

一类非线性相对转动系统的混沌运动及多时滞反馈控制*

张文明 李雪[†] 刘爽 李雅倩 王博华

(燕山大学工业计算机控制工程河北省重点实验室, 秦皇岛 066004)

(2013年1月13日收到; 2013年2月26日收到修改稿)

建立一类含非线性粘滑摩擦力的两质量非线性相对转动系统的动力学方程. 研究此非线性相对转动系统在外激励作用下的混沌运动及多时滞反馈控制. 当系统在外激励作用下处于混沌状态时, 考虑引入多时滞反馈对系统的混沌运动进行控制. 应用 Melnikov 理论给出系统在 Smale 意义下的混沌临界条件, 研究了多时滞反馈对系统运动及混沌临界值的影响规律. 并结合系统相图、Poincare 截面图和功率谱分析多时滞反馈参数对系统混沌运动的控制作用.

关键词: 多时滞, 相对转动, 控制, 数值仿真

PACS: 45.20.dc, 05.45.-a

DOI: 10.7498/aps.62.094502

1 引言

相对转动系统是一种广泛存在的能量传输系统, 是近代物理学的重要研究领域. Luo 建立了转动系统的相对论分析力学理论^[1-3], 成功应用于动力系统的对称性与守恒量研究^[4-6]. 同时, 基于相对性原理, 相对转动系统在解析计算、稳定性和 Hopf 分岔^[7-9]等方面也取得了重要研究进展.

时滞作为一种基本自然现象普遍存在于包括相对转动系统在内的动力学系统中, 实际应用中, 即使很小的时滞量, 也会影响到整个动力学系统的稳定性和动力学性能^[10-14], 可引起系统失稳、控制律失效. 然而在另一方面合理地引入、处理时滞则可以改善系统性能^[15-18], 因此研究引入时滞后系统的性质具有重要的现实意义.

目前, 对于线性时滞系统, 已有大量成熟研究^[19-22]. 然而, 由于非线性系统的复杂性和时滞参数在微分方程中产生超越项, 使得对于非线性时滞系统的研究主要针对单时滞系统. 张立森等^[23]分

析了时滞反馈下 Josephson 结系统的稳定性, 并采用数值法对不同参数条件下系统的动力学性能进行分析. 张晓明等^[24]确定了延迟反馈法控制三阶自治混沌系统的一般条件, 并分析出现稳定周期解及由 Hopf 分支产生周期解的分支方向的判据. 赵艳影等^[25,26]研究了采用时滞反馈控制扭转振动系统的振动问题. 王兴元等^[27]利用开环非线性闭环方法和时滞延迟反馈控制方法, 研究了一种带时滞的二元神经网络和一种复杂网络的混沌控制问题. 尚慧琳^[28]以受迫 Holmes-Duffing 系统为对象, 研究了周期激励引起的系统安全域的分形侵蚀及时滞速度反馈对分形侵蚀安全盆的控制作用. 以上研究很好地分析了单时滞反馈对系统稳定性、分岔、混沌等动力学性能的控制作用, 然而由于多时滞反馈系统的高复杂性, 涉及多时滞反馈控制的研究还不是很多.

本文建立一类两质量非线性相对转动系统的动力学模型. 研究此非线性相对转动系统在外激励作用下的混沌运动及多时滞反馈控制. 当系统在冲击力产生外激励作用下处于混沌状态时, 考虑引入

* 国家自然科学基金(批准号: 61104040)和河北省自然科学基金(批准号: E2012203090)资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: muzilixue@126.com

了多时滞反馈 ($x(t - \tau_1), \dot{x}(t - \tau_2)$) 控制系统的混沌运动, 并深入分析多时滞反馈参数的控制作用. 采用 Melnikov 理论对系统混沌运动进行解析预测, 给出系统 Smale 意义下混沌临界条件, 并利用数值模拟研究了多时滞反馈参数 ($\beta_1, \tau_1, \beta_2, \tau_2$) 对系统混沌运动的控制作用.

2 非线性相对转动系统动力学方程

研究两质量的非线性相对转动系统, 系统动能为

$$E = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} J_i \dot{\theta}_i^2 = \frac{1}{2} J_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\theta}_2^2, \quad (1)$$

式中 $J_i (i = 1, 2)$ 为相对转动系统集中质量的转动惯量, $\dot{\theta}_i (i = 1, 2)$ 为系统集中质量的角速度. 考虑一次、三次扭转刚度, 此时系统势能为

$$U = \frac{1}{2} K_1 (\theta_1 - \theta_2)^2 + \frac{1}{2} K_2 (\theta_1 - \theta_2)^4, \quad (2)$$

式中 $\theta_i (i = 1, 2)$ 为系统集中质量的扭转角, K_1 为系统线性扭转刚度, K_2 为系统非线性扭转刚度. 系统 Lagrange 函数 L 为

$$L = E - U = \frac{1}{2} J_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\theta}_2^2 - \frac{1}{2} K_1 (\theta_1 - \theta_2)^2 - \frac{1}{2} K_2 (\theta_1 - \theta_2)^4. \quad (3)$$

广义力矩

$$Q_i = \sum_{j=1}^2 F_j^i \frac{\partial \theta_j}{\partial q_i} \quad (j = 1, 2), \quad (4)$$

式中 $F_j^i = T_j + F_j^c$, F_j^c 为系统广义阻尼力, T_j 为广义外力矩, $q_j (j = 1, 2)$ 为广义坐标.

