

# 复杂网络中带有应急恢复机理的级联动力学分析\*

李钊<sup>†</sup> 郭燕慧 徐国爱 胡正名

(北京邮电大学信息安全中心; 北京邮电大学灾备技术国家工程实验室, 北京 100876)

(2014年1月2日收到; 2014年4月9日收到修改稿)

提出带有应急恢复机理的网络级联故障模型, 研究模型在最近邻耦合网络, Erdos-Renyi 随机网络, Watts-Strogatz 小世界网络和 Barabasi-Albert 无标度网络四种网络拓扑下的网络级联动力学行为. 给出了应急恢复机理和网络效率的定义, 并研究了模型中各参数对网络效率和网络节点故障率在级联故障过程中变化情况的影响. 结果表明, 模型中应急恢复概率的增大减缓了网络效率的降低速度和节点故障率的增长速度, 并且提高了网络的恢复能力. 而且网络中节点负载容量越大, 网络效率降低速度和节点故障率的增长速度越慢. 同时, 随着节点过载故障概率的减小, 网络效率的降低速度和节点故障率的增长速度也逐渐减缓. 此外, 对不同网络拓扑中网络效率和网络节点故障率在级联故障过程中的变化情况进行分析, 结果发现网络拓扑节点度分布的异质化程度的增大, 提高了级联故障所导致的网络效率的降低速度和网络节点故障率的增长速度. 以上结果分析了复杂网络中带有应急恢复机理的网络级联动力学行为, 为实际网络中级联故障现象的控制和防范提供了参考.

**关键词:** 级联动力学, 复杂网络, 应急恢复机理, 级联故障

**PACS:** 89.75.Hc, 89.75.-k, 89.75.Fb

**DOI:** 10.7498/aps.63.158901

## 1 引言

级联故障现象在大多数实际网络中是普遍存在的. 这些实际网络是人们生活中的基本组成部分, 包括电网、Internet、交通网和复杂信息系统网络等. 在这些网络中被触发的级联故障会引起大规模的雪崩效应, 甚至导致整个网络的崩溃. 例如在电网中输电线路故障、发电站故障和断路器故障往往会引起大规模的停电事故; 在 Internet 中对一些关键的路由器进行攻击导致其过载, 会使得正常数据包的路由路径改变, 造成网络中其他的路由器接连过载, 从而导致 Internet 上的大规模数据拥塞. 因此近年来复杂网络中的级联故障现象受到了很大的关注, 网络级联动力学已经成为一个研究的焦点<sup>[1]</sup>.

学术界已经对级联故障的一些重要方面进行

了研究, 研究内容主要包括级联故障模型<sup>[2-9]</sup>、蓄意攻击所引起的级联故障<sup>[10-14]</sup>、级联故障的规模<sup>[15-17]</sup>、级联故障的控制和防御措施<sup>[18-21]</sup>等. Wang 等<sup>[17]</sup>采用了一种新的方法来表示边的初始负载, 将边的初始负载表示为该边两个端点度数乘积的指数函数, 并讨论了加权网络在抵御级联故障时的鲁棒性. Sun 等<sup>[20]</sup>根据节点负载和介数之间的关系建立了无标度网络中抵抗级联故障的有效性函数, 并提出了一种新的负载定义. 在以上的研究中, 节点或边的负载都是按照其度数或介数来进行定义的, Wang 等<sup>[1,22]</sup>在文献<sup>[1]</sup>中根据节点及其相邻节点的度数定义了节点的负载, 并在其模型中引入了过载节点的故障概率. 文献<sup>[1]</sup>中的级联故障模型可以有效降低依据介数来定义负载的复杂性, 同时也改进了依据度数来定义负载的局限性. 该模型中引入的节点过载故障概率也考虑到了现实生活中的这一现象: 在大多数实际网络中,

\* 国家自然科学基金(批准号: 60970135, 61170282)、高等学校博士学科点专项科研基金(批准号: 20120005110017)、国家教育部优秀青年教师基金(批准号: 2013RC0312)和国家科技支撑计划(批准号: 2012BAH06B02)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: lizhaoabc@gmail.com

不是所有网络节点过载后都会被立即从网络中移除,而是会通过一些措施使得部分过载节点的功能得到一定的恢复.但是该模型没有对网络效率进行定义,不能反映出整个网络效率在级联故障过程中的变化情况.在网络效率方面,Latora等<sup>[23]</sup>提出了一种基于节点之间最短路径长度的网络效率定义,目前针对网络效率的研究中大多都会采用此定义<sup>[24-27]</sup>.Tian等<sup>[28]</sup>将该定义推广至加权网络,研究了权重分布对加权网络效率的影响.但是此类网络效率定义无法反映出节点的效率变化对整个网络效率的影响.此外,实际网络中往往具有应急恢复机理,使得发生故障的节点或边可以在一定条件下恢复正常状态,例如电网中的输电线路或者断路器等发生故障后,会有工作组对其进行抢修,使得节点或边在发生故障后的每个时刻都有一定概率能够恢复正常.Wang等<sup>[29]</sup>通过加入延迟时间的概念建立了新的网络效率评估函数,分析了Internet的恢复机理.但是该模型中基于固定时间的恢复机理仅适用于Internet,在其他实际网络中的应用具有一定的局限性.

本文提出了复杂网络中带有应急恢复机理的网络级联故障模型,并对复杂网络中基于级联故障的网络级联动力学行为进行了分析.本文提出的网络级联故障模型引入了节点过载故障概率,模拟了实际网络中由于采用特殊的监控和有效的措施使得部分过载节点的功能得到一定恢复的现象.并且模型在文献<sup>[1]</sup>中级联故障模型的基础上增加了基于恢复概率的应急恢复机理,有效的反映了实际网络中节点在发生故障后的每个时刻都有一定概率能够被修复从而恢复正常的现象;同时本文建立的模型中添加了可以描述整个网络效率变化情况的元素,提出了基于节点效率的全网络效率定义,能够反映出网络节点效率变化对全网络效率的影响,可以表示出整个网络的效率在级联故障过程中的变化情况.现实生活中的实际网络具有各自的网络特性,同时也具有不同的网络结构:美国高速公路网可近似看作一个随机网络<sup>[30]</sup>;美国航空网则是一个无标度网络<sup>[30]</sup>;当Internet规模较小时,一般使用随机网络来对其进行研究<sup>[31]</sup>,但是随着Internet规模的扩展,会逐渐显示出富人俱乐部特性和度分布的幂律分布特性,成为无标度网络<sup>[31]</sup>;电网具有明显的小世界特性,但其节点度分布为指数分布,不具有幂律特性,是一个小世界网络<sup>[31]</sup>.为了全面分析各种实际网络中的级联动力学行为,本文将提出的网络级联

故障模型用于分析研究最近邻耦合网络(nearest-neighbor coupled network, NC),Erdos-Renyi (ER)随机网络<sup>[32]</sup>,Watts-Strogatz (WS)小世界网络<sup>[33]</sup>和Barabasi-Albert (BA)无标度网络<sup>[34]</sup>等多种网络拓扑下的级联故障现象,研究结果显示了网络中的节点故障率和模型中各参数之间的关系,同时也反映了整个网络效率在级联故障过程中的变化情况.通过对不同网络拓扑下的网络级联动力学行为进行研究,本文也分析了网络度分布的异质化程度对级联故障的速度及整个网络效率变化之间的影响.本文的研究成果对实际网络中级联故障现象的控制和防范具有参考价值和指导意义.

## 2 网络级联故障模型

本文建立了带有应急恢复机理并引入节点过载故障概率的网络级联故障模型.模型将一个复杂网络表示为一个具有 $N$ 个节点和 $K$ 条边的加权无向图 $G$ .图 $G$ 用一个 $N \times N$ 的邻接矩阵 $\{a_{ij}\}$ 来表示.若节点 $i$ 和节点 $j$ 之间有边连接,那么 $a_{ij} = 1$ ;否则 $a_{ij} = 0$ .模型用一个 $N \times 1$ 的效率矩阵 $\{e_i\}$ 来表示各节点的效率状态,元素 $e_i$ 为每个节点的权值,代表该节点的效率状态, $e_i$ 取值范围为 $[0, 1]$ :1代表节点正常工作,0代表节点故障,其他值代表节点过载效率降低, $e_i$ 值越小节点效率越低.在时刻 $t = 0$ ,初始化所有节点的效率 $e_i = 1$ ,代表初始的时候所有节点都可以正常有效的工作.

