弱相干场原子-腔-光纤系统中的量子失协*

卢道明† 邱昌东

(武夷学院机电工程学院, 武夷山 354300)

(2014 年 1 月 9 日收到; 2014 年 2 月 1 日收到修改稿)

采用几何量子失协度量两个子系统间的关联, 利用数值计算方法研究了原子-腔-光纤复合系统中两个原子之间和两个腔场之间的几何量子失协. 讨论了腔场与光纤模间的耦合系数和弱相干场强度变化对几何量子失协的影响. 研究结果表明: 两原子之间和两腔场之间的几何量子失协均随时间作周期性演化, 其演化频率随腔场与光纤模间的耦合系数增大而增大. 另一方面, 随弱相干场强度增大, 两原子间和两腔场间的几何量子失协增大. 这表明随弱相干场强度增大两原子间或两腔场间的关联增强.

关键词: 量子光学, 弱相干腔场, 原子-腔-光纤复合系统, 量子失协

PACS: 03.65.Ud, 42.50.Dv **DOI:** 10.7498/aps.63.110303

1 引 言

量子纠缠起源于1935年Einstein-Podolsky-Rosen对量子力学完备性质疑的文章[1]. 它是指两体或多体系统各部分之间的相关与不可分离性, 是量子系统独有的属性. 纠缠是进行量子信息处理和量子计算的核心资源, 它在凝聚态物理中也有重要作用. 因此, 人们对纠缠投入了大量的兴趣[2−7]. 例如, 郭亮等研究了Tavis-Cummings(T-C)模型中两子系统间的纠缠演化[2], 左战春等讨论了T-C模型中三体纠缠态纠缠量的演化特性[3]. 然而, 对量子系统纠缠的研究发现量子纠缠是量子关联的一种特殊形式, 存在比量子纠缠更为基本的一个概念, 即量子失协. 在文献[8]中, Ollivier和Zurek提出了用量子失协这一新的物理量来度量量子关联. 研究表明量子失协不同于量子纠缠, 对分离态纠缠为零, 但量子失协可能不为零, 这表明它比纠缠更为广泛. 近年来, 量子失协引起了人们极大的兴趣[9−19]. 例如, X态的量子失协[9]. Qian等研究了腔QED系统中的量子失协[10]. Wang等讨论了非马尔克夫效应对量子失协的影响[11]. 量子失协定义为子系统间的总关联与经典关联的差值. 在Ollivier和Zurek提出的量子失协计算中对经典关联的计算通常需要引进一套完备的测量基, 并对所有的测量基进行优化. 因此, 量子失协的计算非常困难, 为克服这一困难, Dakic等引入了量子失协的几何度量方法[20], 即几何量子失协 (geometrical quantum discord, GQD), 使得两体系统的量子失协可以用一个简单的解析式来表示. 另一方面, 腔量子电动力学(腔QED)是实现量子信息处理和量子计算最有前途的技术之一, 而耦合腔系统在分布式量子计算中具有重要作用. 目前, 已对耦合腔系统作了大量的研究[21−25]. 然而, 以往对耦合腔系统量子关联的研究大多集中在量子纠缠, 很少涉及到其他的量子关联. 而非纠缠的量子关联已经在理论和实验上证实能加速一些计算方案[26,27]. 因此, 对腔QED系统中量子失协的研究显得特别有意义. 本文考虑两个二能级原子分别囚禁在耦合腔中的情况, 采用几何量子失协来研究系统中两原子间的关联动力学.

* 福建省自然科学基金 (批准号: 2011J01018) 和福建省教育厅 A 类科技项目 (批准号: JA12327) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: daominglu79@hotmail.com

 http://wulixb.iphy.ac.cn

2 理论模型

我们研究的原子-腔-光纤系统, 如图1所示. 两个全同的二能级原子分别囚禁在用光纤连接的腔A和腔B中. 考虑原子与腔场发生共振相互作用的情况. 在旋波近似下, 原子与腔场体系的相互作用哈密顿为

$$H_I = f_1 a_{\mathrm{A}} s_1^+ + f_2 a_{\mathrm{B}} s_2^+ + \mathrm{H.C.}, \qquad (1)$$

式中 a_{A}^+, a_{A}(a_{B}^+, a_{B}) 分别表示腔场A(B)的产生和湮没算符, $s_i^+ = |e\rangle_i\langle g|$ 和 $s_i^- = |g\rangle_i\langle e|$ $(i=1,2)$ 表示第 i 个原子的跃迁算符, $|e\rangle(|g\rangle)$ 表示原子的激发态(基态). $f_1(f_2)$ 分别表示腔A(腔B)中原子与腔场间的相互作用强度, H.C.表示前面项的厄密共轭. 为简单起见, 设 $f_1 = f_2 = f$.

