

# 基于传递函数的频率选择表面集总参数研究\*

焦健<sup>1)2)</sup> 高劲松<sup>1)†</sup> 徐念喜<sup>1)</sup> 冯晓国<sup>1)</sup> 胡海翔<sup>1)2)</sup>

1) (中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 中国科学院光学系统先进制造技术重点实验室, 长春 130033)

2) (中国科学院大学, 北京 100049)

(2014年2月18日收到; 2014年3月21日收到修改稿)

等效电路法是分析主动FSS的主要方法, 获得FSS集总参数是等效电路法分析问题的关键. 本文在传统等效电路法基础上, 根据传输线理论构造传递函数. 依据等效阻抗与传输峰值之间的关系, 建立由集总参数构成的矩阵方程, 利用最小二乘法拟合得到等效集总参数, 并借助传递函数快速得到FSS频响特性曲线. 与全波分析法对比, 传递函数法的计算结果与数值计算结果吻合, 从而验证该方法的准确性和可靠性. 该方法不仅能够获取FSS结构集总参数, 还能够计算FSS结构的频响特性曲线, 为基于等效电路法分析主动FSS提供理论参考.

**关键词:** 频率选择表面, 主动频率选择表面, 传递函数, 集总参数

**PACS:** 73.61.-r, 73.90.+f

**DOI:** 10.7498/aps.63.137301

## 1 引言

频率选择表面 (frequency selective surface, FSS) 是一种由周期性排布的金属贴片单元或金属屏上周期性排布的孔径单元组成的二维周期结构, 它能够使电磁波在谐振频率处发生全反射或全透射, 具有带通或带阻滤波特性, 被广泛应用于空间滤波器和天线多频复用设计中<sup>[1-4]</sup>. 有源FSS或主动FSS (active frequency selective surface) 则是一种在FSS单元上加载电控集总元件的空间滤波结构, 具有通带开关或变频的滤波特性, 常用电控集总元件有PIN二极管和变容二极管, 主动FSS能够适应外部多变的电磁环境, 是国内外的研究热点<sup>[5-7]</sup>.

目前, 主动FSS分析方法主要包括数值分析方法和等效电路方法. 时域有限差分方法、周期矩量法等均属于数值分析方法, 该方法能够获得 $S$ 参量, 电场、磁场和电流分布, 但是计算精度越高, 计算所需的内存越大、时间越长, 这将导致主动FSS设计

的初期阶段周期较长<sup>[8]</sup>. 等效电路法则是通过分析FSS结构与入射电场振动方向的关系, 建立由电容、电感以及电阻串并联构成的等效电路结构. 在频率选择表面设计过程中, 等效电路法是一种快速计算频响特性的方法, 该方法有助于我们更好的理解、分析、优化FSS结构<sup>[9]</sup>. 文献<sup>[10, 11]</sup>利用等效电路表征FSS或超材料结构, 并分析、优化结构的电磁传输特性. 文献<sup>[12]</sup>提出一种新的等效电路法用于分析和设计基于频率选择表面的吸波材料. 获取FSS结构的等效电路参数也是学者们一直研究的问题<sup>[13]</sup>, 多数FSS结构具有对入射角度敏感的特点, 因此, 文献<sup>[14]</sup>在Anderson建立的等效电路模型基础上<sup>[15]</sup>, 通过添加修正项建立了倾斜角度入射时频率选择表面的等效电路模型, 以增强等效电路法在大角度入射时的适用性和稳定性. 为简化分析, 避免入射角度对FSS传输特性的影响, 本文选择互补屏频率选择表面 (complementary frequency selective surface, CFSS), 它是一种基于近距离电磁耦合机理实现路谐振的滤波结构, 对称

\* 长春光机所创新三期工程项目 (批准号: 093Y32J090) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: gaojs@ciomp.ac.cn

性良好的CFSS结构具有良好的入射角度稳定性和极化稳定性<sup>[16,17]</sup>.

