物理学报 Acta Phys. Sin. Vol. 63, No. 13 (2014) 130503

基于Weiner模型超混沌lü 系统的自适应辨识*

赵益波† 张秀再 孙心宇

(南京信息工程大学, 江苏省气象探测与信息处理重点实验室, 南京 210044)

(2013 年 10 月 14 日收到; 2014 年 3 月 13 日收到修改稿)

为了能实时而有效地辨识参数不确定的超混沌 lü 系统, 以便于对该系统进行控制或跟踪, 本文提出了一种基于 Wiener 模型自适应分段线性 (PWL) 滤波器的超混沌系统辨识方法. Wiener 模型的线性部分采用了线性横向滤波器, 非线性部分用分段线性滤波器近似表示. 根据最小均方误差准则导出了滤波器参数更新算法, 并进一步推导出算法的收敛性条件. 计算机仿真证实了该自适应滤波器辨识超混沌系统的有效性. 该方法不仅克服了自适应线性滤波器难以辨识出这类强非线性系统, 而且比其他非线性自适应滤波器的计算复杂性低得多.

关键词: Wiener 模型, 自适应辨识, 超混沌系统, PWL 滤波器

PACS: 05.45.Jn, 05.45.Pq, 81.30.Vn **DOI:** 10.7498/aps.63.130503

1 引 言

Wiener, Hammerstein 模型都是非线性模块化模型, 在系统辨识和控制中起着重要作用[1−3]. Wiener 模型由动态线性模块级联无记忆静态非线性模块构成. 使用 Wiener 模型进行非线性系统辨识时, 只需要利用系统输入、输出测量数据, 而不一定要求确切知道系统的内部结构. 因此, 基于 Wiener 模型的非线性系统辨识方法是当前最佳的经验建模方法[4]. Wiener 模型进行系统辨识的复杂性在于近似系统非线性时所选择的静态函数, 当前主要使用的有多项式函数、Volterra 级数、分段线性函数等[5−7].

混沌系统, 特别是超混沌系统的控制与同步跟踪一直是人们研究的重点[8−15]. 但在实际系统中, 常常由于系统参数存在不确定性或系统动力学未能精确建模, 使得混沌系统输出控制和同步跟踪难以实现. 在这种情况下, 对系统进行辨识变得尤为重要[16−17]. 自适应滤波器能有效地辨识参数不确定系统[18,19]. 然而, 超混沌系统的强非线性导致线性自适应滤波器辨识该类系统时精确度不高, 误差过大. 使用多项式函数、Volterra 级数逼近强非线性系统时, 必须更多的近似项才能进行辨识, 导致计算复杂性增加. 有鉴于此, 本文提出基于非线性 Wiener 模型的自适应 PWL 滤波器辨识超混沌 lü 系统的方法. Wiener 模型中的动态线性模块采用的是线性横向滤波器, 而系统非线性通过 PWL 滤波器近似. 该滤波器在辨识强非线性系统时每个子区域内滤波器结构都是线性的, 所以计算代价小、易于实施. 基于最小均方误差准则, 我们导出了自适应 PWL 滤波器的混沌系统辨识权值更新算法, 基于 Lyapunov 定理推导了自适应滤波算法的收敛性条件. 最后通过仿真证实了该类自适应滤波器的有效性和精确性.

2 超混沌 lü 系统

由于超混沌系统至少有两个以上正 Lyapunov 指数, 所以它比一般的混沌系统更具有保密性和更强的非线性. 一类参数不确定超混沌 lü 系统的数学模型为[20]

∗ 江苏高校优势学科建设工程资助项目、南京信息工程大学科研基金 (批准号: 20110439)、优秀博士论文作者专项资金 (批准号: 27122) 和国家自然科学基金 (批准号: 51077057) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: yibozhaodn@163.com

$$\dot{x}=f_1(x)+f_2(x)\boldsymbol{\theta}=\begin{bmatrix}x_4\\-4x_1x_3\\4x_1^2\\0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-x_1+x_2&0&0&0\\0&x_2&0&0\\0&0&-x_3&0\\0&0&0&x_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a\\b\\c\\d\end{bmatrix},\quad y=\boldsymbol{C}x,\tag{1}$$

