

用晶格玻尔兹曼方法研究血液在分岔管中的栓塞*

施娟¹⁾ 王立龙²⁾ 周锦阳²⁾ 薛泽²⁾ 李华兵^{2)†} 王健¹⁾ 谭惠丽³⁾

1)(桂林电子科技大学信息与通信学院, 桂林 541004)

2)(桂林电子科技大学材料科学与工程学院, 桂林 541004)

3)(广西师范大学物理科学与技术学院, 桂林 541004)

(2013年8月1日收到; 2013年10月7日收到修改稿)

血液栓塞形成机理一直是学术界研究的热点. 本文将以圆形刚性颗粒在分岔管中的运动模拟血液在微血管中的运动, 对血液在分岔管中的栓塞现象作了初步研究. 重点研究了当血管发生分岔时, 血管中血液流速的变化以及血栓形成的概率. 得出结论, 压积越大越容易发生栓塞, 压差越大越不易发生栓塞. 分岔管的入口和分岔处最容易发生栓塞. 血液经分岔管后, 大管中的压积比小管的高.

关键词: 晶格玻尔兹曼方法, 血液流, 分岔管, 血液栓塞

PACS: 47.60.+i

DOI: 10.7498/aps.63.014702

1 引言

随着我国城乡居民生活水平的提高、工作压力的增大以及社会人口老龄化进程的加快, 心脑血管疾病的高致死率和高致残率严重影响了我国中老年人的生活质量和生命安全, 而血液栓塞又占心脑血管疾病的较大比例, 因此血液栓塞造成的危害已经成为了一个社会问题. 血液栓塞就是由于血液出现了不溶于血液的物质, 堵住了血管, 阻碍血液的流动. 目前研究血液栓塞的主要方法是人工血栓实验和数值计算. 1958年, Chandler从他设计的实验上看到, 总是在流动血液的前弯月面形成血栓^[1], 该实验装置后来被称作Chandler环. 1978年, 钱民全等证实Chandler环中的血栓不是由环中的二次流形成^[2]. 1995年, 孙克利和温功碧在小雷诺数下($Re < 1$)用近似方法计算, 证实粒子的确会自动识别前弯月面从而发生聚集^[3]. 医学上, 血液压积过高、血压过低和血液粘稠等都可能诱发血栓.

晶格玻尔兹曼方法(lattice Boltzmann

method, LBM)^[4,5]是最近十几年才发展起来的数值计算和模拟方法, 由于它并行、简单和边界条件容易实施, 被广泛用于研究血液流、多相流等各种复杂流体的流动^[6-11]. 本文将基于D2Q9的晶格玻尔兹曼方法研究分岔管中的血液血栓, 探讨血栓的形成和诸多因素之间的关系, 获得了血液的栓塞时间比, 分岔管中各部分粒子的平均容积率和粒子的平均速率等. 发现细胞成拱形可以造成血管栓塞. 血管分岔后, 虽然分岔后粗管的细胞平均流速明显比细管中的大, 但是粗管的血液压积也相应的比细管中的高.

2 LBM简介

将时间和空间离散, 时间分成均等步长 δt , 空间一般分成均匀的网格 δx , 且粒子只能位于节点处. LBM在时空上的演化可分为两个步骤:

1) 碰撞(collision step): 在节点上从各方向来的单粒子分布函数发生碰撞, 根据质量和动量守恒规则改变各方向的单粒子分布函数;

2) 迁移(streaming step): 单粒子分布函数从

* 国家自然科学基金(批准号: 11065006, 11362005, 81060307)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: hbli@guet.edu.cn

一个节点($\mathbf{x}$)在一个时间步长 δt 内以恒定的速度 $\mathbf{e}_i$ 沿着 i 方向运动到相邻的节点($\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \delta t$).

以上两个步骤交替循环演化.

用 $f_i(\mathbf{x}, t)$ 表示 $\mathbf{x}$ 处节点 t 时刻在 i 方向的单粒子分布函数, 碰撞项采用单弛豫时间近似, 即BGK模型. $f_i(\mathbf{x}, t)$ 所满足的晶格玻尔兹曼BGK方程为^[12]

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \delta t, t + \delta t) - f_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau} \left[f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{(\text{eq})}(\mathbf{x}, t) \right], \quad (1)$$

其中 $\mathbf{e}_i$ 为粒子在 i 方向从一个节点到相邻节点的微观速度, τ 为弛豫时间, 在本文中取 $\tau = 0.85$, $f_i^{(\text{eq})}$ 为 i 方向上的粒子平衡分布函数.

