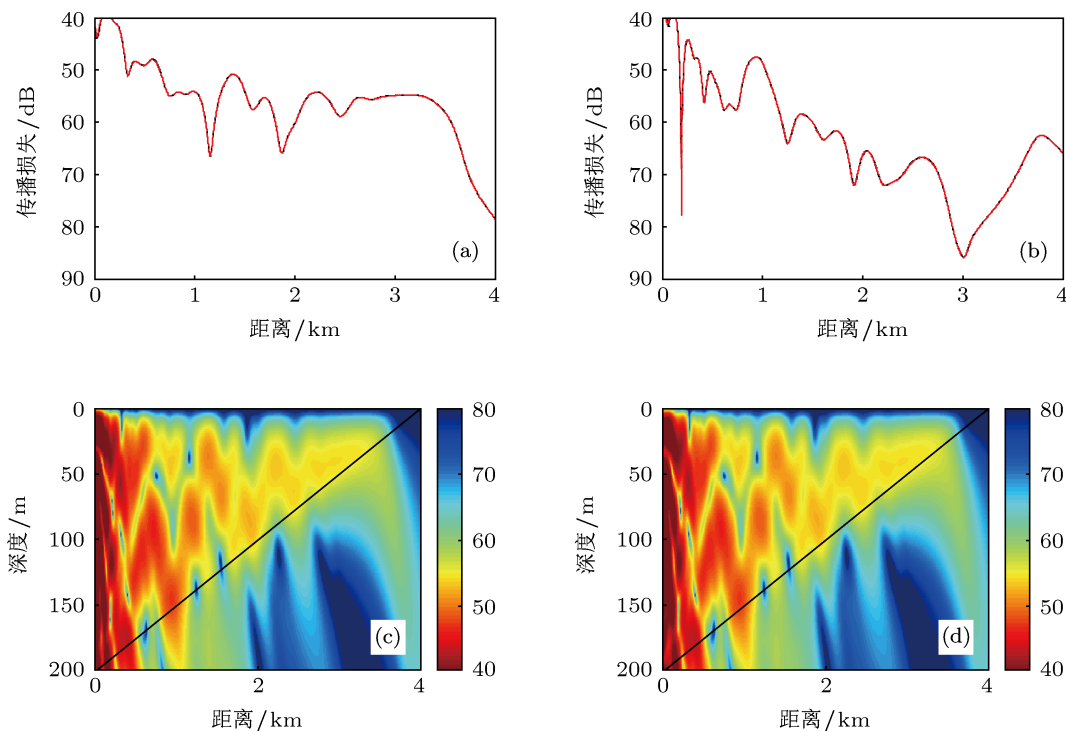


图 7 海底吸收系数为 $0.5 \text{ dB}/\lambda$ 时 ASA 可穿透楔形波导标准问题的传播损失计算结果 (声源为点源, 频率为 25 Hz, 声源深度为 100 m) (a) 30 m 接收深度处两种计算结果的比较; (b) 150 m 接收深度处两种计算结果的比较; (c) COUPLE07 计算结果; (d) DGMCM 计算结果 (在 (a) 和 (b) 中, 黑色实线是 COUPLE07 计算结果, 红色虚线是 DGMCM 计算结果. 在 (c) 和 (d) 中, 海底用粗黑实线标出)