考虑一种非线性粘滑摩擦力^[29]

$$f_{12} = c_0 + c_1 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + c_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)^3, \quad (5)$$

C_{12} 为线性阻尼系数, 令广义阻尼力 F_1^c, F_2^c 为

$$\begin{aligned} F_1^c &= -C_{12} (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) - f_{12}, \\ F_2^c &= C_{12} (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + f_{12}. \end{aligned} \quad (6)$$

将 (1)—(5) 式代入含耗散项的的广义 Lagrange 方程

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\theta}_i} = Q_i, \quad (i = 1, 2), \quad (7)$$

得到

$$J_1 \ddot{\theta}_1 + C_{12} (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + K_1 (\theta_1 - \theta_2)$$

$$+ K_2 (\theta_1 - \theta_2)^3 + f_{12} = T_1, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} J_2 \ddot{\theta}_2 - C_{12} (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) - K_1 (\theta_1 - \theta_2) \\ - K_2 (\theta_1 - \theta_2)^3 - f_{12} = T_2, \end{aligned} \quad (9)$$

$\ddot{\theta} (i = 1, 2)$ 为系统集中质量角加速度. 研究相对转角变化的动力学行为, (8) 式乘以 $1/J_1$ 减去 (9) 式乘以 $1/J_2$, 得到

$$\begin{aligned} (\ddot{\theta}_1 - \ddot{\theta}_2) + \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} (C_{12} + c_1) (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \\ + \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} K_1 (\theta_1 - \theta_2) \\ + \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} K_2 (\theta_1 - \theta_2)^3 + \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} c_2 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)^3 \\ = \frac{J_2 T_1 - J_1 T_2 + (J_1 + J_2) c_0}{J_1 J_2}. \end{aligned} \quad (10)$$

令

$$\begin{aligned} x_1 &= \theta_1 - \theta_2, \quad \dot{x} = \dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2, \\ \ddot{x} &= \ddot{\theta}_1 - \ddot{\theta}_2, \quad d = \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} K_1, \\ a &= \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} (C_{12} + c_1), \\ b &= \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} K_2, \quad g = \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} c_2, \\ F_1 &= \frac{J_2 T_1 - J_1 T_2 + (J_1 + J_2) c_0}{J_1 J_2}. \end{aligned}$$

(10) 式可表示为

$$\ddot{x} + a\dot{x} + dx + bx^3 + gx^3 = F_1. \quad (11)$$

(11) 式是一类含有非线性刚度和非线性阻尼的相对转动系统的动力学方程, 是一种普遍存在的能量传输形式, 基于此方程对系统的混沌运动及其多时滞反馈控制进行研究.

3 混沌临界条件

令外激励形式为 $F_1 = f \cos(\omega t)$, 此时, 相对转动动力系统可表示如下:

$$\ddot{x} + a\dot{x} + dx + bx^3 + gx^3 = f \cos(\omega t). \quad (12)$$

系统在外激励作用下会表现出周期甚至混沌运动, 为控制系统动力学行为, 在此, 引入多时滞反馈控制器 $\beta_1 x(t - \tau_1) + \beta_2 \dot{x}(t - \tau_2)$, 受控系统动力学方程为

$$\begin{aligned} \ddot{x} + a\dot{x} + dx + bx^3 + gx^3 \\ = f \cos(\omega t) + \beta_1 x(t - \tau_1) + \beta_2 \dot{x}(t - \tau_2). \end{aligned} \quad (13)$$

假设阻尼的作用是微弱的, 引入小参数 ε , 于是, 参数重新标量为

$$a \rightarrow \varepsilon a, \quad g \rightarrow \varepsilon g, \quad \beta_1 \rightarrow \varepsilon \beta_1, \quad \beta_2 \rightarrow \varepsilon \beta_2.$$

令 $y_1 = x, y_2 = \dot{x}$, 受控系统 (13) 变为

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2, \\ \dot{y}_2 &= -dy_1 - by_1^3 + \varepsilon(-ay_2 - gy_2^3 + \beta_1 y_1(t - \tau_1) \\ &\quad + \beta_2 y_2(t - \tau_2) + f \cos(\omega t)). \end{aligned}$$

当 $\varepsilon = 0$ 时, 系统退化为二维无扰系统, 即

$$\dot{y}_1 = y_2, \quad \dot{y}_2 = -dy_1 - by_1^3. \quad (14)$$

此系统的 Hamilton 函数为

$$H(y_1, y_2) = \frac{1}{2}y_2^2 + \frac{1}{2}dy_1^2 + \frac{1}{4}by_1^4. \quad (15)$$

假设 $b > 0$, 当 $d < 0$ 时, 系统有三个不动点, $(0,0)$ 为鞍点, $(\pm\sqrt{-\frac{d}{b}}, 0)$ 为中心点, 其相位图如图 1(a). 通过两中心点的轨道为同宿轨道, 参数方程为

$$\begin{aligned} (y_1^\pm, y_2^\pm)^T &= \left(\pm\sqrt{-\frac{2d}{b}} \operatorname{sech}(\sqrt{-dt}), \right. \\ &\quad \left. \pm\sqrt{\frac{2}{b}} d \operatorname{sech}(\sqrt{-dt}) \tanh(\sqrt{-dt}) \right)^T. \end{aligned} \quad (16)$$

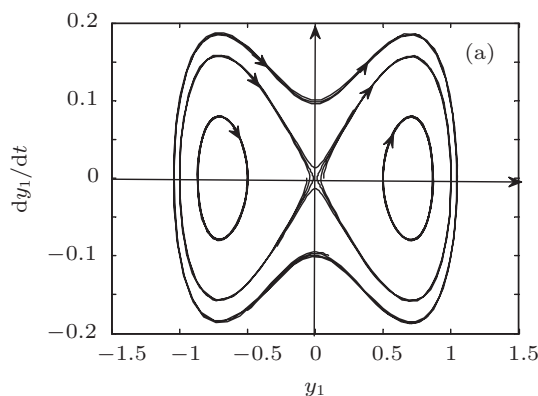
定义 Melnikov 函数如下:

$$\begin{aligned} M(t_0) &= \int_{-\infty}^{\infty} y_2^\pm(t) (-ay_2 - gy_2^3 + \beta_1 y_1^\pm(t - \tau_1) \\ &\quad + \beta_2 y_2^\pm(t - \tau_2) + f \cos(\omega(t + t_0))) dt. \end{aligned} \quad (17)$$

