

# 非Kolmogorov大气湍流对高斯列阵 光束扩展的影响\*

陆璐 季小玲<sup>†</sup> 邓金平 马媛

(四川师范大学物理学院, 成都 610066)

(2013年7月30日收到; 2013年9月11日收到修改稿)

本文推导出了高斯列阵光束在非Kolmogorov大气湍流中传输的瑞利区间 $z_R$ 、湍流距离 $z_T$ 和远场发散角 $\theta$ 的解析表达式, 研究了非Kolmogorov湍流的广义指数 $\alpha$ 和列阵光束的合成方式对高斯列阵光束扩展的影响. 研究表明: 不论相干还是非相干合成高斯列阵光束,  $z_R$ ,  $z_T$ 和 $\theta$ 均随着 $\alpha$ 的增加而呈非单调变化. 当 $\alpha = 3.108$ 时,  $z_R$ 和 $z_T$ 取极小值, 而 $\theta$ 取极大值, 即当 $\alpha = 3.108$ 时高斯列阵光束扩展最厉害, 光束扩展受湍流影响也最厉害. 非相干合成高斯列阵光束扩展比相干合成的要大, 但受非Kolmogorov湍流影响却要小. 特别值得指出的是: 当自由空间光束衍射较小时, 有 $z_T < z_R$ , 即在瑞利区间范围内大气湍流就对光束扩展有影响; 而当自由空间光束衍射较大时, 有 $z_T > z_R$ , 即在瑞利区间范围内大气湍流对光束扩展几乎没有影响.

**关键词:** 非Kolmogorov湍流, 相干与非相干光束合成, 瑞利区间与湍流距离, 远场发散角

**PACS:** 42.68.Bz, 42.25.Bs, 42.25.Dd

**DOI:** 10.7498/aps.63.014207

## 1 引言

光束合成的方式通常有两种, 即相干和非相干合成. 光束合成技术的主要目的是获得高的激光输出功率, 并保持良好的光束质量<sup>[1,2]</sup>. 激光在湍流大气中的传输是一个有重要理论和实际应用意义的课题<sup>[3,4]</sup>. 大气湍流会导致激光束扩展, 这使其在许多领域中的应用受到限制. 已有研究表明, 大气湍流对不同合成方式列阵光束的影响是不同的<sup>[5,6]</sup>.

长期以来, Kolmogorov湍流模型一直被人们接受并得到广泛的应用<sup>[7-14]</sup>. 然而, 最近实验结果表明: 由于实际大气呈现出非均匀性或各向异性等特征, 大气湍流与通常的Kolmogorov功率谱描述的湍流有较大的偏差<sup>[15-17]</sup>. Toselli等人通过引入广义指数 $\alpha$ 和广义振幅因子来描述非Kolmogorov湍流的功率谱<sup>[18,19]</sup>. 当 $\alpha = 11/3$ 时, 非Kolmogorov湍流功率谱<sup>[18,19]</sup>简化为Kolmogorov

湍流功率谱. 近来, 国内外学者对几种不同单束激光通过非Kolmogorov湍流传输进行了研究<sup>[20-24]</sup>. 最近, 我们研究了谱宽、偏心参数和湍流广义指数对多色偏心光束在非Kolmogorov湍流传输特性的影响<sup>[25]</sup>. 迄今为止, 非Kolmogorov湍流对列阵激光束传输特性研究涉及甚少. 文献<sup>[26]</sup>研究了相干合成畸变列阵光束在非Kolmogorov湍流中传输的光强特性, 文献<sup>[27]</sup>研究了径向分布高斯列阵光束通过非Kolmogorov湍流传输光束二阶矩束宽的变化.

