

## 分数维方法研究 GaAs 薄膜中的极化子\*

武振华<sup>1)</sup> 李华<sup>2)</sup> 严亮星<sup>1)</sup> 刘炳灿<sup>2)</sup> 田强<sup>1)†</sup>

1) (北京师范大学物理系, 北京 100875)

2) (装甲兵工程学院基础部, 北京 100072)

(2012 年 11 月 14 日收到; 2013 年 1 月 6 日收到修改稿)

本文采用分数维方法, 在讨论  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  衬底上 GaAs 薄膜的分数维基础上, 计算了 GaAs 薄膜中的极化子结合能和有效质量. 随着薄膜厚度的增加, 极化子结合能和质量变化单调地减小. 当薄膜厚度  $L_w < 70 \text{ \AA}$  并且衬底厚度  $L_b < 200 \text{ \AA}$  时, 衬底厚度的变化对薄膜中极化子的结合能和质量变化的影响比较显著, 随着衬底厚度的增加, 薄膜中极化子的结合能和质量变化逐渐变大; 当薄膜厚度  $L_w > 70 \text{ \AA}$  或者衬底厚度  $L_b > 200 \text{ \AA}$  时, 衬底厚度的变化对薄膜中极化子的结合能和质量变化的影响不显著. 研究结果为 GaAs 薄膜电子和光电子器件的研究和应用提供参考.

关键词: 分数维方法, GaAs 薄膜, 极化子, 低维异质结构

PACS: 73.61-r, 73.90.+f

DOI: 10.7498/aps.62.097302

## 1 引言

随着半导体生长技术的发展, 人们可以生长出各种各样的低维半导体结构, 比如: 量子阱、量子点和量子线. 薄膜是一种重要的低维结构, 在电子和光电子器件中有着重要的应用. 沉积在  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  衬底上的 GaAs 薄膜是一个重要的低维半导体异质结构. 在低维半导体结构及其器件中, 极化子效应强烈地影响着弱极性半导体低维系统的电学和光学性质, 被众多研究者所关注. 不同的研究者提出了各种各样的理论模型, 由于低维异质结构中的极化子问题比较复杂<sup>[1-3]</sup>, 绝大多数模型需要繁琐的计算. 本文采用的是由 He<sup>[4,5]</sup> 提出的分数维方法. 在这一方法中, 实际三维空间中的各向异性的结构被转化为分数维空间中各向同性的结构. 在过去的十几年中, 分数维方法被成功地用于研究半导体异质结构中的激子<sup>[6-11]</sup>、磁激子<sup>[12,13]</sup>、双激子<sup>[14-16]</sup> 和杂质态<sup>[9,17-23]</sup> 等问题. 一些研究者用分数维方法研究了三明治结构  $\text{AlGaAs/GaAs/AlGaAs}$  中的极化子问题, 得到了令人满意的结果<sup>[24-29]</sup>, GaAs 薄膜中的极化子, 不同

于三明治结构中的极化子, 是本文的研究内容.

我们用分数维方法研究了非对称方势阱中的激子及其与声子的相互作用<sup>[30]</sup> 和非对称量子阱中纵向和界面光学声子对激子的影响<sup>[31]</sup>. 本文, 把分数维方法推广应用于  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  衬底上 GaAs 薄膜中的极化子的研究, 计算了极化子结合能和质量变化随着膜厚和衬底厚度的变化关系.