选取

$$m_1(\tau_1) = \int_{-\infty}^{\infty} y_2^\pm(t) y_1^\pm(t - \tau_1) dt,$$

$$m_2(\tau_2) = \int_{-\infty}^{\infty} y_2^\pm(t) y_2^\pm(t - \tau_2) dt,$$



$$\begin{aligned} m_3 &= \int_{-\infty}^{\infty} y_2^\pm f \cos(\omega(t + t_0)) dt \\ &= \pm \pi f \omega \sqrt{-\frac{2}{d}} \operatorname{csch} \frac{\pi \omega}{2\sqrt{-d}} \sin \omega t, \\ p_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} y_2^\pm(t) (-ay_2 - gy_2^3) \\ &= -\frac{4a(\sqrt{-d})^3}{3} + 8 \frac{gd^5 \sqrt{-d}}{b^2}, \\ p_2 &= \pi \omega \sqrt{-\frac{2}{d}} \operatorname{csch} \frac{\pi \omega}{2\sqrt{-d}}. \end{aligned}$$

计算 (17) 式, 可得

$$M(t_0) = p_1 + m_1(\tau_1) + m_2(\tau_2) + m_3. \quad (18)$$

当 $M(t_0)$ 有简单零点, (19) 式成立时, 非线性转动系统 (13) 发生 Smale 马蹄意义下的混沌运动.

$$\left| \frac{p_1 - \beta_2 m_2 - \beta_1 m_1}{f p_2} \right| \leq 1. \quad (19)$$

当 $d > 0$ 时, 系统有一个不动点 $O(0,0)$, 并且为中心. 其相图如图 1(b). 系统为稳定的周期运动, 不存在 Smale 马蹄意义下的混沌, 用 Melnikov 函数不能得到发生混沌运动的临界条件.

4 数值分析

4.1 未受控系统混沌运动

研究未引入时滞反馈控制, 即未受控系统 (12), 在外激励作用下的混沌行为. 由 (19) 式可知, 未引入时滞反馈时, 外激励幅值 f 的 Smale 意义下混沌临界条件为 $f \geq \frac{p_1}{p_2}$, 选取 $a = 0.4, d = -0.4, b = 0.5, g = 0.8, \omega = 1$, 计算得外激励幅值混沌临界条件为 $f \geq 0.4012$.

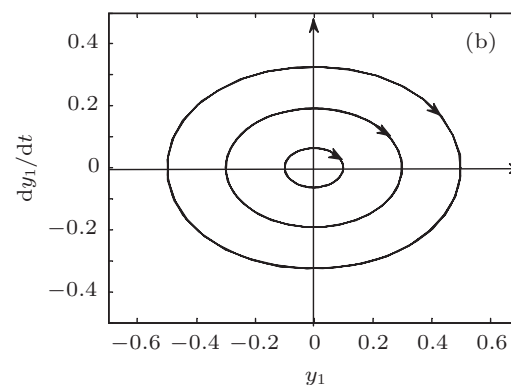


图 1 方程 (13) 的相位图

采用 Runge-Kutta 法对未受控制系统进行数值分析, 图 2 为系统随外激励幅值 f 变化的分岔图, 可得混沌临界值的数值结果与理论预测相符. 由图 2 可知, 随着 f 增大, 系统经过倍周期分岔进入混沌运动. 当 $f = 0.41$ 时, 如图 3 所示, 相平面图不重复且杂乱无章, 由 Poincare 截面图中的无规律散落点集以及功率谱中的连续谱都可判定系统处于混沌状态.

4.2 非线性相对转动系统的多时滞反馈控制

4.2.1 位移时滞反馈参数的控制作用

考虑引入多时滞反馈, 控制系统混沌运动, 首先分析受控系统 (13) 中位移时滞反馈的控制作用, 位移时滞反馈控制是两参数控制问题, 反馈增益和时滞是两个可以独立控制的参数, 为分析位移时滞反馈增益 β_1 和时滞参数 τ_1 对非线性相对转动系统运动的控制作用, 在此选取系统处于混沌运动时的

系统参数, $f = 0.47$, $\tau_1 = 0.4$, $\tau_2 = 0.2$, $\beta_2 = 0.5$, 且其他参数不变.

根据 (19) 式可知, 受控系统产生混沌运动时位移时滞反馈增益的理论预测值为 $\beta_1 < 0.5050$, 由图 4 位移反馈增益 β_1 的分岔图不难看出理论预测值与数值结果相符合, 且通过增大 β_1 , 可以控制系统由混沌状态经过倍周期分岔进入稳定周期运动.

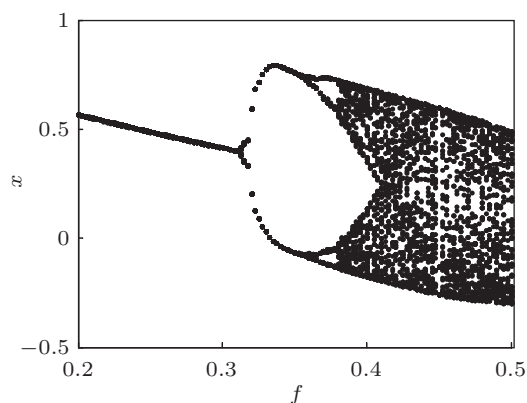


图 2 未引入多时滞反馈时, 外部激励 f 分岔图

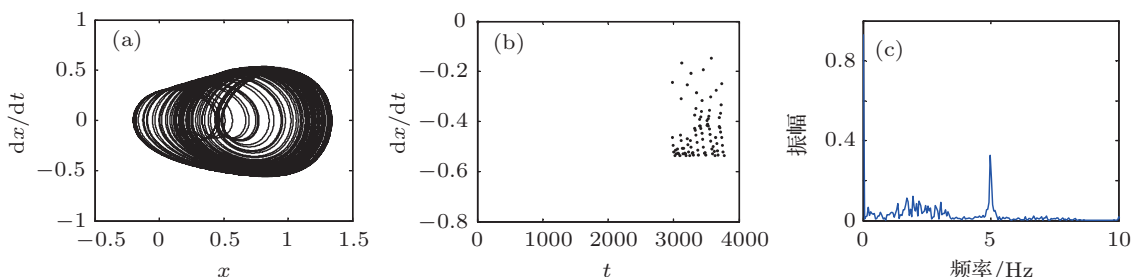


图 3 $f = 0.41$, 系统相平面图 (a)、Poincare 截面图 (b) 和功率谱 (c)