在激光理论中, 瑞利区间用来描述激光束无明显扩展的传输距离, 即准直范围<sup>[28]</sup>. 湍流距离是光束扩展开始明显受到大气湍流影响的光束传输距离<sup>[7]</sup>. 远场发散角用来描述激光束在远场的扩展情况. 显然, 这三个物理量既有区别, 又有联系, 它们从不同角度描述了激光束的扩展以及湍流对扩展的影响. 本文采用瑞利区间、湍流距离和远场发散角作为描述光束扩展的物理量, 研究了非

\* 国家自然科学基金(批准号: 61178070)和四川高校科研创新团队建设计划(批准号: 12TD008)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: [jiXL100@163.com](mailto:jiXL100@163.com)

Kolmogorov 大气湍流和不同的光束合成方式 (相干和非相干合成) 对一维高斯光束线阵光束扩展的影响, 分析了瑞利区间与湍流距离间的关系, 得到了一些有意义的结果, 并对部分结论给予了合理的物理解释.

## 2 瑞利区间

设在直角坐标系下,  $z = 0$  平面处有  $N$  束高斯光束沿  $x$  轴排列, 构成一维线阵. 为方便起见,  $N$  取奇数. 在相位锁定情况下, 列阵光束是相干合成.  $z = 0$  平面处相干合成高斯列阵光束的交叉谱密度函数可表示为

$$W^{(0)}(x'_1, x'_2, z = 0) = \sum_{m=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \exp \left[ -((x'_1 - mx_d)^2 + (x'_2 - nx_d)^2) w_0^{-2} \right], \quad (1)$$

其中  $w_0$  是单束高斯光束的束腰宽度,  $x_d$  是相邻子光束间距.

根据广义惠更斯菲涅尔原理, 相干合成高斯列阵光束通过大气湍流传输在  $z$  平面处的平均光强为 [4]

$$\begin{aligned} \langle I(x, z) \rangle &= \frac{k}{2\pi z} \iint dx'_1 dx'_2 W^{(0)}(x'_1, x'_2, z = 0) \\ &\times \exp \left\{ \frac{ik}{2z} \left[ (x_1'^2 - x_2'^2) - 2(x'_1 - x'_2)x \right] \right\} \\ &\times \langle \exp [\psi^*(x, x'_1, z) + \psi(x, x'_2, z)] \rangle_m, \quad (2) \end{aligned}$$

其中  $k = 2\pi/\lambda$  为波数 ( $\lambda$  是波长),  $\psi(x', x, z)$  是依赖于湍流介质的复相位结构函数,  $\langle \cdot \rangle_m$  表示湍流大气统计的系综平均, 且 [4]

$$\begin{aligned} &\langle \exp [\psi^*(x, x'_1, z) + \psi(x, x'_2, z)] \rangle_m \\ &= \exp \left\{ -4\pi^2 k^2 z \int_0^1 \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa, \alpha) \right. \\ &\quad \left. \times [1 - J_0(\kappa \xi |x'_2 - x'_1|) d\kappa d\xi] \right\}, \quad (3) \end{aligned}$$

式中  $J_0(\cdot)$  为零阶贝塞耳函数,  $\Phi_n(\kappa, \alpha)$  是湍流大气介质的折射率起伏空间功率谱.

若大气湍流采用非 Kolmogorov 统计, 且功率谱函数具有 von-Karman 形式, 即 [18]

$$\Phi_n(\kappa, \alpha) = A(\alpha) \tilde{C}_n^2 \frac{\exp[-(\kappa^2/\kappa_m^2)]}{(\kappa^2 + \kappa_0^2)^{\alpha/2}},$$

$$0 \leq \kappa < \infty, 3 < \alpha < 4, \quad (4)$$

式中  $\kappa_0 = 2\pi/L_0$ ,  $L_0$  为湍流的外尺度,  $\kappa_m = c(\alpha)/l_0$ ,  $l_0$  为湍流的内尺度,  $\tilde{C}_n^2$  为广义折射率结构函数, 单位为  $m^{3-\alpha}$ , 且 [18]

$$\begin{aligned} A(\alpha) &= \frac{1}{4\pi^2} \Gamma(\alpha - 1) \cos\left(\frac{\alpha\pi}{2}\right), \\ c(\alpha) &= \left[ \Gamma\left(\frac{5-\alpha}{2}\right) A(\alpha) \frac{2}{3}\pi \right]^{1/(\alpha-5)}, \quad (5) \end{aligned}$$

式中  $\Gamma(\cdot)$  为 Gamma 函数,  $\alpha$  为湍流广义参数. 当  $\alpha = 11/3$ ,  $A(11/3) = 0.033$ ,  $\tilde{C}_n^2 = C_n^2$ , (4) 式简化为 Kolmogorov 湍流功率谱.

