

结合振动控制的柱面纵向梯度线圈目标场设计方法*

胡格丽¹⁾²⁾ 倪志鹏¹⁾ 王秋良^{2)†}

1)(中国科学院电工研究所, 北京 100190)

2)(中国科学院大学, 北京 100049)

(2013年7月7日收到; 2013年10月10日收到修改稿)

在磁共振成像系统的工作过程中, 噪声主要是由梯度线圈系统产生的. 梯度线圈置于高均匀度超导磁体的室温孔内, 并工作于脉冲状态, 频繁的开启和关闭会使线圈中电流急剧随时间变化, 变化的电流导致线圈受到变化的洛伦兹力作用, 从而产生振动, 这种高频振动所发出的噪声会对病人产生刺激, 严重时甚至会对病人的听觉神经产生损伤. 梯度场的场强越强、切换速度越快, 所产生的噪声就越大. 降低噪声的最根本方法是通过有效的梯度线圈设计, 降低洛伦兹力的空间分布. 本文针对纵向梯度线圈, 在原经典目标场设计方法基础上, 加入对振动参量, 从而能够有效地降低线圈工作时所产生的噪声. 其具体方法是将振动控制函数作为约束条件, 通过目标场法建立数学模型, 利用 MATLAB 进行电磁验算. 计算结果表明, 所提数学模型可有效地降低线圈振动的最大振幅.

关键词: 纵向梯度线圈, 目标场方法, 洛伦兹力, 振动

PACS: 83.85.Fg, 07.10.Fq, 52.57.Bc, 02.60.Cb **DOI:** 10.7498/aps.63.018301

1 引言

梯度线圈是磁共振成像系统 (magnetic resonance imaging, MRI) 的一个重要组成部分, 结构合理、性能良好的梯度线圈对 MRI 系统具有非常重要的意义, 它产生磁感应强度呈线性分布的梯度场, 并叠加于主磁场上以改变局部磁场, 使原子核自旋的进动频率随空间位置变化而变化, 从而实现 MRI 自旋的空间编码. 梯度场由 X , Y , Z 三个方向的梯度线圈产生, 并由驱动器在扫描过程中快速改变磁场的方向与强度, 迅速完成三维编码. 梯度线圈产生 $G_y = \partial B_z / \partial y$ 生的磁场 Z 分量在 X , Y , Z 方向上呈线性变化, 这三个方向上的线性度为

$$G_x = \partial B_z / \partial x,$$

$$G_y = \partial B_z / \partial y,$$

$$G_z = \partial B_z / \partial z,$$

其中 G_x , G_y 称为横向梯度, 又称为频率编码梯度和相位编码梯度; G_z 称为纵向梯度, 又称为层面选择梯度.

在 MRI 系统的工作过程中噪声主要是由梯度线圈系统产生. 梯度线圈位于主磁场内, 工作在脉冲状态, 对其有开关时间 (< 1 ms) 的要求, 频繁的开关使得线圈中的电流急剧变化, 使得线圈受到的洛伦兹力急剧变化, 从而产生剧烈振动, 最终导致噪声产生, 这就是梯度场切换产生的噪声源. 这种噪声会对病人产生刺激, 严重时甚至对病人产生损伤. 此外, 洛伦兹力引起的线圈运动是引起磁体失超的最重要的机械扰动源^[1]. 梯度场场强越强, 切换速度越高, 则噪声越大. 特别对高场磁体, 其性能的一个主要限制因素就是洛伦兹力^[2]. 减小洛伦兹力、降低噪声的最根本方法是在梯度线圈内减弱

* 国家自然科学基金 (批准号: 10755001, 50925726) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: quiliang@mail.ice.ac.cn

洛伦兹力的分布强度, 在线圈设计的过程中即加入对振动的控制, 从而可以有效的降低噪声. Forbes 等通过简化的振动模型对梯度线圈的振动情况进行模拟, 有效减弱了洛伦兹力的分布强度 [3-6].

