空时非对称分数阶类Langevin棘齿*

周兴旺[1)] 林丽烽[1)2)] 马洪[1)] 罗懋康[1)†]

1) (四川大学数学学院, 成都 610064)

2) (福建农林大学计算机与信息学院, 福州 350002)

(2014 年 3 月 5 日收到; 2014 年 4 月 25 日收到修改稿)

研究了空时非对称分数阶类Langevin分子马达棘齿模型, 其中势函数是空间对称破缺的周期势, 时间非对称类Langevin噪声由Logistic映射生成, 而分数阶则刻画了分子马达工作环境的非理想程度. 通过将模型转化为离散映射, 即研究其整时间点情形, 数值模拟了噪声的时间非对称性、势函数的空间非对称性以及分数阶对模型定向输运行为的影响. 数值模拟结果表明: 噪声的时间非对称性是定向流产生的根源, 而势函数的空间非对称性能够与其进行竞争与协作, 并在适当的参数条件下导致定向流的逆转; 分数阶仅影响定向流的大小而不改变其方向. 与经典的整数阶分子马达模型或时间非对称分数阶分子马达棘齿模型相比, 该模型可以更为真实地描述分子马达的噪声整流工作机理.

关键词: 分子马达, 类Langevin噪声, 空时非对称, 分数阶类Langevin棘齿

PACS: 05.10.Gg, 45.10.Hj **DOI:** 10.7498/aps.63.160503

1 引 言

随着新生物学时代的到来[1], 人们发现生物细胞内部环境具有极端拥挤和异质性等非理想性[2]. 这从根本上颠覆了经典的整数阶分子马达模型[3−6]的生物学基础——理想稀溶液假设[7]. 环境的非理想性深刻影响着细胞内部包括分子马达在内的所有生化反应过程. 显然, 此时以理想性假设为基础的整数阶分子马达模型已不适用. 因此, 为了真实地描述分子马达的噪声整流工作机理, 需要以这种非理想性为基础的新的分子马达模型.

另一方面, 作为整数阶微积分的自然推广, 分数阶微积分适宜刻画黏弹性介质中的耗散物理过程的长时间、长距离记忆效应[8], 因此各种分数阶棘齿模型[9−11]的出现是很自然的, 相关讨论可参见文献[12]及其中所列参考文献. 本文以分数阶刻画细胞内部环境的非理想程度, 以Logistic映射生成的时间非对称类Langevin噪声刻画环境噪声, 建立了一类新的空时非对称分数阶类Langevin分子马达棘齿模型. 然后, 通过将模型转化为离散映射, 即研究其整时间点情形, 数值模拟了噪声的时间非对称性、势函数的空间非对称性以及分数阶对模型定向输运的影响. 数值模拟结果表明: 噪声的时间非对称性是定向流产生的根源, 而势函数的空间非对称性将与时间非对称性进行竞争与协作, 定向流的方向由两者间竞争或协作的结果所决定, 且在适当的参数条件下定向流将出现逆转; 此外, 分数阶仅影响定向流的大小而不改变其方向. 与经典的整数阶分子马达模型或时间非对称分数阶分子马达棘齿模型相比, 该模型能够很好地描述分子马达在其轨道上的实际工作状态, 从而可以更为真实地描述分子马达的噪声整流工作机理.

2 空时分数阶类Langevin棘齿模型

如果将细胞内部环境假定为分数阶牛顿黏弹性体, 并以分数阶刻画环境的非理想程度[13], 则对于单位质量的一维线动分子马达受场 $V(x,t)$ 及类

* 国家自然科学基金 (批准号: 11171238) 和福建农林大学青年教师基金 (批准号: 2011XJJ23) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: makaluo@scu.edu.cn

 http://wulixb.iphy.ac.cn

Langevin 噪声 $L_\tau(t)$ 共同作用的定向输运, 马达质心位置 $x(t)$ 的时间演化可由如下的 $0 < \alpha \leqslant 1$ 阶 Caputo 时间分数阶方程描述:

$$\gamma D_*^\alpha x(t) + \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} = L_\tau(t), \tag{1a}$$

$$L_\tau(t) = s\tau^{1/2}\sum_{j=0}^{\infty} y_j \delta(t/j-\tau). \tag{1b}$$

马达初始位置 $x(t=0)=x_0$. 这里, γ 为阻尼系数, $\gamma \gg 1$; D_*^α 为 α 阶时间 Caputo 微分算子[14],

$$D_*^\alpha(x(t)) := \begin{cases} \dfrac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \\ \times \displaystyle\int_0^t \frac{x^{(m)}(t')\,\mathrm{d}t'}{(t-t')^{\alpha+1-m}} & (m-1<\alpha<m), \\ \dfrac{\mathrm{d}^m}{\mathrm{d}t^m}x(t) & (\alpha=m). \end{cases} \tag{2}$$

特别地, 当 $m=1$, 即 $0<\alpha\leqslant 1$ 时,

$$D_*^\alpha(x(t)) := \begin{cases} \dfrac{1}{\Gamma(1-\alpha)}\displaystyle\int_0^t \frac{\dot{x}(t')}{(t-t')^\alpha}\mathrm{d}t' & (0<\alpha<1), \\ \dot{x}(t) & (\alpha=1). \end{cases} \tag{3}$$

类 Langevin 噪声 $L_\tau(t)$ 由 Logistic 映射生成, 其不变密度 $\rho(x)$ 可表示为[15]

$$\rho(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\pi\sqrt{1-x^2}} & (|x|\leqslant 1), \\ 0 & (|x|>1). \end{cases}$$

混沌序列 $\{y_j\}_{j=0}^{\infty}$ 满足

$$\langle y_j\rangle = 0,$$

$$\langle y_i y_j\rangle = \frac{1}{2}\delta_{ij},$$

$$\langle y_{n_1}y_{n_2}y_{n_3}\rangle = -\frac{1}{8}\sum_{P(i_1,i_2,i_3)}\delta(n_{i_1},n_{i_2})\delta(n_{i_1}+1,n_{i_3}).$$

这里, δ_{ij} 为 Kronecker delta 函数, $\Sigma_{P(i_1,i_2,i_3)}$ 表示对指标集 (i_1,i_2,i_3) 的 6 个置换进行求和[16]. 取 $n_1=n_2$, $n_3=n_1+1$, 简单计算可得 $\langle y_{n_1}^2 y_{n_1+1}\rangle = -1/4 \neq 0$, 从而 Logistic 映射具有非零的三点 (阶) 相关函数, 其生成的类 Langevin 噪声 $L_\tau(t)$ 是无偏、时间非对称的[17]. 我们称模型 (1) 为分数阶类 Langevin 分子马达棘齿模型. 当 $\alpha=1$ 时, 模型 (1) 便退化为文献 [16, 18—20] 所研究的整数阶类 Langevin 分子马达棘齿模型,

$$\gamma\dot{x}(t) + \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} = L_\tau(t), \tag{4a}$$

$$L_\tau(t) = s\tau^{1/2}\sum_{j=0}^{\infty} y_j\delta(t/j-\tau). \tag{4b}$$

对于分子马达模型 (1), 已有研究表明在对称势情形下噪声的时间非对称性足以引起定向流[21], 但以下的事实提示我们此时的模型并不能很好地描述分子马达的真实工作状态: 一是线动分子马达轨道本身是非对称性的; 二是同一根微管上通常同时工作着相反既定行走方向的分子马达[22], 为了避免发生堵塞, 马达间可以进行协调使得马达的运动方向发生逆转, 因此实际上分子马达的运动方向常常发生逆转[23]. 为了得到逆转的定向流, 本文为模型 (1) 引入空间非对称性, 即研究同时具有时间和空间非对称性的分数阶类 Langevin 分子马达棘齿模型, 以便更真实地描述非理想性环境中分子马达的噪声整流工作机理.