为了便于积分, 作积分变量变换, 即令  $u = (x'_2 + x'_1)/2$ ,  $v = x'_2 - x'_1$ , 并将 (1), (3)—(5) 式代入 (2) 式, 则相干合成高斯列阵光束通过非 Kolmogorov 大气湍流传输的平均光强表示为

$$\begin{aligned} \langle I(x, z) \rangle &= \frac{k}{2\pi z} \iint du dv \exp \left\{ -4\pi^2 k^2 z \right. \\ &\quad \times \int_0^1 \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa, \alpha) [1 - J_0(\kappa \xi v) d\kappa d\xi] \left. \right\} \\ &\quad \times \exp(-i\frac{k}{z} uv) \exp(i\frac{k}{z} xv) \\ &\quad \times \exp \left[ - (2u^2 + v^2/2 - 2(m+n)x_d u \right. \\ &\quad \left. + (m-n)x_d v + (m^2 + n^2)x_d^2) w_0^{-2} \right]. \quad (6) \end{aligned}$$

二阶矩束宽的定义为

$$w^2(z) = \frac{4 \int x^2 \langle I(x, z) \rangle dx}{\int \langle I(x, z) \rangle dx}. \quad (7)$$

将 (4)—(6) 式代入 (7) 式, 通过复杂的积分运算, 得到相干合成高斯列阵光束通过非 Kolmogorov 大气湍流传输的二阶矩束宽为

$$w^2(z) |_{co} = A + Bz^2 + Fz^3, \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{G} \sum_{m=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} S [w_0^2 \\ &\quad + (m+n)^2 x_d^2], \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{G} \sum_{m=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \frac{4S}{w_0^2 k^2} \\ &\quad \times \left[ 1 - \frac{1}{w_0^2} (m-n)^2 x_d^2 \right], \quad (10) \end{aligned}$$

$$S = \exp \left[ -\frac{1}{2w_0^2} (m-n)^2 x_d^2 \right], \quad (11)$$

$$G = \sum_{m=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} S, \quad (12)$$

$$F = \frac{8}{3} \pi^2 \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa, \alpha) d\kappa. \quad (13)$$

瑞利区间  $z_R$  定义为激光束横截面积扩展到源场处的 2 倍时激光束所传输的距离<sup>[28]</sup>. 由 (8) 式可得到相干合成高斯列阵光束通过非 Kolmogorov 大气湍流传输的瑞利区间为

$$z_{R|co} = \frac{1}{3F} \left( Y + \frac{B^2}{Y} - B \right), \quad (14)$$

其中

$$Y = \left[ \frac{27}{2} AF^2 - B^3 + \frac{3}{2} F (81A^2F^2 - 12AB^3)^{1/2} \right]^{1/3}. \quad (15)$$

自由空间传输时 ( $F = 0$ ), (14) 式失效. 当  $F = 0$  时, 利用 (8) 式可容易得到相干合成高斯列阵光束在自由空间传输的瑞利区间为  $\sqrt{A/B}$ .

在相位不锁定情况下, 列阵光束是非相干合成, 其合成平均光强为各子光束平均光强之和. 同理, 可得非相干合成高斯列阵光束在非 Kolmogorov 大气湍流中传输的二阶矩束宽为

$$w^2(z)|_{inco} = A' + B'z^2 + Fz^3, \quad (16)$$

其中  $A' = w_0^2 + (N^2 - 1)x_d^2/3$ ,  $B' = 4/(w_0^2k^2)$ .

