

# 湍流介质折射率结构常数 $C_n^2$ 对双半高斯空心光束传输特性影响的研究\*

陈薪羽 董渊<sup>†</sup> 管佳音 李述涛 于永吉 吕彦飞

(长春理工大学, 吉林省固体激光技术与应用重点实验室, 长春 130022)

(2014年2月22日收到; 2014年3月30日收到修改稿)

基于瑞利-索末菲衍射积分理论, 利用交叉谱密度函数推导出双半高斯空心光束在湍流大气中传输时的解析表达式, 并主要研究了湍流介质折射率结构常数  $C_n^2$  对空心光束传输特性的影响, 得到了双半高斯空心光束在不同条件下传输时的光强分布。研究表明,  $C_n^2$  的增大加剧了近场中传输的空心光束的衍射效应, 这不仅缩短了空心光束完全演变成高斯光束时所需的传输距离, 而且还增加了此后高斯光束向外扩展的程度。

**关键词:** 双半高斯空心光束, 瑞利-索末菲衍射积分, 折射率结构常数  $C_n^2$

**PACS:** 42.68.Ay, 42.68.Bz

**DOI:** 10.7498/aps.63.164208

## 1 引言

空心激光束是一种在传播方向上中心光强为零的环状光束, 因其独特的物理性质, 在生物学、激光加工和原子光学<sup>[1-3]</sup>等方面得到了广泛的应用。目前, 人们已经利用几何光学法、模式转换法、光学全息法、计算全息法等获得了各种不同光强分布形式的空心光束, 如空心高斯光束<sup>[4,5]</sup>、超几何高斯光束<sup>[6,7]</sup>、空心双曲正弦-高斯光束<sup>[8]</sup>、拉盖尔-高斯光束<sup>[9]</sup>、贝塞尔光束<sup>[10-12]</sup>等, 并且在理论上给出了各种空心光束的数学模型。近年来, 由于自由空间激光通信的应用而引起了人们对激光传输特性的广泛关注<sup>[13]</sup>, 由于空心光束是一种特殊的高阶激光束也成为了被关注的对象。Cai 和 He<sup>[14]</sup>采用张量算法研究了椭圆对称可控空心激光束在湍流大气中的传输特性。王涛和蒲继雄<sup>[15]</sup>利用交叉谱密度函数研究了部分相干空心光束在湍流大气中的传输特性。Mei 和 Zhao<sup>[16]</sup>采用  $ABCD$  传输矩阵研究了可控空心光束在自由空间的传输特性。周国泉等<sup>[17]</sup>采用  $ABCD$  传输矩阵研究了涡旋空心光束

在自由空间的传输特性。黎芳等<sup>[18]</sup>研究了拉盖尔-高斯光束在大气中的螺旋谱特性。

2009年, 本研究组又提出了一种新型的空心光束, 即双半高斯空心光束, 该种空心光束在近场垂轴截面上光环的光强分布特点是: 光环的空心部分光强全部为零, 而在光环的内边缘光强突然增强, 呈阶跃式分布; 从光环的内边缘到光环的外边缘光强呈高斯函数规律减弱, 形成双半高斯分布, 并对这种空心光束在自由空间的传输特性进行了模拟仿真研究<sup>[19]</sup>。本文在此基础上, 建立了双半高斯空心光束在湍流大气中的传输模型, 并进行了模拟仿真研究, 得到了不同条件下的双半高斯空心光束在湍流大气中的传输特性。研究结果表明: 双半高斯空心光束在湍流大气传输过程中会逐渐偏离原始的光强分布, 并演变成高斯光束, 而且湍流介质的折射率结构常数越大, 双半高斯空心光束演变成高斯光束所需的传输距离就越短; 另外, 束腰半径和阶数对该种空心光束近场传输特性的影响均远远大于两者对其远场传输特性的影响。与其他空心光束(如空心高斯光束)在大气中的传输相比, 双半高斯光束在大气中传输时保持空心的传输距离

\* 国家自然科学基金(批准号: 61108029)资助的课题。

† 通讯作者。E-mail: [laser\\_dongyuan@163.com](mailto:laser_dongyuan@163.com)

更长, 且从光强分布的总体来看, 双半高斯空心光束的内边缘的陡峭度大于外边缘, 这种特性有助于进一步提高空心光束的应用.

