

受重力梯度扰动的空间机器人姿态动力学 非线性特征分析*

郭胜鹏 李东旭 范才智 孟云鹤†

(国防科学技术大学航天科学与工程学院, 长沙 410073)

(2013年11月27日收到; 2014年1月2日收到修改稿)

研究考虑重力梯度扰动的自由漂浮空间机器人姿态动力学建模方法. 以二连杆空间机器人模型为基础, 对机械臂构型固定时系统俯仰姿态受扰运动的非线性特征进行了深入分析. 利用相平面轨迹和 Poincaré 截面对受扰运动特征进行了描述, 反映出受扰运动对轨道偏心率的变化比较敏感, 在圆轨道时仅有周期摆动和翻滚两种形式, 而在椭圆轨道时出现了准周期运动. 进一步利用系统分岔图、功率谱图对这种非线性运动特征进行了定量分析.

关键词: 重力梯度, 空间机器人, 姿态动力学, 非线性**PACS:** 05.45.-a, 02.70.-c, 45.40.Ln**DOI:** 10.7498/aps.63.100504

1 引言

空间机器人对空间探测技术的发展具有不可替代的支撑作用, 其技术发展在航天领域受到了越来越多的重视^[1,2]. 迄今, 一些国家已成功进行了空间机器人飞行实验, 日本工程实验卫星(ETS)-VII^[3]、轨道快车^[4]是其中两个典型代表. 空间机器人系统一般包含带有姿态控制系统的基座飞行器和安装在基座上的机械臂. 当空间机器人接近目标执行操作时, 为避免基座姿态控制系统频繁启动对机械臂末端的扰动, 以及避免与操作目标碰撞的风险, 通常关闭基座飞行器的姿态控制系统^[5]. 处于这种操作模式的空间机器人被定义为自由漂浮空间机器人^[6], 其显著特点是基座与机械臂之间存在运动耦合, 是典型的非完整约束系统^[7].

为描述自由漂浮空间机器人的运动, 国内外学者先后提出了“虚拟机械臂^[8]”、“动力学等价臂^[9]”、“重心矢量^[10]”等分析力学建模方法. 以这些方法为基础, 文献^[11—13]研究了自由漂浮空间

机器人在轨目标捕获问题. 非线性一直是动力学研究的热点和难点^[14—16], 自由漂浮空间机器人是典型的非完整约束^[7]系统, 其自身的强非线性增加了理论研究的难度. 针对系统非线性特点, 王从庆等^[17]提出了自由漂浮刚柔耦合机械臂混沌动力学建模方法. 还有大量的研究工作^[18—22]在空间机器人系统控制方面取得了有价值的成果.

大部分现有文献中假设环境力矩对空间机器人系统的扰动影响可以忽略, 认为空间机器人系统不受任何外力(力矩)作用, 研究多集中在系统非完整规划和控制问题. 而实际的在轨飞行器特别是近地轨道飞行器, 不可避免地受到重力梯度的扰动^[23,24], 虽然扰动力矩通常较小, 但长时间作用仍会改变系统姿态^[25]. 况且对机械臂这种细长结构, 展开操作时受到的重力梯度作用尤为明显. ETS-VII 的飞行数据表明自由漂浮空间机器人系统受到的重力梯度影响不能完全忽略^[3]. 因此, 为实现对空间机器人的稳定操作和控制, 分析重力梯度对系统姿态的扰动影响具有重要的工程意义.

* 国防科学技术大学基础科学预研计划(批准号: JC13-01-08)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: mengyunhe_nudt@163.com

本文针对自由漂浮空间机器人受重力梯度作用下的姿态运动展开定性和定量分析. 由Lagrange方法建立受重力梯度扰动的系统动力学模型. 针对圆运行轨道, 对自由漂浮空间机器人受重力梯度扰动的姿态运动特征进行解析分析; 针对椭圆运行轨道, 利用数值方法对系统稳态运动特征进行定量分析.

2 自由漂浮系统非线性模型

本文中, 空间机器人由一条二连杆机械臂和基座飞行器构成, 均假设为刚体. 臂杆可简化为均质细杆, 由于末端执行器与末端臂杆固定连接, 故可将末端执行器看作末端臂杆的一部分. 机械臂关节假设为无摩擦的单自由度旋转铰, 关节转动轴均沿基座俯仰轴(z 轴)方向且相互平行. \mathbf{q} 为机械臂关节角, $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2]^T$, 基座的姿态角 $\boldsymbol{\Upsilon}$ 用按照 x 轴、 z 轴和 y 轴顺序转动的欧拉角 ϑ , θ 和 ψ 表示, ϕ 为轨道真近点角.

空间机器人系统在轨运行(尤其是近地轨道运行)时, 受到许多摄动力矩的作用, 如重力梯度力矩、太阳光辐射力矩、地磁场力矩等. 本文主要研究重力梯度的影响, 其他摄动力矩在此忽略不计.