根据 (16) 式, 得到相干合成高斯列阵光束在非 Kolmogorov 大气湍流中传输的瑞利区间为

$$z_{R|inco} = \frac{1}{3F'} \left( Y' + \frac{B'^2}{Y'} - B' \right), \quad (17)$$

其中  $Y'$  可由 (15) 式中  $A$  和  $B$  用  $A'$  和  $B'$  代替得到. 同理, 得到非相干合成高斯列阵光束在自由空间传输的瑞利区间为  $\sqrt{A'/B'}$ .

图 1 和图 2 分别是合成高斯列阵光束的瑞利区间  $z_R$  和相对瑞利区间  $z_R/z_{Rfree}$  随湍流广义参数  $\alpha$  的变化曲线, 其中  $z_R$  和  $z_{Rfree}$  为分别为大气湍流和自由空间中对应的瑞利区间. 数值计算参数取为  $L_0 = 1$  m,  $l_0 = 10$  mm,  $w_0 = x_d = 5$  mm,  $N = 11$ ,  $\lambda = 1.06$   $\mu$ m 和  $\tilde{C}_n^2 = 5 \times 10^{-13}$   $m^{3-\alpha}$ . 显然,  $z_R/z_{Rfree} < 1$ , 且  $z_R/z_{Rfree}$  越小表明其受湍流影响越大. 从图 1 和图 2 可以看出, 在大气湍流中, 不论相干还是非相干合成高斯列阵光束,  $z_R$  和  $z_R/z_{Rfree}$  均随着  $\alpha$  的增加而呈非单调变化, 在  $\alpha = 3.108$  处有一极小值, 即此时光束准值范围最小, 光束的扩展最快, 同时受湍流影响也最厉害. 图 1 还表明, 当  $\alpha > 3.108$  时, 相干与非相干合成

高斯列阵光束  $z_R$  的差异随着  $\alpha$  的增大而明显增大. 此外, 相干合成比非相干合成的  $z_R$  要大 (见图 1), 但其受湍流影响也要大 (见图 2). 造成这一结果的物理原因是, 光束在大气湍流中传输其光束扩展由两个因素确定: 一是光在自由空间的衍射, 二是湍流大气. 物理上, 光在自由空间中的衍射扩展越大, 大气湍流对光束扩展的影响越小. 容易算出图 2 中对应的相干和非相干合成高斯列阵光束的  $z_{Rfree}$  分别为 474.4 m 和 1527.9 m. 因此, 相干合成比非相干合成  $z_R$  受湍流影响要大.