## 2 理论分析

双半高斯空心光束在  $z = 0$  时的电场表达式为<sup>[19]</sup>

$$E_n(r, 0) = G_0 \left[ \frac{r^2}{\omega_0^2} \right]^n \exp \left[ \frac{-r^2}{\omega_0^2} \right] \times \left[ 1 - \text{circ} \left( \frac{r}{\omega_0 \sqrt{n}} \right) \right], \quad (1)$$

式中,  $G_0$  为与强度有关的常数,  $\omega_0$  为双半高斯空心光束的束腰半径,  $n$  为双半高斯空心光束的阶数. 当  $n = 1$  时, 双半高斯空心光束的二维分布如图 1 所示. 从图 1 可以看出, 空心光束的空心区域随着双半高斯空心光束阶数的增加而增大, 因此可以通过对阶数的调节来改变空心光束中空心区域的大小.

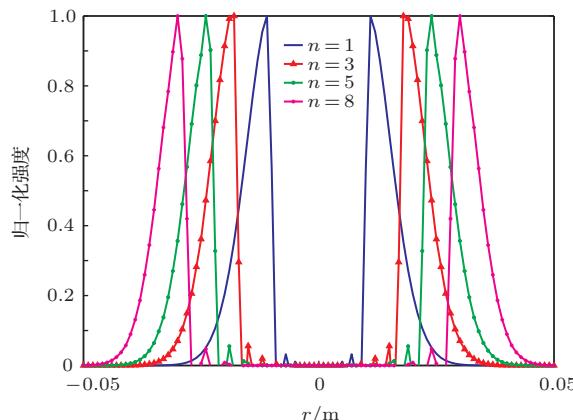


图 1 (网刊彩色) 双半高斯空心激光束在  $z = 0$  处的二维光强分布

已知  $\text{circ}$  函数的展开式为<sup>[20]</sup>

$$\text{circ} \left( \frac{r}{a} \right) = \sum_{j=1}^m A_j \exp \left( - \frac{B_j}{a^2} r^2 \right), \quad (2)$$

式中,  $A_j$ ,  $B_j$  分别为展开系数和高斯系数. 将 (2) 式代入到 (1) 式中, 有

$$E_n(r, 0) = G_0 \left[ \frac{r^2}{\omega_0^2} \right]^n \exp \left[ \frac{-r^2}{\omega_0^2} \right] \left[ 1 - \sum_{j=1}^m A_j \exp \left( - \frac{B_j}{(\omega_0 \sqrt{n})^2} r^2 \right) \right]. \quad (3)$$

双半高斯空心光束在源平面中的交叉谱密度为

$$W_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z = 0, \omega)$$

$$= \langle E(\mathbf{r}_1, 0, \omega) E^*(\mathbf{r}_2, 0, \omega) \rangle, \quad (4)$$

式中,  $\langle \cdot \rangle$  代表系综平均, “\*” 代表复共轭,  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$  为光源平面某两点的位置矢量,  $\omega$  为光束的角频率.  $E(\mathbf{r}_1, 0, \omega)$  为光源平面内光束的电场分量. 将 (3) 式代入到 (4) 式中, 有

$$\begin{aligned} & W_0(\mathbf{r}_{10}, \mathbf{r}_{20}, 0) \\ &= G_0^2 \frac{(r_{10}^2)^n}{\omega_0^{2n}} \frac{(r_{20}^2)^n}{\omega_0^{2n}} \exp \left[ \frac{-r_{10}^2}{\omega_0^2} \right] \\ & \quad \times \exp \left[ \frac{-r_{20}^2}{\omega_0^2} \right] \exp \left[ - \frac{(\mathbf{r}_{10} - \mathbf{r}_{20})^2}{2\sigma_0^2} \right] \\ & \quad \times \left[ 1 - \sum_{j=1}^m A_j \exp \left( - \frac{B_j}{(\omega_0 \sqrt{n})^2} r_{10}^2 \right) \right] \\ & \quad \times \left[ 1 - \sum_{j=1}^m A_j \exp \left( - \frac{B_j}{(\omega_0 \sqrt{n})^2} r_{20}^2 \right) \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

式中,  $\mathbf{r}_{10} = (x_{10}, y_{10})$ ,  $\mathbf{r}_{20} = (x_{20}, y_{20})$  是源平面两个相关联点的坐标,  $\sigma_0$  为光源的相干长度.