本文在 Forbes 等设计的基础上进一步发展, 针对柱面结构、球形目标区域的纵向梯度线圈进行研究, 在目标场方法设计的基础上, 建立数学振动模型, 添加对振动的约束条件, 从而设计出在初始条件完全一致的情况下产生的振动相对较小的线圈, 且线圈所产生磁场的线性度满足设计要求. 其中目标场方法是梯度线圈的一种主流方法 [7-16].

2 理论推导

目前, 很多 MRI 系统都采用自屏蔽梯度线圈, 因其能够基本消除涡流和磁滞两大效应, 尤其是在高梯度和高切换率的条件下保证图像质量. 自屏蔽梯度线圈由主线圈和屏蔽线圈构成, 其中其主线圈用来产生所需要的梯度磁场, 而屏蔽线圈内所通电流大小与主线圈相等但方向相反, 用来消除主线圈所产生的磁场对磁体的影响. 如下图 1 所示, 首先通过目标场方法建立数学模型. 假设纵向梯度线圈的主线圈半径为 a , 屏蔽线圈半径为 b , 长度均为 $2L$, 轴线沿 Z 轴方向, 两端面分别位于平面 $Z = \pm L$ 上. 直角坐标系下, 场点 P , P' 的坐标为 (x_t, y_t, z_t) 和 (x'_t, y'_t, z'_t) , 主线圈上源点 Q 在柱系下坐标为 (a, θ, z) , 屏蔽线圈上源点 Q' 在柱系下坐标为 (b, θ', z') , 球形目标区域 (diameter of spherical

volume, DSV) 半径为 c_1 , 屏蔽区域球面半径为 c_2 . 柱坐标系下, 主线圈和屏蔽线圈面电流密度的轴向分量为 0, 角向分量用三角级数分别表示为 $j_\theta^{(a)}$, $j_\theta^{(b)}$ [12-14],

$$j_\theta^{(a)}(\theta, z) = \sum_{q=1}^Q U_q^{(a)} \sin\left(\frac{\pi q z}{2L}\right), \quad (1a)$$

$$j_\theta^{(b)}(\theta, z) = \sum_{q=1}^Q U_q^{(b)} \sin\left(\frac{\pi q z}{2L}\right), \quad (1b)$$

其中 $U_q^{(a)}$, $U_q^{(b)}$ 是展开项系数, Q 是正整数.

线圈的一次开通或关闭后, 由洛伦兹力引起的线圈振动导致的径向变形 u_R 满足方程, 此处只需考虑径向变形 [3-6]

$$\frac{1}{r_M^2} \frac{\partial^2 u_R}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_R}{\partial z^2} - \frac{u_R}{r_M^2} = -\Delta_0 (j_\theta^{(a)} + j_\theta^{(b)}), \quad (2)$$

其中

$$r_M = a + \frac{b-a}{2},$$

$$\Delta_0 = \frac{4(1+\gamma) B_{Z0}}{Eh},$$

E 为杨氏模量, γ 为泊松比, h 为线圈厚度, B_{Z0} 为背景磁场的磁感应强度. 求解 (2) 式可得

$$u_R = \sum_{q=1}^Q \frac{\Delta_0 (U_q^{(a)} + U_q^{(b)})}{\frac{1}{r_M^2} + \left(\frac{\pi q}{2L}\right)^2} \times \sin\left(\frac{\pi q z}{2L}\right), \quad (3)$$

由毕奥-萨法尔定律可知, 主线圈和屏蔽线圈在场点 P 处产生的磁感应强度轴向分量分别为

$$B_z^{(a)}(x_t, y_t, z_t) = \sum_{q=1}^Q U_q^{(a)} D_q^{(a)}, \quad (4a)$$

$$B_z^{(b)}(x_t, y_t, z_t) = \sum_{q=1}^Q U_q^{(b)} D_q^{(b)}, \quad (4b)$$

其中

$$D_q^{(a)} = \frac{\mu_0 a}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-L}^L \sin\left(\frac{q\pi z}{2L}\right) \times \frac{(a - x_t \cos \theta - y_t \sin \theta)}{R_a^3} d\theta dz,$$