为简单起见, 我们采用二维九速四方格子(D2Q9)的LBM模型来模拟流体的流动. 弛豫时间 τ 与流体运动学粘滞系数 ν 之间的关系满足

$$\nu = \frac{1}{6}(2\tau - 1). \quad (2)$$

局域平衡分布函数 $f_i^{(\text{eq})}$ 的计算公式为^[4]

$$f_i^{(\text{eq})} = \rho w_i \left[1 + \frac{3}{c^2} (\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u}) + \frac{9}{2c^4} (\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u})^2 - \frac{3}{2c^2} \mathbf{u}^2 \right], \quad (3)$$

式中 $\omega_0 = 4/9$, $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = 1/9$, $\omega_5 = \omega_6 = \omega_7 = \omega_8 = 1/36$, $c = \delta x / \delta t$, 这里取 $c = 1$. 宏观流速 $\mathbf{u}$ 和格点上的流体密度 ρ 满足动量守恒定律和质量守恒定律

$$\rho = \sum_{i=0}^8 f_i, \quad \mathbf{u} = \frac{1}{\rho} \sum_{i=0}^8 f_i \mathbf{e}_i. \quad (4)$$

流体压强 P 与流体密度之间的关系满足

$$P = \frac{1}{3} \rho. \quad (5)$$

3 模型的建立

如图1所示, 模拟在 500×160 的长方形网格区域内进行, 把红细胞看作是不可变形的小球, 它在格子上的直径 $D = 13$, 物理直径 $D_s = 8 \mu\text{m}$. 小球的边界用曲线边界条件^[13]实现, 小球所受的流体作用力用改进的动量交换法计算^[14], 当小球的间距或小球与管壁的距离小于10纳米时在小球上加上排斥的wan der Waals力防止小球之间以及小

球与管壁重叠. 二维小球的wan der Waals力可以写为^[15]

$$F_C = \frac{A}{8\sqrt{2}} \sqrt{\frac{R}{\epsilon^5}}, \quad (6)$$

其中 $R = D/2$ 是小球的半径, ϵ 是间隙, 系数 A 在格子上取为 $A = 0.01$ 即可避免重叠. 小球的运动和流体点的补充按照文献^[7]进行. 分岔管出口处小球流出分岔管即废弃. 在分岔管入口统计流入的流体, 然后按照红细胞的压积在分岔管入口一个小球直径为长度的范围内随机选择位置插入小球.

管道出入口采用Zou和He^[16]的压力边界条件进行计算, 上下边界用无滑反弹(bounce back)进行处理.

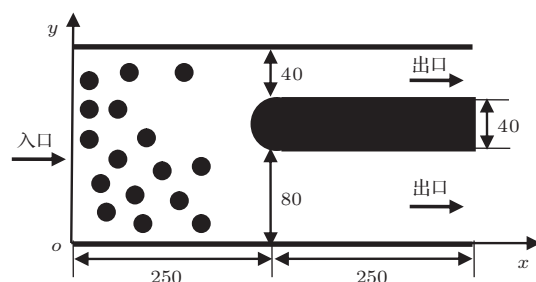


图1 分岔管结构示意图(左边是入口, 右边是出口, 单位为格子单位)

在我们的计算参数范围内, 血管通畅的情况下红细胞的平均速率可以达到 2.5 cm/s , 所以当红细胞的平均速率小于 0.06 cm/s 时我们认为血管被堵住从而发生了栓塞, 此时血管中总是有小球排列成拱形把血管暂时堵住. 定义栓塞时间比

$$\phi = \frac{s_{\text{栓塞}}}{S_{\text{总}}}, \quad (7)$$

其中, ϕ 为栓塞时间占总时间的比值, $s_{\text{栓塞}}$ 为出现栓塞时步的总和, $S_{\text{总}}$ 为模拟的总时步数. 因为时间和时步是一一对应的, 所以可以用时步来代替时间进行计算.

为了统计管道任一水平位置上的容积率, 在该水平位置附近各向左右扩展一个粒子半径得到一个矩形区域, 设该区域的体积为 $V_{\text{总}}$, 然后统计进入这个区域的粒子体积 V_{S} . 该水平位置的容积率 V_r 可以用下面公式计算:

$$V_r = \frac{V_{\text{S}}}{V_{\text{总}}}. \quad (8)$$

本节模拟了不同压差和不同压积下血液的栓塞时间比、容积率等. 压差是管道出入口的压差; 压积是指血细胞(主要是指红细胞)在全血中所占的比例. 血液的压积对血栓的形成有直接影响.

4 模拟及结果讨论

讨论在不同压积和不同压差下, 栓塞时间比与平均容积率的变化, 探讨栓塞的形成原因.

4.1 压积为 0.30, 压差为 9.7 Pa 下分岔管中栓塞的模拟

我们选择入口的密度 $\rho_{in} = 1.00375$, 出口密度 $\rho_{out} = 0.99625$, 压差为 9.7 Pa, 格子上压差为 5×10^{-6} , 出入口采用压力边界条件, 压积取 0.30, 无颗粒时流体流动的雷诺数为 36.78.