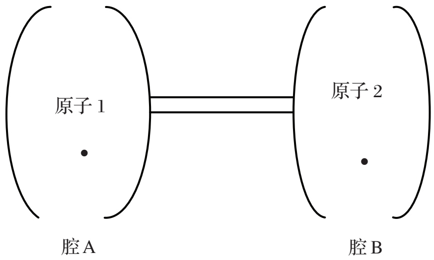

图1 系统的示意图

另一方面, 光纤模与腔模间的相互作用哈密顿量为[24]

$$H_{\mathrm{cf}} = \sum_{j=1}^{\infty} J_j(b_j(a_{\mathrm{A}}^+ + (-1)^j \mathrm{e}^{j\theta} a_{\mathrm{B}}^+) + \mathrm{H.C.}), \quad (2)$$

式中 $b_j(b_j^+)$ 为光纤 j 模的湮没(产生)算符, J_j 为腔模与光纤 j 模间的耦合系数, θ 为腔场通过长为 l 的光纤传播产生的位相, $\theta = 2\pi\omega l/c$. 在短光纤极限条件 $l\tilde{v}/(2\pi c) \leqslant 1$ 的情况下[24]($\tilde{v}$ 为腔场进入连续光纤模的衰减速率), 光纤中只有一个共振模 b 与腔场发生相互作用, 这时(2)式表示的哈密顿简化为

$$H_{\mathrm{cf}} = J(b(a_{\mathrm{A}}^+ + a_{\mathrm{B}}^+) + \mathrm{H.c.}). \qquad (3)$$

式中 J 为腔模与光纤模 b 间的耦合系数. 结合(1)式和(2)式, 可得整个系统的相互作用哈密顿为

$$H_I = f a_{\mathrm{A}} s_1^+ + f a_{\mathrm{B}} s_2^+ + Jb(a_{\mathrm{B}}^+ + a_{\mathrm{A}}^+) + \mathrm{H.C.} \quad (4)$$

我们研究系统的激发数等于1的情况. 在这种情况下, 系统状态将在以

$$\begin{aligned}
|\varphi_1\rangle &= |eg\rangle_{12}|00\rangle_{\mathrm{AB}}|0\rangle_{\mathrm{f}},\\
|\varphi_2\rangle &= |ge\rangle_{12}|00\rangle_{\mathrm{AB}}|0\rangle_{\mathrm{f}},\\
|\varphi_3\rangle &= |gg\rangle_{12}|10\rangle_{\mathrm{AB}}|0\rangle_{\mathrm{f}},\\
|\varphi_4\rangle &= |gg\rangle_{12}|01\rangle_{\mathrm{AB}}|0\rangle_{\mathrm{f}},\\
|\varphi_5\rangle &= |gg\rangle_{12}|00\rangle_{\mathrm{AB}}|1\rangle_{\mathrm{f}}
\end{aligned}$$

为基矢的子空间中演化. 在 $|\varphi_i\rangle$ 表示的态中下标1, 2表示对应原子的状态, $|lm\rangle_{\mathrm{AB}}|n\rangle_{\mathrm{f}}$ 表示腔场A和腔场B分别处于Fock态 $|l\rangle$ 和 $|m\rangle$, 而光纤模处于Fock态 $|n\rangle$. 在这子空间中, (4)式表示的哈密顿的矩阵表示为

$$H_I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & f & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & f & 0\\ f & 0 & 0 & 0 & J\\ 0 & f & 0 & 0 & J\\ 0 & 0 & J & J & 0 \end{bmatrix}. \qquad (5)$$

其本征值为 $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = f$, $\lambda_3 = -f$, $\lambda_4 = \beta$, $\lambda_5 = -\beta$, $\beta = \sqrt{f^2 + 2J^2}$. 对应的本征态为

$$\begin{aligned}
|\psi_1\rangle &= \frac{J}{\beta}(|\varphi_1\rangle + |\varphi_2\rangle) - \frac{f}{\beta}|\varphi_5\rangle,\\
|\psi_2\rangle &= \frac{1}{2}(|\varphi_1\rangle - |\varphi_2\rangle + |\varphi_3\rangle - |\varphi_4\rangle),\\
|\psi_3\rangle &= \frac{1}{2}(|\varphi_1\rangle - |\varphi_2\rangle - |\varphi_3\rangle + |\varphi_4\rangle),\\
|\psi_4\rangle &= \frac{f}{2\beta}(|\varphi_1\rangle + |\varphi_2\rangle) + \frac{1}{2}|\varphi_3\rangle\\
&\quad + \frac{1}{2}|\varphi_4\rangle + \frac{J}{\beta}|\varphi_5\rangle,\\
|\psi_5\rangle &= \frac{f}{2\beta}(|\varphi_1\rangle + |\varphi_2\rangle) - \frac{1}{2}|\varphi_3\rangle\\
&\quad - \frac{1}{2}|\varphi_4\rangle + \frac{J}{\beta}|\varphi_5\rangle.
\end{aligned} \qquad (6)$$

假设初始时刻, 两个原子都处于基态, 腔A和腔B均处于弱相干态. 在粒子数态表象中, 相干态表示为

$$|\alpha\rangle = \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}|n\rangle, \qquad (7)$$

对于弱相干场 $|\alpha|^2 \ll 1$, 忽略(7)式中 n 大于1的项, 那么弱相干态简化为

$$|\alpha\rangle = \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right)(|0\rangle + \alpha|1\rangle) \quad . \qquad (8)$$