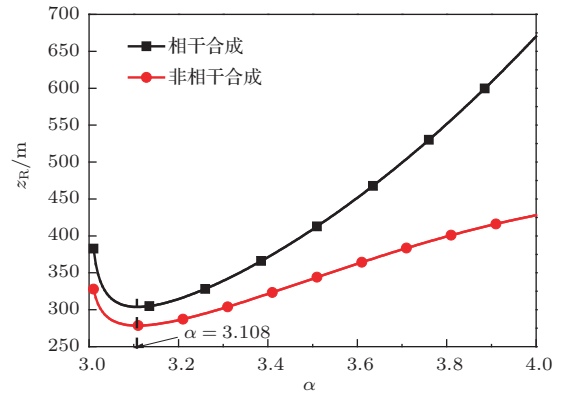


图 1 瑞利区间  $z_R$  随湍流广义参数  $\alpha$  的变化

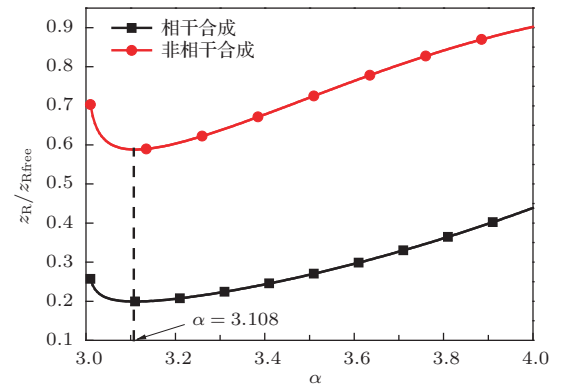


图 2 相对瑞利区间  $z_R/z_{Rfree}$  随湍流广义参数  $\alpha$  的变化

### 3 湍流距离

湍流距离  $z_T$  是定量描述湍流对光束扩展影响的物理量, 其定义为<sup>[7]</sup>

$$\frac{w^2(z_T) - w^2(z_T)|_{free}}{w^2(z_T)} = \eta, \quad (18)$$

其中  $\eta$  为小正数 (如  $0 < \eta \leq 0.1$ ). 当  $z < z_T$  时, 可以认为光束扩展没有受到湍流影响; 当  $z > z_T$  时, 则认为光束扩展受到了湍流的影响. 显然,  $z_T$  越大

表明光束扩展受湍流影响越小.

将 (8), (14) 式代入 (18) 式, 得到  $z_T$  满足的三次方程, 即

$$F(1 - \eta)z_T^3 - B\eta z_T^2 - A\eta = 0. \quad (19)$$

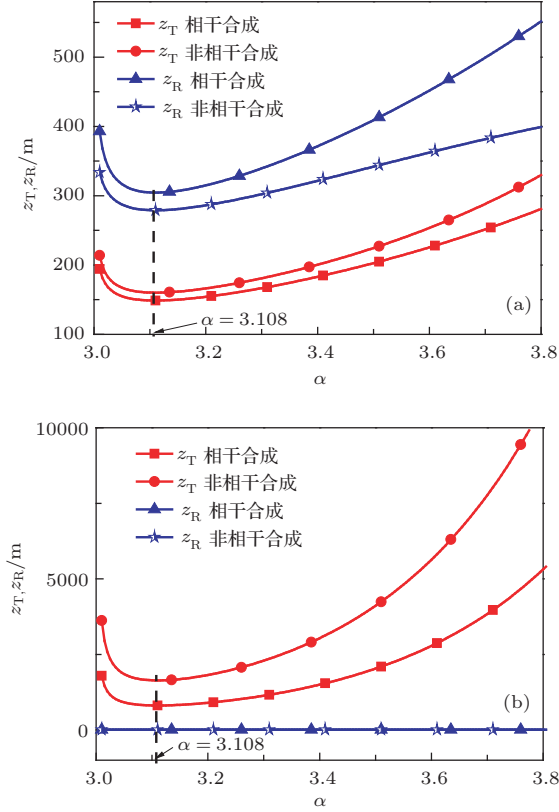


图3 湍流距离  $z_T$  和瑞利区间  $z_R$  随湍流广义参数  $\alpha$  的变化 (a)  $w_0 = x_d = 5$  mm,  $N = 11$ ; (b)  $w_0 = 0.5$  mm,  $x_d = 1.2$  mm,  $N = 7$

三次方程 (19) 有唯一实解, 即

$$z_T|_{co} = \frac{1}{3\sqrt[3]{2F(1-\eta)}} \left( R^{1/3} + \frac{\sqrt[3]{4B^2\eta^2}}{R^{1/3}} \right) + \frac{B\eta}{3F(1-\eta)}, \quad (20)$$

其中

$$R = 3F(1-\eta)\sqrt{81F^2(1-\eta)^2\eta^2A^2 + 12B^3\eta^4A} + 2B^3\eta^3 + 27F^2(1-\eta)^2\eta A. \quad (21)$$

(20) 式即为相干合成高斯列阵光束在非 Kolmogorov 湍流中传输的湍流距离的解析表达式. 同理, 可以得到非相干合成高斯列阵光束在非 Kolmogorov 湍流中传输的湍流距离的解析表达式为

$$z_T|_{inco} = \frac{1}{3\sqrt[3]{2F(1-\eta)}} \left( R'^{1/3} + \frac{\sqrt[3]{4B'^2\eta^2}}{R'^{1/3}} \right) + \frac{B'\eta}{3F(1-\eta)}, \quad (22)$$

其中  $R'$  可由 (21) 式中  $A$  和  $B$  用  $A'$  和  $B'$  代替得到.