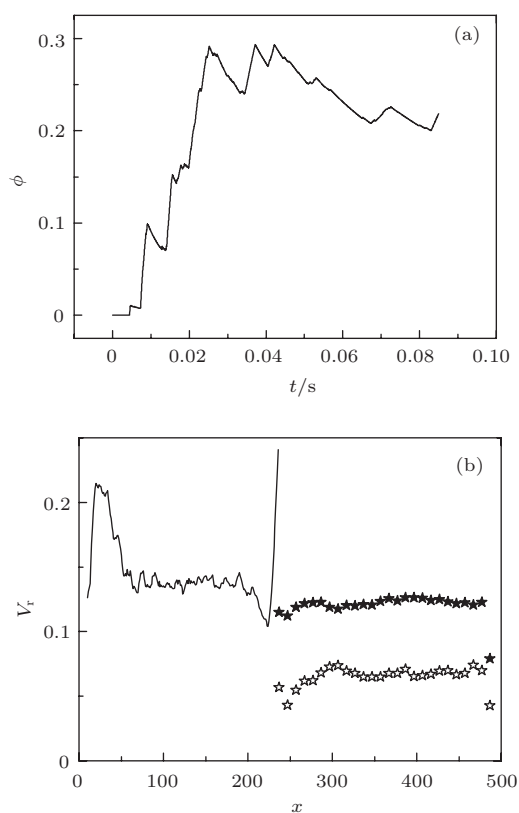


图2 0.30 压积下的栓塞时间比随时间的变化与平均容积率在水平方向的分布, 水平坐标 x 为格子单位 (a) 栓塞时间比; (b) 平均容积率 (实线是分岔前左侧大管, $\star$ 是分岔后细管, $\blackstar$ 是分岔后粗管)

图2 (a) 为 0.30 压积下栓塞的时间与总时间的比值随时间 t 的变化, 说明模拟时间内出现了多次栓塞, 之后又恢复畅通, 其平均值为 20.19%. 总的来看, 栓塞所占的时间比呈现先增大后减小再增大的周期性规律, 这表明随着模拟的进行, 管道内的红细胞一直重复着堵塞与流通的运动状态. 由于没有考虑红细胞和管壁的摩擦力, 红细胞成拱形的平衡是非稳定的, 在极小的扰动下很容易失去平衡,

拱很容易被破坏, 管子不会长时间堵死. 图2 (b) 为 0.30 压积下分岔管中的平均容积率, 用来平均的时步为 10^6 时步. 从图中可以看出, 红细胞主要集中在入口处和分岔处, 说明该位置是最容易发生栓塞的. 另外在血管分岔之后, 大管的容积率比小管的高.