本文提出了一种用于表征FSS结构的提取等效电路集总参数方法. 以一种加载变容二极管的CFSS结构为例, 阐述该方法获取等效电路集总参数的计算过程. 加载变容二极管的FSS具有通带连续调谐的传输特性, 并且当FSS结构一定时, 变容二极管的容值与通带峰值频点一一对应. 本文正是利用这种对应关系, 建立并求解由集总参数构成的矩阵方程, 提取FSS结构的等效电路集总参数. 首先, 建立FSS等效电路模型, 基于传输线理论构造FSS传递函数. 其次, 利用前述的对应关系建立并求齐次非线性解方程组. 最后, 得到FSS在不同电容值下的传输特性曲线. 计算结果表明, 该方法得到的FSS透过率与数值仿真结果符合, 因此本文提出的获取FSS集总参数并计算其透过率的方法具有准确性和可靠性, 为分析、优化主动FSS提供理论参考.

## 2 等效电路模型的建立

加载变容二极管的CFSS结构如图1所示, 其中白色区域为介质, 其他区域为金属, 该结构具有良好的对称性, 因此本文选取TE极化方向, 建立等效电路模型. 贴片阵列和孔径阵列分别加载在一层厚度为 $l$ , 相对介电常数为 $\epsilon$ 的薄介质两侧, 因此两互补阵列间存在电容耦合和电感耦合, 为简化分析, 电容耦合忽略不计, 只考虑电感耦合, 耦合系数为 $k$ . 图1(a)为加载变容二极管的贴片阵列, 变容二极管加载处的单元缝隙可等效为电容 $C_g$ , 它与变容二极管 $C_v$ 并联, 贴片阵列的金属区域本身可等效为电感 $L_p$ , 与缝隙电容 $C_g$ 串联. 图1(b)为孔径阵列, 可等效为电感 $L_s$ . 图2(a)为TE极化下CFSS的等效电路图, 其中 $Z_0 = 377 \Omega$ 为空气本征阻抗,  $Z_C = \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon}}$ 为介质本征阻抗,  $E$ 为电厚度.

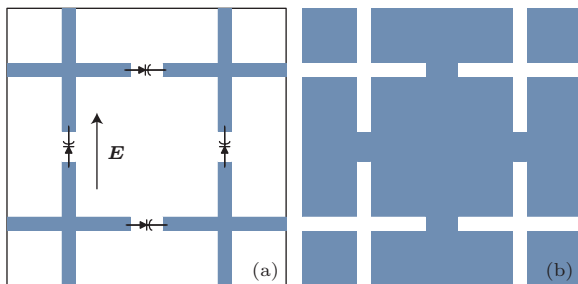


图1 CFSS周期单元结构 (a) 贴片阵列周期单元结构; (b) 孔径阵列周期单元结构

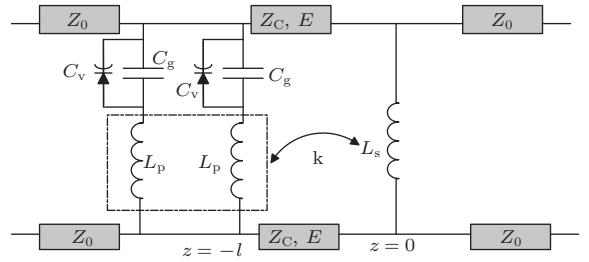


图2 CFSS结构等效电路模型

## 3 等效电路传递函数分析

根据电磁波在介质中传播的传输线理论, CFSS右侧为半无限大真空区域, 即本征阻抗为 $Z_0$ 的等效传输线无穷远,  $z = 0$ 处真空区域的输入阻抗等于真空介质的本征阻抗 $Z_0$ , 因此将图2所示的CFSS结构等效电路模型化简得到图3.

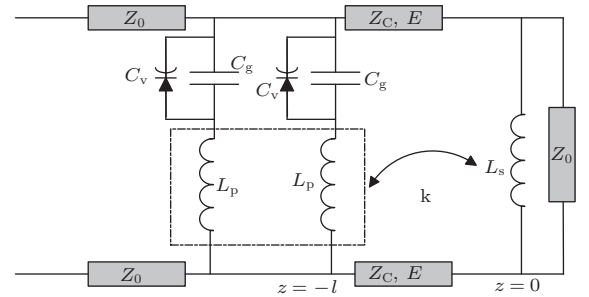


图3 简化后的CFSS结构等效电路模型

贴片阵列的等效阻抗为

$$Z_1(z = -l) = \frac{1}{2} \left( j\omega L_p + \frac{1}{j\omega C} \right). \quad (1)$$