$$D_q^{(b)} = \frac{\mu_0 b}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-L}^L \sin\left(\frac{q\pi z}{2L}\right) \times \frac{(b - x_t \cos \theta - y_t \sin \theta)}{R_b^3} d\theta dz,$$

$$R_a = [x_t^2 + y_t^2 + a^2 - 2a(x_t \cos \theta + y_t \sin \theta)]$$

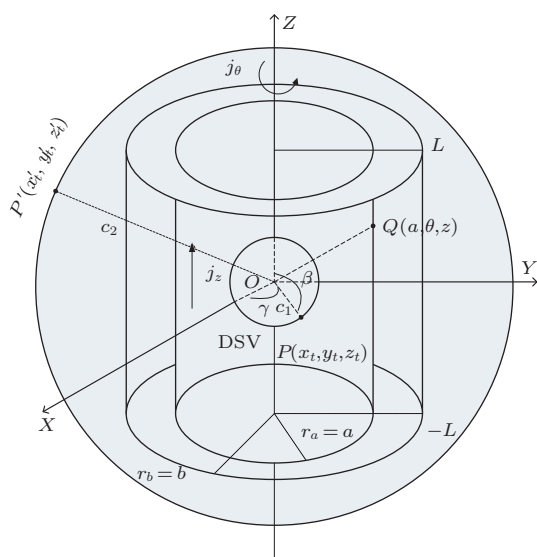


图1 纵向自屏蔽梯度线圈系统简图

$$R_b = \left[x_t^2 + y_t^2 + b^2 - 2b(x_t \cos \theta + y_t \sin \theta) + (z_t - z)^2 \right]^{1/2},$$

同理可得线圈在场点 P' 处产生的磁场分量.

假设 $E_i^{(a, c_i)}$, $E_i'^{(b, c_i)}$ 分别表示主线圈、屏蔽线圈在 DSV、屏蔽区域球面上的误差, 其中 $i = 1, 2$:

$$E_i^{(a, c_i)} = \left(\frac{c_i}{2\pi} \right)^2 \int_{\gamma=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\beta=-\pi}^{\pi} \left[B_T^{(a)}(x, y, z) - B_z^{(a)}(x, y, z) \right]^2 d\beta \cos \gamma d\gamma, \quad (5a)$$

$$E_i'^{(b, c_i)} = \left(\frac{c_i}{2\pi} \right)^2 \int_{\gamma=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\beta=-\pi}^{\pi} \left[B_T^{(b)}(x, y, z) - B_z^{(b)}(x, y, z) \right]^2 d\beta \cos \gamma d\gamma, \quad (5b)$$

$$\begin{aligned} x &= c_i \cos \gamma \cos \beta, \\ y &= c_i \cos \gamma \sin \beta, \\ z &= c_i \sin \beta, \end{aligned} \quad (5c)$$

其中, B_T 表示磁感应强度轴向分量的理想值.

设 ψ 表示流函数, 用于确定线圈的绕线模式, 它和电流密度有如下的关系^[17]:

$$j_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad (6a)$$

$$j_z = \frac{1}{a} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}. \quad (6b)$$

将式电流密度表达式 (1a), (1b) 代入 (6a), (6b) 式可得

$$\psi^{(a)}(\theta, z) = \sum_{q=1}^Q \frac{2L}{\pi q} U_q^{(a)} \cos\left(\frac{\pi q z}{2L}\right), \quad (7a)$$

$$\psi^{(b)}(\theta, z) = \sum_{q=1}^Q \frac{2L}{\pi q} U_q^{(b)} \cos\left(\frac{\pi q z}{2L}\right). \quad (7b)$$

考虑到线圈绕线的光滑度, 引入流函数曲率的平方作为罚函数

$$\begin{aligned} F^{(a)} &= \iint_{S_a} |\nabla^2 \psi^{(a)}(\theta, z)|^2 a d\theta dz \\ &= \sum_{q=1}^Q \frac{\pi^3 a q^2}{2L} \left(U_q^{(a)} \right)^2, \end{aligned} \quad (8a)$$

$$\begin{aligned} F^{(b)} &= \iint_{S_b} |\nabla^2 \psi^{(b)}(\theta, z)|^2 b d\theta dz \\ &= \sum_{q=1}^Q \frac{\pi^3 b q^2}{2L} \left(U_q^{(b)} \right)^2, \end{aligned} \quad (8b)$$