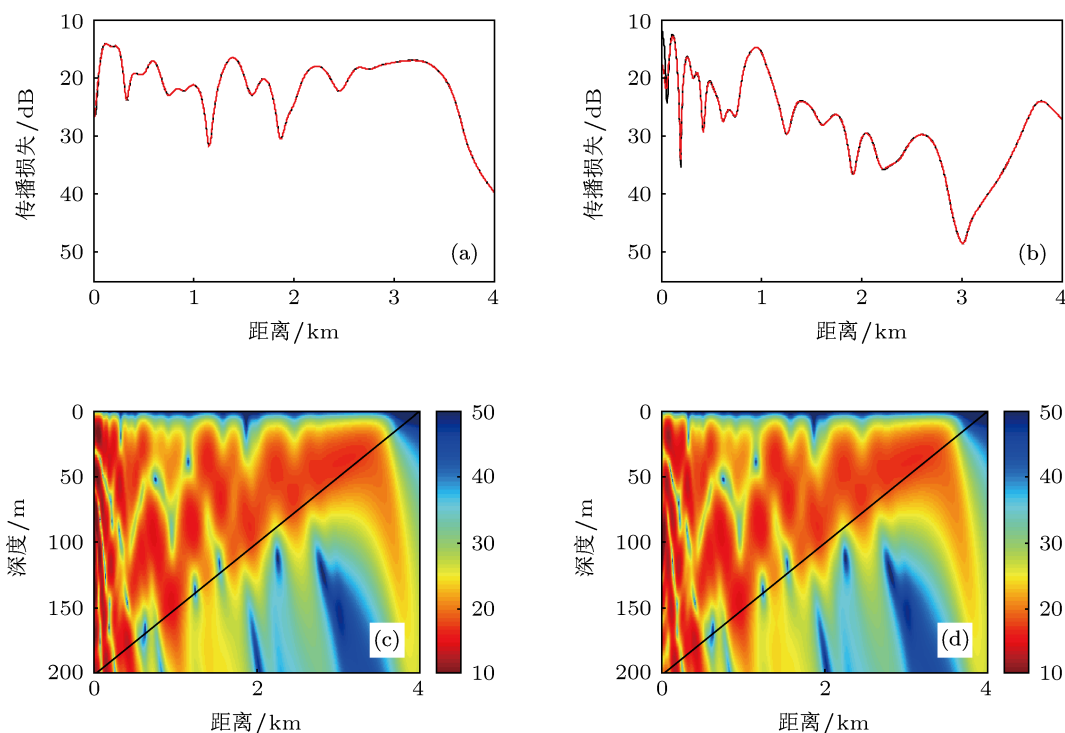


图8 海底吸收系数为 0.5 dB/λ 时 ASA 可穿透楔形波导标准问题的传播损失计算结果 (声源为线源, 频率为 25 Hz, 声源深度为 100 m) (a) 30 m 接收深度处两种计算结果的比较; (b) 150 m 接收深度处两种计算结果的比较; (c) COUPLE07 计算结果; (d) DGMCM 计算结果 (在 (a) 和 (b) 中, 黑色实线是 COUPLE07 计算结果, 红色虚线是 DGMCM 计算结果. 在 (c) 和 (d) 中, 海底用粗黑实线标出)

图 9 分别给出了点源条件和线源条件下海底吸收系数为 0.5 dB/λ 时 30 m 接收深度处完全双向声场, 前向传播声场和后向传播声场 DGMCM 计算结果的比较. 可以看出, 前向传播声场结果与完全双向声场结果基本一致, 而后向传播声场非常弱, 对整个声场的影响可以忽略. 所以, 该问题同样可以近似为一个单向声传播问题.

3.3 DGMCM 和 COUPLE07 计算效率分析

现有模型 COUPLE07 采用 Galerkin 方法 [28] 计算本地简正波和耦合矩阵. 该方法通过对实本征函数基复数加权求和来近似表示各段的复本征函数. 为了得到精确的简正波解, COUPLE07 计算中所包含的简正波号数必须至少为传播简正波与对声场有显著贡献的衰减简正波号数之和的两倍. 与 COUPLE07 模型不同, 本文中 DGMCM 采用标准简正波计算程序 KRAKEN 求解本地简正波, 计算中只需包含传播简正波和对声场有显著贡献的海底反射衰减简正波, 所以 DGMCM 计算中包含的简正波号数远小于 COUPLE07 所需的简正波号数, 从而极大地减少了计算量. 同时, DGMCM 模型采用全局矩阵方法求解耦合系数, 与 COUPLE07 模型相