采用数值法分析 $x(t - \tau_1)$ 中时滞参数 τ_1 对系统混沌运动的控制作用. 当时滞 $\tau_2 = 0.2$, $\beta_1 = 0.5$, $\beta_2 = 0.5$ 时, 位移反馈中时滞 τ_1 的分岔图如图 5. 由图 5 可知, 通过增大 τ_1 , 同样可以有效地控制系统由混沌状态经过倍周期分岔进入周期运动, 在混沌运动过程中还具有有一些周期窗口, 这正是非线性系统混沌运动的典型特征之一.

为了进一步描述系统混沌运动的演化过程, 给出数值模拟图 6 和图 7, 图 6 表示时滞 $\tau_1 = 0.4$, $\tau_2 = 0.2$, 速度时滞反馈增益 $\beta_2 = 0.5$ 时, 不同位移反馈增益 β_1 下系统的数值模拟结果; 图 7 表示时滞 $\tau_2 = 0.2$, 反馈增益 $\beta_1 = 0.5$, $\beta_2 = 0.5$ 时, 不同时滞 τ_1 下系统的数值模拟结果, 仿真图描述如表 1 所示. 表 1 表明: 通过增大位移时滞反馈增益 β_1 或时

滞 τ_1 , 都可有效地实现系统由混沌状态到周期运动的控制.

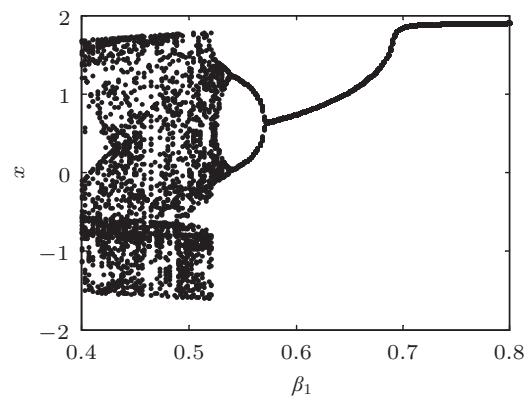


图 4 位移时滞反馈增益 β_1 分岔图

4.2.2 速度时滞反馈参数的控制作用

分析速度时滞反馈增益 β_2 和时滞 τ_2 这两个独立参数对受控系统 (13) 的控制作用时, 同样选取系统处于混沌运动时的系统参数, $f = 0.47$, $\beta_1 = 0.5$, $\tau_1 = 0.4$, $\tau_2 = 0.2$, 其他参数不变. 根据 (19) 式可知, 系统产生混沌运动时速度时滞反馈增益的理论预测值为 $\beta_2 > 0.4710$. 图 8 为速度时滞反馈增益 β_2 的分岔图, 数值分析与理论预测值一致, 且由图 8 可知通过减小 β_2 , 可控制系统由混沌状态经过倍周期分岔进入单倍周期运动, 在混沌运动过程中还具有一些周期窗口.

当时滞 $\beta_1 = 0.5$, $\tau_1 = 0.4$, $\beta_2 = 0.5$, $f = 0.47$, 且其他参数不变时, 速度反馈中的时滞参数 τ_2 的分岔图如图 9. 由图 9 可知, 通过增大时滞 τ_2 , 可控制系统由混沌状态经过倍周期分岔进入周期运动.

图 10 表示时滞 $\tau_1 = 0.4$, $\tau_2 = 0.2$, 速度时滞反

馈增益 $\beta_1 = 0.5$ 时, 不同位移反馈增益 β_2 下系统的数值模拟结果. 图 11 表示时滞 $\tau_1 = 0.4$, 反馈增益 $\beta_1 = 0.5$, $\beta_2 = 0.5$ 时, 不同时滞 τ_2 下系统的数值模拟结果, 其描述如表 2 所示. 表 2 验证了, 增大 τ_2 或减小 β_2 都可有效实现系统运动状态控制.