实际网络中的应急恢复机理表现为:当网络节点发生故障后对该节点进行抢修和恢复,使得该节点在发生故障后的每个时刻都有一定概率能够恢复正常.因此模型中的应急处理机理规则定义为:若节点 $i$ 在时刻 $t$ 的效率状态 $e_i(t) = 0$ ,那么在下一时刻(时刻 $t+1$ )该节点的效率状态以概率 $\rho$ 恢复正常 $e_i(t+1) = 1$ ,代表由于采取了应急处理机理,节点 $i$ 在下一时刻恢复正常状态.应急处理机理的状态转换规则如下所示:

$$e_i(t+1) = \begin{cases} \overline{e_i(t)}, & g > 0, \\ e_i(t), & g \leq 0, \end{cases} \quad (e_i(t) = 0), \quad (1)$$

其中上横线表示取反操作; $g$ 为状态转换判断函数,具体定义如下:

$$g = \rho - r. \quad (2)$$

(2)式用来判断在时刻 $t$ 处于故障状态的节点 $i$ ,经过一个离散时间后状态是否改变.模型中一个

故障节点以概率  $\rho$  恢复正常, (2) 式中的  $r$  为  $(0, 1)$  之间的随机数, 用来与时刻  $t$  处于故障状态的节点  $i$  在下一时刻恢复正常的概率  $\rho$  进行比较, 判断节点  $i$  是否会恢复正常: 若  $\rho$  大于  $r$ , 即 (2) 式中  $g > 0$ , 则节点  $i$  恢复正常, 状态改变,  $e_i(t+1) = \overline{e_i(t)}$ ; 反之若  $\rho$  小于等于  $r$ , 即 (2) 式中  $g \leq 0$ , 则节点  $i$  没有恢复正常, 保持故障状态,  $e_i(t+1) = e_i(t)$ .

本文建立的模型中也增加了可以反映整个网络效率情况的元素, 模型中用  $E(G)$  来表示整个网络的效率状况,  $E(G)$  的计算基于网络中各节点的效率状态. 全网络效率  $E(G)$  的定义及计算方法如下所示:

$$E(G) = \sum_{i \in N} e_i. \quad (3)$$

(3) 式中网络效率的计算方法弥补了文献 [23] 中提出的效率定义无法反映网络节点效率变化的不足, 通过基于网络中各节点的效率状态来计算全网络的效率, 能够反映出网络节点效率变化对全网络效率的影响. 参数  $E = E(G)_t / E(G)_0$  用来衡量网络  $G$  在某特定时刻  $t$  整个网络效率相对于网络初始效率变化的情况, 可以准确的表示出整个网络的效率在级联故障过程中的变化情况.

类似于文献 [1], 本文提出的网络级联故障模型根据节点的度数及其相邻节点的度数来定义该节点的初始负载, 并在文献 [1] 的基础上做出了一些改进. 如图 1 [1] 所示, 将节点  $i$  的初始负载  $L_i$  定义为

$$L_i = \left( k_i \left( \sum_{m \in \Gamma_i} (k_m - 1) \right) \right)^\alpha, \quad (4)$$

其中  $k_i$  代表节点  $i$  的度数;  $\Gamma_i$  表示节点  $i$  相邻节点的集合;  $\alpha$  是一个可调整的参数, 通过调整  $\alpha$  可以调整节点负载的强度.

模型中定义了故障节点负载重分配的规则. 节点  $i$  发生故障后, 其负载  $L_i$  重新分配到相邻的各个节点上. 假设节点  $j$  为节点  $i$  的一个相邻节点, 那么节点  $j$  上所分配到的负载为

$$\begin{aligned} \Delta L_j &= L_i \Pi_j \\ &= \frac{L_i \left( k_j \left( \sum_{n \in \Gamma_j} (k_n - 1) \right) \right)^\alpha}{\sum_{m \in \Gamma_i} \left( \left( k_m \left( \sum_{h \in \Gamma_m} (k_h - 1) \right) \right)^\alpha \right)}, \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $\Pi_j$  为节点  $j$  所分配到的原节点  $i$  的负载的比例.

现实生活中, 网络节点的负载容量通常受到开销的限制, 因此可以假设网络中节点的负载容量是与初始负载成正比的:

$$C_i = (1 + \beta) L_i, \quad i \in N, \quad (6)$$

其中  $\beta$  为可调整的容差参数.

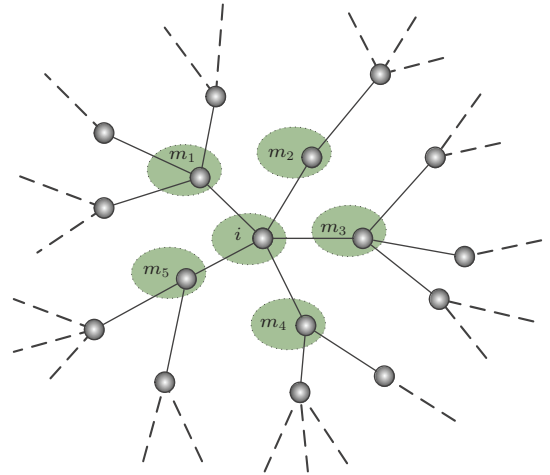


图 1 节点  $i$  的初始负载. 节点  $i$  以及其相邻节点  $m_1, m_2, m_3, m_4, m_5$  的度数越大, 节点  $i$  的初始负载越大 [1]

模型中节点的状态分为正常状态、过载状态和故障状态. 在实际网络中, 并不是所有的节点在其负载超出负载容量的时候就会立刻发生故障并从网络中移除, 而是由于采取了一些有效的措施, 使得该节点能够以过载状态继续在网络中工作, 同时其效率也会相应的降低. 例如在交通网中, 一旦检测到某路口出现交通堵塞, 便立即会采取一些有效的措施来缓解路口的拥堵, 使得该路口的交通状况得到一定的恢复; 类似的在 Internet 中, 若检测到一些关键节点的数据量过载, 便会通过一些措施来减少这些节点上的数据量, 使得节点依然能够处理一部分数据. 本文的模型参照文献 [1] 引入节点过载故障概率这一概念, 提出了相应的节点故障机理. 在现实生活中, 过载节点故障的概率通常与该节点的负载容量和初始负载有着紧密联系, 因此模型中使用参数  $P(L(i))$  来表示节点  $i$  在负载为  $L(i)$  时的故障概率, 并用参数  $\gamma$  来调整节点过载故障概率的大小.

如图 2 [1] 所示, 节点  $i$  的故障概率  $P(L(i))$  在  $L(i) < C_i$  时为 0, 在此区间内节点处于正常状态; 节点  $i$  的故障概率  $P(L(i))$  在  $C_i \leq L(i) < (1 + \gamma) C_i$  时呈线性增长, 在此区间内节点处于过载状态; 节点  $i$  的故障概率  $P(L(i))$  在  $(1 + \gamma) C_i \leq L(i)$  时为 1, 在此区间内节点处于故障状态. 故障

概率  $P(L(i))$  的计算方法如下所示:

$$P(L(i)) = \begin{cases} 0, & L(i) < C_i, \\ \frac{L(i) - C_i}{(1 + \gamma)C_i - C_i}, & C_i \leq L(i) < (1 + \gamma)C_i, \\ 1, & (1 + \gamma)C_i \leq L(i). \end{cases} \quad (7)$$

图 3 描述了由节点故障引发的负载重分配情况<sup>[1]</sup>. 网络中节点  $i$  发生故障, 其负载按照 (5) 式中的比例计算方法分配到其相邻的节点上. 相邻节点增加相应的负载后按照 (7) 式来计算其发生故障的概率, 并根据相应的概率判断此相邻节点的状态, 判断是否发生故障引起进一步的负载分配.