为此, 模型 (1) 取如下的周期为 2 的空间周期势函数:

$$V(x) = 0.454d\left(\cos(\pi x) + \frac{A}{4}\sin(2\pi x)\right), \tag{5}$$

从而

$$U(x) = \frac{\partial V(x)}{\partial x} = 0.454\pi d\left(-\sin(\pi x) + \frac{A}{2}\cos(2\pi x)\right), \tag{6}$$

并取 $x_0=0$, $\gamma=100$. 显然, 对于固定的 A, 势垒高度 $\Delta V \propto d$, 而参数 $A(A\in[-2,2])$ 刻画了势函数的对称破缺程度: 当 $A=0$ 时势函数无破缺; 当 $A>0$ 时, 在势最低点附近向右的坡度小于向左的坡度, 粒子向右运动将受到较小的势阻碍作用, 我们称其为右向破缺势; 而当 $A<0$ 时, 在势最低点向右的坡度大于向左的坡度, 粒子向左运动将受到较小的势阻碍作用, 我们称其为左向破缺势 (图 1). 本文研究了模型 (1) 的定向流对于各参数特别是势函数破缺程度 A 的依赖性.

3 模型对应的离散映射

从数学的角度看, 模型 (1) 是非线性、非马尔可夫的, 因而求其解析解或将其转化为 Fokker-Planck 方程及利用 Frobenius-Perron 方程[16,18−20] 研究其相应概率密度的演化都是困难的. 而鉴于类

Langevin 噪声 $L_\tau(t)$ 适宜由计算机产生, 我们考虑将模型 (1) 转化为离散映射, 研究其整时间点情形.

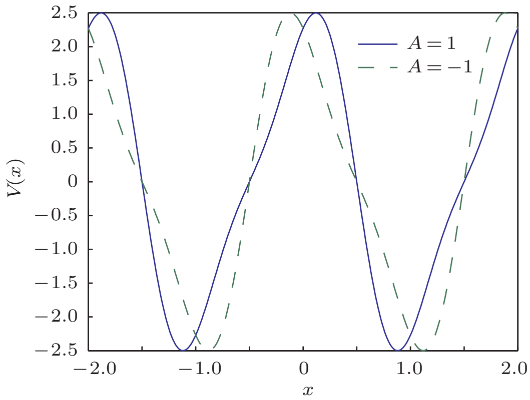

图 1 对称破缺势函数 ($A=\pm1$)

按照文献 [8] 的方法, 记 $n\tau^+ = n\tau + 0^+$, $n\tau^- = n\tau - 0^+$, 其中 0^+ 表示正无穷小量, 并记 $x_n = x(n\tau^+)$, 即在每一次混沌冲击输入后立刻记录马达的位置 x_n, 从而得到马达质心位置 $x(t)$ 的离散状态序列 $\{x_n\}_{n=0}^\infty$. 注意在每次冲击输入前后有 $x(n\tau^+) = x(n\tau^-)$ 且初始位置 $x_0 = x(0)$. 为简化记号, 令 $U(x) = \dfrac{\partial V(x)}{\partial x}$, 则模型 (1) 可改写为

$$D_*^\alpha x(t) = \gamma^{-1}[L_\tau(t) - U(x,t)] \quad (0 < \alpha \leqslant 1), \tag{7a}$$

$$L_\tau(t) = s\tau^{1/2}\sum_{j=0}^{\infty} y_j\delta(t/j - \tau). \tag{7b}$$

利用 α 阶积分算子

$$J^\alpha(x(t)) := \frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_0^t (t-t')^{\alpha-1}x(t')\,\mathrm{d}t' \tag{8}$$