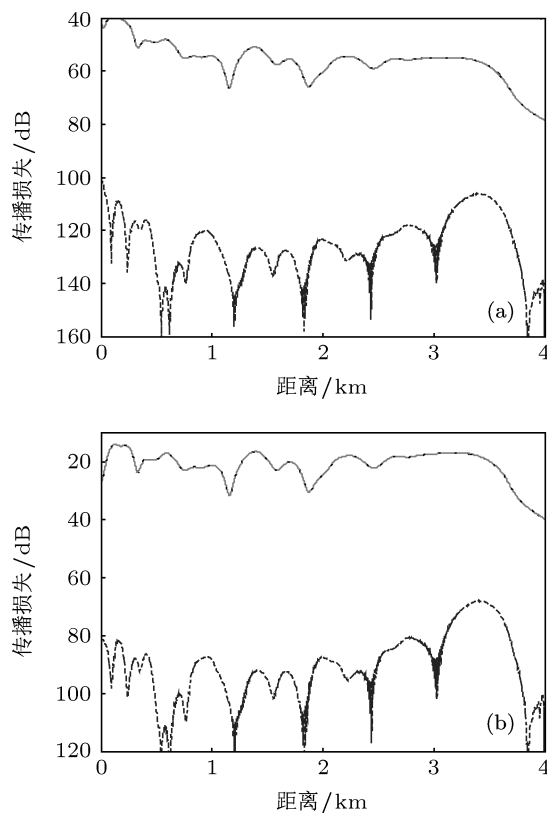


图9 ASA 可穿透楔形波导标准问题接收深度 30 m 处的 DGMCM 传播损失计算结果 (海底吸收系数为 0.5 dB/λ, 频率为 25 Hz, 声源深度为 100 m) (a) 点声源情况; (b) 线声源情况 (其中, 黑色实线是完全双向声场, 浅灰色虚线是前向传播声场, 深灰色点线是后向传播声场)

比, 避免了大量的矩阵变换及矩阵相乘等矩阵操作, 从而进一步提高了计算效率. 以 3.2 节可穿透有吸收海底楔形波导点源问题为例, 在数值计算中, COUPLE07 需要 40 号简正波才能得到收敛的声场计算结果, 而 DGMCM 仅需要 28 号简正波. 此时, COUPLE07 模型的计算时间近似为 60 s, 而 DGMCM 的计算时间近似为 42 s. 可见, DGMCM 模型具有更高的计算效率.

4 结论

本文进一步发展了全局矩阵耦合简正波方法, 即利用标准简正波模型 KRAKEN 计算本地简正波解, 并在此基础上开发了耦合矩阵数值算法, 使得 DGMCM 模型可以处理可穿透海底及非均匀介质波导中声传播实际问题. 为验证改进后的 DGMCM 模型的计算精度, 首先给出了全反射下边界双层均匀无吸收波导中耦合矩阵的解析表达式, 并与 DGMCM 中的耦合矩阵数值算法进行了比较, 结果表明该算法具有非常高的计算精度. 其次, 利用 DGMCM 模型计算了美国声学学会 (ASA) 提出的可穿透楔形波导标准问题. 海底吸收系数分两种情况进行讨论: 一种海底不存在吸收, 一种海底吸收系数为 0.5 dB/λ. 分别给出点源条件和线源条件

下 DGMCM 和 COUPLE07 模型的声场计算结果. 对比两种方法的计算结果, 表明无论是点源问题还是线源问题, 且无论海底有无吸收, DGMCM 模型的数值计算结果与耦合简正波标准程序 COUPLE07 提供的参考解均非常一致, 表明本模型具有相当高的计算精度. (DGMCM 模型在数值稳定性和适用性等方面优于 COUPLE07 模型, 参见文献 [18].) 而且, DGMCM 模型计算中所需简正波号数远小于 COUPLE07 模型所需的简正波号数; 同时, DGMCM 模型采用全局矩阵方法求解耦合系数, 避免了 COUPLE07 模型中所需的大量的矩阵变换及矩阵相乘等矩阵操作. 最终, DGMCM 模型显著地提高了计算效率. 此外, 除了可提供声场双向解外, 本方法还可以分别给出声场的前向解和后向解. 对于本文讨论的可穿透楔形波导问题, 数值结果显示前向传播声场与完全双向传播声场基本一致, 后向传播声场可以忽略, 表明该问题近似是一个单向声传播问题.

总之, 改进后的 DGMCM 模型可处理实际水平变化波导声传播问题, 并且具有很高的计算精度. 相对于 COUPLE07 模型, DGMCM 模型显著提高了计算效率. 该模型既可以用于求解实际声传播问题, 还可用来提供标准解, 以检验其他水平变化波导声传播模型的精度.