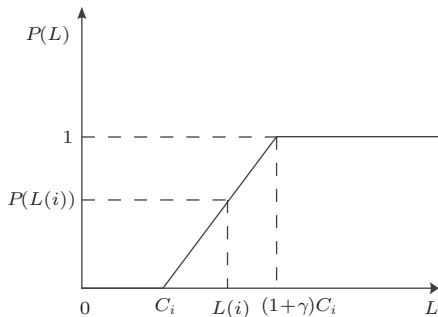


图 2 节点过载故障概率与节点负载之间的关系<sup>[1]</sup>

模型在每个时刻会根据各节点的状态计算各节点的效率, 效率的计算方法如下所示:

$$e_i(t+1) = \begin{cases} e_i(t), & \text{节点 } i \text{ 在时刻 } (t+1) \text{ 处于正常状态,} \\ \frac{e_i(t)C_i}{L(i)}, & \text{节点 } i \text{ 在时刻 } (t+1) \text{ 处于过载状态,} \\ 0, & \text{节点 } i \text{ 在时刻 } (t+1) \text{ 处于故障状态,} \end{cases} \quad (8)$$

计算得出各节点的效率后, 通过 (3) 式就可以计算得到整个网络的效率状况. 在网络发生级联故障的过程中, 用  $F$  表示网络中节点故障率, 即每个

时刻故障节点数占总节点数的比例:

$$F = \frac{\text{故障节点数}}{\text{总节点数}}. \quad (9)$$

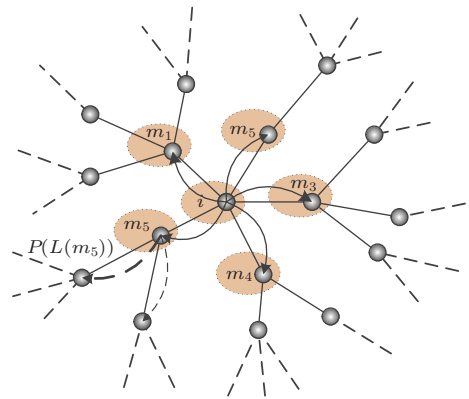


图 3 节点  $i$  故障后的负载分配<sup>[1]</sup>

### 3 仿真与分析

目前众多领域中实际网络的拓扑特性已经得到了广泛的实证性研究, 表 1<sup>[31]</sup> 中列出了部分研究结果. 表 1 中列举的网络属性包括: 网络类型 (有向或无向); 网络节点总数  $N$ ; 网络边的总数  $K$ ; 网络平均度  $\langle k \rangle$ ; 平均路径长度  $\zeta$ ; 集聚系数  $C$ . 若网络节点度分布符合幂律分布, 则给出幂指数  $R$ , 对于有向网络则分别给出入度指数和出度指数; 若不符合幂律分布, 则幂指数用 “—” 表示.

从表 1 可以看出各种实际网络具有不同的网络特性和网络结构. 本文通过仿真的方式研究所提出的模型在 NC, ER, WS 和 BA 四种理想网络拓扑下的网络级联动力学行为, 以此来分析各种实际网络中的级联故障现象. 根据 NC 网络定义、ER 随机网络模拟算法<sup>[32]</sup>, WS 小世界网络模拟算法<sup>[33]</sup> 和 BA 无标度网络模拟算法<sup>[34]</sup>, 生成这四种典型的网络, 各网络参数如表 2 所示. 同时表 2 中也列举了与这四种理想网络结构接近的部分实际网络, 模型的仿真结果可以反映出这些实际网络中的级联动力学行为.

表 1 部分实际网络的基本统计数据<sup>[31]</sup>

实际网络	网络类型	$N$	$K$	$\langle k \rangle$	$\zeta$	$R$	$C$
电网	无向	4941	6594	2.67	19	—	0.08
自治层 Internet	无向	10697	31992	5.98	3.31	2.5	0.39
铁路网	无向	587	19603	66.8	2.16	—	0.69
软件包	有向	1439	1723	1.2	2.42	1.6/1.4	0.08
软件类	有向	1377	2213	1.61	1.51	—	0.01

表2 仿真网络参数<sup>[35]</sup>

参数类型	NC 网络	ER 随机网络	WS 小世界网络	BA 无标度网络
节点数量 $N$	1000	1000	1000	1000
生成参数	—	$p_{er} = 6/999$	$p_{ws} = 0.2$	$m_0 = 8, m = 3, p_0 = 6/7$
平均度 $\langle k \rangle$	6	6.0140	6	6.0040
平均均方度 $\langle k^2 \rangle$	36	42.4320	37.0700	86.7560
集聚系数 $C$	0.6000	0.0060	0.3072	0.0326
结构接近的实际网络	规则网络	美国高速公路网、小规模 Internet	电网、软件类网络	美国航空网、Internet、软件包网络

表 2<sup>[35]</sup> 中  $p_{er}$  表示 ER 随机图中两个顶点之间有边的概率;  $p_{ws}$  表示 WS 小世界网络构造中的随机重连概率;  $\langle k \rangle$  表示网络中各节点的平均度;  $\langle k^2 \rangle$  表示网络的平均均方度, 反映网络的异质化程度, 对于均匀网络  $\langle k^2 \rangle = \langle k \rangle^2$ , 节点度分布越不均匀  $\langle k^2 \rangle$  值越高<sup>[35]</sup>.

本文通过使负载最大的节点发生故障来触发网络中的级联动力学行为. 在网络发生级联故障的过程中, 每个时刻计算整个网络的效率  $E$  和网络中节点故障率  $F$ . 模型中可以通过调整参数  $\alpha$  来调整节点负载的强度, 简单起见, 在仿真实验中设置该参数值为  $\alpha = 0.1$ .

### 3.1 网络效率仿真分析

级联故障一旦在复杂网络中触发, 会对整个网络的效率造成极大的影响. 在这一部分本文侧重研究模型中的参数在级联故障过程中对整个网络效率变化的影响, 并研究网络效率在四种不同的网络拓扑中的变化情况.

首先研究应急恢复机理中故障节点的恢复概率  $\rho$  和网络效率之间的关系. 模型参数的取值为:  $\alpha = 0.1$ ;  $\beta = 0.1$ ;  $\gamma = 0.1$ . 在以上参数的设置下运行级联故障模型, 统计恢复概率  $\rho$  分别为 0, 1/16, 1/8, 1/4 和 1/2 时每个时刻网络的效率变化情况, 在以上参数设置下运行模型 100 次后统计平均值. 图 4 描述了在具有不同恢复概率  $\rho$  的级联故障模型中整个网络效率在 NC 网络、ER 网络、WS 网络和 BA 网络中的演化情况.

从图 4 可以看出在应急恢复概率  $\rho = 0$  即无应急恢复机理的情况下, 四种网络的网络效率在很短的时间内都几乎降为 0, 说明级联故障最终导致了整个网络的崩溃. 而  $\rho > 0$  即加入应急恢复机理后, 网络效率则以不同的速度逐渐恢复, 最终效率恢复为 1, 网络恢复正常. 从图 4 中可以观察到, 随着

应急恢复概率  $\rho$  的增大, 网络效率的降低速度越慢, 并且降到最低后网络效率的恢复速度越快. 这是因为模型中应急恢复机理采用的是: 某时刻故障节点的效率状态在下一时刻以概率  $\rho$  恢复正常. 因此应急恢复概率  $\rho$  越大, 每个时刻故障节点恢复正常的概率越大, 每个时刻由故障状态恢复为正常状态的节点也越多. 所以应急恢复概率  $\rho$  越大, 网络效率的降低速度越慢, 并且降到最低后整个网络效率的恢复速度越快.