## 2 分数维方法的推广应用

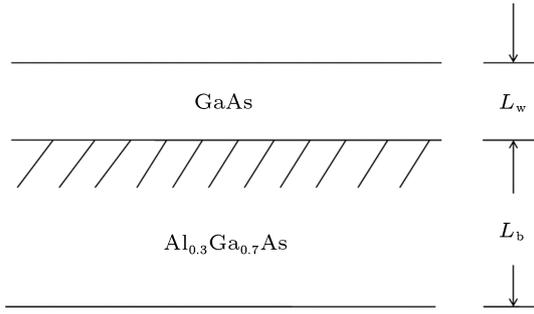
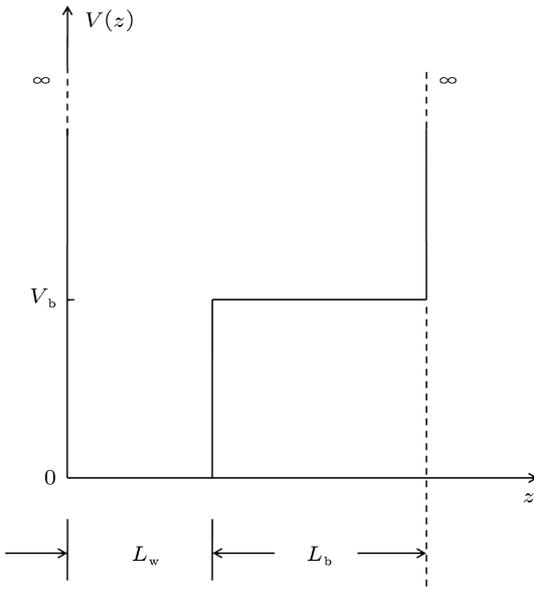
对于  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  衬底上的 GaAs 薄膜结构, 不考虑电子从系统 GaAs- $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  中逃逸出来的情况, 电子势能函数为

$$V(z) = \begin{cases} V_w (= 0), & 0 \leq z \leq L_w, \\ V_b, & L_w < z < L_w + L_b, \\ \infty, & \text{其他,} \end{cases} \quad (1)$$

其中  $L_w$  和  $L_b$  分别代表薄膜厚度和衬底厚度, 下标  $w$  和  $b$  分别代表薄膜 (GaAs, 势阱材料) 和衬底 ( $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ , 势垒材料), 垂直于薄膜的方向取为  $z$  方向. 系统的结构如图 1 所示, 系统的势能函数如图 2 所示.

\* 国家自然科学基金 (批准号: 10574011, 10974017) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: qtianbnu@sina.com


 图1 Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As 衬底上的 GaAs 薄膜结构示意图

 图2 Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As 衬底上 GaAs 薄膜的势能函数

运用分数维方法, 实际低维结构中受限的极化子被转化为一个分数维空间的非受限的极化子. 在电子与 LO 声子弱耦合的情况下, 由二阶微扰理论计算<sup>[24-27]</sup>得到极化子结合能为

$$\Delta E = \alpha \hbar \omega_{\text{LO}} G_1(D), \quad (2)$$

极化子有效质量为

$$m^* = \frac{m}{1 - \alpha G_2(D)}. \quad (3)$$

(2) 和 (3) 式中的  $D$  代表低维结构的维数,  $\alpha$  代表 Fröhlich 常数,  $\omega_{\text{LO}}$  是非色散近似下 LO 声子的频率,  $m$  是电子有效质量. 分数维  $D$  的函数  $G_1(D)$  和  $G_2(D)$  分别为

$$G_1(D) = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma[(D-1)/2]}{2 \Gamma[D/2]} \quad (4)$$

和

$$G_2(D) = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma[(D-1)/2]}{4 D \Gamma[D/2]}. \quad (5)$$

(2) 和 (3) 式是极化子结合能和有效质量在分数维空间的表达式, 直接验证这些公式可以回到我们熟知的二维 ( $D=2$ ) 极限  $\Delta E_{D=2} = \alpha \hbar \omega_{\text{LO}} \pi/2$ ,  $m_{D=2}^* = m/(1 - \alpha \pi/8)$  和三维 ( $D=3$ ) 极限  $\Delta E_{D=3} = \alpha \hbar \omega_{\text{LO}}$ ,  $m_{D=3}^* = m/(1 - \alpha/6)$  的形式.