对上述自由漂浮的空间机器人系统, 由Lagrange方法建立如下动力学方程:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{H}} \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\Upsilon}} \\ \ddot{\boldsymbol{\phi}} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} + \left(\dot{\tilde{\mathbf{H}}} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tilde{\mathbf{A}} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\Upsilon}} \\ \dot{\boldsymbol{\phi}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix} + \mathbf{Q}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中,

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\Upsilon}}^T & \dot{\boldsymbol{\phi}} & \dot{\mathbf{q}}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{\boldsymbol{\Upsilon}}^T & 0 \\ \mathbf{T}_{\boldsymbol{\phi}}^T & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_n \end{bmatrix} \frac{\partial \tilde{\mathbf{H}}}{\partial \dot{\mathbf{q}}},$$

$${}^0\mathbf{M}_{gk} = \frac{3\mu_g}{r_c^3} \mathbf{T}_k^0 \begin{bmatrix} (I_{kzz} - I_{kyy})^k a_2^k a_3 + ({}^k a_3^2 - {}^k a_2^2) I_{kyz} - {}^k a_1^k a_2 I_{kxz} + {}^k a_1^k a_3 I_{kxy} \\ (I_{kxx} - I_{kzz})^k a_1^k a_3 + ({}^k a_1^2 - {}^k a_3^2) I_{kxz} - {}^k a_2^k a_3 I_{kxy} + {}^k a_1^k a_2 I_{kyz} \\ (I_{kyy} - I_{kxx})^k a_1^k a_2 + ({}^k a_2^2 - {}^k a_1^2) I_{kxy} - {}^k a_1^k a_3 I_{kyz} + {}^k a_2^k a_3 I_{kxz} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

其中, ${}^0\mathbf{M}_{gk}$ 为作用在体段 k 的重力梯度矩在基座本体系下的分量, μ_g 为地球引力常量, \mathbf{T}_k^0 为体段 k 本体系相对基座本体系的转换矩阵, ${}^k a_i$ ($i = 1, 2, 3$)为欧拉角及关节角的函数(见附录B), $I_{(k\bullet)}$ 为转动惯量矩阵中

$$\tilde{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_b \mathbf{T}_{\boldsymbol{\Upsilon}} & \mathbf{H}_b \mathbf{T}_{\boldsymbol{\phi}} & \mathbf{H}_{bm} \\ \mathbf{H}_{bm}^T \mathbf{T}_{\boldsymbol{\Upsilon}} & \mathbf{H}_{bm}^T \mathbf{T}_{\boldsymbol{\phi}} & \mathbf{H}_m \end{bmatrix}.$$

(1)式的推导过程见附录A. 这里 \mathbf{H}_b , \mathbf{H}_m 分别为基座和机械臂的惯性矩阵, \mathbf{H}_{bm} 为机械臂与基座的耦合惯性矩阵. $\mathbf{T}_{\boldsymbol{\Upsilon}}$ 和 $\mathbf{T}_{\boldsymbol{\phi}}$ 为坐标转换矩阵, \mathbf{I}_n 为相应维数的单位矩阵, $\boldsymbol{\tau}$ 为机械臂关节驱动力矩, \mathbf{Q} 为作用于系统的广义力向量. 因作用于空间机器人的外力(力矩)仅有重力梯度力矩, 因此 \mathbf{Q} 完全由重力梯度产生.

二连杆空间机器人在轨运行状态示意图如图1所示, 对于图中系统任意体段 k ($k = 0, 1, 2$), 其质量为 m_k , 本体系下的几何尺寸为 r_k, l_k . 这里 O_k 为体段 k 的质心, O_{CM} 为系统总质心, \mathbf{r}_c 为系统运行轨道半径, $\mathbf{R}_k, \boldsymbol{\rho}_k$ 分别为体段质心到地心和系统质心的位置向量, $O_{CM}x_{or}y_{or}z_{or}$ 表示系统轨道坐标系, $O_kx'_{or}y'_{or}z'_{or}$ 表示依照轨道坐标系规则建立在体段质心处的坐标系.

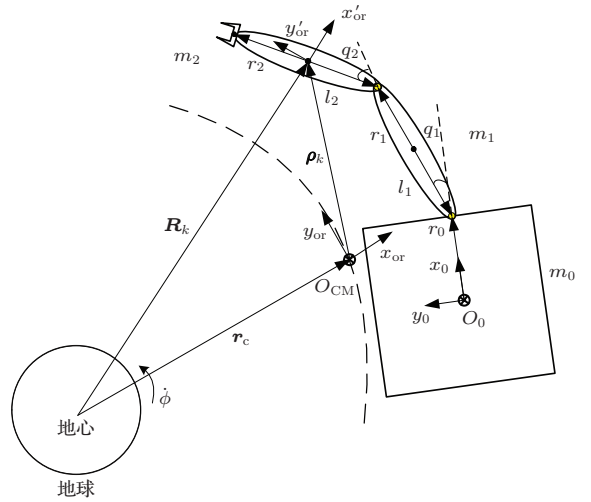


图1 二连杆空间机器人在轨运行状态示意图

对于 $\forall k$, 因为 $|\boldsymbol{\rho}_k| \ll |\mathbf{r}_c|$, 所以可认为 $|\mathbf{r}_c| \approx |\mathbf{R}_k|$, $O_kx'_{or}y'_{or}z'_{or}$ 平行于 $O_{CM}x_{or}y_{or}z_{or}$, 则系统中任意体段 k 受到的重力梯度矩表示为^[26]

相应的元素.

(2) 式表示重力梯度相对连杆质心产生的力矩, 将 (2) 式代入 (1) 式得到图 1 所示的空间机器人系统受重力梯度作用下的姿态动力学方程 (详见附录 B),

$$\tilde{\mathbf{H}} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{Y}} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} + \left(\dot{\tilde{\mathbf{H}}} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{\mathbf{A}} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{Y}} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^2 {}^0\mathbf{M}_{gk}(r_c, \theta, \psi, q_1, q_2) \\ {}^0M_{g1,3}(r_c, \theta, \psi, q_1) + {}^0M_{g2,3}(r_c, \theta, \psi, q_1, q_2) \\ {}^0M_{g2,3}(r_c, \theta, \psi, q_1, q_2) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

其中, ${}^0M_{gk,3}$ 为矩阵 ${}^0\mathbf{M}_{gk}$ 中第 3 行的元素.

(3) 式描述了空间机器人在轨运行且姿态控制系统关闭时受重力梯度扰动下的动力学行为, 可以看出系统质心的轨道运动与相对质心的姿态运动相互耦合.