为使得设计的线圈振动最小, 我们引入罚函数

$$F = \int_{-L}^L \int_{-\pi}^{\pi} u_R^2(\theta, z) d\theta dz. \quad (9)$$

将 (3) 式代入上式, 整理可得

$$F = 2\pi L \sum_{q=1}^Q \left[\frac{\Delta_0 \left(U_q^{(a)} + U_q^{(b)} \right)}{\frac{1}{r_M^2} + \left(\frac{\pi q}{2L} \right)^2} \right]^2. \quad (10)$$

现采用 Tikhonov 正则化方法和最小二乘原理来求解待电流密度分解系数 $U_q^{(a)}$, $U_q^{(b)}$, 引入目标函数

$$\begin{aligned} G &= \sum_{i=1}^2 E_i^{(a, c_i)} + \sum_{i=1}^2 E_i'^{(b, c_i)} + \lambda F \\ &\quad + \lambda^{(a)} F^{(a)} + \lambda^{(b)} F^{(b)}, \end{aligned} \quad (11)$$

式中 λ , $\lambda^{(a)}$, $\lambda^{(b)}$ 为罚因子, 为使得目标函数 G 取最小值, (11) 式对 $U_q^{(a)}$, $U_q^{(b)}$ 的偏导为零, 即

$$\frac{\partial G}{\partial U_q^{(a)}} = 0, \quad (12a)$$

$$\frac{\partial G}{\partial U_q^{(b)}} = 0. \quad (12b)$$

通过一系列数学计算, 可整理成如下矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} P^{(a,a)} & P^{(a,b)} \\ P^{(b,a)} & P^{(b,b)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U^{(a)} \\ U^{(b)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V^{(a)} \\ V^{(b)} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