作用于 (7a) 式两边得 [24]

$$x(t) = x(0) + \gamma^{-1}[J^\alpha L_\tau(t) - J^\alpha U(x,t)]. \tag{9}$$

不妨假设 $n\tau \leqslant t < (n+1)\tau$, 则有

$$\begin{aligned} J^\alpha L_\tau(t) &= \frac{s\tau^{1/2}}{\Gamma(\alpha)}\int_0^t (t-t')^{\alpha-1} \times \left[\sum_{j=0}^{\infty} y_j\delta(t' - j\tau)\right]\mathrm{d}t' \\ &= \frac{s\tau^{3/2}}{\Gamma(\alpha)}\sum_{j=0}^{n-1} y_j(t-j\tau)^{\alpha-1} + \frac{s\tau^{1/2}}{\Gamma(\alpha)} y_n(t-n\tau)^\alpha. \end{aligned} \tag{10}$$

从而当 $t=(n+1)\tau$ 时有

$$J^\alpha L_\tau(t)|_{t=(n+1)\tau} = \frac{s\tau^{\alpha+1/2}}{\Gamma(\alpha)}\sum_{j=0}^{n} y_j(n+1-j)^{\alpha-1}. \tag{11}$$

另外, 假定 $U(x,t)$ 在区间 $[x_k, x_{k+1}]$ $(k = 0,1,\cdots)$ 上无明显变化, 则在每个时间区间 $[k\tau^-, (k+1)\tau^-]$ 上可将 $U(x,t)$ 视为常数 [19,20], 进行类似于 (11) 式的计算可得

$$\begin{aligned} &J^\alpha U(x,t)|_{t=(n+1)\tau} \\ &= \frac{\tau^\alpha}{\Gamma(1+\alpha)}\sum_{j=0}^{n} U(x_n) \times [(n+1-j)^\alpha - (n-j)^\alpha]. \end{aligned} \tag{12}$$

将 (11), (12) 两式代入 (9) 式, 并令

$$a = \frac{s\tau^{\alpha+1/2}}{\Gamma(\alpha)\gamma},$$
$$b = \frac{\tau^\alpha}{\Gamma(1+\alpha)\gamma},$$
$$R_\alpha(n,j) = (n-j)^{\alpha-1},$$
$$B_\alpha(n,j) = (n-j)^\alpha - (n-j-1)^\alpha,$$

则有

$$x_n - x_0 = a\sum_{j=0}^{n-1} y_jR_\alpha(n,j) - b\sum_{j=0}^{n-1} U(x_j)B_\alpha(n,j). \tag{13}$$

从而粒子的位移 Δx_n 为

$$\Delta x_n = x_n - x_0 = a\sum_{j=0}^{n-1} y_jR_\alpha(n,j) - b\sum_{j=0}^{n-1} U(x_j)B_\alpha(n,j). \tag{14}$$

当 $n \geqslant 1$ 时, 结合 (1b) 式可得到如下离散映射:

$$\begin{aligned} \Delta x_n &= a\sum_{j=0}^{n-1} y_jR_\alpha(n,j) - b\sum_{j=0}^{n-1} U(x_j)B_\alpha(n,j), \\ y_{n+1} &= f(y_n). \end{aligned} \tag{15}$$