式中 $|\alpha|^2 = \bar{n}$, $\bar{n}$ 为平均光子数. 那么, 原子-腔-光纤复合系统的初态为

$$\begin{aligned}
|\varphi(0)\rangle = {}&\exp\left(-\frac{|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2}{2}\right)|gg\rangle_{12}(|0\rangle_{\mathrm{A}}\\
&+ \alpha_1|1\rangle_{\mathrm{A}})(|0\rangle_{\mathrm{B}} + \alpha_2|1\rangle_{\mathrm{B}})|0\rangle_{\mathrm{f}}, \qquad (9)
\end{aligned}$$

忽略上式中α的二级以上小量, 归一化后系统的初态为

$$|\varphi(0)\rangle = \frac{1}{(1+|\alpha_1|^2+|\alpha_2|^2)^{1/2}}(|\varphi_0\rangle + \alpha_1|\varphi_3\rangle + \alpha_2|\varphi_4\rangle). \tag{10}$$

式中$|\varphi_0\rangle = |gg\rangle_{12}|00\rangle_{\mathrm{AB}}|0\rangle_{\mathrm{f}}$. 它在(1)式的哈密顿作用下不演化.

利用(6)式得出

$$\begin{aligned}|\varphi_3\rangle &= \frac{1}{2}(|\psi_2\rangle - |\psi_3\rangle + |\psi_4\rangle - |\psi_5\rangle),\\ |\varphi_4\rangle &= \frac{1}{2}(-|\psi_2\rangle + |\psi_3\rangle + |\psi_4\rangle - |\psi_5\rangle).\end{aligned} \tag{11}$$

利用(11)式, 可求得$|\varphi_3\rangle$和$|\varphi_4\rangle$的演化规律为

$$\begin{aligned}|\varphi_3(t)\rangle =& A_3|\varphi_1\rangle + B_3|\varphi_2\rangle + C_3|\varphi_3\rangle\\ &+ D_3|\varphi_4\rangle + E_3|\varphi_5\rangle,\\ |\varphi_4(t)\rangle =& A_4|\varphi_1\rangle + B_4|\varphi_2\rangle + C_4|\varphi_3\rangle\\ &+ D_4|\varphi_4\rangle + E_4|\varphi_5\rangle,\end{aligned} \tag{12}$$

式中

$$\begin{aligned}A_3 &= B_4 = -\frac{\mathrm{i}}{2}\Big(\sin ft + \frac{f}{\beta}\sin\beta t\Big),\\ B_3 &= A_4 = \frac{\mathrm{i}}{2}\Big(\sin ft - \frac{f}{\beta}\sin\beta t\Big),\\ C_3 &= D_4 = \frac{1}{2}(\cos ft + \cos\beta t),\\ D_3 &= C_4 = \frac{1}{2}(-\cos ft + \cos\beta t),\\ E_3 &= E_4 = -\mathrm{i}\frac{J}{\beta}\sin\beta t.\end{aligned} \tag{13}$$

为简单起见, 设$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha = |\alpha|\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$, $\theta = 0$. 利用(10)式和(12)式, 可得t时刻系统的态矢为

$$\begin{aligned}|\varphi(t)\rangle =& G^{-1/2}(|\varphi_0\rangle + A|\varphi_1\rangle + B|\varphi_2\rangle + C|\varphi_3\rangle\\ &+ D|\varphi_4\rangle + E|\varphi_5\rangle).\end{aligned} \tag{14}$$

式中

$$\begin{aligned}G &= 1 + 2|\alpha|^2,\\ A &= B = |\alpha|(A_3 + A_4) = -\mathrm{i}\frac{f}{\beta}|\alpha|\sin\beta t,\\ C &= D = |\alpha|(D_3 + D_4) = |\alpha|\cos\beta t,\\ E &= 2|\alpha|E_3 = -2\mathrm{i}|\alpha|\frac{J}{\beta}\sin\beta t.\end{aligned} \tag{15}$$

3 几何量子失协

在文献[28]中, Groisman已证明可用量子互信息量来描述量子系统的总关联, 而两体系统的量子互信息量与经典关联之差就是量子失协. 通常量子失协的计算涉及最小优化过程, 是一项非常困难的工作. 但是, 对于两体两维量子系统, Dakic等提出了量子失协的几何度量方法[20], 即GQD (geometrical quantum discord). 对于一个两体量子态, 若其密度矩阵ρ可以描写为

$$\begin{aligned}\rho =& \frac{1}{4}\Big[I\otimes I + \sum_{i=1}^{3}(a_i\sigma_i\otimes I + b_i I\otimes\sigma_i)\\ &+ \sum_{i,j=1}^{3}T_{ij}\sigma_i\otimes\sigma_j\Big],\end{aligned} \tag{16}$$

式中I表示单位矩阵, $\sigma_i (i = x, y, z)$为泡利矩阵,

$$\begin{aligned}a_i &= \mathrm{Tr}\rho(\sigma_i\otimes I),\\ b_i &= \mathrm{Tr}\rho(I\otimes\sigma_i),\\ T_{ij} &= \mathrm{Tr}\rho(\sigma_i\otimes\sigma_j),\end{aligned} \tag{17}$$

式中Tr表示求迹. 那么, 对应的GQD为

$$D(\rho) = \frac{1}{4}(\|a\|^2 + \|T\|^2 - k_{\max}). \tag{18}$$

式中$a = (a_1, a_2, a_3)^{\mathrm{t}}$为列向量, $\|a\|^2 = \sum_{i=1}^{3}a_i^2$, $T = \{T_{ij}\}$是个矩阵, $\|T\|^2 = \mathrm{Tr}(T^{\mathrm{t}}T)$, $k_{\max}$为矩阵$aa^{\mathrm{t}} + TT^{\mathrm{t}}$的最大本征值, 上标$t$表示对矢量或者矩阵进行转置.