图 3 为合成高斯列阵光束的湍流距离  $z_T$  随湍流广义参数  $\alpha$  的变化曲线. 为了便于比较, 图 3 中还同时给出了其对应列阵光束瑞利区间  $z_R$  随  $\alpha$  的变化曲线. 数值计算参数取为  $L_0 = 1$  m,  $l_0 = 10$  mm,  $\lambda = 1.06$   $\mu$ m,  $\eta = 0.1$  和  $\tilde{C}_n^2 = 5 \times 10^{-13}$   $m^{3-\alpha}$ .  $z_T$  随  $\alpha$  的变化规律与  $z_R$  随  $\alpha$  的变化规律一样, 即在  $\alpha = 3.108$  处有一极小值. 比较图 3(a) 与 (b) 可知: 当光束自由空间衍射较小时, 有  $z_T < z_R$  (见图 3(a)), 即在瑞利区间范围内, 大气湍流对光束扩展就有了影响; 而当光束自由空间衍射较大时, 有  $z_T > z_R$  (见图 3(b)), 即在瑞利区间范围内, 大气湍流对光束扩展几乎没有影响, 并且其  $z_R$  几乎不随  $\alpha$  而变化.

### 4 远场发散角

根据远场发散角定义以及 (8) 和 (16) 式, 可以得到相干和非相干合成高斯列阵光束在非 Kolmogorov 湍流中传输的远场发散角分别为

$$\theta|_{co} = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{w(z)}{z} = \sqrt{B + Fz}, \quad (23)$$

和

$$\theta|_{inco} = \sqrt{B' + Fz}. \quad (24)$$

当  $F = 0$  时, (23) 和 (24) 式简化为相干和非相干合成高斯列阵光束在自由空间中传输的远场发散角表达式.

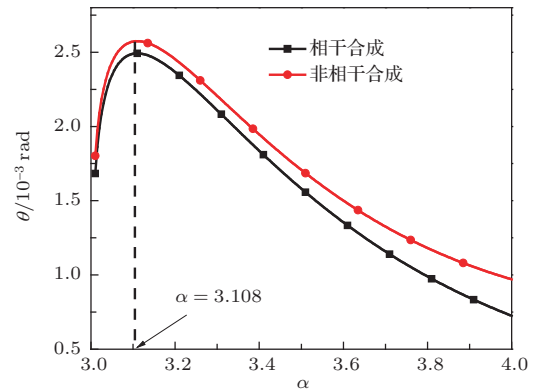


图4 远场发散角  $\theta$  随湍流广义参数  $\alpha$  的变化

图 4 和图 5 分别是合成高斯列阵光束的远场发散角  $\theta$  和相对远场发散角  $\theta/\theta_{free}$  随湍流广义参数  $\alpha$  的变化曲线, 其中  $\theta$  和  $\theta_{free}$  分别为大气湍流和自由空间中光束对应的远场发散角. 数值计算参数取为  $L_0 = 1$  m,  $l_0 = 10$  mm,  $\lambda = 1.06$   $\mu$ m,  $z = 20$  km,

$\tilde{C}_n^2 = 5 \times 10^{-14} \text{ m}^3\text{-}\alpha$ . 显然,  $\theta/\theta_{\text{free}} > 1$ , 且  $\theta/\theta_{\text{free}}$  越大表明其受湍流影响越大. 图 4 和图 5 表明, 在大气湍流中, 不论相干还是非相干合成高斯列阵光束,  $\theta$  和  $\theta/\theta_{\text{free}}$  均随着  $\alpha$  的增加呈非单调变化, 在  $\alpha = 3.108$  处有一极大值, 即此时光束远场发散角最大, 光束远场扩展最大, 同时受湍流影响也最厉害. 图 4 还表明, 当  $\alpha > 3.108$  时, 相干与非相干合成高斯列阵光束  $\theta$  的差异随着  $\alpha$  的增大而增大. 此外, 湍流中, 非相干合成时  $\theta$  比相干合成时要大 (见图 4), 但  $\theta$  受湍流影响要小 (见图 5).