至此我们得到了模型 (1) 所对应的离散映射, 将对模型 (1) 的研究转化为对离散映射 (15) 式的研究. 此外, 定义模型的定向流 J 为

$$J = \lim_{n\to\infty}\frac{\langle\Delta x_n\rangle}{n}. \tag{16}$$

4 数值模拟及结果分析

首先, 利用蒙特卡罗模拟方法 [25] 考虑定向流 J 对于势垒高度 d 的依赖性, 模型参数 $\alpha = 0.8$,

$s = 80$, $\tau = 0.5$, 结果如图2所示. 由图2可知, 各非对称势情形下定向流J对d的依赖性是单峰函数, 且左向破缺势($A = -2$)情形下可观察到流逆转的出现. 其原因可归结为如下三点: 第一, 无偏类Langevin噪声的时间非对称性, 即噪声对粒子的驱动在两个方向上的差异使得粒子难以从较弱驱动的方向越过势垒, 而在较强驱动方向上则较为容易. 第二, 势垒对粒子运动的阻碍. 当势垒太低时噪声的双向驱动使得粒子可以双向跨越势垒, 而当势垒太高时噪声则无法驱动粒子从任何方向越过势垒, 由于噪声的无偏性, 这两种情况下定向流都将趋于消失; 而对于适中的势垒高度, 势垒对粒子运动的阻碍作用使得粒子较容易从噪声驱动较强的方向越过势垒, 从而使得时间非对称性噪声两个方向上对粒子驱动的差异显现出来. 第三, 势函数的空间非对称性与噪声的时间非对称性之间的竞争与协作. 空间非对称势对于粒子的阻碍作用在两个方向上是非对称的: 对于左向破缺势($A < 0$)而言, 尽管粒子向左运动受到势的阻碍作用较小, 但势的作用范围也较大, 而粒子向右运动虽然受到势的阻碍作用较大, 但势的作用范围却较小. 此外由于Logistic映射所生成的类Langevin噪声对粒子的左向驱动要大于右向驱动, 从而形成向左的"较大的噪声驱动+较大的势阻碍作用范围"与向右的"较小的噪声驱动+较小的势阻碍作用范围"间的竞争, 定向流的方向由竞争的结果所决定. 对于较低的势垒, 定向流由噪声的时间非对称性, 即较大的噪声驱动所主导, 而对于较高的势垒, 定向流则由势函数的空间非对称性, 即较小的势阻碍作用范围所主导, 定向流将出现逆转. 因此对于左向破缺势而言, 势函数的空间非对称性与噪声的时间非对称性是竞争关系. 反之, 对于右向破缺势($A > 0$)而言, 这两种非对称因素是协作关系, 因此使得在向左的"较大的噪声驱动+较小的势阻碍作用范围"与向右的"较小噪声的驱动+较大的势阻碍作用范围"的竞争中前者能够完全压制后者, 得到负向流, 并且不会有流逆转现象. 对于空间对称势而言, 势对于粒子的阻碍作用在两个方向上是对称的, 从而定向流的方向仅决定于噪声的时间非对称性.

由以上所述可知, 模型定向流的出现及逆转正是噪声的时间非对称与势函数的空间非对称性相互竞争或协作的直接结果, 从而定向流产生的根源是类Langevin噪声的时间非对称性, 势函数的存在使得噪声的时间非对称性得以体现, 而定向流的逆转则使得势函数的空间非对称性得以体现.

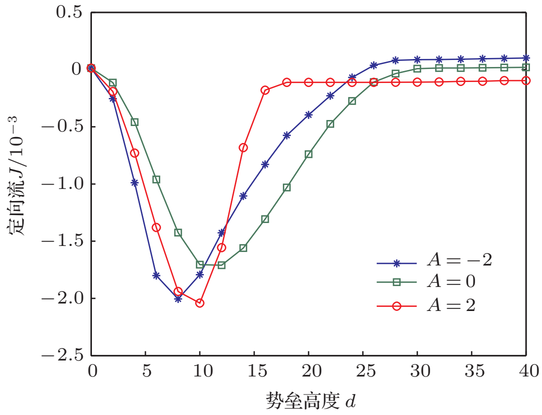

图2　定向流J对势垒高度d的依赖性

其次, 我们考虑定向流J对噪声强度s的依赖性, 模型参数$\alpha = 0.8$, $d = 5$, $\tau = 0.5$, 结果如图3所示. 由图3可知: 对于较大的噪声强度, 各非对称势情形下定向流J对噪声强度s的依赖性也是单峰函数; 在左向破缺势($A = -2$)情形下, 噪声强度s较小时定向流出现逆转, 而随着s的增大定向流的逆转现象则趋于消失; 在对称势和右向破缺势情形下, 定向流无逆转出现. 既然增加噪声强度可以等效为降低势垒高度, 因此本质上这些现象出现的原因与上面讨论的J对d的依赖性的原因是相同的, 这里不再重复讨论.