3 空间机器人受重力梯度扰动分析

在空间机器人与目标交会的最终逼近段, 机械臂展开并初始化为抓捕构型, 且锁定构型向目标逼

近 [3,23]. 在执行抓捕或辅助操作过程中, 为使末端执行器能够平稳操作, 机械臂也需要保持固定的构型, 即关节锁定不发生转动. 此时机械臂与基座构成一个整体, 重力梯度扰动作用使整体姿态发生变化. 显然当机械臂构型不同时, 系统整体的动力学参数将随之变化, 因而对重力梯度矩的动力学响应不同. 下面主要分析系统机械臂构型固定时 (图 1), 俯仰姿态受重力梯度扰动的稳态运动特征. 图 1 所示系统的物理参数列于表 1.

表 1 在轨运动的二连杆空间机器人系统的物理参数

体段 k	m_k/kg	r_k/m	l_k/m	$I_{kzz}/\text{kg}\cdot\text{m}^2$	$I_{kyy}/\text{kg}\cdot\text{m}^2$	$I_{kxx}/\text{kg}\cdot\text{m}^2$
0	5799.28	1	1	4124.83	4124.83	4124.83
1	68.68	1	1	22.84	22.84	0.38
2	68.68	1	1	22.84	22.84	0.38

假设机械臂关节锁定, 则 $\dot{\mathbf{q}} = \ddot{\mathbf{q}} = 0$, 进一步假设 $\psi = \vartheta = 0$, 此时系统的姿态可由俯仰角 θ 表示. 将上述条件代入 (3) 式, 并对模型进行相应修正后可得到系统的俯仰运动方程

$$\hat{\mathbf{H}}_b(\hat{q}_1, \hat{q}_2)(\ddot{\theta} + \ddot{\phi}) = \sum_{k=0}^2 {}^0\mathbf{M}_{gk} + \frac{3\mu_g}{r_c^5} ({}^0\mathbf{r}_c \times {}^0\tilde{\mathbf{I}}_{\text{CM}} \cdot {}^0\mathbf{r}_c), \quad (4)$$

其中修正后系统的转动惯量

$$\hat{\mathbf{H}}_b(\hat{q}_1, \hat{q}_2) = \sum_{k=0}^2 {}^0\mathbf{I}_k + {}^0\tilde{\mathbf{I}}_{\text{CM}},$$

$${}^0\tilde{\mathbf{I}}_{\text{CM}} = \sum_{k=0}^2 m_k ({}^0\rho_k^{\text{T}} {}^0\rho_k \mathbf{I}_n - {}^0\rho_k {}^0\rho_k^{\text{T}}).$$

这里 ${}^0\rho_k$ 为由系统质心到体段 k 质心的位置向量在基座本体系下的分量, $\ddot{\phi}$ 为轨道角加速度, ${}^0\mathbf{I}_k$ 为体段 k 的转动惯量张量在基座本体系下的分量.

3.1 圆轨道俯仰运动分析

当空间机器人系统运行轨道为圆形时, 其姿态运动与轨道运动可以完全解耦. 将轨道偏心率 $e = 0$ 代入 (4) 式并整理得到

$$\ddot{\theta} = -\frac{3}{2} \frac{\omega_{\text{T}}^2}{\hat{H}_b} \left[(\Delta I_0 + \tilde{I}_{yy} - \tilde{I}_{xx}) S_{2\theta} - 2\tilde{I}_{xy} C_{2\theta} + \Delta I_1 S_{2(\theta+\hat{q}_1)} + \Delta I_2 S_{2(\theta+\hat{q}_1+\hat{q}_2)} \right], \quad (5)$$

其中, ω_{T} 为轨道角速率,

$$\omega_{\text{T}}^2 = \frac{\mu_g}{r_c^3}; \quad S = \sin(\cdot); \quad C = \cos(\cdot);$$

$\tilde{I}_{xx}, \tilde{I}_{yy}, \tilde{I}_{xy}$ 分别为矩阵 ${}^0\tilde{\mathbf{I}}_{\text{CM}}$ 中对应的元素;

$$\Delta I_k = (I_{kyy} - I_{kxx}), \quad k = 0, 1, 2.$$

令 $\lambda_d = \sqrt{3\tilde{I}_{xy}/\hat{H}_b}$, 由 (5) 式积分一次得到

$$\frac{\dot{\theta}^2}{\lambda_d^2 \omega_{\text{T}}^2} + [K_0 S_{\theta}^2 + K_1 S_{\theta+\hat{q}_1}^2 + K_2 S_{\theta+\hat{q}_1+\hat{q}_2}^2 - S_{2\theta}] = d, \quad (6)$$

其中, $S^2 = \sin^2(\cdot)$,

$$K_0 = \frac{\Delta I_0 + \tilde{I}_{yy} - \tilde{I}_{xx}}{\tilde{I}_{xy}},$$

$$K_1 = \frac{\Delta I_1}{\tilde{I}_{xy}}, \quad K_2 = \frac{\Delta I_2}{\tilde{I}_{xy}},$$

d 为与初始条件有关的积分常数,

$$d = [K_0 S_{\theta(0)}^2 + K_1 S_{\theta(0)+\hat{q}_1}^2 + K_2 S_{\theta(0)+\hat{q}_1+\hat{q}_2}^2 - S_{2\theta(0)}] + \frac{\dot{\theta}(0)^2}{\lambda_d^2 \omega_T^2}. \quad (7)$$