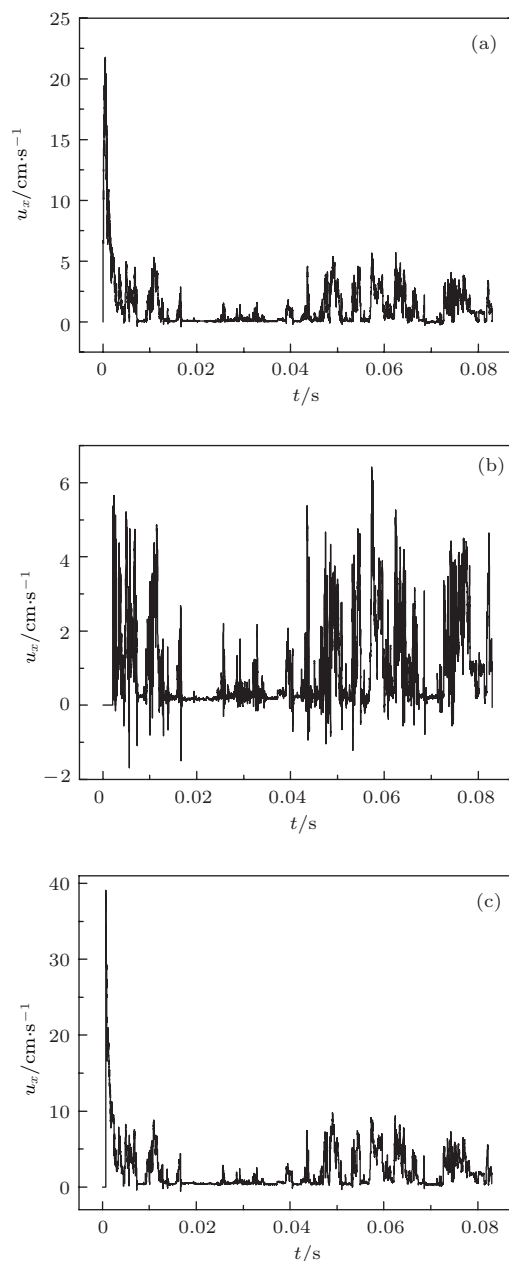


图3 压积为 0.30 下分岔管各管道的水平方向平均速度 (a) 分岔管前大管; (b) 分岔后细管; (c) 分岔后粗管

图3 (a) 为 0.30 压积下分岔前大管内红细胞水平方向的平均速度, 其时间平均值为 1.13 cm/s. 从图中可以看出, 在栓塞出现以后, 随着时间的推移红细胞又恢复到正常运动, 一段时间后又发生栓塞, 管道内的红细胞一直在重复这样的运动.

图3(b)为分岔后细管中红细胞的水平方向平均速度,图3(c)为分岔后粗管中红细胞的水平方向平均速度.两个管道都反复经历着堵塞和流通的运动状态,其中粗管的水平方向平均速度时间平均值为2.11 cm/s,细管的水平方向平均速度时间平均值为0.93 cm/s.

图4是流场速率等值图,右边是红细胞速率标尺,单位为cm/s.横纵坐标分别为管子的长度和高

度,单位为格子单位.灰度越浅表示红细胞速率越大.红细胞随着灰度的加深,其速率的值就越小.可以看到图4(a)至(d)的入口处,流体和红细胞的速率都比较小.从图4(a)可以明显看到1区和2区所形成的拱形,因为这四个图是连续的,所以我们可以看出每个红细胞随着时间推移的运动情况,也可以看到模拟区域内速率的变化.从等值图可以看到,模拟的区域内出现了涡流.

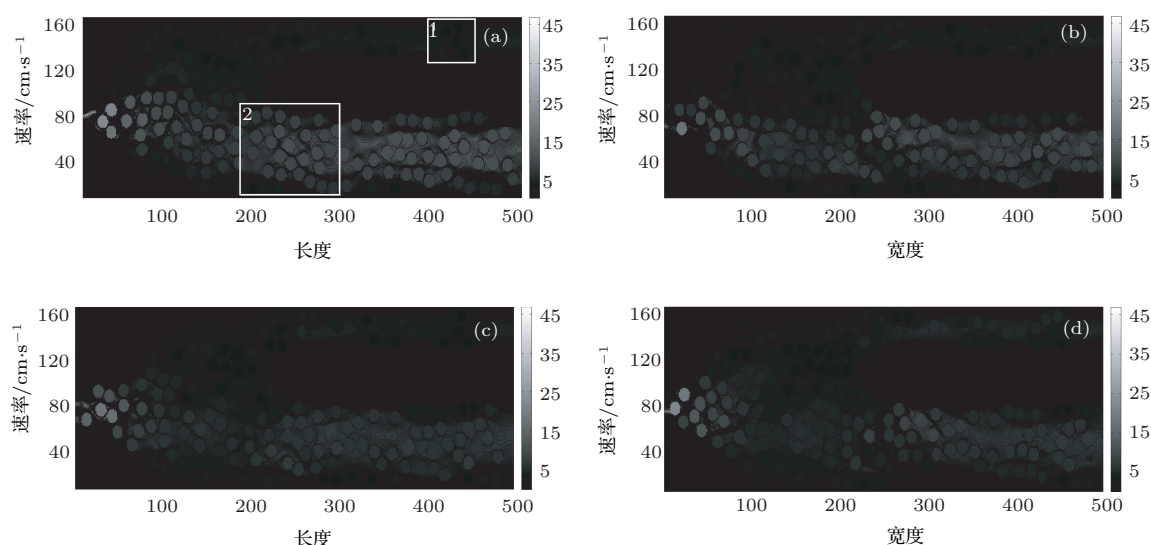


图4 每隔3000时步记录的流场速率等值图 (a)图1区已经成拱形,2区正在形成拱形,所成拱形是不稳定的

4.2 压积为0.25,压差为9.7 Pa下分岔管中栓塞的模拟

改变压积为0.25,保持其他条件不变.

图5(a)为在0.25的压积下的栓塞时间比.从图中可以看出栓塞时间比具有从增大到减小再到增大的周期性规律,栓塞时间比的平均值为5.26%.从图5(b)可以看出红细胞出现在分岔处的概率最大,其次是在管道的入口处,由于这两个位置红细

胞比较集中,容易形成拱状堵住管道.

图6(a)为0.25压积下分岔管前大管内红细胞水平方向平均速度,其时间平均值为3.25 cm/s.平均速度波动具有周期性规律.图6(b)为分岔后细管中红细胞的水平方向平均速度,其时间平均值为1.92 cm/s;图6(c)为分岔后粗管中红细胞的水平方向平均速度,其时间平均值为6.45 cm/s.可见,粗管中的红细胞水平方向平均速度远大于细管.