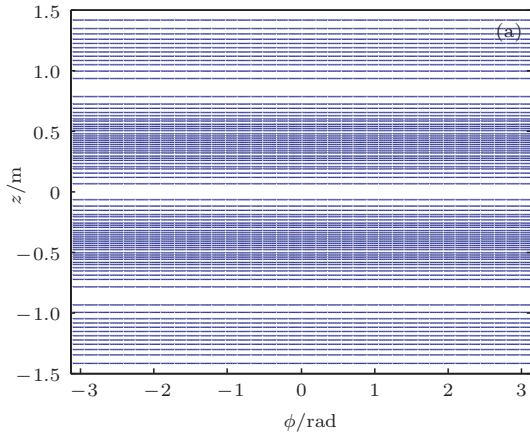
其各元素为

$$\begin{aligned} P^{(a,a)} &= \frac{c_1^2}{2\pi^2} \int_{\gamma=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\beta=-\pi}^{\pi} D_i^{(a, c1)} \\ &\quad \times D_q^{(a, c1)} d\beta \cos \gamma d\gamma \\ &\quad + \frac{c_2^2}{2\pi^2} \int_{\gamma=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\beta=-\pi}^{\pi} D_i^{(a, c2)} \\ &\quad \times D_q^{(a, c2)} d\beta \cos \gamma d\gamma \\ &\quad + \lambda \delta_{i,q} \frac{4\pi L \times \Delta_0^2}{\left[\frac{1}{r_M^2} + \left(\frac{\pi q}{2L} \right)^2 \right]^2} + \lambda^{(a)} \frac{\pi^3 a q^2}{L}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P^{(b,b)} &= \frac{c_1^2}{2\pi^2} \int_{\gamma=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\beta=-\pi}^{\pi} D_i^{(b, c1)} \\ &\quad \times D_q^{(b, c1)} d\beta \cos \gamma d\gamma \\ &\quad + \frac{c_2^2}{2\pi^2} \int_{\gamma=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\beta=-\pi}^{\pi} D_i^{(b, c2)} \\ &\quad \times D_q^{(b, c2)} d\beta \cos \gamma d\gamma \\ &\quad + \lambda \delta_{i,q} \frac{4\pi L \times \Delta_0^2}{\left[\frac{1}{r_M^2} + \left(\frac{\pi q}{2L} \right)^2 \right]^2} + \lambda^{(b)} \frac{\pi^3 b q^2}{L}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P^{(a,b)} &= P^{(b,a)} \\
 &= \frac{c_1^2}{2\pi^2} \int_{\gamma=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\beta=-\pi}^{\pi} D_i^{(a,c1)} \\
 &\quad \times D_q^{(b,c1)} d\beta \cos \gamma d\gamma \\
 &\quad + \frac{c_2^2}{2\pi^2} \int_{\gamma=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\beta=-\pi}^{\pi} D_i^{(a,c2)} \\
 &\quad \times D_q^{(b,c2)} d\beta \cos \gamma d\gamma \\
 &\quad + \lambda \delta_{i,q} \frac{4\pi L \times \Delta_0^2}{\left[\frac{1}{r_M^2} + \left(\frac{\pi q}{2L} \right)^2 \right]^2},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_i^{(a)} &= \frac{c_1^2}{2\pi^2} \int_{\gamma=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\beta=-\pi}^{\pi} D_i^{(a,c1)} \\
 &\quad \times B_T^{(a,c1)} d\beta \cos \gamma d\gamma \\
 &\quad + \frac{c_2^2}{2\pi^2} \int_{\gamma=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\beta=-\pi}^{\pi} D_i^{(a,c2)} \\
 &\quad \times B_T^{(a,c2)} d\beta \cos \gamma d\gamma,
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 V_i^{(b)} &= \frac{c_1^2}{2\pi^2} \int_{\gamma=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\beta=-\pi}^{\pi} D_i^{(b,c1)} \\
 &\quad \times B_T^{(b,c1)} d\beta \cos \gamma d\gamma \\
 &\quad + \frac{c_2^2}{2\pi^2} \int_{\gamma=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\beta=-\pi}^{\pi} D_i^{(b,c2)} \\
 &\quad \times B_T^{(b,c2)} d\beta \cos \gamma d\gamma,
 \end{aligned}$$

其中 $\delta_{i,q}$ 为克罗内克函数, 通过求解线性方程组 (13), 得到待定展开项系数 $U_q^{(a)}$ 及 $U_q^{(b)}$, 将其代入 (1a), (1b) 式即可求得电流密度分布. 接着采用流函数来进行离散化以取得线圈绕线分布, 流函数的等高线分布即为电流绕线的位置.