系统的维数一般定义为<sup>[24-27]</sup>

$$D = 3 - \exp[-\xi], \quad (6)$$

其中  $\xi$  代表受限长度与相互作用有效特征长度的比值. 对于 GaAs 薄膜中的极化子, 电子-LO 声子的相互作用有效特征长度是极化子直径  $2R_p$  (极化子半径  $R_p = \sqrt{\hbar/2m\omega_{\text{LO}}}$ ), 受限长度我们取为系统中电子波函数的有效扩展范围, 即有效膜厚  $L_w^*$  为

$$L_w^* = L_w + \frac{1}{k_b}, \quad (7)$$

其中  $k_b$  是势垒即衬底中的电子波矢, (6) 式写为

$$D = 3 - \exp\left[-\frac{L_w^*}{2R_p}\right]. \quad (8)$$

通过求解薛定谔方程

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2} \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{m(z)} \frac{d}{dz}\right) + V(z)\right] \Psi = E \Psi, \quad (9)$$

式中  $m(z)$  是电子在  $z$  方向上的有效质量

$$m(z) = \begin{cases} m_w & 0 \leq z \leq L_w, \\ m_b & L_w < z < L_w + L_b. \end{cases} \quad (10)$$

可以得到  $k_b$  的值为

$$k_b = \frac{\sqrt{2m_b(V_b - E)}}{\hbar}, \quad (11)$$

式中  $E$  是 GaAs-Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As 系统中的电子基态能量.

对于 Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As 衬底上的 GaAs 薄膜系统, 电子或者极化子在势阱 GaAs 与势垒 Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As 中具有一定的概率分布. 这样, 分数维空间中的材料参量取为薄膜与衬底的相应参量的平均值:

$$m^{-1} = \sum_{i=w,b} \frac{P_i}{m_i}, \quad (12)$$

$$\omega_{\text{LO}} = \sum_{i=w,b} \omega_i P_i, \quad (13)$$

$$\alpha = \left[ \sum_{i=w,b} \left( P_i \frac{\omega_i}{\omega_{\text{LO}}} \sqrt{\alpha_i \sqrt{\frac{m \omega_{\text{LO}}}{m_i \omega_i}}} \right) \right]^2, \quad (14)$$

$$R_p = \left[ \sum_{i=w,b} \left( P_i \frac{\omega_i}{\omega_{\text{LO}}} \sqrt{\frac{\alpha_i R_{pi}}{\alpha}} \right) \right]^2,$$

$$R_{pi} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m_i \omega_i}}. \quad (15)$$

(12)—(15) 式中的  $\alpha_i$  和  $\omega_i$  分别代表在不同区域的 Fröhlich 常数和声子频率, 电子在薄膜 (GaAs, 势阱材料) 和衬底 ( $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ , 势垒材料) 中的概率分别为

$$P_w = \int_0^{L_w} |\Psi(z)|^2 dz, \quad P_b = 1 - P_w. \quad (16)$$

应用分数维方法计算  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  衬底上 GaAs 薄膜中极化子的结合能和有效质量, 可以通过 (2), (3) 和 (8) 式以及由 (12)—(16) 式定义的材料参量的平均值直接计算出来.

### 3 数值结果和讨论

$\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  衬底上 GaAs 薄膜中极化子的结合能, 随薄膜厚度  $L_w$  和衬底厚度  $L_b$  的变化, 如图 3 所示. 从图中可以看出, 随着薄膜厚度  $L_w$  的增加, 极化子的结合能单调地减小. 当薄膜厚度比较小的时候, 随着薄膜厚度的增加极化子的结合能减小的比较剧烈. 但是当薄膜厚度比较大的时候, 极化子的结合能减小的越来越缓慢. 数值结果表明, 当薄膜厚度  $L_w < 70 \text{ \AA}$  并且衬底厚度  $L_b < 200 \text{ \AA}$  时, 衬底厚度  $L_b$  的变化对薄膜中极化子的结合能的影响比较显著, 随着衬底厚度  $L_b$  的增加, 薄膜中极化子的结合能逐渐变大. 当薄膜厚度  $L_w > 70 \text{ \AA}$  或者衬底厚度  $L_b > 200 \text{ \AA}$  时, 衬底厚度  $L_b$  的变化对薄膜中极化子结合能的影响不明显.