式中, $\boldsymbol{\theta}=[abcd]^{\mathrm{T}}$ 为不确定系统参数向量, y 为系统输出变量, $\boldsymbol{C}$ 为输出矩阵. 由于超混沌系统对参数的敏感性, 因此一旦系统参数存在不确定, 就会导致系统控制和跟踪很难实现. 超混沌 lü 系统是四阶自治混沌系统, 无外部输入变量, 为了能很好地辨识该系统, 我们将系统变形为如下的非线性仿射形式

$$\dot{x}=f_1(x)+f_2(x)\boldsymbol{\theta}=\begin{bmatrix}x_4-x_1\\-4x_1x_3\\4x_1^2\\0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-x_1+x_2&0&0&0\\0&x_2&0&0\\0&0&-x_3&0\\0&0&0&x_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a\\b\\c\\d\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\end{bmatrix}u,$$

$$u=g(y)=x_1,\tag{2}$$

式中, u 为输出反馈变量, 作为 Wiener 模型辨识系统的输入变量.

3 Wiener 模型自适应辨识

3.1 Wiener 模型 PWL 滤波器

图 1 为基于 Wiener 模型自适应滤波器辨识超混沌 lü 系统的原理结构图, 线性模块由一般的线性横向滤波器构成, 非线性模块用 PWL 滤波器近似. 根据输出误差同时调整线性滤波器和 PWL 滤波器权值. 图 1 中 $u(n)$, $y(n)$ 分别为参数不确定超混沌 lü 系统的输入、输出采样值, $u(n)$ 的表达式为 (2) 式中反馈输入, 即 $u(n)=x_1(n)$. $u(n)$ 及其延迟量作为 Wiener 系统的输入激励变量, M 阶 FIR 线性滤波器在 n 时刻的输出为

$$\begin{aligned}v(n)&=\sum_{i=0}^{M-1}w_i(n)u(n-i)\\&=\boldsymbol{w}(n)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}(n),\end{aligned}\tag{3}$$

式中, $\boldsymbol{w}(n)=[w_0(n),w_1(n)\cdots w_{M-1}(n)]^{\mathrm{T}}$ 为权系数向量,

$$\boldsymbol{u}(n)=[u(n),u(n-1),\cdots,u(n-M+1)]^{\mathrm{T}}$$

为抽头输入向量. 中间变量 $v(n)$ 可以没有任何物理意义. 将线性滤波器的输出作为 PWL 滤波器的输入, PWL 滤波器的输出作为非线性系统的估计输出值, 可表示为

$$\begin{aligned}\hat{y}(n)&=\hat{f}\,(v(n))\\&=c_0+\sum_{i=1}^{\sigma}c_i\Lambda_i(v(n)),\end{aligned}\tag{4}$$

其中, $\Lambda_i(\cdot)$, $i=1,2,\cdots,\sigma$ 为分段线性基函数, c_i 为 PWL 滤波器第 i 个线性子滤波器的权值系数, c_0 可认为是线性子滤波器 $\Lambda_0(\cdot)$ 的权值系数 ($\Lambda_0(\cdot)\equiv 1$). 该非线性 PWL 滤波器由 σ 个子线性滤波器组成, 自适应 PWL 滤波器结构如图 2 所示.