孔径阵列的等效阻抗为

$$Z_2(z = 0) = j\omega L_s, \quad (2)$$

其中 $L_p = L'_p - M$ ,  $L_s = L'_s - M$ , 其中 $L_p$ ,  $L_s$ 是贴片阵列、孔径阵列的有效电感,  $L'_p$ ,  $L'_s$ 是相应的等效电感, 根据阻抗沿传输线的变换关系,

$$\begin{aligned} Z_{in} &= Z(z = -l) \\ &= Z_C \frac{Z_L + jZ_C \tan kl}{Z_C + jZ_L \tan kl}, \end{aligned} \quad (3)$$

得到

$$Z'(z = -l) = Z_C \frac{Z_2 + j \tan(kl) Z_C}{Z_C + j \tan(kl) Z_2}, \quad (4)$$

$$Z'_0(z = -l) = Z_C \frac{Z_0 + j \tan(kl) Z_C}{Z_C + j \tan(kl) Z_0}. \quad (5)$$

阻抗变换后的等效电路模型如图4所示.

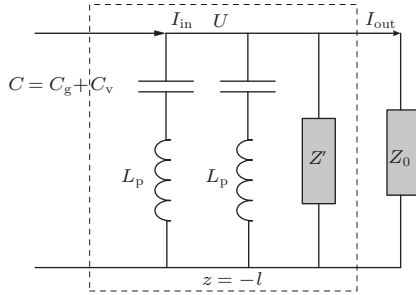


图4 阻抗变换后的CFSS结构等效电路模型

至此,得到  $z = -l$  处的导纳,即三个并联支路的导纳之和

$$Y = Y_1 + Y' + Y'_0, \quad (6)$$

其中,

$$Y_1 = \frac{1}{Z_1(z = -l)}, \quad Y' = \frac{1}{Z'(z = -l)},$$

$$Y'_0 = \frac{1}{Z'_0(z = -l)}. \quad (7)$$

根据电路原理,得到CFSS结构传递函数

$$\frac{I_{out}}{I_{in}} = \frac{Y'_0}{Y} = \frac{Y'_0}{Y_1 + Y' + Y'_0}, \quad (8)$$

因此,CFSS结构透过率

$$T = \frac{I_{out}}{I_{in}} \times \left( \frac{I_{out}}{I_{in}} \right)^*. \quad (9)$$

## 4 等效电路参数的提取

### 4.1 数值计算

在 CST Microwave Studio 中,选用频域求解器、设置周期边界条件分别计算图 1 所示周期单元传输特性曲线,结构参数如图 5 所示:  $D_x = D_y = 6 \text{ mm}$ ,  $w = 0.25 \text{ mm}$ ,  $\Delta = 0.3 \text{ mm}$ ,耦合介质的相对介电常数为  $\epsilon = 3$ ,厚度为  $l = 0.2 \text{ mm}$ . 图 1 所示

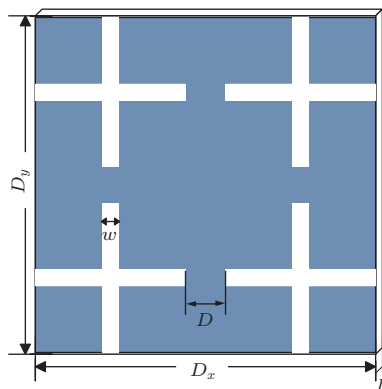


图5 CFSS周期单元结构参数

CFSS 结构缝隙处加载的变容二极管容值分别取  $C_v = 0 \text{ pF}$ ,  $0.5 \text{ pF}$ ,  $1.0 \text{ pF}$ , 全波数值计算得到的传输特性曲线如图 6 所示,随着变容二极管容值增加,该 CFSS 结构通带变窄,工作频点向低频漂移,变容二极管容值与通带峰值频点一一对应.