3.1 两原子间的几何量子失协

利用(14)式, 对腔场和光纤模的自由度求迹, 在以$|e_1\rangle|e_2\rangle$, $|e_1\rangle|g_2\rangle$, $|g_1\rangle|e_2\rangle$, $|g_1\rangle|g_2\rangle$为基矢的子空间中, 描述由原子1和原子2构成的体系的密度矩阵为

$$\rho_{12} = G^{-1}\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & |A|^2 & |A|^2 & A\\ 0 & |A|^2 & |A|^2 & A\\ 0 & A^* & A^* & G-2|A|^2\end{bmatrix}. \tag{19}$$

将(19)式代入(17)式, 计算得出

$$\begin{aligned}a_1 &= b_1 = 0,\\ a_2 &= b_2 = \mathrm{i}2AG^{-1},\\ a_3 &= b_3 = -G^{-1}(G - 2|A|^2),\\ T_{11} &= T_{22} = 2G^{-1}|A|^2,\\ T_{12} &= T_{21} = T_{13} = T_{31} = 0,\\ T_{23} &= T_{32} = -2\mathrm{i}G^{-1}A,\\ T_{33} &= G^{-1}(G - 4|A|^2).\end{aligned} \tag{20}$$

利用(19)式和(20)式可得出

$$\|a\|^2 = G^{-2}[-4A^2 + (G-2|A|^2)^2],$$

$$aa^{\mathrm{t}} = G^{-2}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4A^2 & -2\mathrm{i}A(G-2|A|^2) \\ 0 & -2\mathrm{i}A(G-2|A|^2) & (G-2|A|^2)^2 \end{bmatrix}, \quad T = G^{-1}\begin{bmatrix} 2|A|^2 & 0 & 0 \\ 0 & 2|A|^2 & -2\mathrm{i}A \\ 0 & -2\mathrm{i}A & G-4|A|^2 \end{bmatrix},$$

$$TT^{\mathrm{t}} = G^{-2}\begin{bmatrix} 4|A|^4 & 0 & 0 \\ 0 & 4|A|^4-4A^2 & -2\mathrm{i}A(G-2|A|^2) \\ 0 & -2\mathrm{i}A(G-2|A|^2) & -4A^2+(G-4|A|^2)^2 \end{bmatrix},$$

$$\|T\|^2 = G^{-2}[8|A|^4 - 8A^2 + (G-4|A|^2)^2],$$

$$K_{12} = aa^{\mathrm{t}} + TT^{\mathrm{t}} = G^{-2}\begin{bmatrix} 4|A|^4 & 0 & 0 \\ 0 & 4|A|^4-8A^2 & -4\mathrm{i}A(G-2|A|^2) \\ 0 & -4\mathrm{i}A(G-2|A|^2) & -4A^2+(G-4|A|^2)^2+(G-2|A|^2)^2 \end{bmatrix},$$

$$D_{12} = \frac{1}{4}\{G^{-2}[8|A|^4 + 12|A|^2 + (G-2|A|^2)^2 + (G-4|A|^2)^2] - k_{12\max}\}, \tag{21}$$

式中 $k_{12\max}$ 为矩阵 K_{12} 的最大本征值, D_{12} 表示两原子间的几何量子失协.

利用 (21) 式, 弱相干场强度 $|\alpha|$=0.3, 腔场与光纤模间的耦合系数取一些定值时, 采用数值计算方法对两原子间的几何量子失协 D_{12} 进行数值计算, 其演化曲线如图 2 所示. 图 2 (a), (b), (c) 和 (d) 分别与 J 取 $0.2f$, $0.5f$, f, $2f$ 相对应. 从图 2 可见: 几何量子失协 D_{12} 随时间作周期性振荡. 它的演化频率随耦合系数 J 的增大而增大. 由 (21) 式可知几何量子失协 D_{12} 的演化规律由态展开系数 A 决定, 而展开系数 A 演化的角频率 $\beta = \sqrt{f^2+2J^2}$ 随 J 的增大而增大. 因此, D_{12} 的演化频率随 J 的增大而增大. 另一方面, 随 J 的增大曲线峰值减小, 曲线重心下移, 平均值减小. 这表明两原子间的关联减弱.