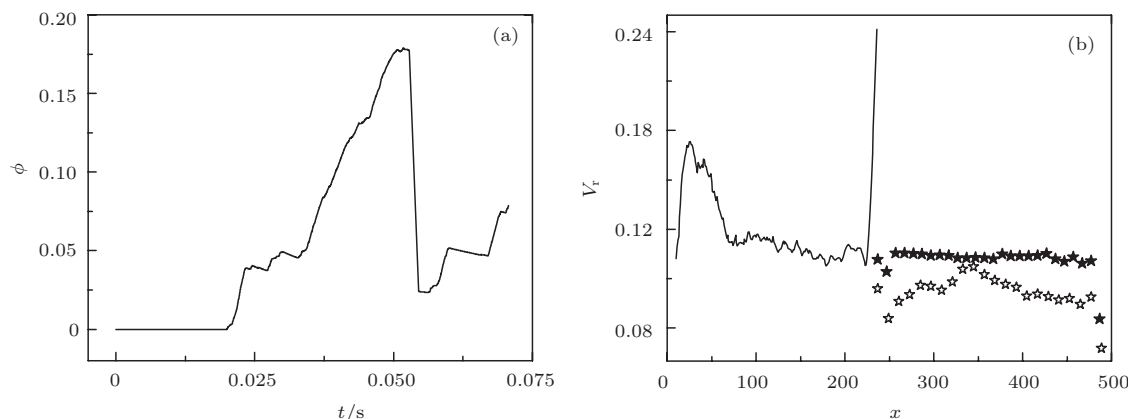


图5 0.25压积下的栓塞时间比随时间的变化与平均容积率在水平方向的分布(水平坐标 x 为格子单位) (a)栓塞时间; (b)平均容积率(实线是分岔前左侧大管,☆是分岔后细管,★是分岔后粗管)