同时从图 4 中也可以观察到, 随着应急恢复概率  $\rho$  的增大, 整个网络效率所降低的幅度越小, 网络效率所降到的最低值越大. 这是因为应急恢复机理中的恢复概率  $\rho$  越大, 每个时刻故障节点恢复正常的概率越大, 每个时刻由故障状态恢复为正常状态的节点也越多. 这样在级联故障的过程中, 在级联故障的影响扩散到整个网络的期间, 会有部分故障节点按照应急恢复机理恢复正常状态, 使得网络的效率得到一定的恢复, 所以网络效率所降到的最低值不会达到 0. 而恢复概率  $\rho$  越大, 这部分恢复正常状态的节点越多, 网络效率恢复的程度也越大. 因此应急恢复概率  $\rho$  越大, 整个网络效率所降低的幅度越小, 网络效率所降到的最低值越大.

结合图 4(a), (b), (c), (d) 四种网络拓扑中的网络效率的降低情况可以发现, 级联故障导致的网络效率的降低速度与网络拓扑的不同有一定关系. 从图 4 中可以明显的看到, 四种网络拓扑中网络效率的降低速度之间的大小关系为

$$NC < WS < ER < BA.$$

从表 2 中可以得到

$$(\langle k^2 \rangle_{NC}) < (\langle k^2 \rangle_{WS}) < (\langle k^2 \rangle_{ER}) < (\langle k^2 \rangle_{BA}).$$

因此仿真结果表明网络拓扑中节点度分布的异质化程度越高, 级联故障所导致的网络效率的降低速

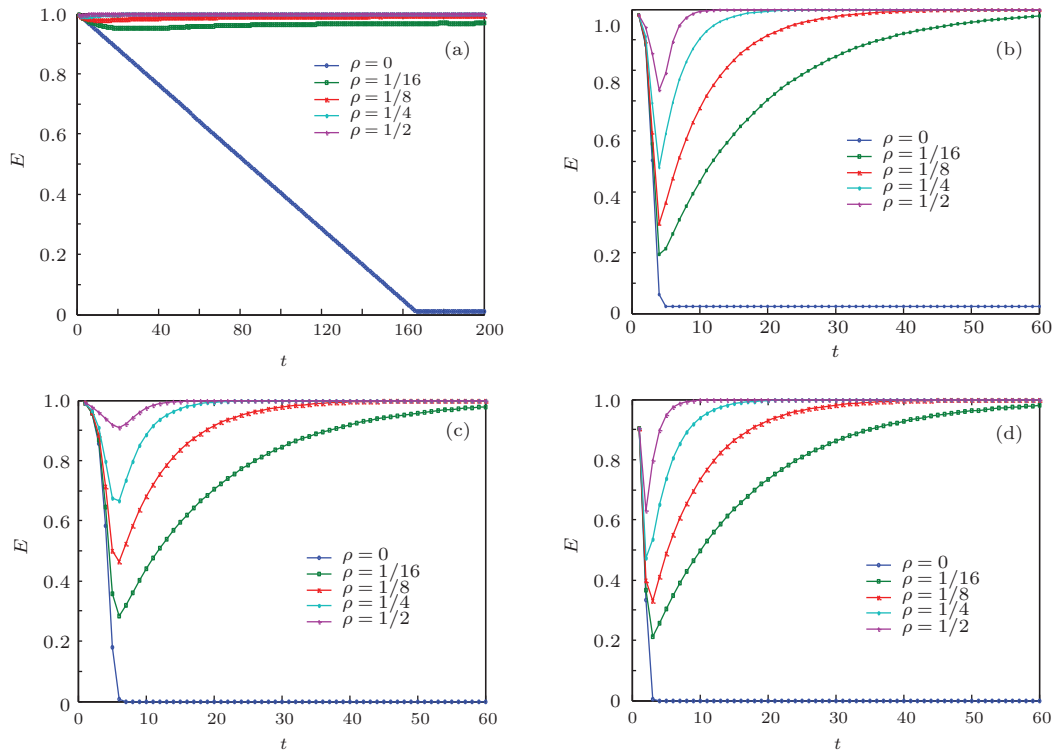


图4 具有不同应急恢复概率的模型中网络效率在网络级联动力学行为中的变化情况 (a)  $\alpha = 0.1, \beta = 0.1, \gamma = 0.1$ , NC network; (b)  $\alpha = 0.1, \beta = 0.1, \gamma = 0.1$ , ER network; (c)  $\alpha = 0.1, \beta = 0.1, \gamma = 0.1$ , WS network; (d)  $\alpha = 0.1, \beta = 0.1, \gamma = 0.1$ , BA network

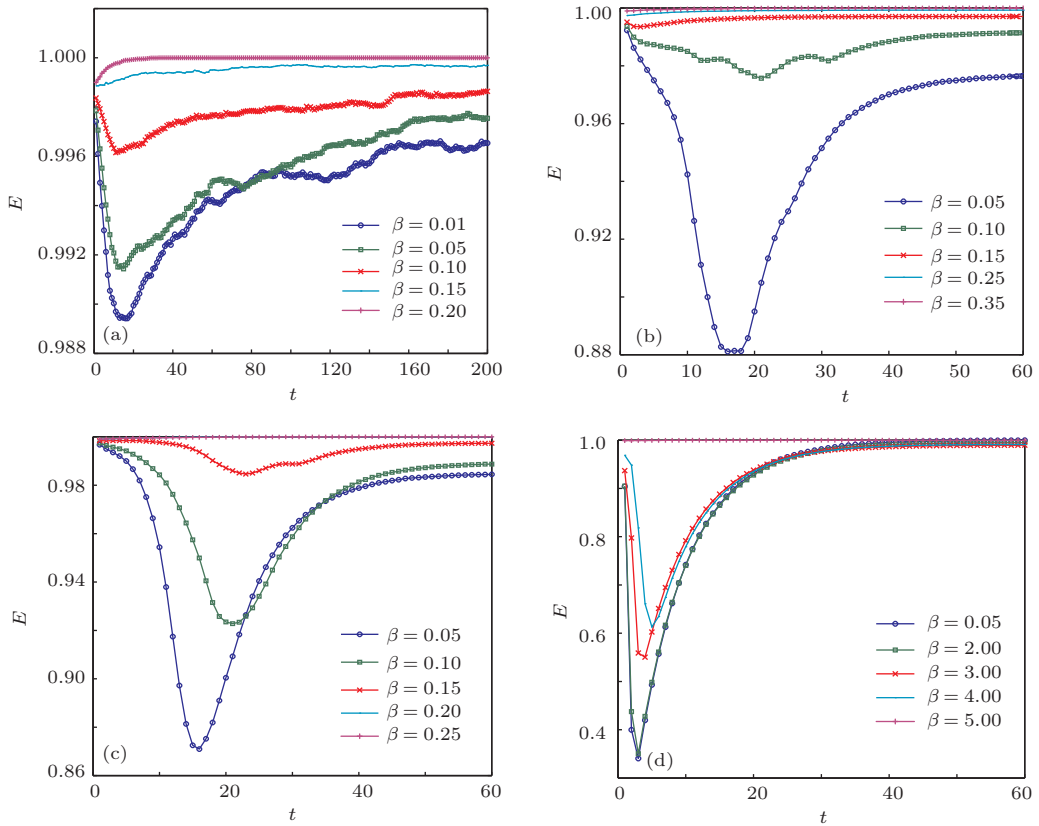


图5 具有不同参数  $\beta$  的模型中网络效率在网络级联动力学行为中的变化情况 (a)  $\rho = 1/8, \alpha = 0.1, \gamma = 1.0$ , NC network; (b)  $\rho = 1/8, \alpha = 0.1, \gamma = 1.0$ , ER network; (c)  $\rho = 1/8, \alpha = 0.1, \gamma = 1.0$ , WS network; (d)  $\rho = 1/8, \alpha = 0.1, \gamma = 1.0$ , BA network

度越快. 这是因为在模型和实际网络中, 具有较大度数并且其相邻节点也具有较大度数的节点往往最先发生故障, 网络拓扑中节点度分布的异质化程度越高, 故障节点所能够影响到的节点就越多, 使得级联故障所导致的网络效率的降低速度越快.