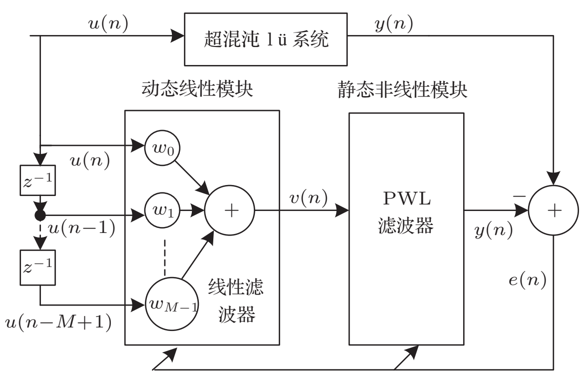

图 1 用于系统辨识的非线性滤波器

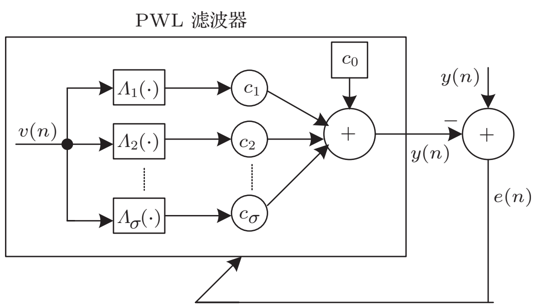

图 2 自适应 PWL 滤波器结构

3.2 滤波器权值更新算法

由上述自适应滤波器结构可知，滤波器权值的更新算法包括线性滤波器部分和分段线性部分滤波器权系数. 定义输出估计误差为 $e(n) = y(n) - \hat{y}(n)$. 用平方误差作均方误差估计值, 即性能指标函数选为 $J(e(n)) = e^2(n)/2$, 可导出滤波器权值更新律为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{w}(n+1) &= \boldsymbol{w}(n) + \Delta\boldsymbol{w}\\ &= \boldsymbol{w}(n) + \mu_{\mathrm{w}}\boldsymbol{\varphi}_1(n)e(n),\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{c}(n+1) &= \boldsymbol{c}(n) + \Delta\boldsymbol{c}\\ &= c(n) + \mu_{\mathrm{c}}\boldsymbol{\varphi}_2(n)e(n),\end{aligned} \tag{6}$$

其中,

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varphi}_1(n) =& -\frac{\partial e(n)}{\partial \boldsymbol{w}} = \frac{\partial \hat{y}}{\partial \boldsymbol{w}} = \frac{\partial \hat{y}(n)}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial \boldsymbol{w}}\\ =& \left(\boldsymbol{c}(n)^{\mathrm{T}}\frac{\partial \boldsymbol{\Lambda}}{\partial v}\right)\boldsymbol{u}(n),\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varphi}_2(n) =& -\frac{\partial e(n)}{\partial \boldsymbol{c}} = \frac{\partial \hat{y}}{\partial \boldsymbol{c}}\\ =& \boldsymbol{\Lambda}(v(n)),\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{c}(n) =& [c_1(n), c_2(n), \cdots, c_\sigma(n)]^{\mathrm{T}},\\ \boldsymbol{\Lambda}(\cdot) =& [\Lambda_1(\cdot), \Lambda_2(\cdot), \cdots, \Lambda_\sigma(\cdot)]^{\mathrm{T}},\end{aligned}$$

μ_{w}, μ_{c} 分别表示线性滤波器和PWL滤波器的迭代步长. 依据规范型分段线性函数表示 [21], 非线性滤波器取如下分段线性基函数 [22]

$$\begin{aligned}&\Lambda_i(v(n))\\ =& \begin{cases}\dfrac{v(n) - \beta_i + |v(n) - \beta_i|}{2}, & v \leqslant \beta_\sigma,\\[2mm] \dfrac{\beta_\sigma - \beta_i + |\beta_\sigma - \beta_i|}{2}, & v > \beta_\sigma.\end{cases}\end{aligned} \tag{9}$$

由 (9) 式可以推得

$$\left[\frac{\partial \boldsymbol{\Lambda}}{\partial v}\right]_i = \begin{cases}1 + \mathrm{sign}(v - \beta_i), & v \leqslant \beta_i,\\ 0, & v > \beta_i,\end{cases} \tag{10}$$

式中, sign(·) 为符号函数.

(5)—(10) 式所述过程即为基于Wiener模型自适应滤波器的权值更新算法. 由该算法可以看出在每个分割区域内, 自适应PWL滤波器都可简化为自适应线性滤波器, 此特性使得该自适应PWL滤波器易于实现, 权值更新算法更为简单, 计算复杂度远低于自适应非线性Volterra滤波器 [5]. 同时由于分段线性自适应滤波器是局部线性的, 从而解决了自适应多项式滤波器所使用的全局函数引起的非一致性误差问题.