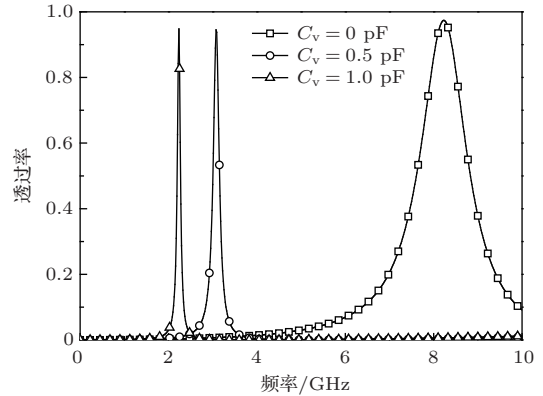


图6 数值分析方法获得的传输特性曲线

### 4.2 等效电路参数的提取及误差分析

如图 4 虚线框内,CFSS 结构的等效阻抗为

$$Z = \frac{Z' \times \frac{1}{2} Z_1}{Z' + \frac{1}{2} Z_1}. \quad (10)$$

由 (4) 和 (10) 式可知,  $Z$  均随  $C_v$  的变化而变化,即变容二极管电容值变化导致 CFSS 结构等效阻抗  $Z$  变化,阻抗  $Z$  的分母为零与 CFSS 结构通带的峰值频点  $f_{\text{peak}}$  相对应 [3,18,19],因此,容值、阻抗分母为零、峰值频点存在一一对应关系.同时,二极管容值的变化导致 CFSS 工作频点漂移,介质电长度  $E$  随之变化,表 1 列出了数值计算得到的不同电容值下 CFSS 工作频点和相应介质电长度.

表1 数值计算得到的不同  $C_v$  值下 CFSS 工作频点和相应电长度

$C_v/\text{pF}$	$f_{\text{peak}}/\text{GHz}$	$E/(\circ)$
0	8.235	3.42
0.5	3.075	1.28
1	2.235	0.93

本文选取表 1 中对应关系,根据等效阻抗与传输峰值的对应关系建立方程并整理成矩阵方程形式

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

显然, (11)式是一个以等效集总参数  $L_p, L_s, C_g$  为未知数的三元齐次非线性方程组. 其中, 系数矩阵中各元是变量  $c_g, L_p, L_s$  的函数,

$$A = \frac{1}{c_g \times (c_g + 0.5) \times (c_g + 1.0)},$$

$$B = L_p,$$

$$C = \{(217.67 - 3.0922 \times L_s) \times (217.67 - 0.4317 \times L_s)\}^{-1}.$$

$$\times (217.67 - 0.228 \times L_s)\}^{-1}.$$

利用最小二乘法求解, 并将所得等效集总参数及各方程均方列于表 2.

选取表 2 中第一行  $L_p = 1.33803$  nH,  $L_s = 1.401$  nH,  $C_g = 0.0793$  pF 代入 (9) 式, 得到  $C_v$  分别取 0 pF, 0.5 pF, 1.0 pF 时 CFSS 结构的透过率, 并将其与数值计算得到的透过率曲线对比, 如图 7 所示.

表 2 最小二乘法求解的等效集总参数及均方

$L_p/\text{nH}$	$L_s/\text{nH}$	$C_g/\text{pF}$	$\delta_1^2$	$\delta_2^2$	$\delta_3^2$	$\sum \delta_i^2$
1.33803	1.401	0.0793	$3.19 \times 10^{-5}$	0.075207	0.124301	0.19954
1.270552	1.449174	0.078314	0.463577	0.233043	0.031603	0.728224