然后研究模型中的参数  $\beta$  在级联故障过程中对整个网络效率变化的影响. 模型参数的取值为:  $\rho = 1/8$ ;  $\alpha = 0.1$ ;  $\gamma = 1.0$ . 在以上参数的设置下运行级联故障模型, 统计参数  $\beta$  取不同的值时每个时刻网络的效率变化情况, 在以上参数设置下运行模型 100 次后统计平均值. 图 5 描述了在具有不同参数  $\beta$  的级联故障模型中整个网络效率在四种网络拓扑下的演化情况.

从图 5 中可以看出, 参数  $\beta$  的值越小, 模型中级联故障引起的网络效率降低速度越快. 这是因为模型中参数  $\beta$  的值决定了网络中节点负载容量的大小, 参数  $\beta$  的值越大, 网络中节点负载容量的值越大. 参数  $\beta$  的值较小的情况下, 网络中节点负载容量就比较小, 就会容易受到级联故障的影响, 少量的负载分配给该节点, 就会引起该节点的过载和故障. 网络中节点负载容量的值越大, 网络抵御级联故障的能力越强. 因此, 参数  $\beta$  的值越小, 模

型中级联故障引起的网络效率降低速度越快. 从图 5 中也可以看出, 参数  $\beta$  的值越大, 模型中级联故障引起的网络效率降低的幅度越小. 这是因为参数  $\beta$  的值越大, 模型中级联故障引起的网络效率降低速度越慢, 而在模型中的应急恢复机理下一定时间内会有部分故障节点恢复正常状态, 使得网络效率得到一定的恢复. 因此, 参数  $\beta$  的值越大, 模型中级联故障引起的网络效率降低的幅度越小. 同时从图 5 (a), (b), (c), (d) 四种网络拓扑中的网络效率的变化情况可以看到, 四种网络拓扑中网络效率的降低速度之间的大小关系与图 4 相同, 为  $NC < WS < ER < BA$ . 因此上文中网络拓扑中节点度分布的异质化程度越高, 级联故障所导致的网络效率的降低速度越快的结果也得到了验证.

接下来研究模型中的参数  $\gamma$  在级联故障过程中对整个网络效率变化的影响. 模型参数的取值为:  $\rho = 1/8$ ;  $\alpha = 0.1$ ;  $\beta = 0.1$ . 在以上参数的设置下运行级联故障模型, 统计参数  $\gamma$  取不同的值时每个时刻网络的效率变化情况, 在以上参数设置下运行模型 100 次后统计平均值. 图 6 描述了在具有不同参数  $\gamma$  的级联故障模型中整个网络效率在四种网络拓扑下的演化情况.

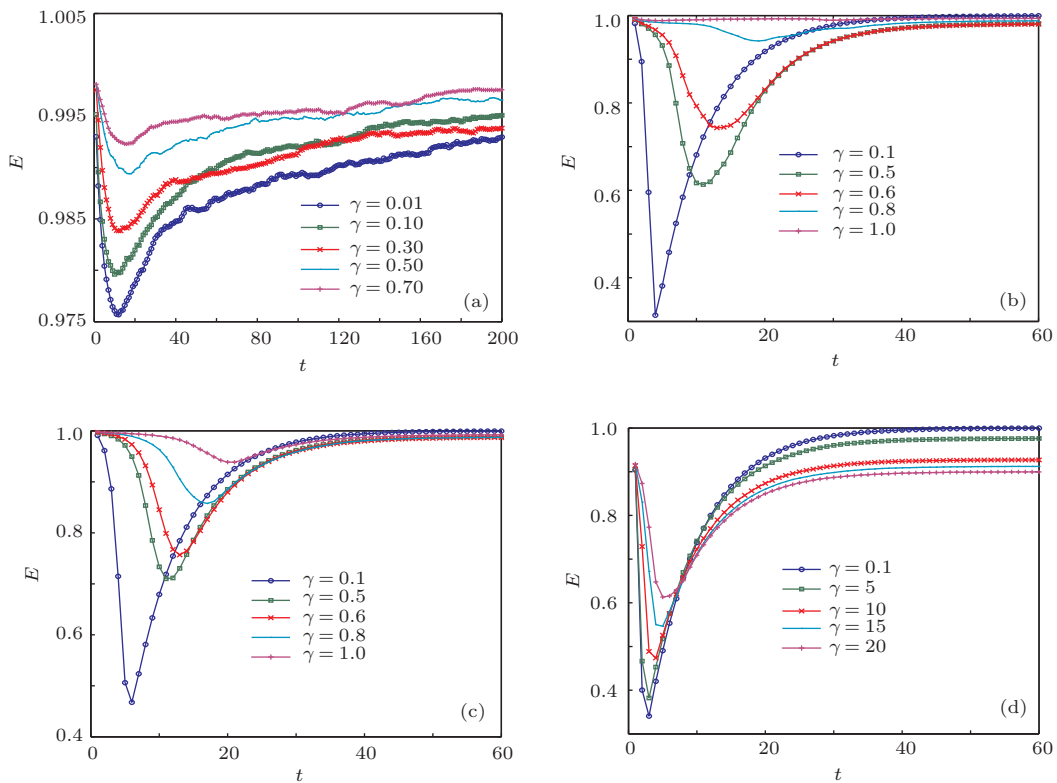


图 6 具有不同参数  $\gamma$  的模型中网络效率在网络级联动力学行为中的变化情况 (a)  $\rho = 1/8, \alpha = 0.1, \beta = 0.1$ , NC network; (b)  $\rho = 1/8, \alpha = 0.1, \beta = 0.1$ , ER network; (c)  $\rho = 1/8, \alpha = 0.1, \beta = 0.1$ , WS network; (d)  $\rho = 1/8, \alpha = 0.1, \beta = 0.1$ , BA network

从图6中可以看出, 参数 $\gamma$ 的值越小, 模型中级联故障引起的网络效率降低速度越快. 这是因为模型使用参数 $\gamma$ 的值来调整节点过载故障概率的大小, 参数 $\gamma$ 的值越大, 使得网络中节点故障概率越小. 参数 $\gamma$ 的值较小的情况下, 网络中过载节点的故障概率就比较大, 过载节点就比较容易发生故障, 使得整个网络的效率降低. 因此, 参数 $\gamma$ 的值越小, 模型中级联故障引起的网络效率降低速度越快. 从图6中也可以看出, 参数 $\gamma$ 的值越大, 模型中级联故障引起的网络效率降低的幅度越小. 这是因为参数 $\gamma$ 的值越大, 模型中级联故障引起的网络效率降低速度越慢, 而模型中的应急恢复机理使得一定时间内会有部分故障节点恢复正常状态, 使网络效率得到一定的恢复. 因此, 参数 $\gamma$ 的值越大, 模型中级联故障引起的网络效率降低的幅度越小. 同时从图6(a), (b), (c), (d)四种网络拓扑中的网络效率的变化情况可以看到, 四种网络拓扑中网络效率的降低速度之间的大小关系与图4和图5相同, 为

NC < WS < ER < BA. 因此网络拓扑中节点度分布的异质化程度越高, 级联故障所导致的网络效率的降低速度越快的仿真结果再次得到验证.

### 3.2 网络节点故障率仿真分析

在这一部分本文侧重研究模型中的参数在级联故障过程中对网络节点故障率的影响, 并研究网络节点故障率在四种不同的网络拓扑中的变化情况.

首先研究故障节点的恢复概率 $\rho$ 和网络节点故障率之间的关系. 模型参数的取值为:  $\alpha = 0.1$ ;  $\beta = 0.1$ ;  $\gamma = 0.1$ . 在以上参数的设置下运行级联故障模型, 统计恢复概率 $\rho$ 分别为0, 1/16, 1/8和1/4时每个时刻网络的节点故障率. 图7描述了在具有不同恢复概率 $\rho$ 的级联故障模型中网络节点故障率在NC网络、ER网络、WS网络和BA网络中的变化情况.