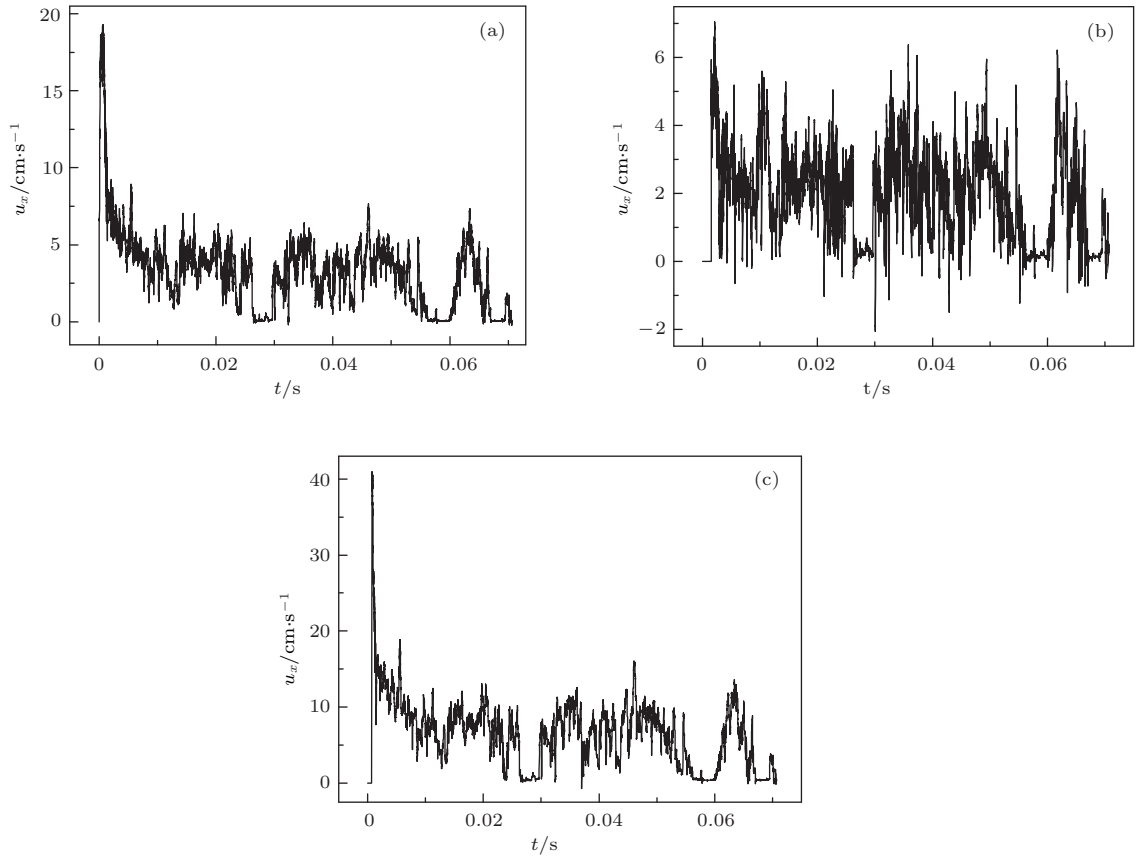


图6 压积为0.25下分岔管各管道中红细胞的水平方向平均速度 (a) 分岔管前大管; (b) 分岔后细管; (c) 分岔后粗管

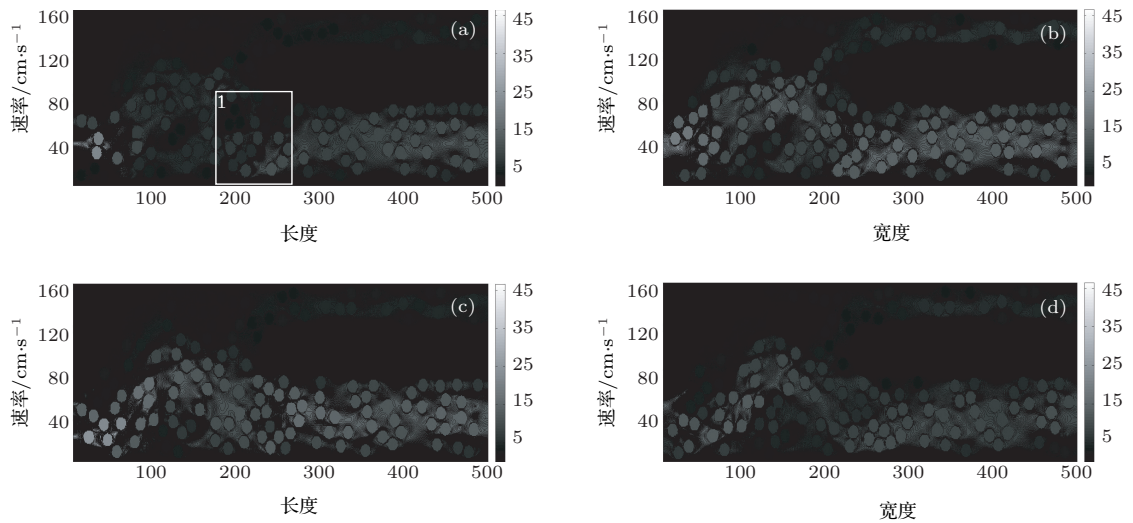


图7 每隔3000时步记录的红细胞速率图 (a) 1区的拱形正在失稳

图7(a)—(d)是从某时刻开始每隔3000时步记录的四幅连续的红细胞在管子中的速率等值图. 由图中可以看出, 在分岔管粗管的红细胞速率比细管的大, 且在分岔处红细胞速率比较小. 从这四个连续的图中我们也可以看出每个红细胞随着时间的运动情况: 某时刻在管道某处红细胞速率很小似乎要发生栓塞, 但在下一时刻该处红细胞又开始运

动, 这正是由于拱的不稳定性造成, 比如图7(a) 1区的拱形正在失去稳定.

4.3 压积为0.30, 压差为19.4 Pa下分岔管中栓塞的模拟

我们选择入口的密度 $\rho_{in} = 1.0075$, 出口密度 $\rho_{out} = 0.9925$, 格子上压差为 10^{-5} , 出入口采用压

力边界条件, 压积取 0.30, 无颗粒时流体流动的雷诺数为 57.6.

由图 8(a) 可知压积为 0.30 下红细胞的栓塞时间比趋于稳定, 栓塞时间比约为 3%. 图 8(b) 是压积为 0.30 下红细胞的容积率. 仍然是出口和分岔处红细胞较密集, 容易形成拱状, 从而发生栓塞.

图 9(a) 为左侧大管道内红细胞的水平方向平均速度, 其时间平均值为 2.59 cm/s. 从图中可以看出, 管道内的红细胞一直在重复堵塞和流通的运动状态. 图 9(b) 为分岔管细管中红细胞的水平方向

平均速度, 其时间平均值为 1.73 cm/s. 图 9(c) 为分岔管粗管中红细胞的水平方向平均速度, 其时间平均值为 4.63 cm/s.

最后把各种参数下的计算结果汇总于表 1.

从表 1 可以看出, 分岔管压差相同时, 压积小的时候流速大, 栓塞时间比小, 有利于血液的流动; 当压积相同时, 压差大的时候流速大, 栓塞时间比小, 血液不容易出现栓塞. 总之, 压积越大越容易发生栓塞, 压差越大越不易发生栓塞.