3.3 收敛性分析

定义离散类型Lyapunov函数为

$$V(n) = e^2(n)/2. \tag{11}$$

Lyapunov函数变化量为

$$\begin{aligned}\Delta V(n) &= V(n+1) - V(n)\\ &= \left[e^2(n+1) - e^2(n)\right]/2\\ &= \Delta e(n)\left[e(n) + \Delta e(n)/2\right].\end{aligned} \tag{12}$$

代入表达式 $\Delta e(n) = \left[\dfrac{\partial e}{\partial \boldsymbol{h}}\right]^{\mathrm{T}}\Delta\boldsymbol{h}$ 及

$$\Delta\boldsymbol{h} = -\mu e(n)\frac{\partial e(n)}{\partial \boldsymbol{h}} = \mu e(n)\frac{\partial \hat{y}(n)}{\partial \boldsymbol{h}},$$

这里 $\boldsymbol{h}$ 表示权系数 $\boldsymbol{w}$ 或 $\boldsymbol{c}$, μ 表示 μ_{w} 或 μ_{c}, 则

$$\begin{aligned}\Delta V(n) =& \left[\frac{\partial e(n)}{\partial \boldsymbol{h}}\right]^{\mathrm{T}}\mu e(n)\frac{\partial \hat{y}(n)}{\partial \boldsymbol{h}}\Bigg[e(n)\\ &+ \frac{1}{2}\left[\frac{\partial e(n)}{\partial \boldsymbol{h}}\right]^{\mathrm{T}}\mu e(n)\frac{\partial \hat{y}(n)}{\partial \boldsymbol{h}}\Bigg]\\ =& -\mu e^2(n)\left\|\frac{\partial \hat{y}(n)}{\partial \boldsymbol{h}}\right\|^2\\ &+ \frac{1}{2}\mu^2 e^2(n)\left\|\frac{\partial \hat{y}(n)}{\partial \boldsymbol{h}}\right\|^4\\ =& -\frac{1}{2}\mu e^2(n)\left\|\frac{\partial \hat{y}(n)}{\partial \boldsymbol{h}}\right\|^2\\ &\times\left[2 - \mu\left\|\frac{\partial \hat{y}(n)}{\partial \boldsymbol{h}}\right\|^2\right],\end{aligned} \tag{13}$$

式中, $\|\bullet\|$ 为欧氏范数. 记

$$\beta_{\max} = \max\left(\left\|\frac{\partial \hat{y}(n)}{\partial \boldsymbol{h}}\right\|\right),$$

则只要迭代步长满足 $0 < \mu < 2/\beta_{\max}$, 收敛性就得到保证. 结合 (4), (9) 和 (10) 式, 下列两式成立:

$$\begin{aligned}\left\|\frac{\partial \hat{y}(n)}{\partial \boldsymbol{c}}\right\|^2 =& \left[\frac{\partial \hat{y}(n)}{\partial \boldsymbol{c}}\right]^{\mathrm{T}}\left[\frac{\partial \hat{y}(n)}{\partial \boldsymbol{c}}\right]\\ \leqslant& \sum_{i=1}^{\sigma}|\Lambda_i|^2 \leqslant \sum_{i=1}^{\sigma}(\beta_\sigma - \beta_i)^2,\end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}\left\|\frac{\partial \hat{y}}{\partial \boldsymbol{w}}\right\|^2 =& \left[\frac{\partial \hat{y}}{\partial \boldsymbol{w}}\right]^{\mathrm{T}}\frac{\partial \hat{y}}{\partial \boldsymbol{w}}\\ =& \left[\left(\boldsymbol{c}(n)^{\mathrm{T}}\frac{\partial \boldsymbol{\Lambda}}{\partial v}\right)\boldsymbol{u}(n)\right]^{\mathrm{T}}\\ &\times\left[\left(\boldsymbol{c}(n)^{\mathrm{T}}\frac{\partial \boldsymbol{\Lambda}}{\partial v}\right)\boldsymbol{u}(n)\right]\\ \leqslant& 2\lambda_{\max}\sum_{i=1}^{\sigma}c_i^2.\end{aligned} \tag{15}$$