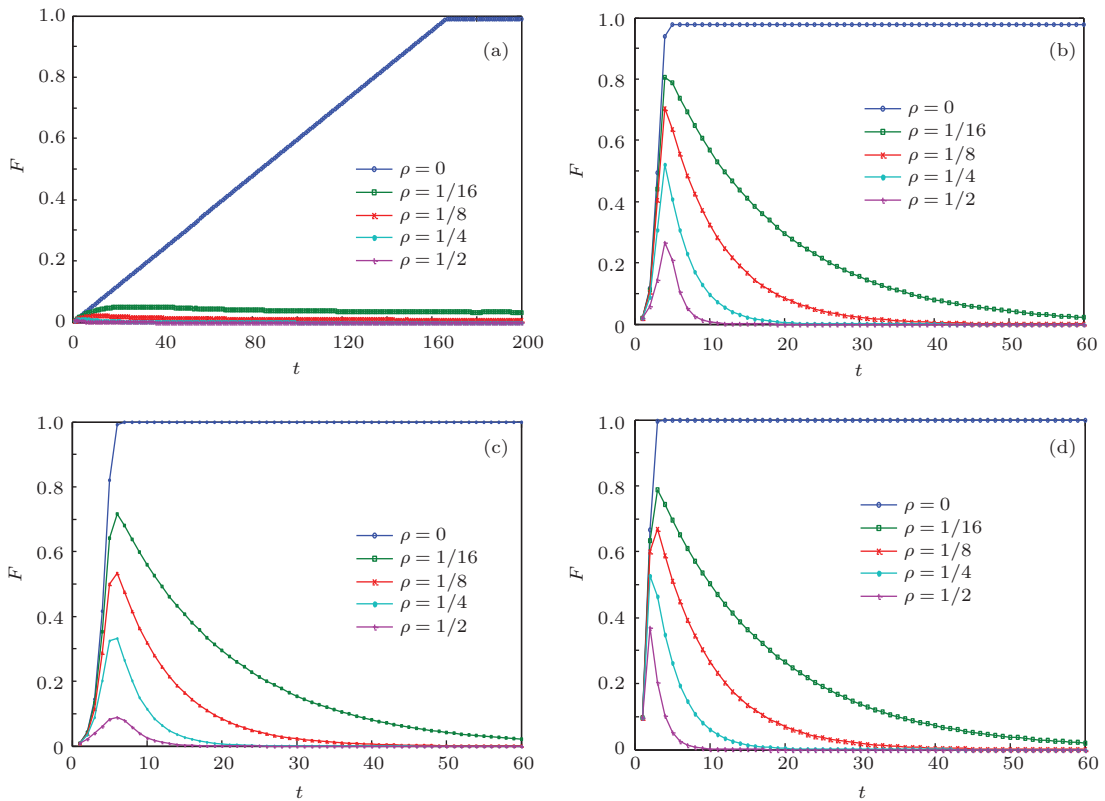


图7 具有不同应急恢复概率的模型中网络节点故障率在网络级联动力学行为中的变化情况 (a)  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ ,  $\gamma = 0.1$ , NC network; (b)  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ ,  $\gamma = 0.1$ , ER network; (c)  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ ,  $\gamma = 0.1$ , WS network; (d)  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ ,  $\gamma = 0.1$ , BA network

从图7的仿真结果中可以看出, 在 $\rho = 0$ 无应急恢复机理的情况下, 模型在四种网络拓扑中的节点故障率在很短的时间内都增长到1左右, 说明级

联故障最终影响到了整个网络, 造成整个网络的大规模故障. 而加入应急恢复机理后, 网络节点故障率在达到一个最大值后逐渐减低, 最终重新恢复为



0, 网络恢复正常. 图7中显示, 随着应急恢复概率  $\rho$  的增大, 网络节点故障率增长速度越慢, 并且达到最大值后网络节点故障率的降低速度越快. 这是因为模型中采用的应急恢复机理是故障节点的效率状态在下一时刻以概率  $\rho$  恢复正常, 因此参数  $\rho$  越大, 每个时刻故障节点恢复正常的概率越大, 每个时刻由故障状态恢复为正常状态的节点也越多, 节点故障率也降低的越多. 所以参数  $\rho$  越大, 整个网络节点故障率的增长速度越慢, 并且后期的降低速度越快. 同时从图7中也可以看到, 参数  $\rho$  越大, 网络节点故障率所达到的最大值越小. 这是因为参数  $\rho$  越大, 每个时刻故障节点恢复正常的概率越大, 每个时刻由故障状态恢复为正常状态的节点也越多. 在级联故障的影响扩散到整个网络的期间, 会有部分故障节点按照应急恢复机理恢复正常状态, 使得网络节点的故障率得到降低, 所以节点故障率的最大值不会达到1. 参数  $\rho$  越大, 过程中恢复正常状态的节点越多, 节点故障率的降低程度也越大. 因此应急恢复概率  $\rho$  越大, 网络节点故障率所达到的最大值越小.

从图7(a), (b), (c), (d)四种网络拓扑中的节

点故障率变化情况可以看到, 网络节点故障率的变化情况与网络拓扑也存在一定关系. 图7中显示四种网络拓扑中节点故障率前期增长速度之间的大小关系为  $NC < WS < ER < BA$ . 从表2中可以得到  $(\langle k^2 \rangle_{NC}) < (\langle k^2 \rangle_{WS}) < (\langle k^2 \rangle_{ER}) < (\langle k^2 \rangle_{BA})$ . 因此仿真结果表明网络拓扑中节点度分布的异质化程度越高, 网络节点故障率的增长速度越快. 这是因为模型中具有较大度数并且其相邻节点也具有较大度数的节点最先发生故障, 其负载分配给相邻节点, 网络拓扑中节点度分布的异质化程度越高, 故障节点负载所能够影响到的节点就越多, 使得网络节点故障率的增长速度越快.

然后研究模型中的参数  $\beta$  在级联故障过程中对网络节点故障率的影响. 模型参数的取值为  $\rho = 1/8$ ;  $\alpha = 0.1$ ;  $\gamma = 1.0$ . 在以上参数的设置下运行级联故障模型, 统计参数  $\beta$  取不同的值时每个时刻网络的节点故障率, 在以上参数设置下运行模型100次后统计平均值. 图8描述了在具有不同参数  $\beta$  的级联故障模型中网络节点故障率在四种网络拓扑下的演化情况.