双半高斯空心激光束在湍流大气中传输时其交叉谱密度遵循瑞利-索末菲衍射积分,

$$\begin{aligned} & W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) \\ &= \left( \frac{z}{\lambda} \right)^2 \iiint W_0(\mathbf{r}_{10}, \mathbf{r}_{20}, 0) \\ & \quad \times \frac{\exp[ik(R_2 - R_1)]}{R_2^2 R_1^2} d^2 \mathbf{r}_{10} d^2 \mathbf{r}_{20}, \end{aligned} \quad (6)$$

式中,  $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1)$ ,  $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2)$  是远场接收平面上相关的两个点坐标;  $k$  为光束的波数,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ , 其中  $\lambda$  为波长. 借助于瑞利-索末菲衍射积分, 在  $z > 0$  时双半高斯空心光束的交叉谱密度函数为

$$\begin{aligned} & W_0(x_{10}, y_{10}, x_{20}, y_{20}, z) \\ &= \frac{k^2}{4\pi^2 z^2} \iiint W_0(x_1, y_1, x_2, y_2, 0) \\ & \quad \times \exp \left\{ - \frac{ik}{2z} [(x_1 - x_{10})^2 + (y_1 - y_{10})^2 \right. \\ & \quad \left. - (x_2 - x_{20})^2 - (y_2 - y_{20})^2] \right\} \\ & \quad \times \langle \exp [\psi(x_1, y_1, x_{10}, y_{10}) \\ & \quad + \psi^*(x_2, y_2, x_{20}, y_{20})] \rangle dx_1 dy_1 dx_2 dy_2, \end{aligned} \quad (7)$$

式中,

$$\begin{aligned} & \langle \exp [\psi(x_1, y_1, x_{10}, y_{10}) + \psi^*(x_2, y_2, x_{20}, y_{20})] \rangle \\ &= \exp \left[ - \frac{1}{\rho_0^2} ((x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2) \right], \end{aligned} \quad (8)$$

其中,  $\rho_0 = (0.545C_n^2k^2z)^{-3/5}$  为球面波在湍流介质中传输时的相干长度,  $C_n^2$  为折射率结构常数, 它表征湍流程度的强弱.

$$\begin{aligned} W_0(x_{10}, y_{10}, x_{20}, y_{20}, 0) &= G_0^2 \frac{(x_{10}^2 + y_{10}^2)^n}{\omega_0^{2n}} \frac{(x_{20}^2 + y_{20}^2)^n}{\omega_0^{2n}} \\ &\times \exp \left[ \frac{-(x_{10}^2 + y_{10}^2)}{\omega_0^2} \right] \exp \left[ \frac{-(x_{20}^2 + y_{20}^2)}{\omega_0^2} \right] \\ &\times \exp \left[ -\frac{(x_{10} - x_{20})^2}{2\sigma_0^2} - \frac{(y_{10} - y_{20})^2}{2\sigma_0^2} \right] \\ &\times \left[ 1 - \sum_{j=1}^m A_j \exp \left( -\frac{B_j}{(\omega_0 \sqrt{n})^2} (x_{10}^2 + y_{10}^2) \right) \right] \\ &\times \left[ 1 - \sum_{j=1}^m A_j \exp \left( -\frac{B_j}{(\omega_0 \sqrt{n})^2} (x_{20}^2 + y_{20}^2) \right) \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