代入上式, 可获得算法收敛时迭代步长的取值范围为

$$0 < \mu_{\mathrm{w}} < \left\{ \lambda_{\max} \sum_{i=1}^{\sigma} c_i^2 \right\}^{-1},$$
$$0 < \mu_{\mathrm{c}} < \left\{ \sum_{i=1}^{\sigma} (\beta_\sigma - \beta_i)^2 \right\}^{-1}, \tag{16}$$

其中, $\lambda_{\max}$ 为输入信号矢量 $\boldsymbol{u}(n)$ 构成的输入矩阵 $\boldsymbol{R}_u$ 的最大特征值.

4 仿真实验

采用四阶龙格-库塔法对超混沌lü 系统进行数值仿真, 不失一般性, 不确定系统参数取为 $a = 10, b = 5, c = 3, d = 0.5$. 系统是混沌的, 混沌吸引子如图3所示. 取采样周期为0.01 s, 得 x_2, x_3 的时域波形, 如图4所示.

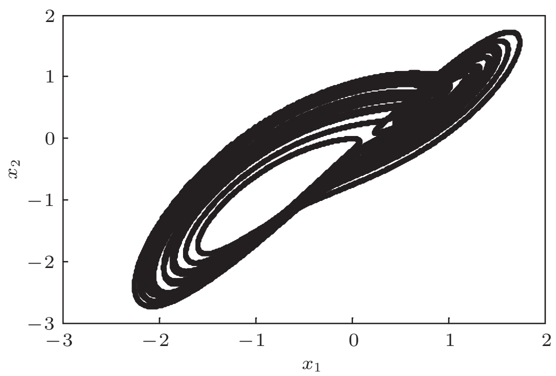

图3 超混沌lü 系统的混沌吸引子

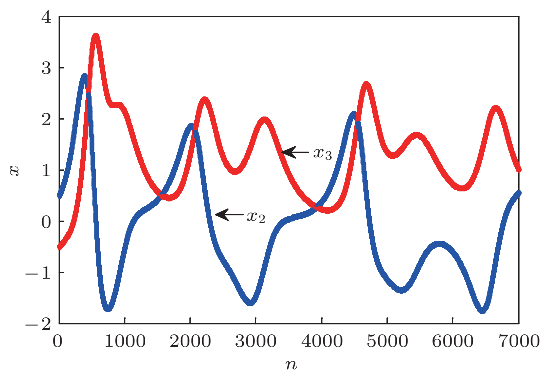

图4 采样后 x_2, x_3 的时域波形

依据图3所示混沌吸引子中输入变量 $u = x_1$ 的大致取值范围, 取PWL滤波器参数值 $\sigma_0 = -4$, $\sigma = 5$, 线性滤波器抽头个数为 $M = 3$, 步长 $u_{\mathrm{w}} = u_{\mathrm{c}} = 0.01$. 输出分别为 $y = x_2$, $y = x_3$ 时的跟踪情况如图5、图6所示. 图中点划线表示的曲线为实际超混沌lü 系统的输出, 虚线表示的曲线为Wiener模型辨识器的输出. 从图5和图6中能看出Wiener模型辨识器能很好地辨识超混沌lü 系统.