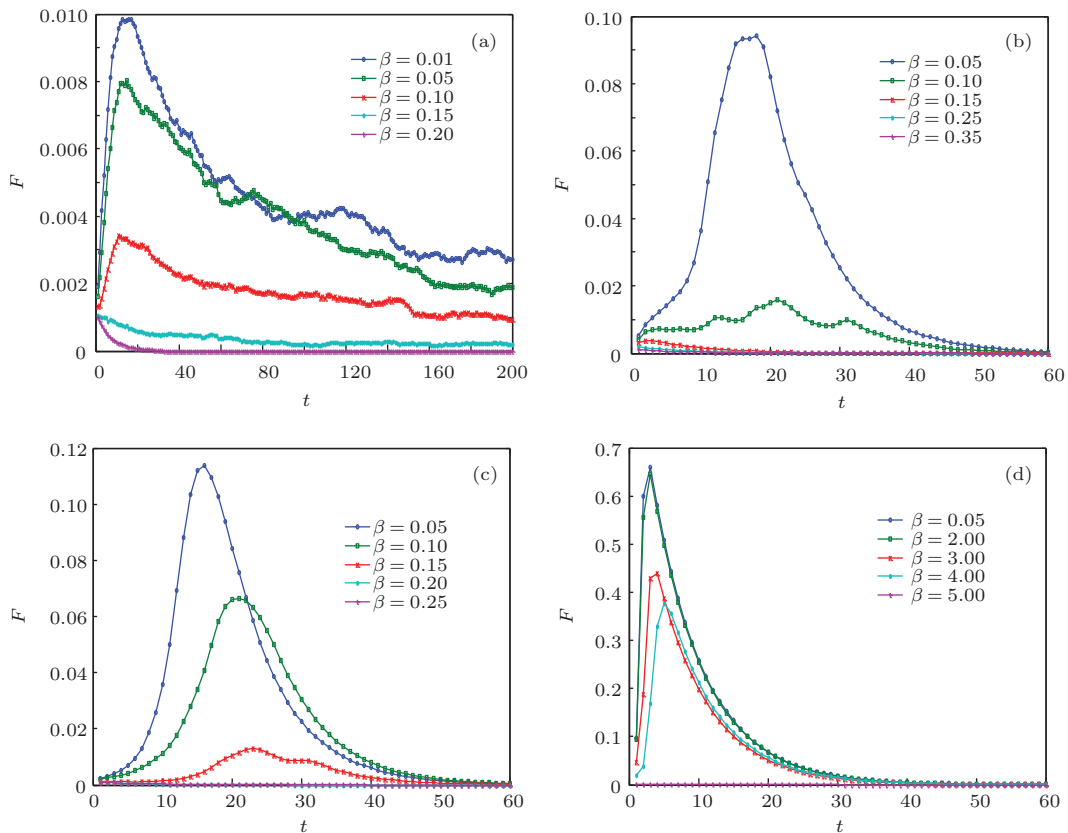


图8 具有不同参数  $\beta$  的模型中网络节点故障率在网络级联动力学行为中的变化情况 (a)  $\rho = 1/8$ ,  $\alpha = 0.1$ ,  $\gamma = 1.0$ , NC network; (b)  $\rho = 1/8$ ,  $\alpha = 0.1$ ,  $\gamma = 1.0$ , ER network; (c)  $\rho = 1/8$ ,  $\alpha = 0.1$ ,  $\gamma = 1.0$ , WS network; (d)  $\rho = 1/8$ ,  $\alpha = 0.1$ ,  $\gamma = 1.0$ , BA network

从图8中可以看出, 参数 $\beta$ 越大, 模型中节点故障率增长速度越慢. 这是因为模型中参数 $\beta$ 的值决定了网络中节点负载容量的大小. 参数 $\beta$ 的值越大, 网络中节点负载容量的值越大, 节点抵御级联故障的能力就越强, 只有当较多的负载分配给该节点时才会引起该节点的过载和故障. 因此, 参数 $\beta$ 的值越大, 模型中节点故障率增长速度越慢. 从图8中也可以看出, 参数 $\beta$ 的值越大, 模型中节点故障率的最大值越小. 这是因为如上文中分析结果, 参数 $\beta$ 的值越大, 模型中节点故障率增长速度越慢, 而在模型中的应急恢复机理下一定时间内会有部分故障节点恢复正常状态, 使得网络节点故障率得到一定的降低. 因此, 参数 $\beta$ 的值越大, 模型中节点故障率的最大值越小. 同时图8(a), (b), (c),

(d) 四种网络拓扑中节点故障率的变化情况显示, 四种网络拓扑中节点故障率前期增长速度之间的大小关系与图7相同, 为  $NC < WS < ER < BA$ . 因此上文中网络拓扑节点度分布的异质化程度越高, 网络节点故障率的增长速度越快的结果也得到了验证.

接下来研究模型中的参数 $\gamma$ 在级联故障过程中对网络节点故障率的影响. 模型参数的取值为  $\rho = 1/8$ ;  $\alpha = 0.1$ ;  $\beta = 0.1$ . 在以上参数的设置下运行级联故障模型, 统计参数 $\gamma$ 取不同的值时每个时刻的网络节点故障率, 在以上参数设置下运行模型100次后统计平均值. 图9描述了在具有不同参数 $\gamma$ 的级联故障模型中网络节点故障率在四种网络拓扑下的演化情况.

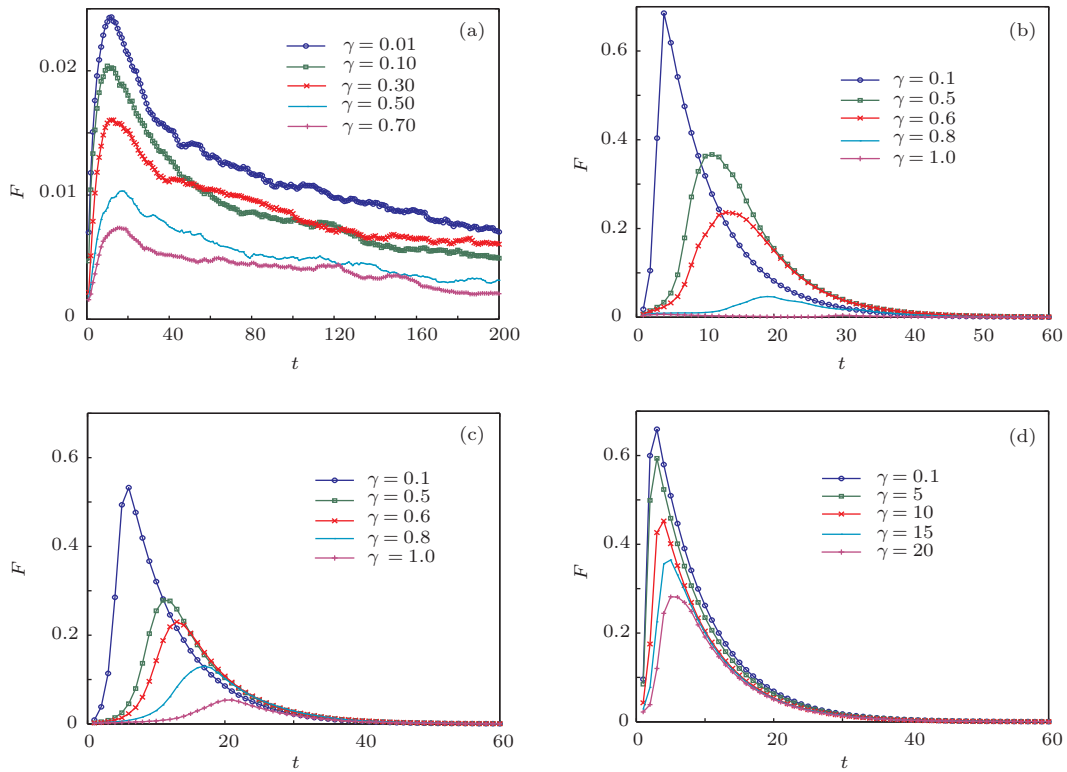


图9 具有不同参数 $\gamma$ 的模型中网络节点故障率在网络级联动力学行为中的变化情况 (a)  $\rho = 1/8, \alpha = 0.1, \beta = 0.1$ , NC network; (b)  $\rho = 1/8, \alpha = 0.1, \beta = 0.1$ , ER network; (c)  $\rho = 1/8, \alpha = 0.1, \beta = 0.1$ , WS network; (d)  $\rho = 1/8, \alpha = 0.1, \beta = 0.1$ , BA network

从图9中可以看出, 参数 $\gamma$ 的值越大, 模型中节点故障率的增长速度越慢. 这是因为模型使用参数 $\gamma$ 的值来调整节点过载故障概率的大小. 参数 $\gamma$ 的值越大, 使得网络中节点故障概率越小, 网络中过载节点的故障概率就比较小, 过载节点就不容易发生故障. 因此, 参数 $\gamma$ 的值越大, 模型中节点故障率的增长速度越慢. 在图9中也可以看到, 参数 $\gamma$ 的值越大, 模型中节点故障率的最大值

越小. 这是因为参数 $\gamma$ 的值越大, 模型中节点故障率的增长速度越慢, 而模型中的应急恢复机理使得一定时间内会有部分故障节点恢复正常状态, 使网络节点故障率得到一定的降低. 因此, 参数 $\gamma$ 的值越大, 模型中节点故障率的最大值越小. 同时从图9(a), (b), (c), (d) 四种网络拓扑中节点故障率的变化情况可以看到, 四种网络拓扑中节点故障率前期增长速度之间的大小关系与图7和图8相同,

为  $NC < WS < ER < BA$ . 因此网络拓扑中节点度分布的异质化程度越高, 网络节点故障率的增长速度越快的结论再次得到验证.