令  $x_1 = x_2 = x$ ,  $y_1 = y_2 = y$ , 得到双半高斯空心激光束在湍流大气中传输时的光强分布为

$$\begin{aligned} W(x_{10}, y_{10}, x_{20}, y_{20}, z) &= W(x, y, z) \\ &= \frac{k^2}{4\pi^2 z^2} \iiint G_0^2 \frac{(x_1^2 + y_1^2)^n}{\omega_0^{2n}} \frac{(x_2^2 + y_2^2)^n}{\omega_0^{2n}} \\ &\times \exp \left[ \frac{-(x_1^2 + y_1^2)}{\omega_0^2} \right] \exp \left[ \frac{-(x_2^2 + y_2^2)}{\omega_0^2} \right] \\ &\times \exp \left[ -\frac{[(x_1 - y_1)^2 - (x_2 - y_2)^2]}{2\sigma_0^2} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times \left[ 1 - \sum_{j=1}^m A_j \exp \left( -\frac{B_j}{(\omega_0 \sqrt{n})^2} (x_{10}^2 + y_{10}^2) \right) \right] \\ &\times \left[ 1 - \sum_{j=1}^m A_j \exp \left( -\frac{B_j}{(\omega_0 \sqrt{n})^2} (x_{20}^2 + y_{20}^2) \right) \right] \\ &\times \exp \left\{ -\frac{ik}{2z} [(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 - (x_2 - x)^2 \right. \\ &\quad \left. - (y_2 - y)^2] \right\} \exp \left[ -\frac{1}{\rho_0^2} ((x_1 - x_2)^2 \right. \\ &\quad \left. + (y_1 - y_2)^2) \right] dx_1 dy_1 dx_2 dy_2. \end{aligned} \quad (10)$$

由于空心光束具有中心对称性, 任何过中心的截面(如  $xoz$ )内光束的传输特性都能表征完整空心光束的传输特性, 因此为了使后续的计算过程简化, 我们只对上述中的  $x$  变量进行积分.

令  $y_1 = y_2 = 0$ , 并借助于已知积分公式<sup>[21]</sup>

$$\begin{aligned} &\int x^n \exp(-px^2 + qx) dx \\ &= n! \exp \left[ \frac{q^2}{4p} \right] \sqrt{\frac{\pi}{p}} \left( \frac{q}{2p} \right)^n \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}} \frac{1}{(n-2k)!k!} \left( \frac{p}{q^2} \right)^k \\ &= n! \exp \left[ \frac{q^2}{4p} \right] \sqrt{\frac{\pi}{p}} \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}} \frac{1}{(n-2k)!k!} \\ &\quad \times \left( \frac{q^{n-2k}}{2^n p^{n-k}} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

对(10)式进行积分, 最终得到双半高斯空心光束在湍流大气中传输时的光强分布为

$$W(x_{10}, 0, x_{20}, 0, z) = W(x, 0, z) = G_0^2 \frac{k^2}{4\pi^2 z^2} \frac{1}{\omega_0^{2n}} \frac{1}{\omega_0^{2n}} \{A_1 + A_2 + A_3 + A_4\}, \quad (12)$$

式中,

$$\begin{aligned} A_1 &= 2n! \exp \left[ \frac{\left( \frac{ik}{z} x \right)^2}{4S_1} \right] \sqrt{\frac{\pi}{S_1}} \sum_{a=0}^n \frac{1}{(2n-2a)!a!} \\ &\times \left[ \frac{\sum_{b=0}^{2n-2a} \frac{(2n-2a)!}{b!(2n-2a-b)!} \left( \frac{ik}{z} x \right)^{(2n-2a-b)} \left[ \left( \frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{2}{\rho_0^2} \right)^b \right]}{2^{2n} S_1^{2n-a}} \right] \\ &\times (2n+b)! \exp \left[ \frac{S_4^2}{4S_3} \right] \sqrt{\frac{\pi}{S_3}} \sum_{c=0}^{\frac{2n+b}{2}} \frac{1}{(2n+b-2c)!c!} \left[ \frac{S_4^{(2n+b-2c)}}{2^{(2n+b)} S_3^{(2n+b-c)}} \right], \end{aligned} \quad (12a)$$