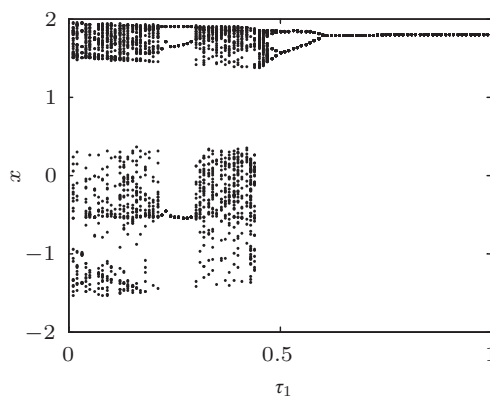


图 5 时滞 τ_1 分岔图

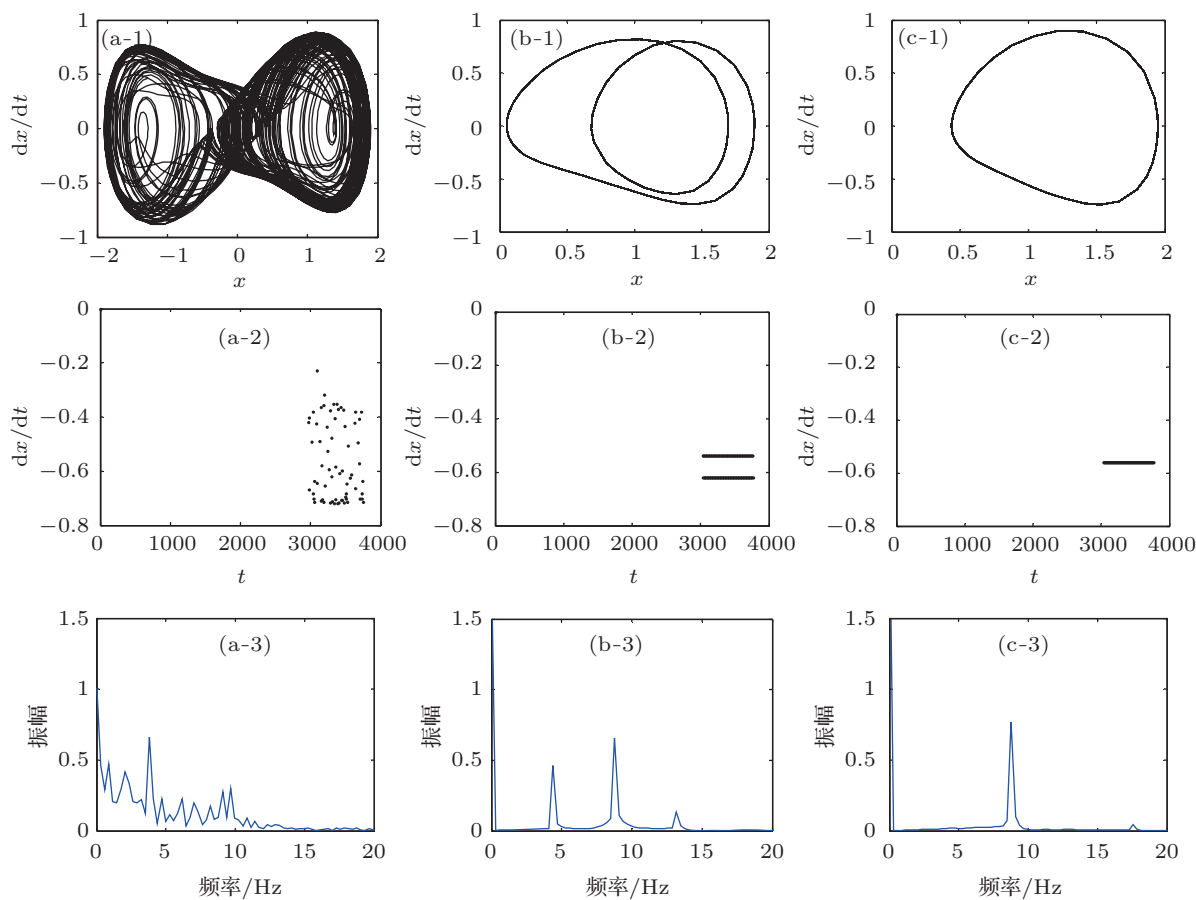


图 6 β_1 取不同值时, 系统相平面图 (-1)、Poincaré 截面图 (-2) 和功率谱 (-3) (a-1), (a-2), (a-3), $\beta_1 = 0.45$; (b-1), (b-2), (b-3), $\beta_1 = 0.55$; (c-1), (c-2), (c-3), $\beta_1 = 0.65$

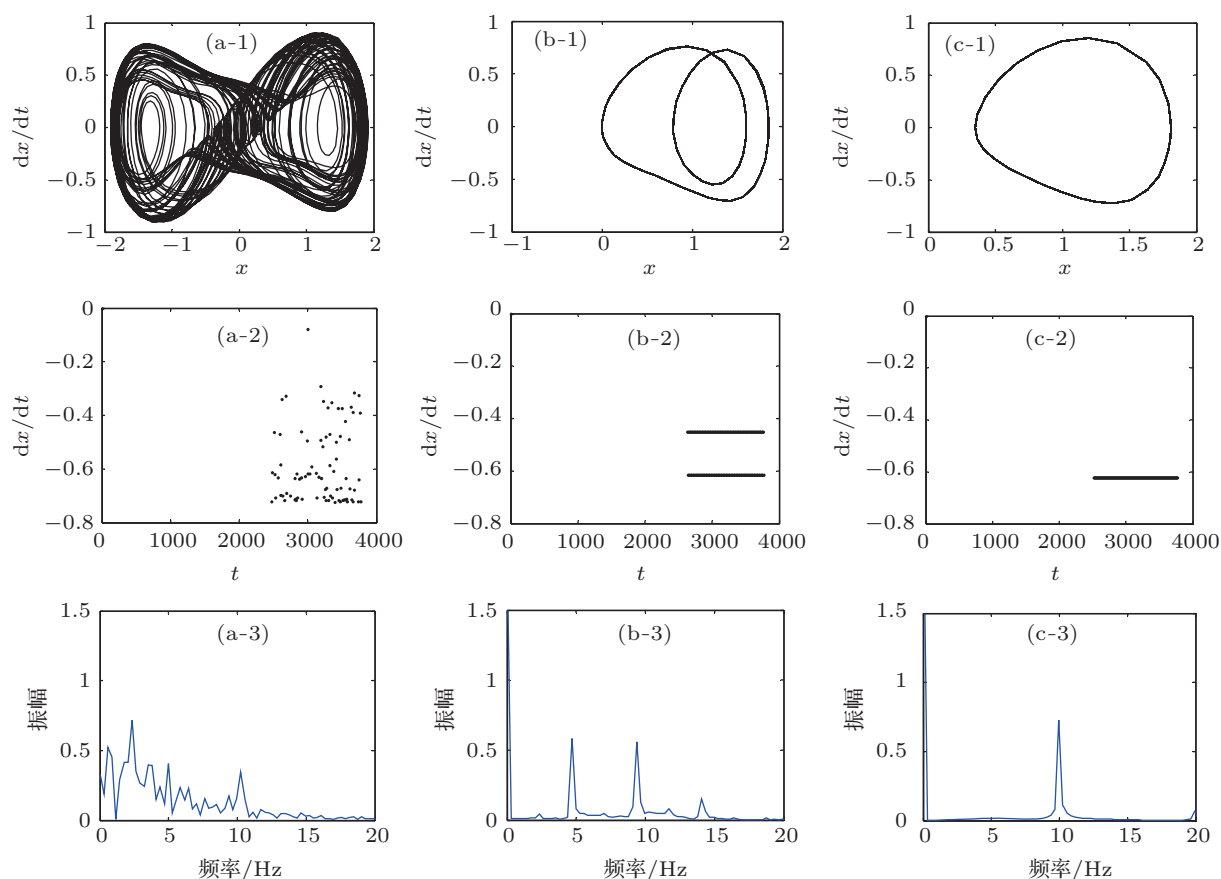


图7 时滞 τ_1 取不同值时, 系统相平面图 (-1)、Poincare 截面图 (-2) 和功率谱 (-3) (a-1), (a-2), (a-3), $\tau_1 = 0.4$; (b-1), (b-2), (b-3), $\tau_1 = 0.55$; (c-1), (c-2), (c-3), $\tau_1 = 0.7$