## 4 结 论

本文提出了一种带有应急恢复机理并引入节点过载故障概率的网络级联故障模型. 模型中的应急恢复机理能够有效的反映现实生活网络中故障节点在一定概率下可以恢复正常这一现象, 同时模型中也添加了可以表示整个网络效率变化情况的元素, 可以准确的描述整个网络的效率在级联故障过程中的变化情况. 本文将建立的网络级联故障模型用于研究最近邻耦合网络 (nearest-neighbor coupled network, NC), Erdos-Renyi (ER) 随机网络, Watts-Strogatz (WS) 小世界网络和 Barabasi-Albert (BA) 无标度网络等四种典型网络拓扑下的级联故障现象, 对整个网络效率和网络节点故障率在级联故障过程中的变化情况进行了仿真分析. 本文研究了模型中的各参数对网络效率和网络节点故障率在级联故障过程中变化情况的影响. 研究结果表明应急恢复概率  $\rho$  越大, 网络效率的降低速度越慢, 网络效率降到最低后整个网络效率的恢复速度越快, 并且整个网络节点故障率的增长速度越慢, 达到最大值后故障率的降低速度越快. 决定网络中节点负载容量大小的参数  $\beta$  越大, 模型中级联故障引起的网络效率降低速度越慢, 同时模型中节点故障率的增长速度越慢. 用来调整节点过载故障概率大小的参数  $\gamma$  越大, 模型中级联故障引起的网络效率降低速度越慢, 同时模型中节点故障率的增长速度越慢. 本文还分析了不同的网络拓扑对整个网络效率和网络节点故障率在级联故障过程中的变化情况的影响. 研究结果表明网络拓扑中节点度分布的异质化程度越高, 级联故障所导致的网络效率的降低速度越快, 并且网络节点故障率的增长速度越快. 本文提出的模型能够很好的反映实际网络中级联故障现象的特征, 针对复杂网络中带有应急恢复机理的网络级联动力学行为的研究成果对实际网络中级联故障现象的控制和防范具有很好的参考价值.

## 参考文献

- [1] Wang J W, Rong L L 2009 *Physica A* **388** 1289
- [2] Heide D, Schafer M, Greiner M 2008 *Phys. Rev. E* **77** 056103
- [3] Bao Z J, Gao Y J, Ding L J, Wang G Z, Han Z X 2008 *Physica A* **387** 5922
- [4] Simonsen I, Buzna L, Peters K, Bornholdt S, Helbing D 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 218701
- [5] Li P, Wang B H, Sun H, Gao P, Zhou T 2008 *Eur. Phys. J. B* **62** 1
- [6] Bao Z J, Cao Y J, Ding L J, Han Z X, Wang G Z 2008 *Phys. Lett. A* **372** 5778
- [7] Wang X F, Xu J 2004 *Phys. Rev. E* **70** 056113
- [8] Kinney R, Crucitti P, Albert R, Latora V 2005 *Eur. Phys. J. B* **46** 101
- [9] Crucitti P, Latora V, Marchiori M 2004 *Phys. Rev. E* **69** 045104
- [10] Zhao L, Park K, Lai Y C 2004 *Phys. Rev. E* **70** 035101
- [11] Goh K I, Kahng B, Kim D 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 108701
- [12] Zhao L, Park K, Lai Y C, Ye N 2005 *Phys. Rev. E* **72** 025104
- [13] Wu J J, Gao Z Y, Sun H J 2007 *Physica A* **378** 505
- [14] Motter A E, Lai Y C 2002 *Phys. Rev. E* **66** 065102
- [15] Goh K I, Lee D S, Kahng B, Kim D 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 148701
- [16] Moreno Y, Gomez J B, Pacheco A F 2002 *Europhys. Lett.* **58** 630
- [17] Wang W X, Chen G R 2008 *Phys. Rev. E* **77** 026101
- [18] Motter A E 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 098701
- [19] Zhao H, Gao Z Y 2007 *Eur. Phys. J. B* **57** 95
- [20] Sun H J, Zhao H, Wu J J 2008 *Physica A* **387** 6431
- [21] Ash A, Newth D 2007 *Physica A* **380** 673
- [22] Wang J W, Rong L L 2009 *Physica A* **388** 1731
- [23] Latora V, Marchiori M 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 198701
- [24] Li Y, Lv L, Luan L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 4463 (in Chinese) [李岩, 吕翎, 栾玲 2009 物理学报 **58** 4463]
- [25] Xu Q X, Xu X J 2009 *Chin. Phys. B* **18** 933
- [26] Li T, Pei W J, Wang S P 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5903 (in Chinese) [李涛, 裴文江, 王少平 2009 物理学报 **58** 5903]
- [27] Chen H L, Liu Z X, Chen Z Q, Yuan Z Z 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6068 (in Chinese) [陈华良, 刘忠信, 陈增强, 袁著社 2009 物理学报 **58** 6068]
- [28] Tian L, Di Z R, Yao H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 028901 (in Chinese) [田柳, 狄增如, 姚虹 2011 物理学报 **60** 028901]
- [29] Wang J, Liu Y H, Zhu J Q, Jiao Y 2008 *J Zhejiang Univ Sci A* **9** 101331
- [30] Barabasi A L, Bonabeau E 2003 *Scientific American* **5** 50
- [31] Newman M E J 2003 *SIAM Review* **45** 167
- [32] Erdos P, Rnyi A 1960 *Publ. Math. Inst. Hung. Acad. Sci.* **5** 17
- [33] Watts D J, Strogatz S H 1998 *Nature* **393** 409
- [34] Barabasi A L, Albert R 1999 *Science* **286** 509
- [35] Li Z, Xu G A, Ban X F, Zhang Y, Hu Z M 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 200203 (in Chinese) [李钊, 徐国爱, 班晓芳, 张毅, 胡正名 2013 物理学报 **62** 200203]

# Analysis of cascading dynamics in complex networks with an emergency recovery mechanism\*

Li Zhao<sup>†</sup> Guo Yan-Hui Xu Guo-Ai Hu Zheng-Ming

(Information Security Center, Beijing University of Posts and Telecommunications; National Engineering Laboratory for Disaster Backup and Recovery, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

( Received 2 January 2014; revised manuscript received 9 April 2014 )

## Abstract

A model of cascading failures in complex networks with an emergency recovery mechanism is proposed in this paper, and the cascading dynamics is investigated by running the proposed model on nearest-neighbor coupled network, Erdos-Renyi random graph network, Watts-Strogatz small-world network and Barabasi-Albert scale-free network respectively. New concepts in emergency recovery mechanism and the efficiency of networks are defined. And the effects of the parameters on the network efficiency and failure rate are investigated. Results demonstrate that the increase of the emergency recovery probability would reduce the network efficiency decreasing speed and the failure rate growing speed, and also improve the resilience of the network. And the greater the load capacity of the nodes in the network, the slower the speeds of network efficiency reducing and failure rate growing. Meanwhile, with the decrease of the overload node failure probability, the reducing speed of network efficiency and the growing speed of failure rate would reduce gradually. Furthermore, the changes of the network efficiency and failure rate during the process of cascading failures in different network topologies are analyzed. It is found that the rise of the heterogeneity of degree distribution increases the reducing speed of network efficiency and the growing speed of failure rate. All these results can help analyze the cascading dynamics in complex networks with an emergency recovery mechanism, and may provide a guidance for the controlling of cascading failures and protecting against them in real-life complex networks.

**Keywords:** cascading dynamics, complex network, emergency recovery mechanism, cascading failures

**PACS:** 89.75.Hc, 89.75.-k, 89.75.Fb

**DOI:** [10.7498/aps.63.158901](https://doi.org/10.7498/aps.63.158901)

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60970135, 61170282), the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20120005110017), the Science Foundation for the Excellent Youth Scholars of Ministry of Education of China (Grant No. 2013RC0312), and the National Key Technology Research and Development Program of the Ministry of Science and Technology of China (Grant No. 2012BAH06B02).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [lizhaoabc@gmail.com](mailto:lizhaoabc@gmail.com)