另一方面, 为了讨论弱相干场强度变化对 GQD 的影响, 取 $J = f$, 图 3 描绘了弱相干场强度取一些定值时 D_{12} 的演化曲线. 从图 3 可见:D_{12} 作周期性演化. 并且, 随弱相干场强度增强, 曲线

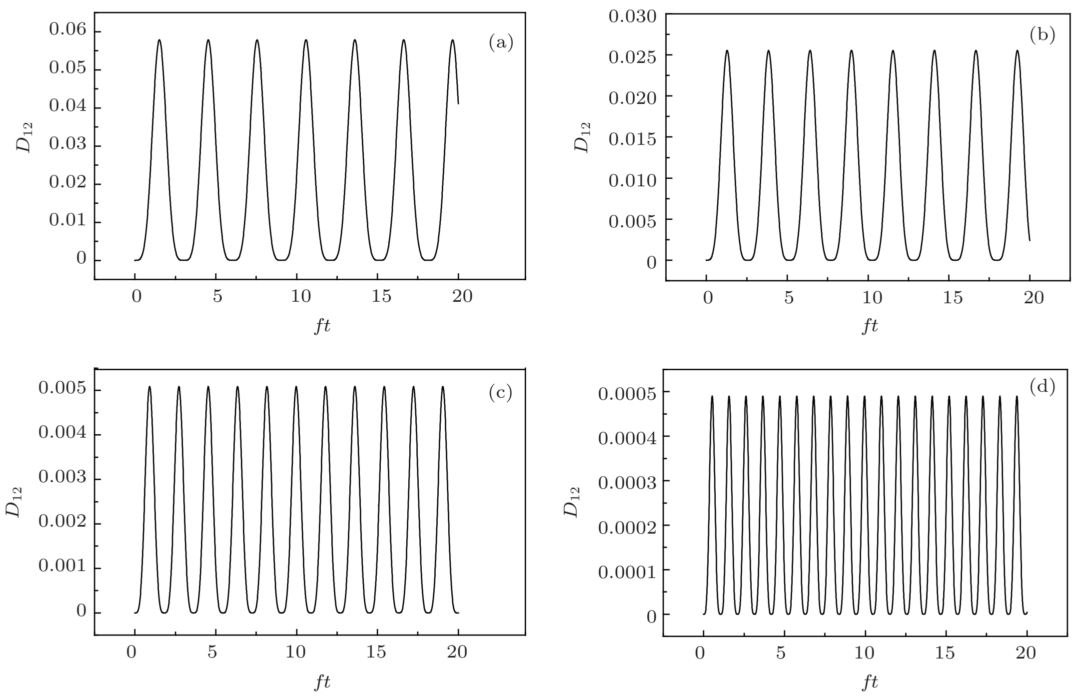

图 2 几何量子失协 D_{12} 随规范时间的演化 (a) $J = 0.2f$; (b) $J = 0.5f$; (c) $J = f$; (d) $J = 2.0f$

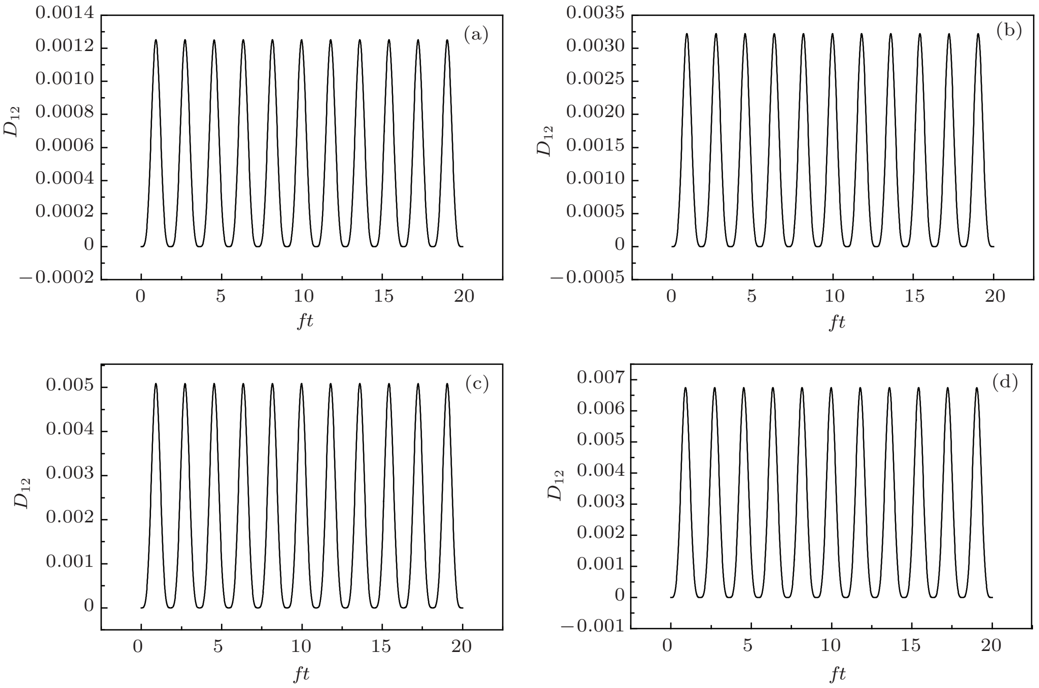

图3 不同弱相干场强度情况下 D_{12} 随规范时间的演化 (a) $|\alpha|^2 = 0.1$; (b) $|\alpha|^2 = 0.2$, (c) $|\alpha|^2 = 0.3$; (d) $|\alpha|^2 = 0.4$

峰值增大, 重心上移, 平均值增大. 这表明两原子间的关联增强. 这是因为系统初态处于0激发子和1激发子的叠加态. 处于0激发子时两原子没有纠缠, 而处于1激发子时原子间存在纠缠. 因此, 随弱相干场强度增强, 系统处于1激发子的概率增大, 两原子间关联增强.