设 $\dot{y} = \dot{\theta}/(\lambda_d \omega_T)$, 令 θ 和 \dot{y} 分别为横坐标和纵坐标, 由 (6) 式可以得到系统俯仰运动在相平面的轨迹, 结果如图 2 所示. 从图 2 可以看出, 当初始条件满足 $d \leq \tilde{d}$ 时, 系统俯仰运动在相平面的轨迹是封闭曲线, 对应的系统稳态运动是一种周期性振动, 即以 $\theta = \hat{\theta}$ 为平衡位置做往复运动. 由 (5) 式可知, 平衡位置 $\hat{\theta}$ 满足如下方程:

$$K_0 S_{\hat{\theta}}^2 + K_1 S_{\hat{\theta}+\hat{q}_1}^2 + K_2 S_{\hat{\theta}+\hat{q}_1+\hat{q}_2}^2 - S_{2\hat{\theta}} = 0. \quad (8)$$

由 (8) 式可知, $\hat{\theta}$ 仅与机械臂构型 \hat{q} 有关. 系统相应的特征方程为 $\lambda^2 = f(\hat{\theta}, \hat{q})$, 系统不存在渐近稳定平衡点, 特征根为纯虚根时对应的 $\hat{\theta}$ 为稳定平衡点 [27].

设系统俯仰振动的最大振幅为 θ_{\max} , 由 (6) 式可知 $\dot{\theta} = 0$ 时 $\theta = \theta_{\max}$, 所以最大振幅 θ_{\max} 由初始条件 d 决定. 图 3 所示为最大振幅随初始条件的变化曲线, 由此可见 θ_{\max} 的最小值为 25° , 且随 d 的增加而增大. 当 $d > \tilde{d}$ 时, 俯仰振幅无限大, 其相平面轨迹为不封闭曲线 (图 2), 对应的实际运动为连续不断的翻滚.

临界值 \tilde{d} 与机械臂的构型 \hat{q} 有关, 若限定关节角 $q_1 \in [-\pi/2, \pi/2], q_2 \in [-\pi, \pi]$, 则 \tilde{d} 的变化范围如图 4 所示.

综上所述可知, 在重力梯度扰动作用下空间机器人系统的俯仰运动有周期振动和翻滚两种形式, 系统运动稳定性与运动的初始条件有关. 由 (7) 式可知, 俯仰运动稳定性对初始角速度 $\dot{\theta}(0)$ 最为敏感, 为使系统在俯仰运动中不发生翻滚, $\dot{\theta}(0)$ 应满足

$$|\dot{\theta}(0)| \leq \lambda_d \omega_T \sqrt{\tilde{d} - [K_0 S_{\hat{\theta}}^2 + K_1 S_{\hat{\theta}+\hat{q}_1}^2 + K_2 S_{\hat{\theta}+\hat{q}_1+\hat{q}_2}^2 - S_{2\hat{\theta}}]}. \quad (9)$$

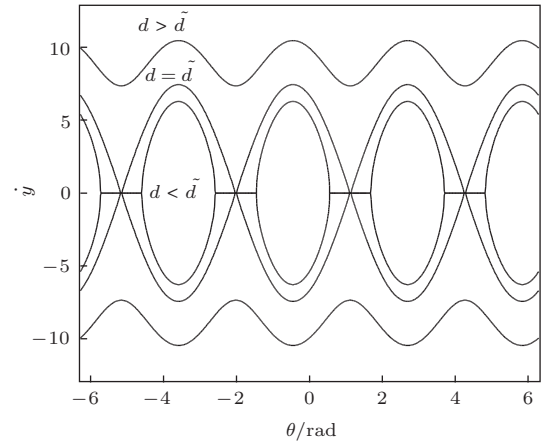


图 2 由构型所确定的系统受重力梯度扰动的运动相图

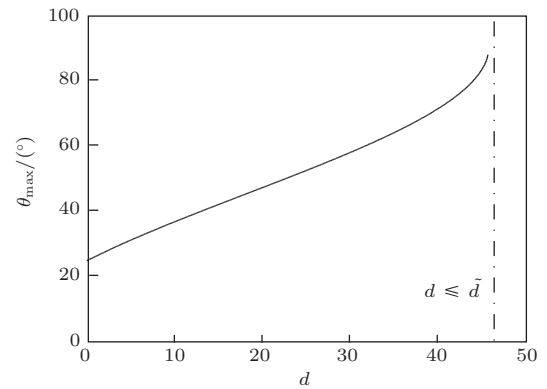


图 3 俯仰姿态最大振幅 θ_{\max} 随初始条件 d 的变化

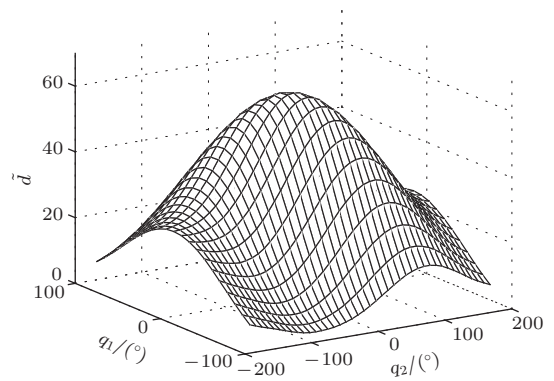


图 4 不同初始条件下 \tilde{d} 值的范围

3.2 椭圆轨道俯仰运动分析

若空间机器人运行轨道为椭圆, 即 $0 < e < 1$, 令 $\eta = \sqrt{\frac{\mu_g}{a^3(1-e^2)^3}}$, 由 (4) 式得到俯仰运动方程

$$\ddot{\theta} + \ddot{\phi} = -\frac{\lambda_d^2 \eta^2}{2} (1 + e C_\phi)^3 [K_0 S_{2\theta} + K_1 S_{2(\theta+\hat{q}_1)} + K_2 S_{2(\theta+\hat{q}_1+\hat{q}_2)} - 2C_{2\theta}]. \quad (10)$$