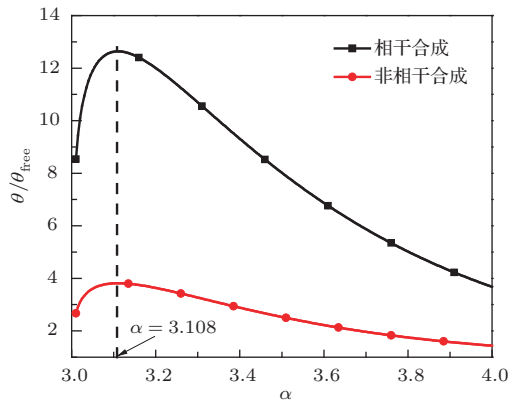


图 5 相对远场发散角  $\theta/\theta_{\text{free}}$  随湍流广义参数  $\alpha$  的变化

## 5 结 论

本文推导出了高斯列阵光束在非 Kolmogorov 大气湍流中传输的瑞利区间  $z_R$ 、湍流距离  $z_T$  和远场发散角  $\theta$  的解析表达式, 研究了非 Kolmogorov 湍流的广义指数  $\alpha$  和列阵光束的合成方式 (相干和非相干合成) 对高斯列阵光束扩展的影响. 研究表明: 不论相干还是非相干合成高斯列阵光束,  $z_R$ ,  $z_T$  和  $\theta$  均随着  $\alpha$  的增加呈非单调变化. 当  $\alpha = 3.108$  时,  $z_R$  和  $z_T$  取极小值, 而  $\theta$  取极大值, 即当  $\alpha = 3.108$  时光束扩展最厉害, 光束扩展受湍流影响也最厉害. 当  $\alpha > 3.108$  时, 相干与非相干合成高斯列阵光束的  $z_R$ ,  $z_T$  和  $\theta$  的差异随着  $\alpha$  的增大而增大. 与相干合成高斯列阵光束相比较, 非相干合成高斯列阵光束的  $z_R$  小、 $\theta$  大 (即光束扩展大), 但  $z_T$  小 (即光束扩展受湍流影响小).

特别值得指出的是: 当自由空间光束衍射较小时, 有  $z_T < z_R$ , 即在瑞利区间范围内大气湍流就对光束扩展有影响; 而当自由空间光束衍射较大时, 有  $z_T > z_R$ , 即在瑞利区间范围内大气湍流对光束扩展几乎没有影响. 本文所得结果具有重要的理论

和实际应用意义.