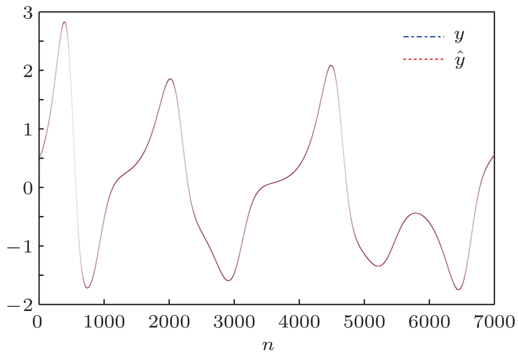

图5 输出为 $y = x_2$ 的辨识曲线

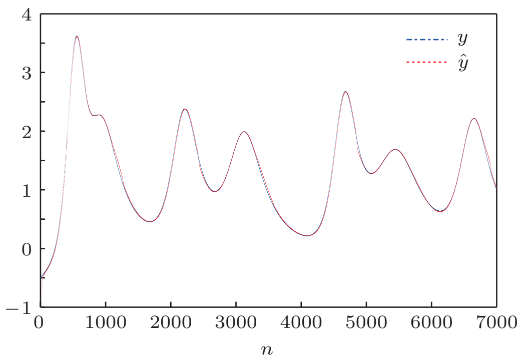

图6 输出为 $y = x_3$ 的辨识曲线

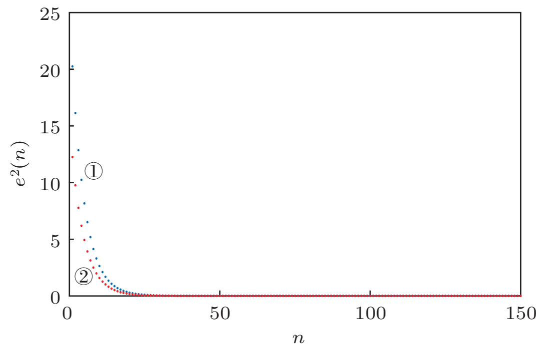

图7 误差平方收敛曲线

图7是误差平方 $e^2(n)$ 收敛曲线, 图中曲线①是Wiener模型跟踪输出 $y = x_2$ 的误差平方收敛曲线, 曲线②是Wiener模型跟踪输出 $y = x_3$ 的误差平方收敛曲线. 图7显示出辨识系统的辨识时收敛速度很快.

若去掉非线性PWL滤波器部分, 仅用自适

应线性横向滤波器来辨识超混沌lü 系统, 图8是$M = 15$时的辨识情况, 对比图5和图8, 若用线性自适应滤波器辨识这类强非线性系统, 效果很差. 继续增大M, 辨识系统可能出现大幅度振荡, 误差更大. 若去掉线性滤波器部分, 当参数个数增大到$\sigma = 30$个时才有良好的辨识效果. 使用本文给出的Wiener模型自适应滤波器进行辨识超混沌lü 系统这类强非线性系统, 整个滤波器权值参数个数只需8个, 这使得自适应滤波器相比与其他非线性滤波器, 复杂性更小.

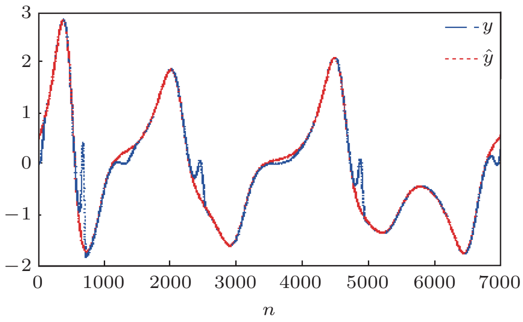

图8 线性滤波器$M = 15$时辨识$y = x_2$的输出跟踪情况

5 结 论

本文研究了基于非线性Wiener模型自适应PWL滤波器在超混沌lü 系统辨识中的应用. 该滤波器基于模块化的设计, 并采用了规范型的分段线性基函数, 使滤波器参数个数达到最少, 算法复杂性低, 易于实现. 仿真结果证实了该滤波器能很好地辨识非线性动态系统, 而且比自适应线性滤波器有着更快的收敛速度, 更高的辨识精度.

参考文献

[1] Wills A, Schön T B, Ljung L, Ninness B 2013 *Automatica* **49** 70

[2] Shafiee G, Arefi M M, Jahed-Motlagh M R, Jalali A A 2008 *Chem. Eng. J.* **143** 282

[3] Peng J Z, Dubay R 2011 *ISA Trans* **50** 588

[4] Silvina I B, José L F 2011 *Comput. Chem. Eng.* **35** 2867

[5] Zhao Z J, Zheng X H, Shen L 2010 *J. Circ. Syst.* **15** 11 (in Chinese) [赵知劲, 郑晓华, 沈雷 2010 电路与系统学报 **15** 11]