3 设计结果

通过上述数学模型, 本节给出一个纵向梯度线圈的设计案例, 算例采用 Matlab 软件仿真计算. 案例中, 梯度线圈的主线圈和屏蔽线圈的长度均为

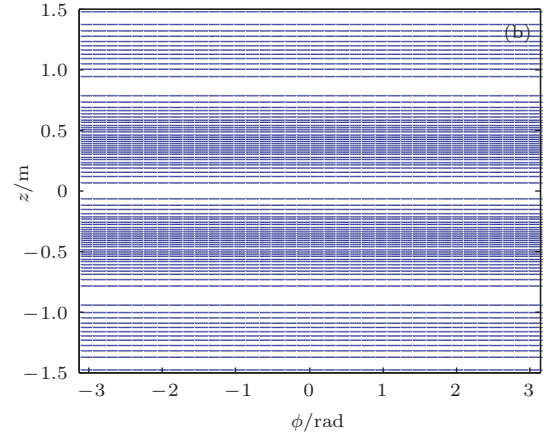


图2 添加振动约束后的线圈绕线模式 (a) 主线圈; (b) 屏蔽线圈

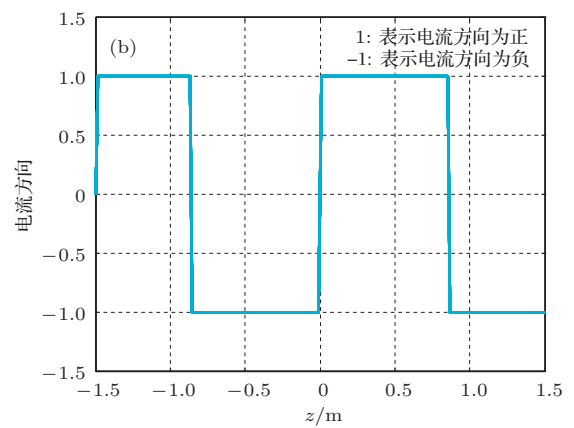
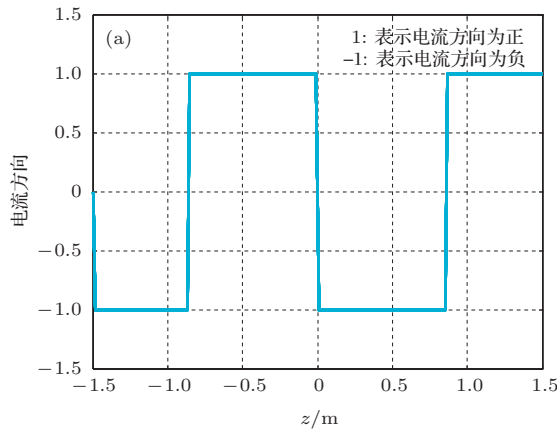