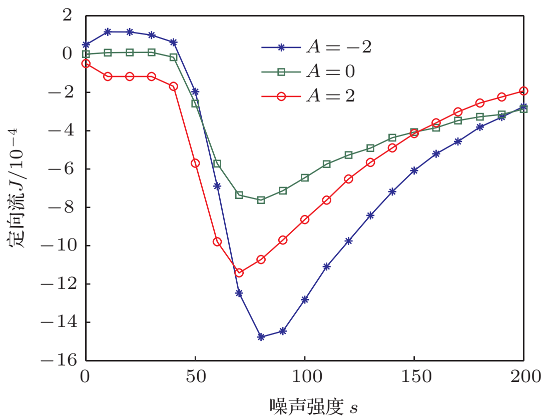

图3　定向流J对噪声强度s的依赖性

然后, 我们考虑定向流J对噪声输入周期τ的依赖性, 模型参数$\alpha = 0.8$, $d = 5$, $s = 80$, 结果如图4所示. 由图4可知: 对于较大的噪声输入周期τ, 各非对称势情形下定向流J对τ的依赖性也是单峰函数; 对于较小的τ, 在左向破缺势($A = -2$)情形下可明显看出流逆转现象的出现; 在对称势

或右向破缺势情形下, 无定向流逆转出现. 根据类Langevin噪声的表达式, 可以将$s\tau^{1/2}$视为噪声的有效强度, 因此对于这些现象的解释与对图3的解释是相同的, 在此不再重复讨论.

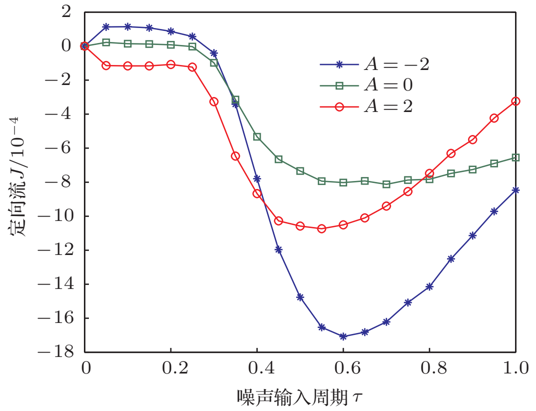

图4 定向流J对噪声输入周期τ的依赖性

随后, 我们考虑定向流J对分数阶α的依赖性, 模型参数$s = 80$, $d = 5$, $\tau = 0.5$, 结果如图5所示. 由图5可知: 各非对称势情形下, 定向流J对分数阶α的依赖性是单调函数, 从而表明分数阶α可以很好地刻画细胞内部环境的非理想程度, 即当$\alpha \to 0$时细胞内环境与理想固体较为接近, 粒子因受到环境过大的阻尼作用而难以定向运动, 从而导致定向流趋于消失; 而当分数阶$\alpha \to 1$时细胞内环境与理想液体较为接近, 粒子所受到的环境的阻尼作用大幅减小, 从而定向流随着分数阶的增大而单调地增加.

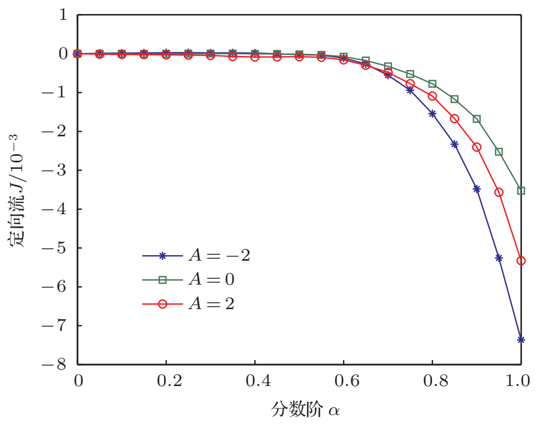

图5 定向流J对于分数阶α的依赖性

最后, 我们考虑定向流J对于势函数破缺参数A的依赖性, 模型参数$d = 5$, $\alpha = 0.8$, $\tau = 0.5$, 结果如图6所示. 由图6可知: 对较小的噪声强度($s = 20$, $s = 40$), 随着势函数破缺方向的改变, 定向流的方向出现逆转; 对于较大的噪声强度($s = 80$, $s = 160$), 定向流的方向不随势函数破缺方向的改变而变化; 对于过大的噪声强度($s = 160$), 定向流反而受到抑制; 对于较大的噪声强度, 势函数破缺方向虽然不能改变定向流的方向, 但明显影响其大小($s = 80$).