3.2 腔场A与腔场B间的几何量子失协

利用(14)式, 对原子和光纤模的自由度求迹, 在以 $|11\rangle_{\mathrm{AB}}$, $|10\rangle_{\mathrm{AB}}$, $|01\rangle_{\mathrm{AB}}$, $|00\rangle_{\mathrm{AB}}$ 为基矢的子空间中, 描述腔A和腔B构成的体系的密度矩阵为

$$\rho_{\mathrm{AB}} = G^{-1}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & |C|^2 & |C|^2 & C \\ 0 & |C|^2 & |C|^2 & C \\ 0 & C^* & C^* & G-2|C|^2 \end{bmatrix}. \tag{22}$$

将(22)式代入(16)式, 计算得出

$$\begin{aligned} &a_1 = b_1 = 2G^{-1}C, \\ &a_2 = b_2 = 0, \\ &a_3 = b_3 = -G^{-1}(G-2|C|^2), \\ &T_{11} = T_{22} = 2G^{-1}|C|^2, \\ &T_{12} = T_{21} = T_{23} = T_{32} = 0, \\ &T_{13} = T_{31} = -2G^{-1}C, \\ &T_{33} = G^{-1}(G-4|C|^2). \end{aligned} \tag{23}$$

利用(23)式可得出

$$\|a\|^2 = G^{-2}[4C^2 + (G-2|C|^2)^2],$$

$$aa^{\mathrm{t}} = G^{-2}\begin{bmatrix} 4C^2 & 0 & -2C(G-2|C|^2) \\ 0 & 0 & 0 \\ -2C(G-2|C|^2) & 0 & (G^2-2|C|^2)^2 \end{bmatrix},$$

$$T = G^{-1}\begin{bmatrix} 2|C|^2 & 0 & -2C \\ 0 & 2|C|^2 & 0 \\ -2C & 0 & G-4|C|^2 \end{bmatrix},$$

$$TT^{\mathrm{t}} = G^{-2}\begin{bmatrix} 4|C|^4 + 4C^2 & 0 & -2C(G-2|C|^2) \\ 0 & 4|C|^4 & 0 \\ -2C(G-2|C|^2) & 0 & 4C^2 + (G-4|C|^2)^2 \end{bmatrix},$$

$$\|T\|^2 = G^{-2}[8|C|^4 + 8C^2 + (G-4|C|^2)^2],$$

$$K_{\mathrm{AB}} = aa^{\mathrm{t}} + TT^{\mathrm{t}} = G^{-2}\begin{bmatrix} 4|C|^4 + 8C^2 & 0 & -4C(G-2|C|^2) \\ 0 & 4|C|^4 & 0 \\ -4C(G-2|C|^2) & 0 & 4C^2 + (G-4|C|^2)^2 + (G-2|C|^2)^2 \end{bmatrix},$$

$$D_{\mathrm{AB}} = \frac{1}{4}\{G^{-2}[8|C|^4 + 12C^2 + (G-2|C|^2)^2 + (G-4|C|^2)^2] - k_{AB\,\max}\}, \tag{24}$$

式中 $k_{AB\,\max}$ 为矩阵 K_{AB} 的最大本征值, D_{AB} 表示两原子间的几何量子失协.