$$A_2 = - \sum_{j=1}^m A_j 2n! \exp \left[ \frac{\left( \frac{ik}{z} x \right)^2}{4S_5} \right] \sqrt{\frac{\pi}{S_5}} \sum_{a=0}^n \frac{1}{(2n-2a)!a!}$$

$$\begin{aligned} & \times \left[ \frac{\sum_{b=0}^{2n-2a} \frac{(2n-2a)!}{b!(2n-2a-b)!} \left( \frac{ik}{z} x \right)^{(2n-2a-b)} \left[ \left( \frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{2}{\rho_0^2} \right)^b \right]}{2^{2n} S_5^{2n-a}} \right] \\ & \times (2n+b)! \exp \left[ \frac{S_4^2}{4S_6} \right] \sqrt{\frac{\pi}{S_6}} \sum_{c=0}^{\frac{2n+b}{2}} \frac{1}{(2n+b-2c)!c!} \left[ \frac{S_4^{(2n+b-2c)}}{2^{(2n+b)} S_6^{(2n+b-c)}} \right], \end{aligned} \quad (12b)$$

$$\begin{aligned} A_3 = & - \sum_{j=1}^m A_j 2n! \exp \left[ \frac{\left( \frac{ik}{z} x \right)^2}{4S_7} \right] \sqrt{\frac{\pi}{S_7}} \sum_{a=0}^n \frac{1}{(2n-2a)!a!} \\ & \times \left[ \frac{\sum_{b=0}^{2n-2a} \frac{(2n-2a)!}{b!(2n-2a-b)!} \left( \frac{ik}{z} x \right)^{(2n-2a-b)} \left[ \left( \frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{2}{\rho_0^2} \right)^b \right]}{2^{2n} S_7^{2n-a}} \right] \\ & \times (2n+b)! \exp \left[ \frac{S_4^2}{4S_8} \right] \sqrt{\frac{\pi}{S_8}} \sum_{c=0}^{\frac{2n+b}{2}} \frac{1}{(2n+b-2c)!c!} \left[ \frac{S_4^{(2n+b-2c)}}{2^{(2n+b)} S_8^{(2n+b-c)}} \right], \end{aligned} \quad (12c)$$

$$\begin{aligned} A_4 = & \sum_{j=1}^m A_j \sum_{j=1}^m A_j 2n! \exp \left[ \frac{\left( \frac{ik}{z} x \right)^2}{4S_7} \right] \sqrt{\frac{\pi}{S_7}} \sum_{a=0}^n \frac{1}{(2n-2a)!a!} \\ & \times \left[ \frac{\sum_{b=0}^{2n-2a} \frac{(2n-2a)!}{b!(2n-2a-b)!} \left( \frac{ik}{z} x \right)^{(2n-2a-b)} \left[ \left( \frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{2}{\rho_0^2} \right)^b \right]}{2^{2n} S_7^{2n-a}} \right] \\ & \times (2n+b)! \exp \left[ \frac{S_4^2}{4S_9} \right] \sqrt{\frac{\pi}{S_9}} \sum_{c=0}^{\frac{2n+b}{2}} \frac{1}{(2n+b-2c)!c!} \left[ \frac{S_4^{(2n+b-2c)}}{2^{(2n+b)} S_9^{(2n+b-c)}} \right], \end{aligned} \quad (12d)$$

其中,

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2} + \frac{1}{\rho_0^2} + \frac{ik}{2z}, \\ S_2 &= \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2} - \frac{ik}{2z} + \frac{1}{\rho_0^2}, \\ S_3 &= S_2 - \frac{\left( \frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{2}{\rho_0^2} \right)^2}{4S_1}, \\ S_4 &= \frac{\left( \frac{2ik}{z} x \right) \left( \frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{2}{\rho_0^2} \right)}{4S_1} - \frac{ik}{z} x, \\ S_5 &= S_1 + \frac{B_j}{(\omega_0 \sqrt{n})^2}, \\ S_6 &= S_2 - \frac{\left( \frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{2}{\rho_0^2} \right)^2}{4S_5}, \\ S_7 &= S_1 + \frac{B_j}{(\omega_0 \sqrt{n})^2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_8 &= S_2 - \frac{\left( \frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{2}{\rho_0^2} \right)^2}{4S_7}, \\ S_9 &= S_7 - \frac{\left( \frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{2}{\rho_0^2} \right)^2}{4S_5}. \end{aligned}$$

(12)式即为双半高斯空心光束在湍流大气中的传输特性的解析表达式,通过对该式进行数值仿真,可以得到不同参数条件下的传输特性.