令 $x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta}$, 将 (10) 式改写为状态空间

的形式, 即

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= -\frac{\lambda_d^2 \eta^2}{2}(1 + eC_\phi)^3 f(x_1) \\ &\quad + 2e\eta^2(1 + eC_\phi)^3 S_\phi, \end{aligned} \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} f(x_1) &= [K_0 S_{2x_1} + K_1 S_{2(x_1 + \hat{q}_1)} \\ &\quad + K_2 S_{2(x_1 + \hat{q}_1 + \hat{q}_2)} - 2C_{2x_1}]. \end{aligned}$$

(11) 式描述了在椭圆轨道运行中若机械臂构型固定情况下空间机器人系统受重力梯度作用时的姿态运动. 对其进行数值积分以分析系统的运动形式, 将轨道偏心率 e 作为系统控制参数, 由 (10)

式可知, 机械臂构型参数 \hat{q}_1, \hat{q}_2 直接影响系统的动力学行为. 不失一般性, 系统参数的选取如下:

$$\hat{q}_1 = 30^\circ, \hat{q}_2 = 20^\circ, e \in (0, 0.1].$$

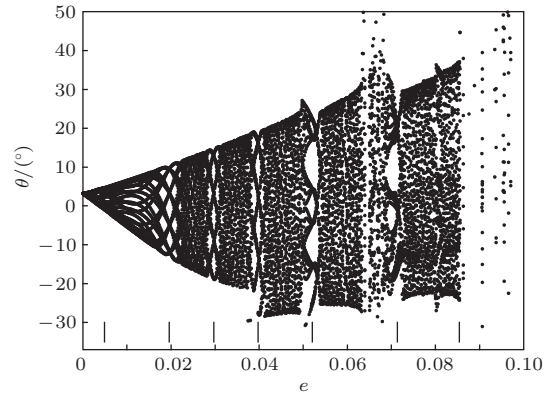


图5 系统关于轨道偏心率 e 的分岔图

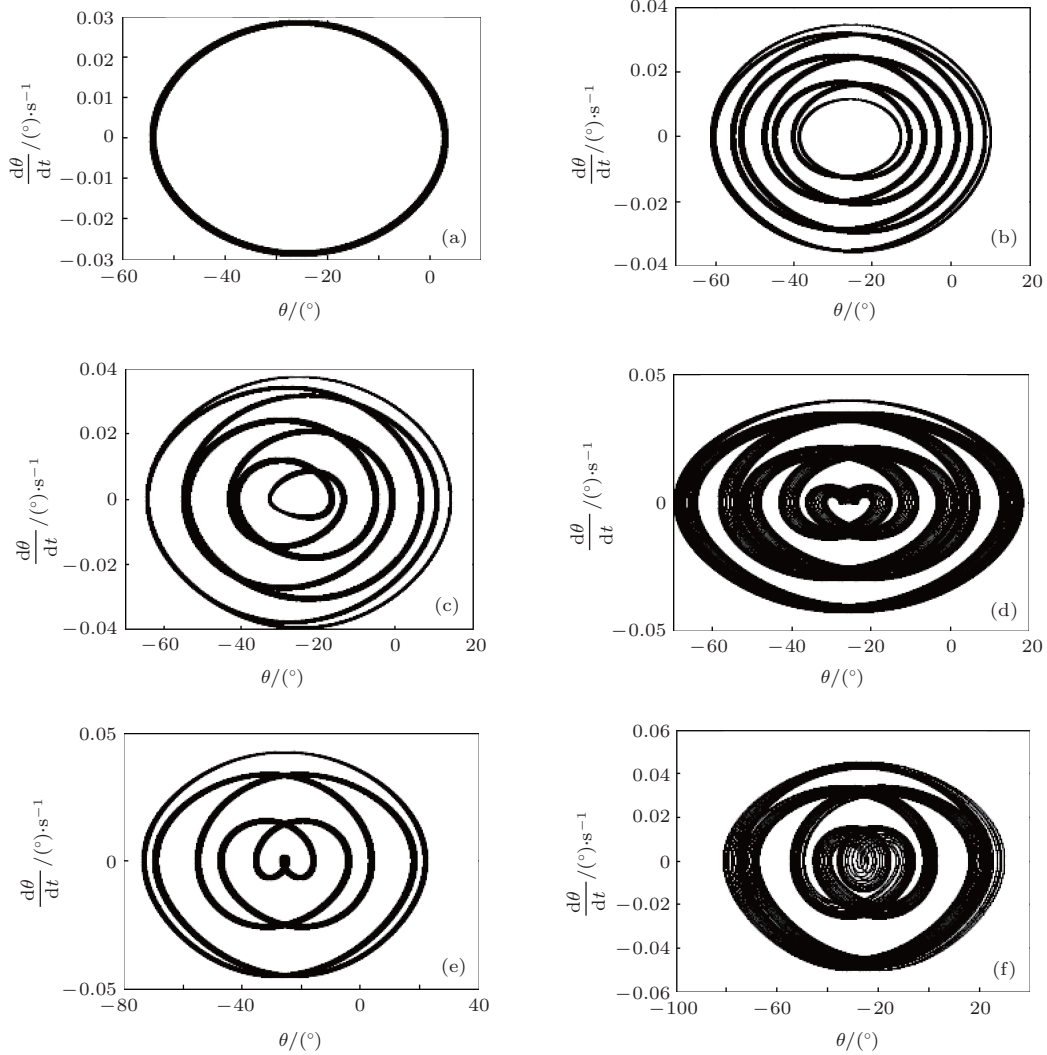


图6 轨道偏心率 e 不同时, 空间机器人姿态运动的相图 (a) $e = 0.001$; (b) $e = 0.01966$; (c) $e = 0.02976$; (d) $e = 0.03986$; (e) $e = 0.05212$; (f) $e = 0.07142$