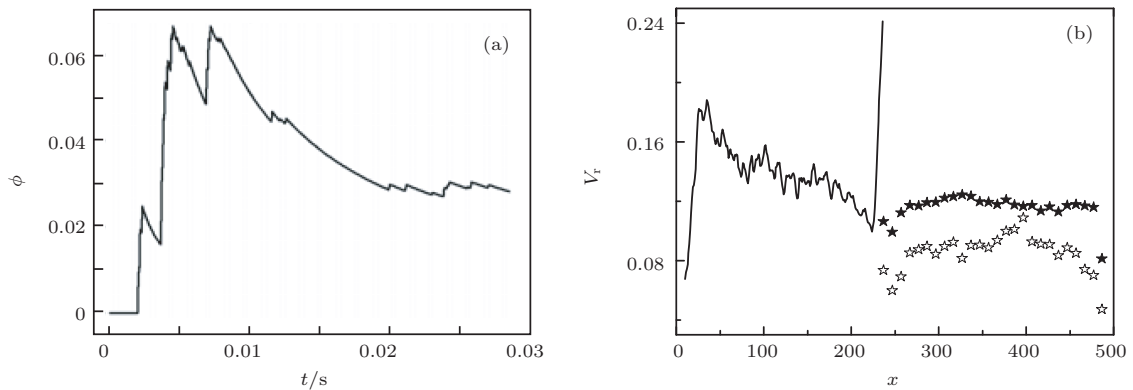


图 8 0.30 压积下的栓塞时间比随时间的变化与平均容积率在水平方向的分布 (水平坐标 x 为格子单位) (a) 栓塞时间; (b) 平均容积率 (实线是分岔前左侧大管, ☆是分岔后细管, ★是分岔后粗管)