[6] Figueroa J L, Cousseau J E, Figueiredo R J P de 2004 *Circ. Syst. Signal. Proc.* **23** 365

[7] Liu X F, Yang X Q, Zheng N N 2012 *Neurocomputing* **79** 132

[8] Ma T D, Jiang W B, Fu J, Chai Y 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 160506 (in Chinese)[马铁东, 江伟波, 浮洁, 柴毅 2012 物理学报 **61** 160506]

[9] Huang L L, Qi X 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 080507 (in Chinese)[黄丽莲, 齐雪 2013 物理学报 **62** 080507]

[10] Yang J, Sun Q Y, Yang D S 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 200511 (in Chinese)[杨珺, 孙秋野, 杨东升 2012 物理学报 **61** 200511]

[11] Yang D S, Liu Z W, Zhao Y, Liu Z B 2012 *Chin. Phys. B* **21** 040503

[12] Xu Y H, Li B, Zhou W N, Fang J A 2012 *Nonlinear. Dynam.* **70** 289

[13] Luo R Z, Wang Y L 2012 *Chaos.* **22** 023109

[14] Li D, Deng L M, Du Y X, Yang Y 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 050502 (in Chinese)[李东, 邓良明, 杜永霞, 杨媛 2012 物理学报 **61** 050502]

[15] Zhang H L, Song L L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 190508 (in Chinese)[张宏立, 宋莉莉 2013 物理学报 **62** 190508]

[16] Zhu D R, Liu C X, Yan B N 2012 *Chin. Phys. B* **21** 090509

[17] Gu W D, Sun Z Y, Wu X M, Yu C B 2013 *Chin. Phys. B* **22** 090203

[18] Haykin S 2002 *Adaptive filter theory* (New York: Pearson Education)

[19] Zheng C D, Shan Q H, Zhang H G, Wang Z S 2013 *IEEE Trans. Neural. Networks. Learning. Syst.* **24** 800

[20] Chen A M, Junan Lu J N, Lü J H, Yu S M 2006 *Phys. A* **364** 103

[21] Chua L O, Deng A C 1988 *IEEE Trans. Circ. Syst.* **35** 101

[22] Julian P 1999 *High level canonical piecewise linear representation: Theory and applications.* (Ph. D. thesis in Systems Control, Universidad Nacional del Sur, UMI Dissertation Services)

物 理 学 报 Acta Phys. Sin. Vol. 63, No. 13 (2014) 130503

Adaptive identification for hyperchaotic lü system based on Weiner model*

Zhao Yi-Bo† Zhang Xiu-Zai Sun Xin-Yu

(*Jiangsu Key Laboratory of Meteorological Observation and Information Processing, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, China*)

(Received 14 October 2013; revised manuscript received 13 March 2014)

Abstract

In order to be able to identify the hyper-chaotic lü system with uncertain parameters effectively in real time, so that hyper-chaotic system control and synchronization tracking can be applied, this paper presents a system identification method for the hyper-chaotic system based on Wiener model. The linear part of the Wiener model consists of linear transversal filters, while the nonlinear part is represented approximately by piecewise linear filters. According to the minimum mean square error criterion, the filter parameter updated algorithm is derived, and the convergence condition is also obtained. Simulation results confirm the effectiveness of the adaptive filter for the identification of hyper-chaotic systems. The presented method not only overcomes the difficulty to identify a strongly nonlinear system only by adaptive linear filters, but also have a lower computational complexity compared with other non-linear adaptive filters.

Keywords: Wiener model, adaptive identification, hyper-chaotic system, PWL filter

PACS: 05.45.Jn, 05.45.Pq, 81.30.Vn **DOI:** 10.7498/aps.63.130503

* Project in part supported by a Fund by the Priority Academic Program Development of Jiangsu Higher Education Institutions, Nanjing University of Information Science Nanjing University of Information Science & Technology Research Foundation (Grant No. 20110439), the Outstanding Doctoral Dissertation Project of Special Funds (Grant No. 27122), and the National Natural Science Foundation of China, (Grant No. 51077057).

† Corresponding author. E-mail: yibozhaodn@163.com