## 参考文献

- [1] Strohschei J D, Herb J J, Clarence E C 1988 *Appl. Opt.* **37** 1045
- [2] Brunel M, Floch A L, Bretenaker F, Marty J, Molva E 1988 *Appl. Opt.* **37** 2402
- [3] Fante R L 1985 *Progress in Optics XXII: Wave propagation in random media: a systems approach*, Chap. VI edited by Wolf E (Elsevier, Amsterdam)
- [4] Andrews L C, Phillips R L 2005 *Laser Beam Propagation through Random Media* (Bellingham, Washington: SPIE Press)
- [5] Ji X L, Eyyuboglu H T, Baykal Y 2010 *Opt. Express* **18** 6922
- [6] Zhang E T, Ji X L, Lü B D 2009 *Chin. Phys. B* **18** 571
- [7] Gbur G, Wolf E 2002 *J. Opt. Soc. Am. A* **19** 1592
- [8] Wang T, Pu J X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6754 (in Chinese) [王涛, 蒲继雄 2007 物理学报 **56** 6754]
- [9] Dan Y Q, Zhang B 2009 *Opt. Lett.* **34** 563
- [10] Mao H D, Zhao D M 2010 *Opt. Express* **18** 1741
- [11] Zhou G Q 2011 *Opt. Express* **19** 3945
- [12] Li Y Q, Wu Z S 2012 *Chin. Phys. B* **21** 054203
- [13] Li X Q, Ji X L, Zhu J H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 044217 (in Chinese) [李晓庆, 季小玲, 朱建华 2013 物理学报 **62** 044217]
- [14] Ma Y, Ji X L 2013 **62** 094214 (in Chinese) [马媛, 季小玲 2013 物理学报 **62** 094214]
- [15] Kolmogorov A N 1941 *C. R. Acad. Sci. URSS* **30** 301
- [16] Rao C H, Jiang W H, Ling N 2000 *J. Mod. Opt.* **47** 1111
- [17] Zilberman A, Golbraikh E, Kopeika N S 2005 *Proc. SPIE* **5987** 598702
- [18] Toselli I, Andrews L C, Phillips R L, Ferrero V 2007 *Proc. SPIE* **6551** 65510E-1
- [19] Toselli I, Andrews L C, Phillips R L, Ferrero V 2008 *Opt. Eng.* **47** 026003
- [20] Wu G H, Guo H, S. Yu S, Luo B 2010 *Opt. Lett.* **35** 715
- [21] Shchepakina E and Korotkova O 2010 *Opt. Express* **18** 10650
- [22] He X M, Lü B D 2011 *Chin. Phys. B* **20** 094210
- [23] Huang Y P, Zhao G P, Xiao X, Wang F H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 144202 [黄永平, 赵光普, 肖希, 王藩侯 2012 物理学报 **61** 144202]
- [24] He X M, Lü B D 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 054201 (in Chinese) [何雪梅, 吕百达 2012 物理学报 **61** 054201]
- [25] Deng J P, Ji X L, Lu L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 144211 (in Chinese) [邓金平, 季小玲, 陆璐 2013 物理学报 **62** 144211]
- [26] Tao R M, Si L, Ma Y X, Zhou P, Liu Z J 2012 *Appl. Opt.* **51** 5609
- [27] Tang H, Ou B L, Luo B, Guo H, Dang A H 2011 *J. Opt. Soc. Am. A* **28** 1016
- [28] Siegman A E 1986 *Lasers* (Mill Valley, CA: University Science Books)

# Influence of non-Kolmogorov turbulence on the spreading of Gaussian array beams\*

Lu Lu Ji Xiao-Ling<sup>†</sup> Deng Jin-Ping Ma Yuan

(Department of Physics, Sichuan Normal University, Chengdu 610066, China)

( Received 30 July 2013; revised manuscript received 11 September 2013 )

## Abstract

The expressions for the Rayleigh range  $z_R$ , the turbulence distance  $z_T$  and the far-field angle  $\theta$  of Gaussian array beams propagating through non-Kolmogorov turbulence are derived. Influence of generalized exponent factor  $\alpha$  of the atmospheric power spectrum and the type of beam combinations on the spreading of Gaussian array beams is studied. It is shown that for both coherent and incoherent combinations, the dependence of  $z_R$ ,  $z_T$  and  $\theta$  on  $\alpha$  is not monotonic. When  $\alpha = 3.108$ ,  $z_R$  and  $z_T$  reach their minima, and  $\theta$  reaches its maximum. This means that the spreading is largest, and the spreading is enormously affected by turbulence when  $\alpha = 3.108$ . For the incoherent combination the spreading is larger than that for the coherent combination, but for the incoherent combination the spreading is less affected by turbulence than that for the coherent combination. It may be that, for the small free-space diffraction we have  $z_T < z_R$ , i.e., the spreading is affected by turbulence within the Rayleigh range; for the large free-space diffraction we have  $z_T > z_R$ , i.e., the spreading is less affected by the turbulence within the Rayleigh range.

**Keywords:** non-Kolmogorov turbulence, coherent and incoherent combinations, Rayleigh range and turbulence distance, far-field angle

**PACS:** 42.68.Bz, 42.25.Bs, 42.25.Dd

**DOI:** 10.7498/aps.63.014207

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61178070 ), and the financial support from Construction Plan for Scientific Research Innovation Teams of Universities in Sichuan Province (Grant No. 12TD008).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [jiXL100@163.com](mailto:jiXL100@163.com)