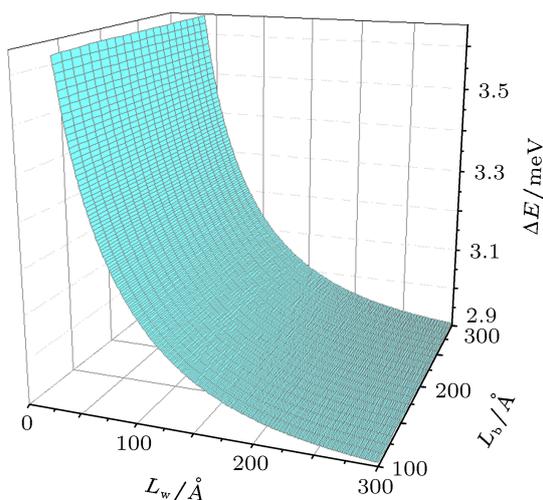


图 3  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  衬底上 GaAs 薄膜中极化子的结合能随薄膜厚度和衬底厚度的变化

$\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  衬底上 GaAs 薄膜中极化子的质量相对变化  $\delta m = \Delta m / \Delta m_{in}$  随薄膜厚度  $L_w$  和衬底

厚度  $L_b$  的变化, 如图 4 所示.  $\delta m$  在文献中一般称为 mass shift, 它是极化子质量变化 ( $\Delta m = m^* - m$ ) 与在薄膜材料中的质量变化 ( $\Delta m_{in} = m_w^* - m_w$ ) 的比值. 从图 4 中可以看出, 极化子质量相对变化随薄膜厚度  $L_w$  和衬底厚度  $L_b$  的变化趋势与极化子结合能的变化趋势类似.

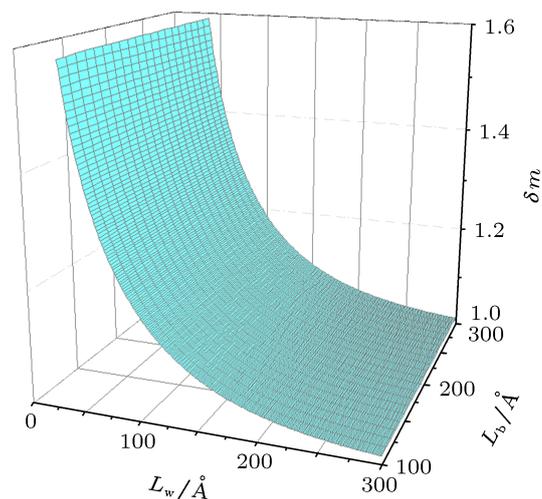


图 4  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  衬底上 GaAs 薄膜中极化子的质量相对变化随薄膜厚度和衬底厚度的变化

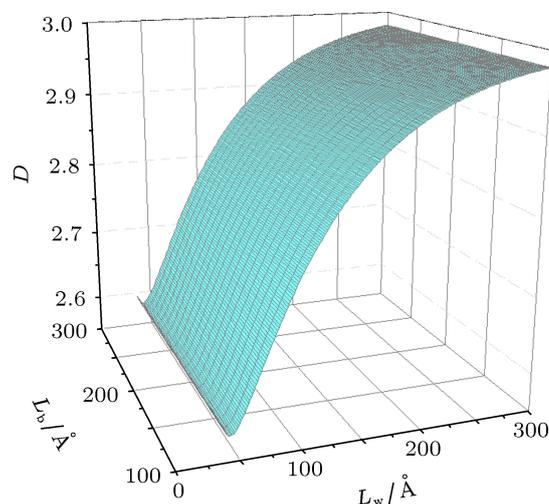


图 5  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  衬底上 GaAs 薄膜的分数维随薄膜厚度和衬底厚度的变化