图3 添加振动约束后的线圈各匝电流方向 (a) 主线圈; (b) 屏蔽线圈

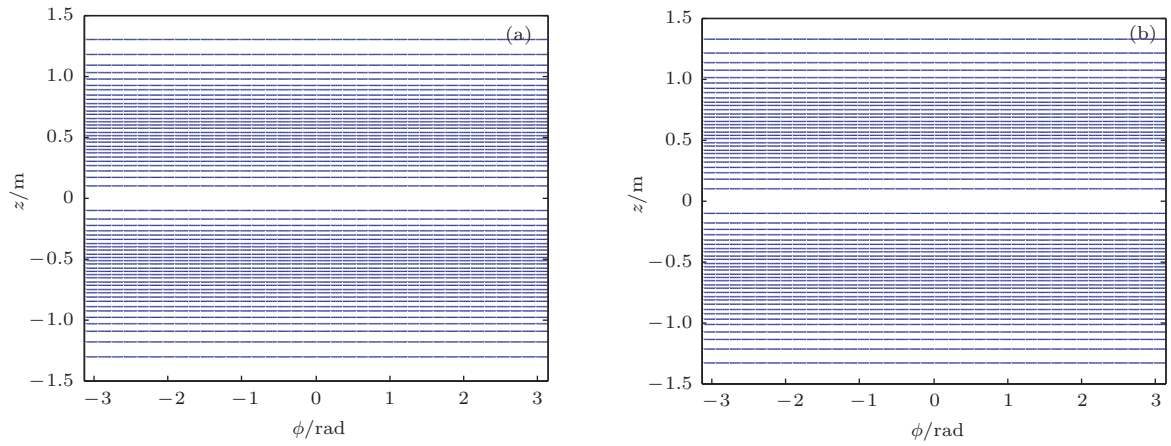


图4 未添加振动约束的线圈绕线模式 (a) 主线圈; (b) 屏蔽线圈

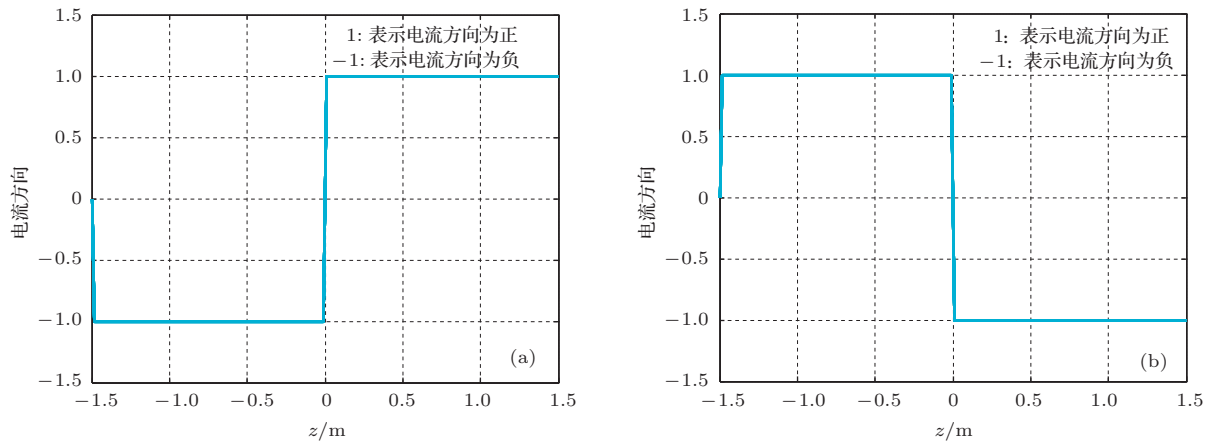


图5 未添加振动约束的线圈各匝电流方向 (a) 主线圈; (b) 屏蔽线圈

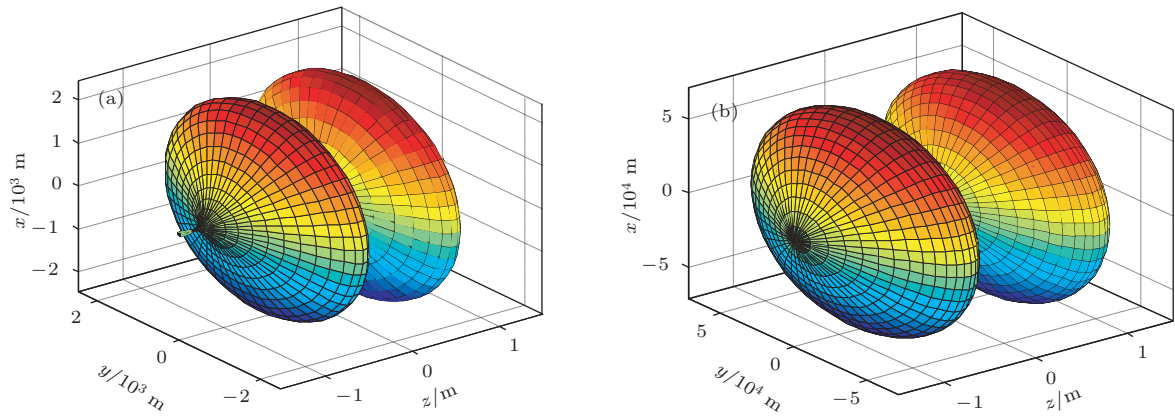


图6 洛伦兹力作用下线圈的稳态振动模型 (a) 添加振动约束; (b) 未添加振动约束

3 m; 半径分别为 0.8 m 和 0.9 m; DSV 直径为 0.2 m; 主磁场场强为 9.4 T; 线圈所用材料的杨氏模量为 $1.3 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$; 泊松比为 0.2. 下面分别讨论有振动约束和无振动约束的情况, 得出两种情况下的绕线图以及振动模型. 为便于观察, 我们把线圈的振动变形放大 10^5 倍, 即 $R_a = a + 10^5 \times u_R$,

$R_b = b + 10^5 \times u_R$. 得到的计算及仿真结果如表 1.

表1 约束前后线圈最大振幅 u_R 比较

类型	最大振幅/m
约束前	1.43×10^{-2}
约束后	4.82×10^{-4}

图2和图4表示添加振动前后线圈的绕线模式;图3和图5表示对应电流方向;表1及图6可以看出在设计过程中加入对振动因素的考虑时,线圈最大振幅下降2个数量级.此外,线圈非线性度均可满足小于5%的要求.