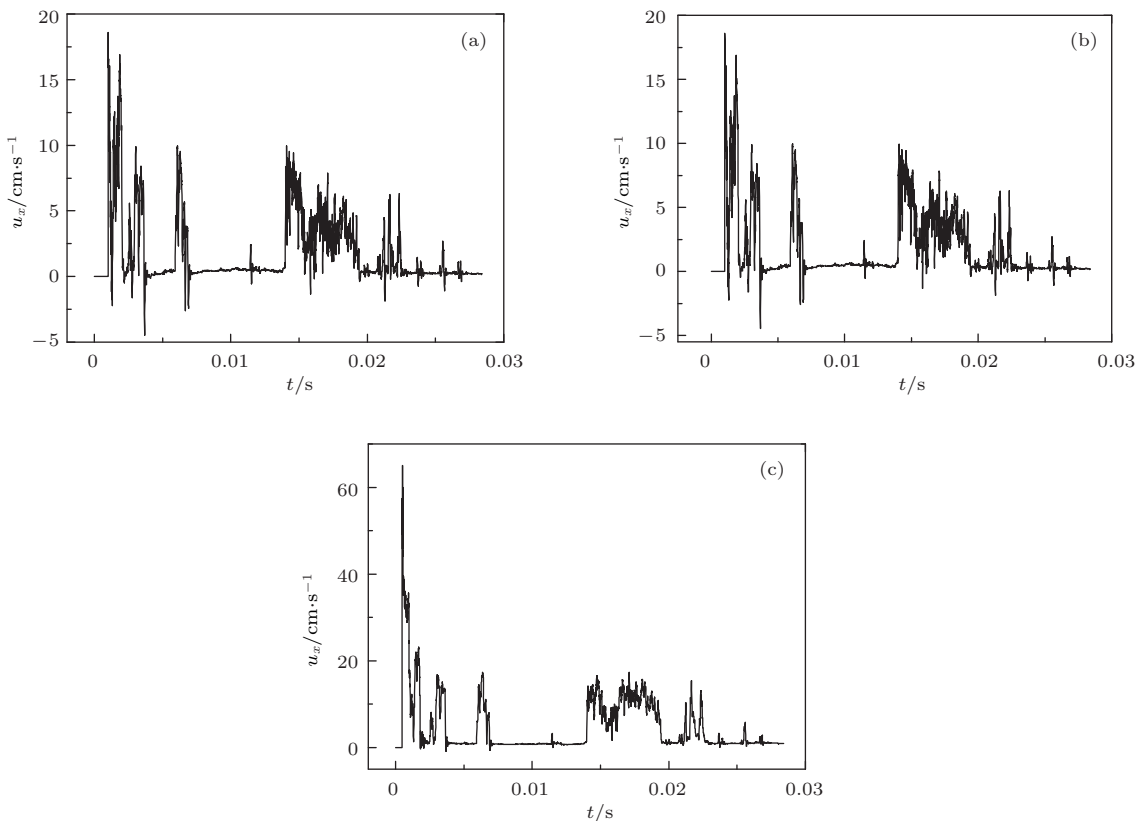


图 9 0.30 压积下分岔管各管道的水平方向平均速度 (a) 分岔管前大管; (b) 分岔后细管; (c) 分岔后粗管

表1 不同参数下红细胞栓塞情况的比较

压差/Pa	$9.7 \times 5 \times 10^{-6}$	$9.7 \times 5 \times 10^{-6}$	19.4×10^{-5}
压积	0.30	0.25	0.30
总管道水平方向平均速度/(cm/s)	1.13	3.25	2.59
分岔细管水平方向平均速度/(cm/s)	0.93	1.92	1.73
分岔粗管水平方向平均速度/(cm/s)	2.11	6.45	4.63
栓塞时间比/%	20.19	5.26	3
无颗粒时流体流动的雷诺数	36.78	36.78	57.6

5 结 论

本文用晶格玻尔兹曼方法研究分岔管中血液栓塞的形成,发现细胞排列成拱可以造成栓塞.在绝对光滑的条件下,所形成的拱是不稳定的,所以血管不会被长时间堵死.血管分岔后大管中的红细胞的流速总是比小管中的大,同时大管的容积率也比小管中的大.栓塞容易在血管分岔处和血管入口产生,压差和血液的压积对栓塞的形成都有重要的影响.

参考文献

- [1] Chandler A B 1981 *Lab. Invest.* **7** 110
- [2] Wu W Y, Qian M Q, Wen G B 1981 *Applied Mathematics & Mechanics* **2** 441 (in Chinese) [吴望一, 钱民全, 温功碧 1981 应用数学和力学 **2** 441]
- [3] Sun K L, Wen G B 1995 *J. of Beijing University* **31** 542 [孙克利, 温功碧 1995 北京大学学报 **31** 542]
- [4] Qian Y H, d'Humieres D, Lallemand P 1992 *J. Europhys. Lett.* **17** 479
- [5] Chen S Y, Doolen G D 1998 *Ann. Rev. Fluid Mech.* **30** 329
- [6] Fang H P, Lin Z F, Wang Z W 1998 *Phys. Rev. E* **57** 25
- [7] Li H B 2004 *Ph. D. Dissertation* (Shanghai: Fudan University) (in Chinese) [李华兵 2004 博士学位论文 (上海: 复旦大学)]
- [8] Li H B, Fang H P, Lin Z F, Xu S X, Chen S Y 2004 *Phys. Rev. E* **69** 031919
- [9] Jayaw eera K O L F, Mason B J, Slack G W 1964 *J. Fluid Mech.* **20** 121
- [10] Feng J, Hu H H, Joseph D D 1994 *J. Fluid Mech.* **261** 95
- [11] Shi J, Li J, Qiu B, Li H B 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5174 (in Chinese)[施娟, 李剑, 邱冰, 李华兵 2009 物理学报 **58** 5174]
- [12] Chen H D, Chen S Y 1992 *J. Phys. Rev. A* **45** 5339
- [13] Filippova O, Hä nel D 1997 *Comput. Fluids* **26** 697
- [14] Wen B H, Li H B, Zhang C Y, Fang H P 2012 *Phys. Rev. E* **85** 016704
- [15] Israelachvili J N 1985 *Intramolecular and surface forces* (New York: Academic Press)
- [16] Zou Q, He X 1997 *Phys. Fluids* **9** 1591

Study on the blood embolism in the bifurcation pipe by the lattice Boltzmann method^{*}

Shi Juan¹⁾ Wang Li-Long²⁾ Zhou Jin-Yang²⁾ Xue Ze²⁾
Li Hua-Bing²⁾† Wang Jian¹⁾ Tan Hui-Li³⁾

1) (School of Information and Communication Engineering, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China)

2) (School of Material Science and Engineering, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China)

3) (College of Physical Science and Technology, Guangxi Normal University, Guilin 541004, China)

(Received 1 August 2013; revised manuscript received 7 October 2013)

Abstract

The mechanism of blood embolism formation always attracts the attention of researchers. Through calculating rigid particle movement in a bifurcated pipe, the blood flow as well as blood embolism in a bifurcated pipe are simulated preliminarily, and the flow speed and the probability to form thrombus are investigated. We can draw a conclusion that the higher the hematocrit is, the easier the blood is to form embolism, meanwhile, the bigger the pressure difference, the harder the blood is to form embolism. We also find that the embolism tends to occur at the entrance of a bifurcated pipe and bifurcation forming place. Beyond the bifurcation place, the hematocrit of the blood in a big tube is larger than that in a small tube.

Keywords: lattice Boltzmann method, blood flow, bifurcation pipe, embolism

PACS: 47.60.+i

DOI: 10.7498/aps.63.014702

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11065006, 11362005 and 81060307).

[†] Corresponding author. E-mail: hbli@guet.edu.cn