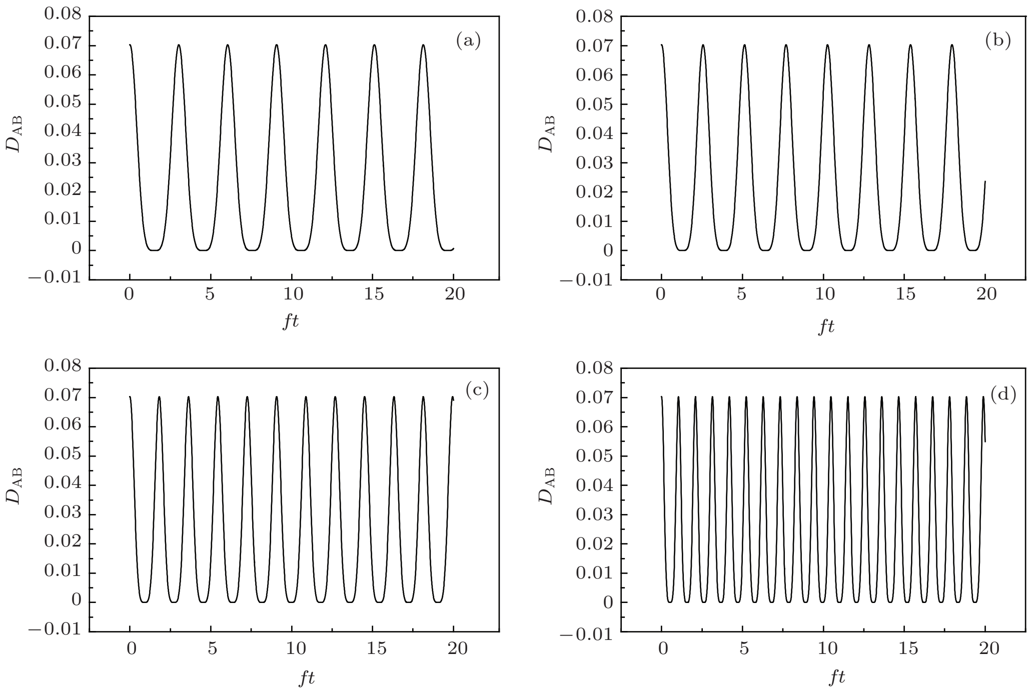

图 4 D_{AB} 随规范时间的演化 (a) $J=0.2f$; (b) $J=0.5f$; (c) $J=f$; (d) $J=2.0f$

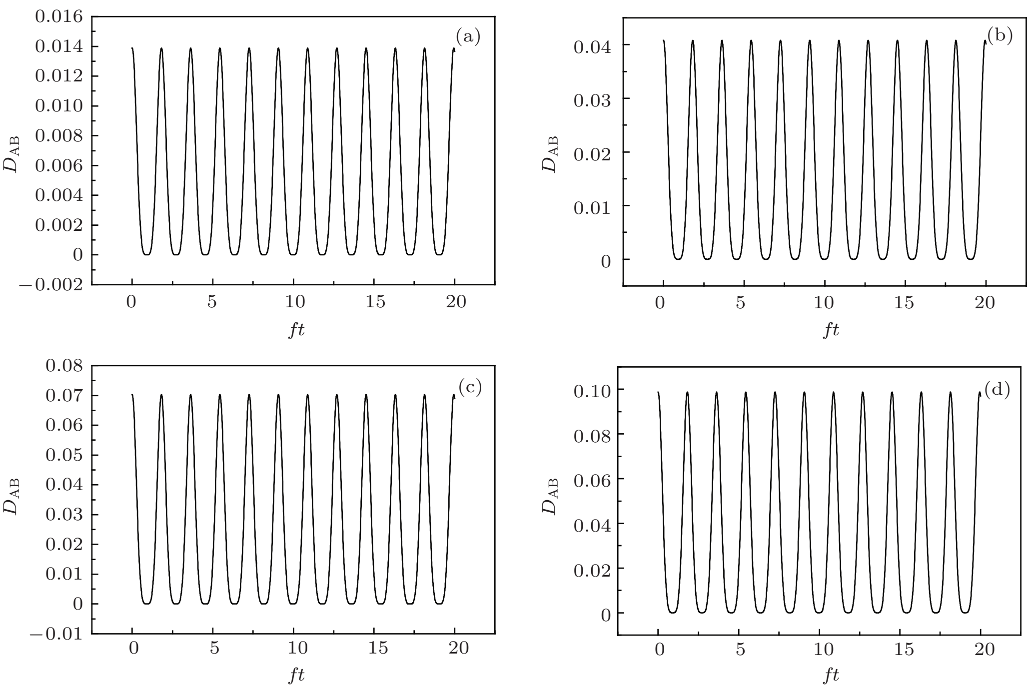

图 5 不同弱相干场强度情况下 D_{AB} 随规范时间的演化 (a) $|\alpha|^2=0.1$; (b) $|\alpha|^2=0.2$; (c) $|\alpha|^2=0.3$; (d) $|\alpha|^2=0.4$

利用(24)式, 同样取弱相干场强度$|\alpha|$=0.3, 腔场与光纤模间的耦合系数J分别取0.2f, 0.5f, f, 2f时, 两腔场间的几何量子失协$D_{\rm AB}$的演化曲线如图4所示. 从图4可见: 几何量子失协$D_{\rm AB}$的演化规律与D_{12}类似, 同样随时间作周期性振荡. 它的演化频率也随耦合系数J的增大而增大. 由(24)式可知$D_{\rm AB}$其演化规律由态展开系数C决定, 而展开系数C演化的角频率$\beta = \sqrt{f^2+2J^2}$随J的增大而增大. 因此, $D_{\rm AB}$的演化频率也随J的增大而增大.

为了讨论弱相干场强度变化对两腔场间GQD的影响, 同样取$J = f$, 对于弱相干场强度$|\alpha|^2$取给定的值0.1, 0.2, 0.3, 0.4时, 我们画出了$D_{\rm AB}$的演化曲线, 如图5所示. 从图5可知: $D_{\rm AB}$作周期性演化. 这是因为$D_{\rm AB}$的演化由展开系数C决定, 由(15)式可知C随规范时间作余弦函数演化, 因此$D_{\rm AB}$作周期性演化. 另一方面, 随弱相干场强度增强, 曲线峰值增大, 重心上移, 平均值增大. 例如, $|\alpha|^2 = 0.1$时, 平均值$\bar{D}_{\rm AB} = 0.00499$; $|\alpha|^2 = 0.2$时, $\bar{D}_{\rm AB} = 0.01426$; $|\alpha|^2 = 0.3$时, $\bar{D}_{\rm AB} = 0.02414$; $|\alpha|^2 = 0.4$时, $\bar{D}_{\rm AB} = 0.0335$. 这表明随弱相干场强度增强, 两腔场间的关联增强. 这同样是因为系统处于0激发子时两腔场间没有纠缠, 而处于1激发子时腔场间存在纠缠. 随弱相干场强度增强, 系统处于1激发子的概率增大, 因此两腔场间关联增强.