通过计算可知, 上述空间机器人系统存在周期摆动、准周期摆动和翻滚三种运动形式. 偏心率 e 对系统的运动特性有重要影响, 为此做系统关于控制参数 (偏心率) 的分岔图, 结果如图 5 所示. 由图 5 可知, 重力梯度扰动下系统俯仰姿态运动有多种类型. 当轨道偏心率很小 ($e < 0.005$) 时, 类似于圆轨道俯仰运动, 系统俯仰运动的相平面轨迹为封闭的圆形 (图 6 (a)), 其真实运动为周期性摆动. 当偏心率增大 ($0.005 \leq e < 0.08549$), 系统俯仰运动由周期摆动转变为准周期摆动, 其在相平面的运动轨迹如图 6 (b)–(f) 所示, 其中一组 ($e = 0.02976$) 的功率谱和 Poincaré 截面如图 7 所示. 从图 7 可以看出, 功率谱为有多个峰值的离散谱, 即运动具有周期性, 但周期不固定 [28]; Poincaré 截面中存在有限个封闭曲线, 也表明系统作准周期摆动. 从分岔图 (图 5) 和相平面轨迹 (图 6) 可以看出, 系统准周期运动可以分为几种不同类型, 且类型之间呈现连续的渐变趋势. 当偏心率继续增大, 系统俯仰运动变为连续翻滚.

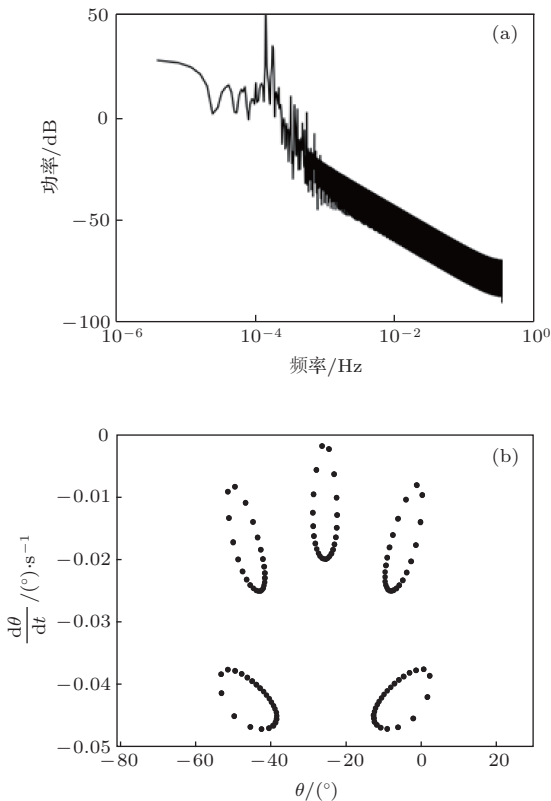


图 7 偏心率 $e = 0.02976$ 时的功率谱密度及 Poincaré 截面 (a) 功率谱密度; (b) Poincaré 截面

图 5 中分岔点分别对应五种不同类型的准周期摆动. 类型 I (图 6 (b)) 对应 $e = 0.01966$ 处

的分岔点, 轨道偏心率 $e = 0.005$ – 0.01966 的阶段为周期运动向准周期运动过渡段. 类型 I–I (图 6 (c))、类型 III (图 6 (d))、类型 IV (图 6 (e)) 分别对应 $e = 0.02976, 0.03986, 0.05212$ 处的分岔点, 分岔点之间的阶段为相邻类型的过渡段, 在此阶段系统运动相图兼有两种类型特征, 如图 8 所示, 相图特征为类型 II 和类型 III 的叠加. 由图 5 可知, 类型 IV 向类型 V 的过渡并不是连续的, 当 $e = 0.06331$ – 0.06872 时, 系统俯仰运动发生翻滚失稳. 当偏心率继续增大, 系统恢复准周期运动, 并且在 $e = 0.07142$ 时产生分岔, 对应运动类型 V (图 6 (f)). 偏心率 $e = 0.08594$ 为准周期运动截止点, 当偏心率 $e > 0.08594$ 时, 系统俯仰运动形式变为翻滚运动 (图 9).