$\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  衬底上 GaAs 薄膜结构的分数维随薄膜厚度  $L_w$  和衬底厚度  $L_b$  的变化, 如图 5 所示. 当薄膜厚度比较大时, 维数趋于三维, 这时极化子趋近于在 GaAs 体材料中的情况. 当薄膜厚度减小时, 对极化子的量子限制作用增强, 结构的维数减小. 当薄膜厚度  $L_w \approx 42 \text{ \AA}$  时, 分数维达到极小值  $D \approx 2.5828$ . 当薄膜厚度继续减小时, 分数维

反而开始增大,这是由于当薄膜的厚度小于极化子尺寸的时候,极化子会隧穿进入到衬底里,系统的受限程度反而降低了.数值结果表明,当薄膜厚度  $L_w < 50 \text{ \AA}$  并且衬底厚度  $L_b < 150 \text{ \AA}$  时,衬底厚度  $L_b$  的变化对分数维的影响比较显著,随着衬底厚度的增加,分数维逐渐变大.当薄膜厚度  $L_w > 50 \text{ \AA}$  或者衬底厚度  $L_b > 150 \text{ \AA}$  时,衬底厚度  $L_b$  的变化对薄膜中极化子的分数维的影响不明显.

## 4 结论

本文采用分数维方法,研究了  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  衬底上 GaAs 薄膜中的极化子特性,计算得到了极化子的结合能和质量变化随薄膜厚度和衬底厚

度的变化.当衬底厚度一定时,极化子的结合能和质量变化随薄膜厚度的增大而减小.当薄膜厚度  $L_w < 70 \text{ \AA}$  并且衬底厚度  $L_b < 200 \text{ \AA}$  时,衬底厚度的变化对薄膜中极化子的结合能和质量变化的影响比较显著,随着衬底厚度的增加,薄膜中极化子的结合能和质量变化逐渐变大;当薄膜厚度  $L_w > 70 \text{ \AA}$  或者衬底厚度  $L_b > 200 \text{ \AA}$  时,衬底厚度的变化对薄膜中极化子的结合能和质量变化的影响不明显.分数维方法对于薄膜中极化子的研究,是一个有效可行的方法.本文的结果,对于 GaAs 薄膜电子和光电子器件的特性随薄膜厚度的影响、以及衬底的影响,具有一定参考价值.我们非常希望能看到相关的实验或数据与我们的结论对比.据我们所知,目前还没有相关的实验报道.