表1 不同参数 (β_1 或 τ_1) 下系统相图、截面图和功率谱描述

控制参数	仿真图	系统运动描述
$\beta_1 = 0.45$	图 6(a-1),(a-2),(a-3)	系统已经进入混沌状态, 相平面图不重复且杂乱无章, 由 Poincare 截面图中无规律散落点集和功率谱中的连续谱都可直接判断系统的混沌状态.
$\tau_1 = 0.4$	图 7(a-1),(a-2),(a-3)	
$\beta_1 = 0.55$	图 6(b-1),(b-2),(b-3)	系统进行周期二的稳态振动, 这可由两条封闭曲线的相图和两条平行线段的 Poincare 截面图得到证实, 功率谱出现两个明显峰值.
$\tau_1 = 0.55$	图 7(b-1),(b-2),(b-3)	
$\beta_1 = 0.65$	图 6(c-1),(c-2),(c-3)	系统进行周期一运动, 相图为一封闭曲线, Poincare 截面图为一平行线段, 功率谱出现一个峰值.
$\tau_1 = 0.7$	图 7(c-1),(c-2),(c-3)	

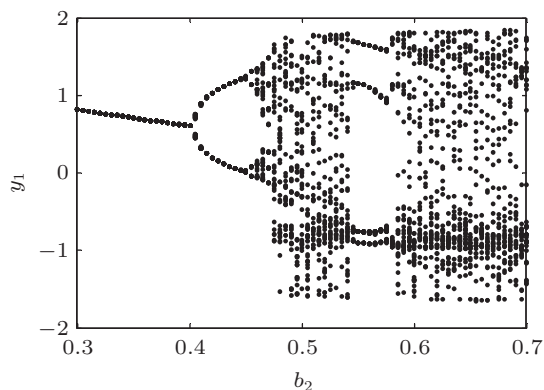


图8 速度时滞反馈增益 β_2 分岔图

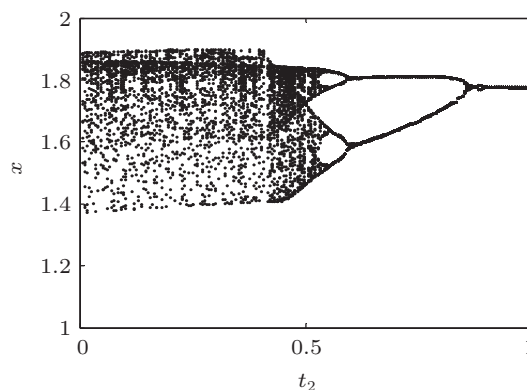


图9 时滞 τ_2 分岔图

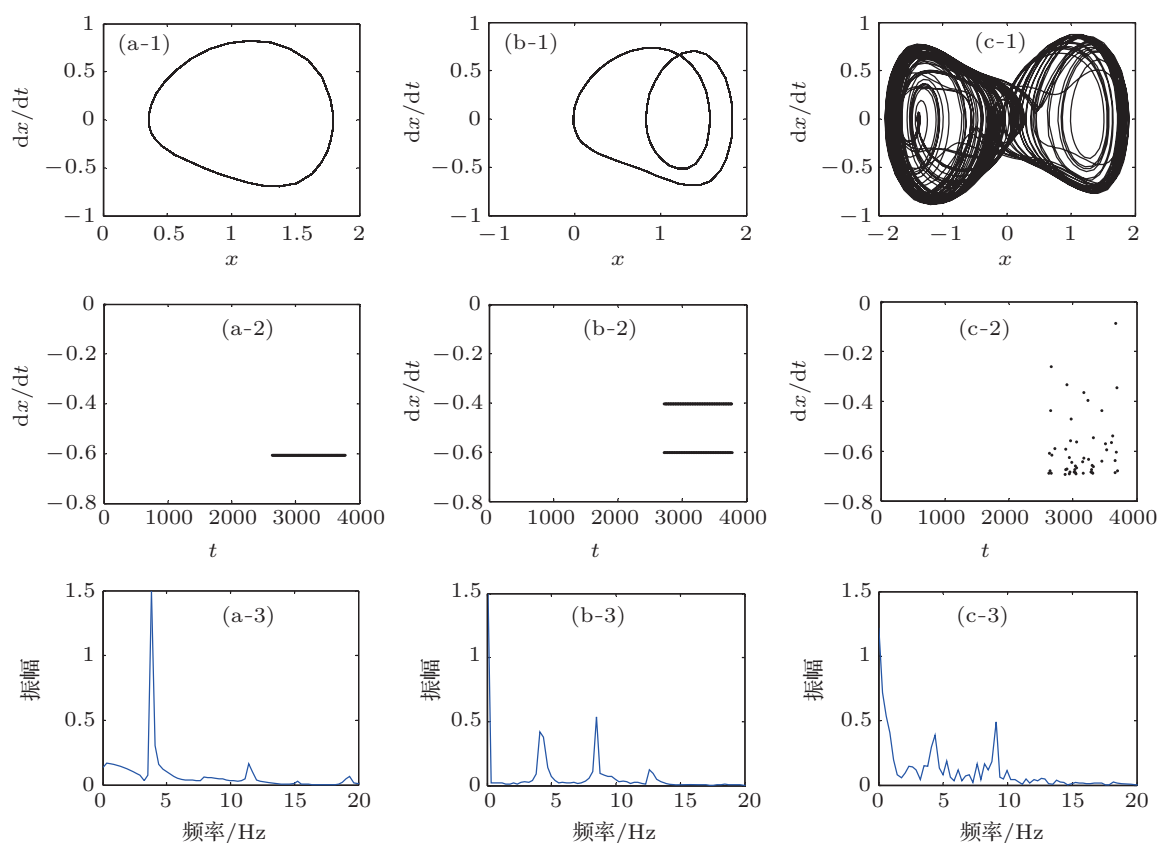


图 10 β_2 取不同值时, 系统相平面图 (-1)、Poincaré 截面图 (-2) 和功率谱 (-3) (a-1), (a-2), (a-3), $\beta_2 = 0.35$; (b-1), (b-2), (b-3), $\beta_2 = 0.45$; (c-1), (c-2), (c-3), $\beta_2 = 0.5$