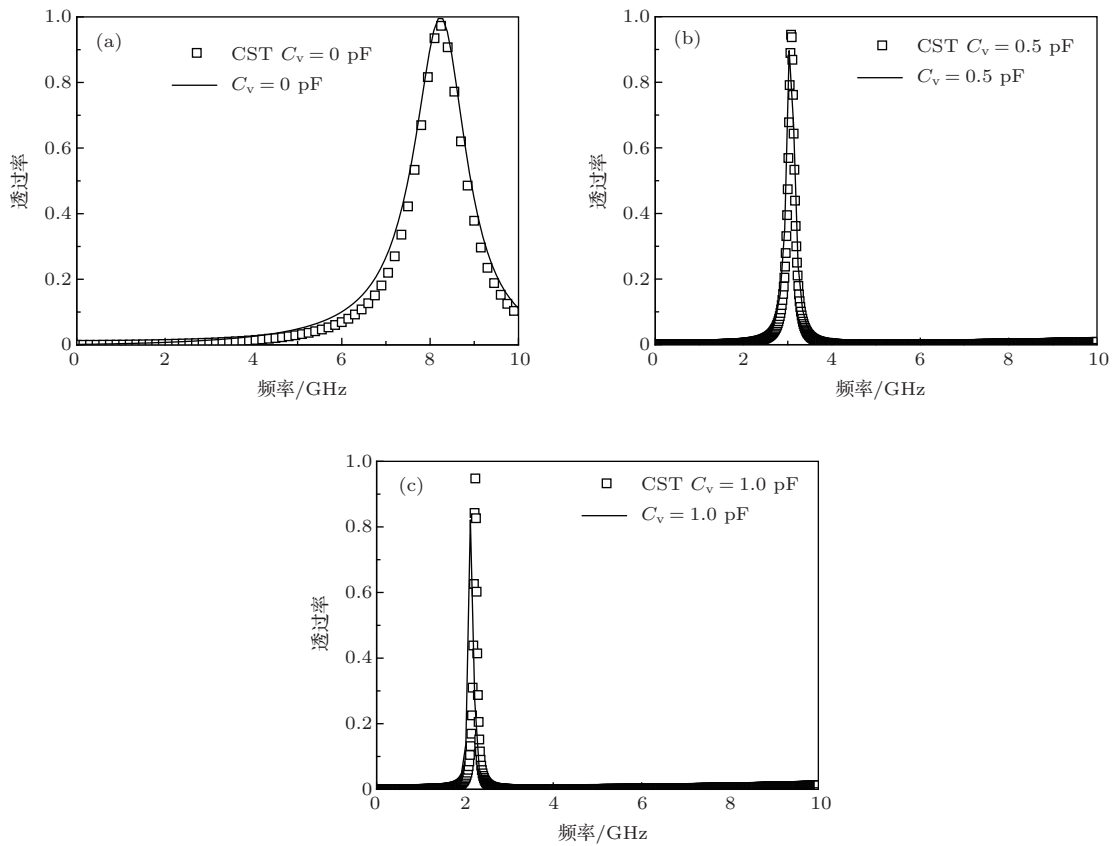


图 7  $C_v$  分别取 0 pF, 0.5 pF, 1.0 pF 时, 传递函数计算结果与 CST 数值计算结果对比

图 8 为  $C_v$  分别取 0 pF, 0.5 pF, 1.0 pF 时, 由 CFSS 传递函数计算的透过率相对于数值计算结果的误差. 由图 7、图 8 可知, 从中心频点位置、带宽、滤波曲线形状看, 传递函数计算结果与 CST 数值计算结果符合. 这表明, 本文提出的传递函数方法在计算和分析 FSS 结构上具有准确性和可靠性. 该方法不仅能够用于计算耦合型 FSS, 还可用于计

算谐振型 FSS. 需要说明的是, 该方法尚存在不足. 首先, 对于耦合性 FSS 结构, 无法获取其电感耦合系数  $K$ , 求得电感值为有效值, 即将耦合电感考虑在内的有效电感值  $L-M$ . 其次, 该方法对加载的电容值准确性要求较高, 因为, 电容值的准确程度直接影响矩阵方程的求解精度. 图 8 (c) 计算误差较大是因为电容较大时该 CFSS 结构滤波曲线带宽

过窄,即使中心频点发生很小漂移,也会使得同一频点处的透过率相差较大,而且当加载的电容值较大时,传递函数法计算得到的中心频点处透过率较低.