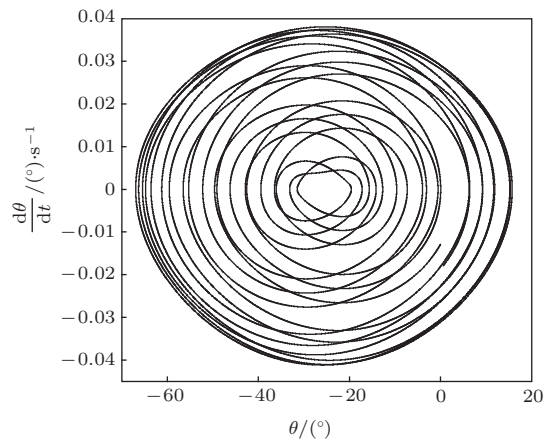


图 8 $e = 0.0320$ 时系统运动相图

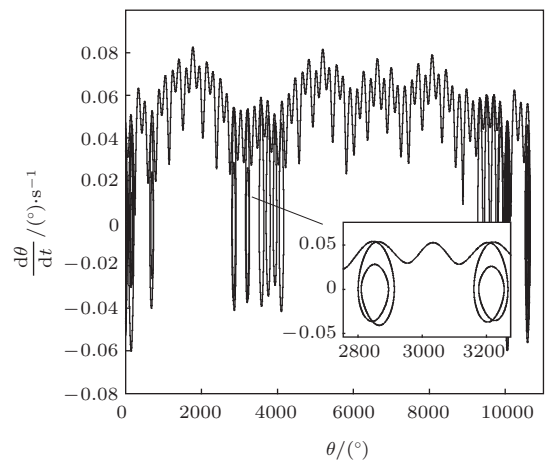


图 9 $e = 0.08595$ 时翻滚运动相图

4 结 论

本文研究了二连杆自由漂浮空间机器人系统在轨运行时受重力梯度扰动的姿态动力学行为. 考

虑轨道运动与姿态运动耦合及重力梯度扰动因素,建立了封闭形式的系统动力学方程. 当机械臂保持固定构型时,对重力梯度引起的系统姿态非线性运动进行了定性和定量分析. 结果表明:在圆轨道或近圆轨道上,系统受重力梯度扰动下的俯仰运动只有周期运动和翻滚运动,而在椭圆轨道则呈现准周期运动;系统非线性运动对轨道偏心率变化比较敏感,随偏心率的增大系统由周期运动向准周期运动甚至翻滚运动转变;在椭圆轨道上,在偏心率很小的范围内系统运动分为不同类型的复杂准周期运动,而偏心率较大时(超过0.1)系统失稳发生翻滚运动.

附录A 自由漂浮空间机器人系统动力学方程推导

如图1所示,自由漂浮空间机器人系统动力学方程可以表示为^[29]

$$\mathbf{H} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}}_0 \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} + \left(\dot{\mathbf{H}} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{A} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_0 \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} = \mathbf{Q}, \quad (\text{A1})$$

其中,

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_b & \mathbf{H}_{bm} \\ \mathbf{H}_{bm}^T & \mathbf{H}_m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = [\boldsymbol{\omega}_0 \quad \dot{\mathbf{q}}^T] \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{q}}.$$

若以 ${}^0\boldsymbol{\omega}_0$ 表示基座绝对角速度在基座坐标系下的分量,以按 x 轴, z 轴和 y 轴顺序转动的欧拉角 ϑ, θ, ψ 表示基座的姿态角 $\boldsymbol{\Upsilon}$, ϕ 表示轨道真近点角,根据坐标转换关系

可得:

$${}^0\boldsymbol{\omega}_0 = \mathbf{T}_\Upsilon \dot{\boldsymbol{\Upsilon}} + \mathbf{T}_\phi \dot{\phi}, \quad (\text{A2})$$

其中,

$$\dot{\boldsymbol{\Upsilon}} = \begin{bmatrix} \dot{\vartheta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_\Upsilon = \begin{bmatrix} C_\psi C_\theta & 0 & -S_\psi \\ -S_\theta & 1 & 0 \\ S_\psi C_\theta & 0 & C_\psi \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{T}_\phi = \begin{bmatrix} C_\psi S_\theta S_\vartheta - S_\psi C_\vartheta \\ C_\theta S_\vartheta \\ S_\psi S_\theta S_\vartheta + C_\psi C_\vartheta \end{bmatrix}.$$

将(A2)式代入(A1)式整理得到系统姿态动力学方程(1).

附录B 空间机器人系统广义力推导

作用于体段 k 质心的重力梯度矩可以表示为^[26]

$$\mathbf{M}_g = \frac{3\mu_g}{R_k^3} \mathbf{R}_k \times \mathbf{I}_k \cdot \mathbf{R}_k, \quad (\text{B1})$$

其中, $R_k = |\mathbf{R}_k|$ 为体段质心到地心的距离, μ_g 为地球引力常量, \mathbf{I}_k 为体段 k 的转动惯量张量.

将 \mathbf{R}_k 在体段 k 本体坐标系中分解为

$${}^k \mathbf{R}_k = r_c [{}^k a_1 \quad {}^k a_2 \quad {}^k a_3]^T \quad (k = 0, 1, 2, \dots), \quad (\text{B2})$$

其中 ${}^k a_i(\boldsymbol{\Upsilon}, \mathbf{q})$ 为矩阵对应元素,可以表示为欧拉角及关节角的函数.

将(B2)式代入(B1)式,并向基座本体坐标系投影得到体段 k 受到的重力梯度矩

$${}^0 \mathbf{M}_{gk} = \frac{3\mu_g}{r_c^3} \mathbf{T}_k^0 \begin{bmatrix} (I_{kzz} - I_{kyy}) {}^k a_2 {}^k a_3 + ({}^k a_3^2 - {}^k a_2^2) I_{kyz} - {}^k a_1 {}^k a_2 I_{kxz} + {}^k a_1 {}^k a_3 I_{kxy} \\ (I_{kxx} - I_{kzz}) {}^k a_1 {}^k a_3 + ({}^k a_1^2 - {}^k a_3^2) I_{kxz} - {}^k a_2 {}^k a_3 I_{kxy} + {}^k a_1 {}^k a_2 I_{kyz} \\ (I_{kyy} - I_{kxx}) {}^k a_1 {}^k a_2 + ({}^k a_2^2 - {}^k a_1^2) I_{kxy} - {}^k a_1 {}^k a_3 I_{kyz} + {}^k a_2 {}^k a_3 I_{kxz} \end{bmatrix}. \quad (\text{B3})$$

根据作用在系统的扰动力矩仅有重力梯度矩的假设,系统广义力模型可表示如下^[10]:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^2 {}^0 \mathbf{M}_{gk}(r_c, \boldsymbol{\Upsilon}, \mathbf{q}) \\ \sum_{k=0}^2 ({}^0 \mathbf{J}_{22k})^T {}^0 \mathbf{M}_{gk}(r_c, \boldsymbol{\Upsilon}, \mathbf{q}) \end{bmatrix}, \quad (\text{B4})$$

其中 ${}^0 \mathbf{J}_{22k}$ 为机械臂广义Jacobi矩阵元素在基座本体体系下的分量.