如上所述, 定向流出现和逆转的根源在于空间非对称势函数与时间非对称噪声的竞争与协作, 而由以上讨论的定向流对噪声强度的依赖性分析可知, 在较大的噪声强度下势垒的阻碍作用趋于消失, 从而在噪声无偏性的作用下定向流反而受到抑制.

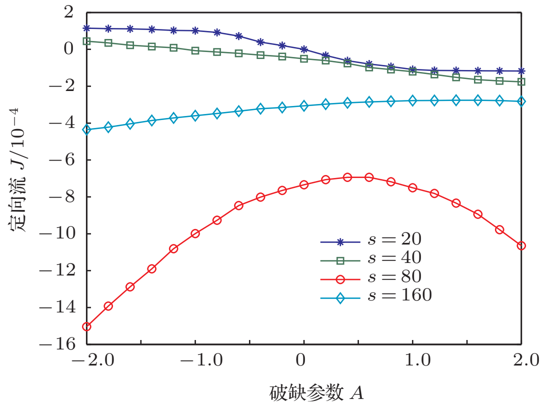

图6 定向流J对势函数破缺参数A依赖性

5 结 论

本文数值研究了空时非对称分数阶类Langevin分子马达棘齿模型. 对于空间非对称势函数、时间非对称类Langevin噪声以及分数阶的作用, 数值模拟结果表明, 定向流的产生是势函数和噪声共同作用的结果, 并且空间非对称与时间非对称性的竞争可能引起定向流的逆转, 其协作则可以增加定向流的大小, 而分数阶仅影响定向流的大小而不改变其方向. 这样, 对于固定的噪声, 我们可以通过改变势函数的破缺方向来获得逆转的定向流. 此模型既可以描述分子马达在其轨道上的定向行走又可以描述其行走方向的改变, 从而能够很好地描述分子马达的真实工作机理.

参考文献

[1] National Research Council (translated by Wang J F) 2013 *A New Biology for the 21st Century* (Beijing: Sci-

ence Press) (in Chinese) [美国科学院研究理事会 (王菊芳译) 2013 二十一世纪新生物学 (北京: 科学出版社)]

[2] Phillips R, Kondev J, Theriot J (translated by Tu Z C, Wang B L) 2012 *Physical Biology of the Cell* (Beijing: Science Press) p483 (in Chinese) [菲利普斯 R, 康德夫 J, 塞里奥特 J 著 (涂展春, 王伯林译) 2012 细胞的物理生物学 (北京: 科学出版社) 第 483 页]

[3] Qian J, Xie P, Xue X G, Wang P Y 2009 *Chin. Phys. B* **18** 4852

[4] Li F Z, Jiang L C 2010 *Chin. Phys. B* **19** 020503

[5] Zhao A K, Zhang H W, Li Y X 2010 *Chin. Phys. B* **19** 110506

[6] Zhang H W, Wen S T, Chen G R, Li Y X, Cao Z X, Li W 2012 *Chin. Phys. B* **21** 038701

[7] Ellis R J, Minton A P 2003 *Nature* **425** 27

[8] Tarasov V E 2010 *Fractional Dynamics: Applications of Fractional Calculus to Dynamics of Particles Fields and Media* (Beijing: Higher Education Press) p442

[9] Baiwen S M, Peng H, Tu Z, Ma H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 210501 (in Chinese) [白文斯密, 彭皓, 屠浙, 马洪 2012 物理学报 **61** 210501]