4 结 论

本文在原始目标场方法设计的基础上考虑了由于洛伦兹力引起的振动对梯度线圈的影响,在设计过程中加入了对线圈的振动约束.从仿真结果可以看出,加入对振动的约束函数后,线圈的最大振幅降低了2个数量级,从而能够有效抑制梯度线圈工作过程中产生的噪声,且线圈非线性度满足小于5%的要求.值得注意的是,实际应用中,需综合考虑线圈绕线模式的复杂性和线圈振动情况的影响.

参考文献

- [1] Li L K, Wang H S, Ni Z P, Cheng J S, Wang Q L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 058403 (in Chinese)[李兰凯, 王厚生, 倪志鹏, 程军胜, 王秋良 2013 物理学报 **62** 058403]
- [2] Wang Q L 2013 *Progress in Physics* **33** 1
- [3] Jackson J M, Brideson M A, Forbes L K, Crozier S 2010 *Concepts in Magnetic Resonance Part B: Magnetic Resonance Engineering* **37B** 167
- [4] Brideson M A, Forbes L K, Jackson J, Crozier S 2008 *ANZIAM* **49** C423
- [5] Forbes L K, Brideson M A, Crozier S, While P T 2007 *Concepts in Magnetic Resonance Part B: Magnetic Resonance Engineering* **31B** 218
- [6] Forbes L K, Brideson M A, Crozier S, While P T 2007 *ANZIAM J.* **49** C17
- [7] Turner R 1986 *Physics D: Applied Physics* **19** L147
- [8] Turner R 1993 *Magnetic Resonance Imaging* **11** 903
- [9] Forbes L K, Crozier S 2001 *Physics D: Applied Physics* **34** 3447
- [10] Forbes L K, Crozier S 2002 *Physics D: Applied Physics* **35** 839
- [11] Forbes L K, Crozier S 2003 *Physics D: Applied Physics* **36** 68
- [12] Liu W T, Zu D L, Tang X, Guo H 2007 *Physics D: Applied Physics* **40** 4418
- [13] Liu W T, Zu D L, Tang X 2010 *Chin. Phys. B* **19** 018701
- [14] You X F, Yang W H, Song T, Hu L L, Wang H X 2011 *Bioelectronics and Bioinformatics*, Suzhou, China Nov 3–5, 2011, p115
- [15] Wang Q L 2007 (Beijing: Science Press) p118–128 (in Chinese) [王秋良 2007 高磁场超导磁体科学 (北京: 科学出版社) 第118—128页]
- [16] Wang Q L 2013 *Practical Design of Magnetostatic Structure Using Numerical Simulation* (Singapore: Wiley) p-p400–411
- [17] Brideson M A, Forbes L K 2002 *Concepts in Magnetic Resonance* **14** 9

A target field method for designing cylindrical z -gradient coil combined with vibration control^{*}

Hu Ge-Li¹⁾²⁾ Ni Zhi-Peng¹⁾ Wang Qiu-Liang^{2)†}

1) (*Institute of Electrical Engineering, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*)

2) (*Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

(Received 7 July 2013; revised manuscript received 10 October 2013)

Abstract

During the scanning of magnetic resonance imaging (MRI) system, the main acoustic noise source comes from the gradient coils. The gradient coils are turned on and off repeatedly, thus producing noise within the coil. With increasing magnetic field strength, the noise also increases. The primary method to reduce the noise is to decrease the distribution of the Lorentz forces. Target field (TF) method is very important for designing gradient coils which have been used in MRI and other applications. Many works based on the Turner's traditional TF method have been proposed. In this paper, a target field method combined with vibration control has been presented to analyze the deflection of a cylindrical z -gradient coil because of the Lorentz forces. Simulation results via Matlab show that the maximum vibration amplitude can be reduced effectively by the new design method proposed in this paper.

Keywords: z -gradient coil, target field method, Lorentz force, vibration

PACS: 83.85.Fg, 07.10.Fq, 52.57.Bc, 02.60.Cb

DOI: [10.7498/aps.63.018301](https://doi.org/10.7498/aps.63.018301)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 50925726, 50577063).

[†] Corresponding author. E-mail: quiliang@mail.iee.ac.cn