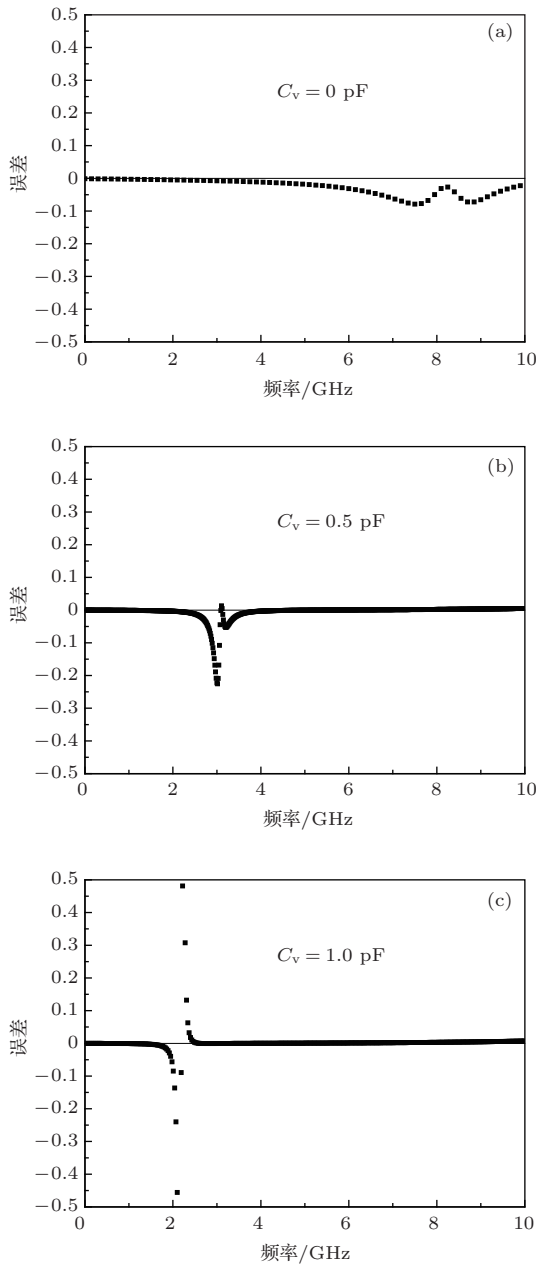


图8  $C_v$  分别取 0 pF, 0.5 pF, 1.0 pF 时的计算结果误差分析

### 5 方法验证

将本文提出的传递函数法应用于文献[19]的测试结果,提取等效电路集总参数并计算透过率得到中心频点,同时,进行CST仿真获得中心频点.图9(a)为该文献设计的加载变容二极管的FSS模型,其结构参数可参考文献[19],图9(b)

为依据FSS结构与入射电场关系得到等效电路模型.表3为文献[19]给出的测试数据,其加载的变容二极管型号为BB857.

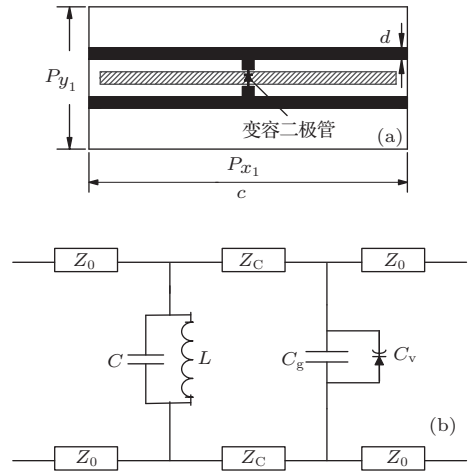


图9 FSS 结构及其等效电路结构

表3 测试数据 [19]

电压/V	频率/GHz	-10 dB 带宽/%	介入损耗/dB
5	1.31	15	6.4
10	1.72	24	3.3
15	1.97	27	2.8
20	2.10	35	2.1
28	2.22	43	2.0

表4 测试、CST 计算结果与传递函数法计算结果对比

电压 /V[19]	中心频点 /GHz (测试)[19]	电容值 /pF	中心频点 /GHz (CST)	中心频点 /GHz (计算)
5	1.31	2.5	1.42	1.567
10	1.72	1	2.08	1.861
28	2.22	0.5	2.198	2.053

表4为文献[19]测试结果, CST仿真计算结果与传递函数法计算结果的对比,其中电容值为依据器件BB857参数表估读的数据.依据前述传递函数法计算,得到的集总元件参数分别为  $L = 1.8813$  nH,  $C = 1.6825$  pF,  $C_g = 1.1053$  pF,并将计算求得中心频点列于表4最后一列,计算结果与测试结果基本符合,符合传递函数法预期结论.

通过分析,针对测试数据的计算误差主要来源于电容.一方面,计算中采用的电容值为估读值,而在本文提出的方法对加载的电容值准确性要求较高,因为其准确性直接影响后续求解方程组的准



确性. 另一方面, 实际测试中二极管的电容值较器件参数中的数值略有差异, 变化量则取决于实际使用频率与器件工作频率的相关性.

## 6 结 论

本文依据FSS结构与入射电场振动方向的关系, 建立FSS等效电路模型, 基于传输线理论和电路原理构造FSS传递函数, 根据变容二极管容值与传输峰值的一一对应关系, 即等效阻抗与传输峰值频点的一一对应关系, 构造矩阵方程, 利用最小二乘法求解, 拟合得到FSS结构的等效集总参数并得到其频响特性曲线. 计算结果表明, 传递函数法得到的透过率与数值分析结果符合. 因此, 本问提出的用于表征FSS的等效电路参数提取方法具有准确性和可靠性, 为分析主动FSS提供了简便、可靠的分析方法.