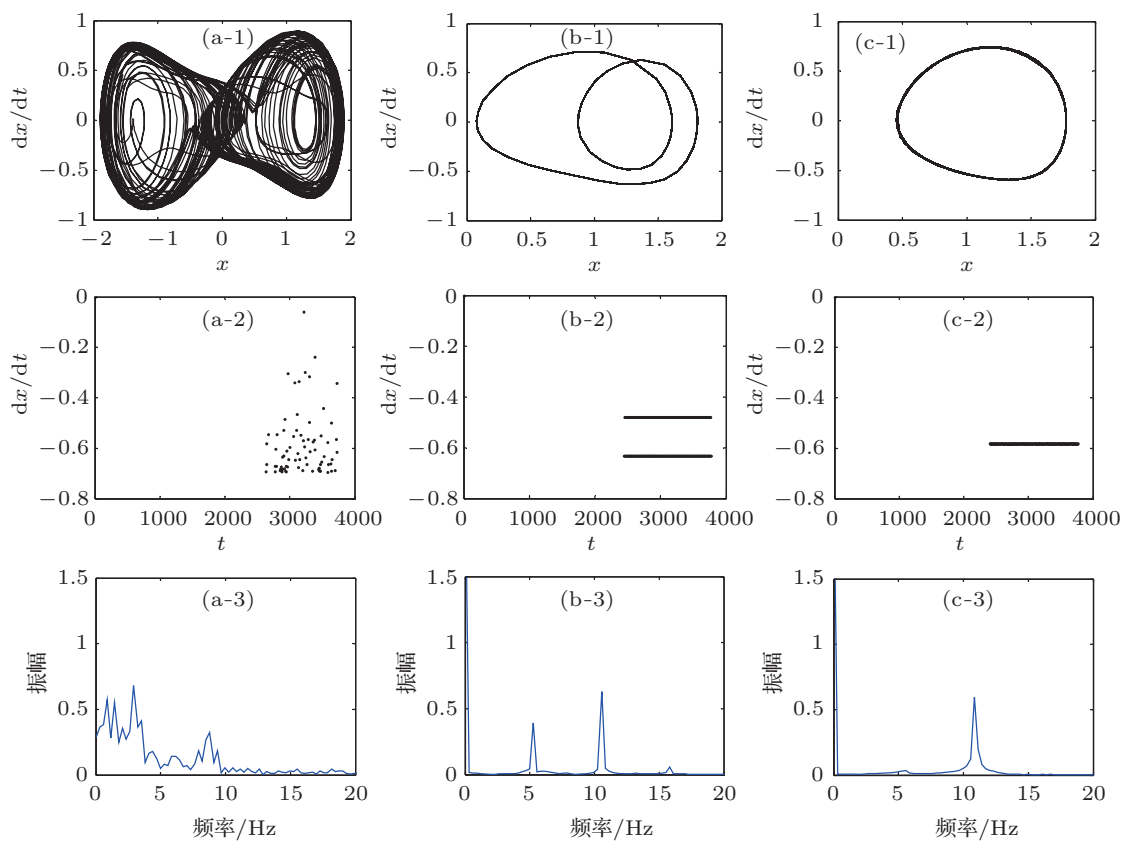


图 11 时滞 τ_2 取不同值时, 系统相平面图 (-1)、Poincaré 截面图 (-2) 和功率谱 (-3) (a-1), (a-2), (a-3), $\tau_2 = 0.1$; (b-1), (b-2), (b-3), $\tau_2 = 0.65$; (c-1), (c-2), (c-3), $\tau_2 = 1$

表2 不同参数 (β_2, τ_2) 下系统相图、截面图和功率谱描述

控制参数	仿真图	系统运动描述
$\beta_2 = 0.35$ $\tau_2 = 1$	图 10(a-1),(a-2),(a-3) 图 11(c-1),(c-2),(c-3)	系统做周期一运动, 相图为一条封闭曲线, Poincare 截面图为一水平线段, 功率谱出现一个峰值.
$\beta_2 = 0.45$ $\tau_2 = 0.65$	图 10 (b-1),(b-2),(b-3) 图 11(b-1),(b-2),(b-3)	系统进入周期二的稳态振动, 相图为两条封闭曲线, 截面图为两条平行线段, 功率谱出现两个明显峰值.
$\beta_2 = 0.50$ $\tau_2 = 0.1$	图 10(c-1),(c-2),(c-3) 图 11(a-1),(a-2),(a-3)	系统进行混沌运动, 相平面图不重复且杂乱无 章, 截面图为无规律点集, 功率谱为连续谱, 即出现噪声背景和宽峰.

5 结论

本文研究了多时滞反馈对一类两质量非线性相对转动系统混沌运动的控制作用. 给出外部激励幅值 f 、位移反馈增益 β_1 和速度反馈增益 β_2 在 Smale 意义下的混沌临界条件, 并利用数值仿真验

证了条件的正确性. 研究表明: 未引入时滞反馈控制时, 随着 f 增大, 系统由单倍周期运动经历倍周期分岔进入混沌. 通过减小或增大多时滞反馈参数 $\beta_1, \tau_1, \beta_2, \tau_2$, 都可以有效地实现系统由混沌运动到单倍周期运动的控制.