-
- [1] Collis J M, Siegmann W L, Jensen F B, Zampolli M, K'Usel E T, Collins M D 2008 *J. Acoust. Soc. Am.* **123** 51
- [2] Evans R B 1983 *J. Acoust. Soc. Am.* **74** 188
- [3] Pierce A D 1965 *J. Acoust. Soc. Am.* **37** 19
- [4] Luo W Y, Schmidt H 2009 *J. Acoust. Soc. Am.* **125** 52
- [5] Collins M D, Schmidt H, Siegmann W L 2000 *J. Acoust. Soc. Am.* **107** 1964
- [6] Thompson L L 2006 *J. Acoust. Soc. Am.* **119** 1315
- [7] Zampolli M, Tesei A, Jensen F B, Malm N, Blottman III J B 2007 *J. Acoust. Soc. Am.* **122** 1472
- [8] Peng Z H, Zhang R H 2005 *Acta Acustica* **30** 97 (in Chinese) [彭朝晖, 张仁和 2005 声学学报 **30** 97]
- [9] Milder D M 1969 *J. Acoust. Soc. Am.* **46** 1259
- [10] Rutherford S R, Hawker K E 1981 *J. Acoust. Soc. Am.* **70** 554
- [11] Fawcett J A 1992 *J. Acoust. Soc. Am.* **92** 290
- [12] Godin O A 1998 *J. Acoust. Soc. Am.* **103** 159
- [13] Athanassoulis G A, Belibassakis K A, Mitsoudis D A, Kampanis N A, Dougalis V A 2008 *J. Comp. Acoust.* **16** 83
- [14] Ferla C M, Porter M B, Jensen F B 1993 *C-SNAP: Coupled SACLANTCEN normal mode propagation loss model* (La Spezia, Italy: SACLANT Undersea Research Center) Technical Report SM-274
- [15] Porter M B, Jensen F B, Ferla C M 1991 *J. Acoust. Soc. Am.* **89** 1058
- [16] Evans R B 1986 *J. Acoust. Soc. Am.* **80** 1414
- [17] Luo W Y, Yang C M, Zhang R H 2012 *Chin. Phys. Lett.* **29** 014302
- [18] Luo W Y, Yang C M, Qin J X, Zhang R H 2012 *Sci. China-Phys. Mech. Astron.* **55** 572
- [19] Schmidt H, Jensen F B 1985 *J. Acoust. Soc. Am.* **77** 813
- [20] Schmidt H 1993 *J. Acoust. Soc. Am.* **94** 2420
- [21] Ricks D C, Schmidt H 1994 *J. Acoust. Soc. Am.* **95** 3339
- [22] Jensen F B, Kuperman W A, Porter M B, Schmidt H 2011 *Computational Ocean Acoustics* (2nd Ed.) (New York: Springer)
- [23] Porter M B 1991 *The KRAKEN normal mode program* (La Spezia, Italy: SACLANT Undersea Research Centre) Technical Report SM-245
- [24] Stotts S A 2002 *J. Acoust. Soc. Am.* **111** 1623
- [25] Felsen L B 1986 *J. Acoust. Soc. Am. Suppl.* **1** 80 S36
- [26] Felsen L B 1987 *J. Acoust. Soc. Am. Suppl.* **1** 81 S39
- [27] Jensen F B 1998 *J. Acoust. Soc. Am.* **104** 1310
- [28] Evans R B, Gilbert K E 1985 *Comp. Maths. Appl.* **11** 795

A coupled-mode method for sound propagation in a range-dependent penetrable waveguide*

Yang Chun-Mei^{1)2)†} Luo Wen-Yu¹⁾ Zhang Ren-He¹⁾ Qin Ji-Xing¹⁾²⁾

1) (State Key Laboratory of Acoustics, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

2) (University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

(Received 28 November 2012; revised manuscript received 24 December 2012)

Abstract

The coupled-mode method based on the direct global matrix (DGMCM) approach for sound propagation in range-dependent waveguides [Luo *et al.*, "A numerically stable coupled-mode formulation for acoustic propagation in range-dependent waveguides," *Sci. China-Phys. Mech. Astron.* 55, 572 (2012)] is further developed. The normal mode model KRAKEN is adopted to provide local modal solutions and their associated coupling matrices. As a result, the model DGMCM is capable of providing full two-way solutions for the two-dimensional realistic problems characterized by a penetrable bottom and a depth-varying sound speed profile. In addition, the closed-form expressions of coupling matrices for sound propagation in a range-dependent, two-layer waveguide are proposed. The numerical solutions of the coupling matrices by DGMCM agree well with the analytical solutions. Sound propagation in a penetrable wedge is solved by the updated DGMCM model. The numerical results indicate that the updated DGMCM model is numerically stable and accurate, and can provide benchmark solutions for realistic range-dependent problems.

Keywords: coupled-mode theory, direct global matrix approach, penetrable waveguide

PACS: 43.30.Bp, 43.30.Gv, 43.20.Fn

DOI: 10.7498/aps.62.094302

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11125420, 11174312), and the Knowledge Innovation Program of the Chinese Academy of Sciences.

† Corresponding author. E-mail: ycm@mail.ioa.ac.cn