## 参考文献

- [1] Tang G M, Miao J G, Dong J M 2012 *Chin. Phys. B* **21** 128401
- [2] Wang X Z, Gao J S, Xu N X, Liu H 2014 *Chin. Phys. B* **23** 047303
- [3] Moallem M, Sarabandi K 2012 *IEEE Trans. Terahertz Science Tech.* **2** 333
- [4] Xu N X, Feng X G, Wang Y S, Chen X, Gao J S 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 114102 (in Chinese)[徐念喜, 冯晓国, 王岩松, 陈新, 高劲松 2011 物理学报 **60** 114102]
- [5] Sanz-Izquierdo B, Parker E A, Batchelor J C 2011 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **59** 2728
- [6] Jia H Y, Feng X G, Sheng C X 2012 *Chin. Phys. B* **21** 054102
- [7] Lin B Q, Qu S B, Tong C M, Zhou H, Zhang H Y, and L W 2013 *Chin. Phys. B* **22** 094103
- [8] Munk B A 2000 *Frequency Selective Surface: theory and design* (1st Ed.) (New York: Wiley)
- [9] Divrpvla R, Vazquez J, Parini C, Moore D 2006 *IEE Proc. Microwaves Antenn. Propag.* **153** 213
- [10] Shamonin M, Shamonina E, Kalinin V, Solymar L 2004 *J. Appl. Phys.* **95** 3778
- [11] Aznar F, Gil M, Bonache J, Jelinek L, Baena J D, Marques R, Martin F 2008 *J. Appl. Phys.* **104** 114501
- [12] Liu L G Wu W W Mo J J Fu Y Q Yuan N C 2013 *Chin. Phys. B* **22** 047802
- [13] Hokmabadi M P, Wilbert D S, Kung P, Kim S M 2013 *Opt. Express* **21** 16455
- [14] Lee C K, Langley R J 1985 *Proc. Inst. Elect. Eng. & mdash, Microwaves, Opt. Antennas* **132** 395
- [15] Anderson 1975 *Bell Syst. Tech. J.* **54** 1725
- [16] Jiao J, Xu N X, Feng X G, Liang F C, Zhao J L, Gao J S 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 167306 (in Chinese) [焦健, 徐念喜, 冯晓国, 梁凤超, 赵晶丽, 高劲松 2013 物理学报 **62** 167306]
- [17] Jiao J, Gao J S, Xu N X, Chen X 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 197303 (in Chinese)[焦健, 高劲松, 徐念喜, 陈新 2013 物理学报 **62** 197303]
- [18] Hu X D, Zhou X L, Wu L S, Zhou L, Yin W Y 2009 *IEEE Antennas and Wireless Propag. Lett.* **8** 1374
- [19] Sanz-Izquierdo B, Paker E A, Robertson J B, Batchelor J C 2009 *Electron. Lett.* **45** 1107

# Study on the lumped parameters of FSS in terms of the transfer function\*

Jiao Jian<sup>1)2)</sup> Gao Jin-Song<sup>1)†</sup> Xu Nian-Xi<sup>1)</sup> Feng Xiao-Guo<sup>1)</sup> Hu Hai-Xiang<sup>1)2)</sup>

1) (Key Laboratory of Optical System Advanced Manufacturing Technology, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

2) (University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

( Received 18 February 2014; revised manuscript received 21 March 2014 )

## Abstract

Equivalent circuit method is a principal one to analyze the active frequency selective surface (FSS). Extracting its lumped parameters is the key to the equivalent circuit method. We have constructed the transfer function based on the traditional equivalent circuit method and the transmission line theory. A matrix equation composed of lumped parameters is set up utilizing the relationship between the equivalent impedance and transmission peak. The equivalent lumped parameters are solved by the least square method, and the FSS frequency response curves are obtained from the transfer function. Compared with the full wave analysis method, the calculated results are in good agreement with that of simulation. Such results verify the accuracy and reliability of the method presented in this paper, and provide a theoretical reference to active FSS analysis using the equivalent circuit method.

**Keywords:** frequency selective surface, active frequency selective surface, transfer function, lumped parameters

**PACS:** 73.61.-r, 73.90.+f

**DOI:** 10.7498/aps.63.137301

---

\* Project supported by CIOMP the third innovation (Grant No. 093Y32J090).

† Corresponding author. E-mail: [gaojs@ciomp.ac.cn](mailto:gaojs@ciomp.ac.cn)