- [1] Luo S K 1996 *J. Beijing Inst. Technol* **16** 154 (in Chinese) [罗绍凯 1996 北京理工大学学报 **16** (S1)154]
- [2] Luo S K 1998 *Appl. Math. Mech.* **19** 45
- [3] Luo S K, Fu J L, Chen X W 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 383 (in Chinese) [罗绍凯, 傅景礼, 陈向炜 2001 物理学报 **50** 383]
- [4] Luo S K, Chen X W, Guo Y X 2002 *Chin. Phys.* **11** 429
- [5] Luo S K 2002 *Chin. Phys. Lett.* **19** 449
- [6] Luo S K 2003 *Chin. Phys.* **12** 357
- [7] Liu S, Liu B, Shi P M 2010 *Acta Phys. Sin.* **58** 4383 (in Chinese) [刘爽, 刘彬, 时培明 2010 物理学报 **58** 4383]
- [8] Liu S, Liu B, Shi P M 2010 *Acta Phys. Sin.* **58** 4383 (in Chinese) [刘爽, 刘彬, 时培明 2010 物理学报 **58** 4383]
- [9] Liu S, Liu B, Zhang Y K, Wen Y 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 38 (in Chinese) [刘爽, 刘彬, 张业宽, 闻岩 2010 物理学报 **59** 38]
- [10] Stepan G 1989 *Retarded Dynamical Systems: Stability and Characteristic Functions* (Essex: Longman Scientific & Technical) p80
- [11] Kuang Y 1993 *Delay Differential Equation with Application Dynamics* (San Diego: Academic Press) p63
- [12] Hu H Y, Wang Z H 1999 *Advances in Mechanics* **29** 501 (in Chinese) [胡海岩, 王在华 1999 力学进展 **29** 501]
- [13] Shang H L 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 070501 (in Chinese) [尚慧琳 2011 物理学报 **60** 070501]
- [14] Meng J, Wang X Y 2008 *Chinese Journal of Computational Physics* **25** 247 (in Chinese) [孟娟, 王兴元 2008 计算物理 **25** 247]
- [15] Wang N, Ni M K 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 050203 (in Chinese) [汪娜, 倪明康 2011 物理学报 **60** 050203]
- [16] Xu J, Pei L J 2006 *Advances in Mechanics* **36** 17 (in Chinese) [徐鉴, 裴利军 2006 力学进展 **36** 17]
- [17] Wang X Y, Zhao Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2812 (in Chinese) [王兴元, 赵群 2008 物理学报 **57** 2812]
- [18] Wang M J, Wang X Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1467 (in Chinese) [王明军, 王兴元 2009 物理学报 **58** 1467]
- [19] Feng W, Duan Y R, Yan J R 2000 *Acta Mathematica Scientia* **20** 433 (in Chinese) [冯伟, 段永瑞, 燕居让 2000 数学物理学报 **20** 433]
- [20] Chen N, Shen X Y, Gui W H, Yang C H, Wang L Y 2011 *Control Theory & Applications* **28** 1099 (in Chinese) [陈宁, 沈晓瑜, 桂卫华, 阳春华, 王凌云 2011 控制理论与应用 **28** 1099]
- [21] Zhang B L, Deng F F, Tang G Y, Cao F L 2010 *Control and Decision* **25** 1723 (in Chinese) [张宝琳, 郑菲菲, 唐功友, 曹飞龙 2010 控制与决策 **25** 1723]
- [22] Zhang X M, Wu M 2006 *Control Theory & Applications* **23** 918 (in Chinese) [张先明, 吴敏 2006 控制理论与应用 **23** 918]
- [23] Zhang L S, Cai L, Feng C W 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 060306 (in Chinese) [张立森, 蔡里, 冯朝文 2011 物理学报 **60** 060306]
- [24] Zhang X M, Peng J H, Chen G R 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2864 (in Chinese) [张晓明, 彭建华, 陈关荣 2004 物理学报 **53** 2864]
- [25] Zhao Y Y, Yang R M 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 104304 (in Chinese) [赵艳影, 杨如铭 2011 物理学报 **60** 104304]
- [26] Zhao Y Y, Li C A 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 114305 (in Chinese) [赵艳影, 李昌爱 2011 物理学报 **60** 114305]
- [27] Tang Q, Wang X Y 2012 *Chinese Journal of Applied Mechanics* **29** 410 (in Chinese) [唐谦, 王兴元 2012 应用力学学报 **29** 410]
- [28] Shang H L 2012 *Acta Phys. Sin.* **60** 180506 (in Chinese) [尚慧琳 2012 物理学报 **60** 180506]
- [29] Thomsen J J, Fidin A 2003 *International Journal of Nonlinear Mechanics* **38** 389

Chaos and the control of multi-time delay feedback for some nonlinear relative rotation system*

Zhang Wen-Ming Li Xue[†] Liu Shuang Li Ya-Qian Wang Bo-Hua

(Key Lab of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

(Received 13 January 2013; revised manuscript received 26 February 2013)

Abstract

The dynamic equation of some nonlinear relative rotation system with two masses has been established, which contains a kind of nonlinear stick-slip friction. Chaotic motion and the control effect of multi-delay feedbacks of the nonlinear relative rotation system under external excitation are investigated. When the system is in chaos under external excitation, the multi-time delay is applied to control the chaotic motion. The chaotic critical conditions of parameters about Smale commutation are given in terms of Melnikov theory, while the influence of multi-delay feedbacks on the system movement state and chaotic critical conditions is studied. The control impacts of multi-time delay parameters on chaotic motion are studied by phase diagram, Poincare map and power spectrum, separately.

Keywords: multi-time delay, relative rotation system, control, numerical simulation

PACS: 45.20.dc, 05.45.-a

DOI: 10.7498/aps.62.094502

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61104040), and the Natural Science Foundation of Hebei Province, China (Grant No. E2012203090).

[†] Corresponding author. E-mail: muzilixue@126.com