[10] Lin L F, Zhou X W, Ma H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 240501 (in Chinese) [林丽烽, 周兴旺, 马洪 2013 物理学报 **62** 240501]

[11] Wang F, Deng C, Tu Z, Ma H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 040501 (in Chinese) [王飞, 邓翠, 屠浙, 马洪 2013 物理学报 **62** 040501]

[12] Bao J D 2012 *An Introduction to Anomalous Statistical Dynamics* (Beijing: Science Press) p183 (in Chinese) [包景东 2012 反常统计动力学导论 (北京: 科学出版社) 第 183 页]

[13] Mainardi F 2010 *Fractional Calculus and Waves in Linear Viscoelasticity: An Introduction to Mathematical Models* (London: Imperial College Press) p57

[14] Podlubny I 1999 *Fractional Differential Equations* (New York: Academic Press) pp78–81

[15] Lasota A, Mackey M 1994 *Chaos Fractals and Noise: Stochastic Aspects of Dynamics* (New York: Springer-Verlag) p8

[16] Chew L Y, Ting C 2002 *Physica A* **307** 275

[17] Chialvo D R, Dykman M I, Millonas M M 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 1605

[18] Chew L Y, Ting C 2004 *Phys. Rev. E* **69** 031103

[19] Chew L Y, Ting C, Lai C H 2005 *Phys. Rev. E* **72** 036222

[20] Chew L Y 2012 *Phys. Rev. E* **85** 016212.

[21] Zhou X W, Lin L F, Ma H, Luo M K 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 110501 (in Chinese) [周兴旺, 林丽烽, 马洪, 罗懋康 2014 物理学报 **63** 110501]

[22] Lipowsky R, Klumpp S 2005 *Physica A* **352** 53

[23] Vale R D 2003 *Cell* **112** 467

[24] Klibas A A, Srivastava H M, Trujillo J J 2006 *Theory and Applications of Fractional Differential Equations* (Amsterdam: Elsevier) p199

[25] Bao J D 2009 *Stochastic Simulation Method of Classic and Quantum Dissipative System* (Beijing: Science Press) p13 (in Chinese) [包景东 2009 经典和量子耗散系统的随机模拟方法 (北京: 科学出版社) 第 13 页]

物 理 学 报 Acta Phys. Sin. Vol. 63, No. 16 (2014) 160503

Spatiotemporally asymmetric fractional Langevin-like ratchet*

Zhou Xing-Wang[1)] Lin Li-Feng[1)2)] Ma Hong[1)] Luo Mao-Kang[1)†]

1) (*College of Mathematics, Sichuan University, Chengdu 610064, China*)

2) (*College of Computer and Information, Fujian Agriculture and Forestry University, Fuzhou 350002, China*)

(Received 5 March 2014; revised manuscript received 25 April 2014)

Abstract

In this paper, a spatiotemporally asymmetric fractional Langevin-like ratchet is constructed for the operation of a one-dimensional linear molecular motor subjected to both temporally asymmetric unbiased Langevin-like noise generated by the Logistic mapping and spatially asymmetric periodic potential. In this ratchet, the Langevin-like noise is used to describe fluctuations of intracellular surrounding, and the fractional order is responsible for the effect of the non-ideal intracellular surrounding. Then, by deducing the corresponding discrete mapping, dependance of ratchet effect on parameters are numerically investigated. Numerical results show that both the temporal asymmetry of noise and the spatial asymmetry of potential are crucial to the directed-transport of the ratchet, and competitive spatially asymmetric potential can even reverse the unidirected transport generated by the temporally asymmetric noise at suitable parameters.

Keywords: molecular motor, Langevin-like noise, spatiotemporal asymmetry, fractional Langevin-like ratchet

PACS: 05.10.Gg, 45.10.Hj **DOI:** 10.7498/aps.63.160503

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11171238) and the Young Teacher Foundation of Fujian Agriculture and Forestry University, China (Grant No. 2011XJJ23).

† Corresponding author. E-mail: makaluo@scu.edu.cn