- [1] Wang Z P, Liang X X 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 2367
- [2] Zhao F Q, Zhou B Q 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4856 (in Chinese) [赵凤岐, 周炳卿 2007 物理学报 **56** 4856]
- [3] Yu Y F, Xiao J L, Yin J W, Wang Z W 2008 *Chin. Phys. B* **17** 2236
- [4] He X F 1987 *Solid State Commun.* **61** 53  
He X F 1990 *Solid State Commun.* **75** 111
- [5] He X F 1990 *Phys. Rev. B* **42** 11751  
He X F 1991 *Phys. Rev. B* **43** 2063
- [6] Mathieu H, Lefebvre P, Christol P 1992 *Phys. Rev. B* **46** 4092
- [7] Lefebvre P, Christol P, Mathieu H 1992 *Phys. Rev. B* **46** 13603
- [8] Christol P, Lefebvre P, Mathieu H 1993 *J. Appl. Phys.* **74** 5626
- [9] de Dios-Leyva M, Bruno-Alfonso A, Matos-Abiague A, Oliveira L E 1997 *J. Phys.: Condens. Matter* **9** 8477
- [10] Matos-Abiague A, Oliveira L E, de Dios-Leyva M 1998 *Phys. Rev. B* **58** 4072
- [11] Wang Z P, Liang X X 2009 *Phys. Lett. A* **373** 2596
- [12] Zhao Q X, Monemar B, Holtz P O, Willander M, Fimland B O, Johannessen K 1994 *Phys. Rev. B* **50** 4476
- [13] Reyes-Gómez E, Matos-Abiague A, Perdomo-Leiva C A, de Dios-Leyva M, Oliveira L E 2000 *Phys. Rev. B* **61** 13104
- [14] Singh J, Birkedal D, Lyssenko V G, Hvam J M 1996 *Phys. Rev. B* **53** 15909
- [15] Thilagam A 1997 *Phys. Rev. B* **55** 7804
- [16] Wang Z P, Liang X X 2010 *Solid State Commun.* **150** 356
- [17] Matos-Abiague A, Oliveira L E, de Dios-Leyva M 2001 *Physica B* **296** 342
- [18] Reyes-Gómez E, Perdomo-Leiva C A, Oliveira L E, de Dios-Leyva M 2000 *Physica E* **8** 239
- [19] Oliveira L E, Duque C A, Porras-Montenegro N, de Dios-Leyva M 2001 *Physica B* **302-303** 72
- [20] Reyes-Gómez E, Oliveira L E, de Dios-Leyva M 1999 *J. Appl. Phys.* **85** 4045
- [21] Mikhailov I D, Betancur F J, Escorcía R A, Sierra-Ortega J 2003 *Phys. Rev. B* **67** 115317
- [22] Kundrotas J, Črškus A, Ašmontas S, Valušis G 2005 *Phys. Rev. B* **72** 235322
- [23] Kundrotas J, Črškus A, Ašmontas S, Valušis G, Halsall M P, Johannessen E, Harrison P 2007 *Semicond. Sci. Technol.* **22** 1070
- [24] Matos-Abiague A 2002 *J. Phys.: Condens. Matter* **14** 4543
- [25] Matos-Abiague A 2002 *Semicond. Sci. Technol.* **17** 150
- [26] Matos-Abiague A 2002 *Phys. Rev. B* **65** 165321
- [27] Rodríguez Suárez R L, Matos-Abiague A 2003 *Physica E* **18** 485
- [28] Thilagam A, Matos-Abiague A 2004 *J. Phys.: Condens. Matter* **16** 3981
- [29] Wang Z P, Liang X X, Wang X 2007 *Eur. Phys. J. B* **59** 41
- [30] Deng Y P, Lv B B, Tian Q 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 4961 (in Chinese) [邓艳平, 吕彬彬, 田强 2010 物理学报 **59** 4961]
- [31] Deng Y P, Tian Q 2011 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **54** 1593

# Polaron effect in a GaAs film: the fraction-dimensional space approach\*

Wu Zhen-Hua<sup>1)</sup> Li Hua<sup>2)</sup> Yan Liang-Xing<sup>1)</sup> Liu Bing-Can<sup>2)</sup> Tian Qiang<sup>1)†</sup>

<sup>1)</sup> (Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

<sup>2)</sup> (Department of Fundamental Courses, Academy of Armored Force Engineering, Beijing 100072, China)

(Received 14 November 2012; revised manuscript received 6 January 2013)

## Abstract

Within the framework of the fraction-dimensional space approach, the binding energy and the effective mass of a polaron confined in a GaAs film deposited on  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  substrate have been investigated. It is shown that the polaron binding energy and mass shift decrease monotonously with increasing film thickness. For the film thickness of  $L_w < 70 \text{ \AA}$  and the substrate thickness of  $L_b < 200 \text{ \AA}$ , the substrate thickness will influence the polaron binding energy and mass shift. The polaron binding energy and mass shift increase with increasing substrate thickness. In the region  $L_w > 70 \text{ \AA}$  or  $L_b > 200 \text{ \AA}$ , the substrate thickness has no influence on the polaron binding energy and mass shift.

**Keywords:** fractional-dimensional approach, GaAs film, polaron, low-dimensional heterostructure

**PACS:** 73.61-r, 73.90.+f

**DOI:** 10.7498/aps.62.097302

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10574011, 10974017).

† Corresponding author. E-mail: qtianbnu@sina.com