将(B3)式代入(B4)式,整理后得到

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^2 {}^0 \mathbf{M}_{gk}(r_c, \theta, \psi, q_1, q_2) \\ {}^0 M_{g1,3}(r_c, \theta, \psi, q_1) + {}^0 M_{g2,3}(r_c, \theta, \psi, q_1, q_2) \\ {}^0 M_{g2,3}(r_c, \theta, \psi, q_1, q_2) \end{bmatrix}. \quad (\text{B5})$$

将(B5)式代入(1)式得到系统姿态动力学方程(3).

参考文献

- [1] Yoshida K 2009 *IEEE Robot. Autom. Mag.* **16** 20
- [2] Liao Y H, Li D K, Tang G J 2011 *Sci. China: Tech. Sci.* **54** 1234
- [3] Yoshida K 2003 *Int. J. Robot. Res.* **22** 321
- [4] Ogilvie A, Allport J, Hannah M, Lymer J 2008 *Proceedings of the International Symposium on Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Space* (Hollywood: European Space Agency) p25
- [5] Nanos K, Papadopoulos E 2011 *Intel. Serv. Robot.* **4** 3
- [6] Xu W F, Liang B, Xu Y S 2011 *Acta Astronaut.* **68** 1629
- [7] Zhou S, Fu J L, Liu Y S 2010 *Chin. Phys. B* **19** 120301
- [8] Vafa Z, Dubowsky S 1987 *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation* (Raleigh: IEEE Robotics and Automation Society) p579
- [9] Liang B, Xu Y S, Bergerman M 1998 *J. Dyn. Syst. Meas. Control* **120** 1
- [10] Dubowsky S, Papadopoulos E 1993 *IEEE Trans. Robot. Autom.* **9** 531
- [11] Xu W F, Liu Y, Liang B, Wang X Q, Xu Y S 2010 *Multibody Syst. Dyn.* **23** 293
- [12] Xu W F, Liang B, Li C, Xu Y S 2010 *Robotica* **28** 705
- [13] Xu W F, Liang B, Li C, Liu Y, Xu Y S 2009 *Robotica* **27** 425
- [14] Yu F J 2012 *Chin. Phys. B* **21** 110202
- [15] Sun C C, Xu Q C, Sui Y 2013 *Chin. Phys. B* **22** 030507
- [16] Zhang T Y, Zhao Y, Xie X P 2012 *Chin. Phys. B* **21** 120503
- [17] Wang C Q, Wu P F, Zhou X 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 230503 (in Chinese) [王从庆, 吴鹏飞, 周鑫 2012 物理学报 **61** 230503]
- [18] Xu G Y, Zhang M, Wang H Q 2012 *Informatics in Control, Automation and Robotics* (Berlin: Springer) pp59–66
- [19] Kai T 2012 *Acta Astronaut.* **74** 20
- [20] Zhao H C, Wang C Q, Guo Z 2010 *Mod. Appl. Sci.* **4** 175
- [21] Cocuzza S, Pretto I, Debei S 2011 *Acta Astronaut.* **68** 1712
- [22] Sun W C, Gao H J, Kaynak O 2013 *IEEE-ASME Trans. Mechatron.* **18** 1072
- [23] Oda M 2000 *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation* (San Francisco: IEEE Robotics and Automation Society) p914
- [24] Navabi M, Nasiri N, Dehghan M 2012 *Commun. Non-linear Sci. Numer. Simulat.* **17** 1065
- [25] Jia F L, Xu W, Li H N, Hou L Q 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 100503 (in Chinese) [贾飞蕾, 徐伟, 李恒年, 侯黎强 2013 物理学报 **62** 100503]
- [26] Schaub H, Junkins J L 2003 *Analytical Mechanics of Space Systems* (Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics) pp145–154
- [27] Zhang X F, Zhou J B, Zhang C, Bi Q S 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 240505 (in Chinese) [张晓芳, 周建波, 张春, 毕勤胜 2013 物理学报 **62** 240505]
- [28] Li C L, Yu S M 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 040504 (in Chinese) [李春来, 禹思敏 2012 物理学报 **61** 040504]
- [29] Xu W F, Li C, Liang B, Xu Y S, Liu Y, Qiang W Y 2009 *Acta Astronaut.* **64** 109

Nonlinearity of the attitude motion of space robots subjected to gravitational gradient torque*

Guo Sheng-Peng Li Dong-Xu Fan Cai-Zhi Meng Yun-He[†]

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

(Received 27 November 2013; revised manuscript received 2 January 2014)

Abstract

The attitude dynamics equation of free-floating space robots subjected to gravitational gradient effect is investigated. A two-link space robot is employed to analyze nonlinear properties of the perturbed yaw motion of the system in depth, when the manipulator configuration is fixed. Its nonlinear dynamical behavior is described by phase plane plot and Poincaré section. It is shown that the perturbed motion is sensitive to orbital eccentricity. The system takes on periodic motion and tumbling in circular orbit, while additional quasi-periodic motion in elliptic orbit. Furthermore, these nonlinearities are quantitatively studied by means of bifurcation and power spectrum.

Keywords: gravitational gradient, space robots, attitude dynamics, nonlinearity

PACS: 05.45.-a, 02.70.-c, 45.40.Ln

DOI: [10.7498/aps.63.100504](https://doi.org/10.7498/aps.63.100504)

* Project supported by the Advanced Research Program for Basic Science of National University of Defense Technology, China (Grant No. JC13-01-08).

† Corresponding author. E-mail: mengyunhe_nudt@163.com