4 结　论

本文采用Dakic等提出的量子失协的几何度量方法, 即GQD (geometrical quantum discord), 来度量两个子系统间的量子关联. 给出了腔场处于弱相干态情况下原子-腔-光纤复合系统的态矢的演化规律. 计算了两原子间和两腔场间的几何量子失协, 给出了不同弱相干场强度, 以及不同腔场与光纤模间耦合系数情况下几何量子失协的演化曲线. 得到了以下结果: 1)两原子间和两腔场间的几何量子失协均随时间作周期性演化, 它们的演化频率均随腔场与光纤模间耦合系数增大而增大; 2)随弱相干场强度增强, 两原子间和两腔场间的量子失协均增大. 这表明随弱相干场强度增强, 两原子间和两腔场间的关联都增强.

参考文献

[1] Einstein A, Podolsky B, Rosen N 1935 *Phys. Rev.* **47** 777

[2] Guo L, Liang X T 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 50 (in Chinese) [郭亮, 梁先庭 2009 物理学报 **58** 50]

[3] Zuo Z C, Xia Y J 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2687 (in Chinese) [左战春, 夏云杰 2003 物理学报 **52** 2687]

[4] Lu D M 2013 *Acta Optica Sinica* **33** 0127001 (in Chinese) [卢道明 2013 光学学报 **33** 0127001]

[5] Wootters W K 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2245

[6] Wong A, Christensen N 2001 *Phys. Rev. A* **63** 044301

[7] Wu C, Fang M F 2010 *Chin. Phys.* **19** 020309

[8] Ollivier H, Zurek W H 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 017901

[9] Chen Q, Zhang C, Yu S, Yi X X, Oh C H 2011 *Phys. Rev. A* **84** 042313

[10] Qian Y, Xu J B 2012 *Chin. Phys. Lett.* **29** 040302

[11] Wang B, Xu Z Y, Chen Z Q, Feng M 2010 *Phys. Rev. A* **81** 014101

[12] Luo S L, Fu S S 2010 *Phys. Rev. A* **82** 034302

[13] He Z, Li L W 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 180301 (in Chinese) [贺志, 李龙武 2013 物理学报 **62** 180301]

[14] Jiang F J, Lu H J, Yan X H, Shi M J 2013 *Chin. Phys. B* **22** 040303

[15] Wang L C, Shen J, Yi X X 2011 *Chin. Phys. B* **20** 050306

[16] Sun Z Y, Li L, Yao K L, Du G H, Liu J W, Luo B, Li N, Li H N 2010 *Phys. Rev. A* **82** 032310

[17] Sarandy M S 2009 *Phys. Rev. A* **80** 022108

[18] Wang C, Chen Q H 2013 *Chin. Phys. B* **22** 040304

[19] Xu P, Wang D, Ye L 2013 *Chin. Phys. B* **22** 1000306

[20] Dakic B, Vedral V, Brukner C 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 190502

[21] Zhang B 2010 *Opt. Commun.* **283** 196

[22] Lu D M 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 090302 (in Chinese) [卢道明 2011 物理学报 **60** 090302]

[23] Yang Z B, Xia Y, Zheng S B 2010 *Opt. Commun.* **283** 3052

[24] Yin Z Q, Li F L 2007 *Phys. Rev. A* **75** 012324

[25] Peng P, Li F L 2007 *Phys. Rev. A.* **75** 062320

[26] Datta a, Shaji A, Caves C M 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 050502

[27] Lanyon B P, Barbreri M, Almeida M P, White A G 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 200501

[28] Groisman B, Popescu S, Winter A 2005 *Phys. Rev. A* **72** 032317

Quantum discord in the system of two atoms trapped in weak coherent state cavities connected by an optical fiber*

Lu Dao-Ming† Qiu Chang-Dong

(*College of Mechanic and Electronic Engineering, Wuyi University, Wuyishan 354300, China*)

(Received 9 January 2014; revised manuscript received 1 February 2014)

Abstract

Geometrical quantum discord (GQD) is an effective measure of quantum correlation in quantum systems. We study GQD dynamics in an atom-cavity-fiber system. GQD between atoms and that between cavities are investigated. The influences of coupling constant between cavity and fiber and the intensity of the cavity field on GQD are discussed. Results show that GQD between atoms and that between cavities all display periodical evolutions, and their evolution frequencies increase with increasing coupling constant between cavity and fiber. On the other hand, the GQD between atoms and that between cavities are all strengthened with increasing intensity of the cavity field.

Keywords: quantum optics, weak coherent field, atom-cavity-fiber compound system, quantum discord

PACS: 03.65.Ud, 42.50.Dv **DOI:** 10.7498/aps.63.110303

* Project supported by the Natural Science Foundation of Fujian Province, China (Grant No. 2011J01018), and the Department of Education of Fujian Provice (Grant No. JA12327).

† Corresponding author. E-mail: daominglu79@hotmail.com