### 3 双半高斯空心光束在湍流大气中的传输特性

双半高斯空心光束在湍流大气中的传输特性包括横向传输特性和纵向传输特性两方面,其中纵向传输特性是指轴向上的光场分布.本文基于这两方面,主要研究了折射率结构常数 $C_n^2$ 、束腰半径

$\omega_0$ 、阶数  $n$  对双半高斯空心光束传输特性的影响.

### 3.1 双半高斯空心光束在湍流大气中的横向光场分布

在模拟仿真的过程中, 我们选用的参数列于表 1.

表 1 数值模拟所需的参数值

参数	取值
$\lambda/m$	$6.328 \times 10^{-7}$
$\omega_0/mm$	30
$\sigma_0/mm$	60
$n$	2

将表 1 所列数值代入到(12)式中, 得到  $C_n^2$  取不同值时双半高斯空心光束的传输特性如图 2 所示. 从图 2 可以看出: 在其他参数为定值的条件下, 当  $z = 0.5 \text{ km}$  时(图 2(a)), 不同折射率结构常数  $C_n^2$  情况下的横向光场分布曲线几乎重合, 表明湍流的强弱对于近场中传输的双半高斯空心光束的影响较小, 横向光场分布形式依然为空心光束, 但并不是原始的双半高斯分布形式, 这主要是由于衍射效应引起的空心光束的内边缘的能量向外扩展所致, 但是从总体来看, 空心光束内边缘的陡峭度大于外边缘; 随着传输距离的增加, 由于大气湍流逐渐起作用, 从而导致不同折射率结构常数  $C_n^2$  情况下的横向光场分布曲线开始分离(图 2(b)), 空心光束的中心光强不再为零; 此后, 随着传输距离的延长, 不同大气湍流条件的光强分布曲线完全分离, 空心光束的中心光强逐渐变大, 并且随着  $C_n^2$  的增加而增大(图 2(c)); 随着传输距离进一步的增加, 空心光束逐渐演变成高斯光束, 但是, 不同湍流条件所对应的空心光束演变成高斯光束的距离不同, 强湍流大气( $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ )所对应的空心光束在  $z = 3 \text{ km}$  处首先演变成高斯光束(图 2(d)), 紧接着是相对较弱的湍流大气( $C_n^2 = 5 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ )所对应的空心光束在  $z = 3.5 \text{ km}$  处演变成高斯光束(图 2(e)), 而最弱的湍流大气( $C_n^2 = 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ )所对应的空心光束在  $z = 6 \text{ km}$  处演变成高斯光束(图 2(f)). 这些数据表明强大气湍流的存在使得空心光束的衍射效应更加明显, 能够进一步缩短空心光束演化成高斯光束时的传输距离; 之后, 在继续传播的过程中, 光强分布的形式不再发生改变, 仍然为高斯分布, 同时光斑尺寸向外扩展, 从图 2(g) 和 (h) 可以看出, 湍流的程度越强, 光斑向外扩展的尺寸越大.

上述分析表明湍流对双半高斯空心光束不同传输阶段的影响是不同的, 在该种空心光束的初始传输阶段, 湍流的存在主要是加速了空心光束演变成高斯光束, 并且湍流程度越强, 空心光束演变成高斯光束的距离越短, 但光斑尺寸向外扩展的程度并不明显(图 2(a) 和 (b)); 当空心光束演变成高斯光束后, 湍流的存在主要是加剧了高斯光束向外的扩展, 表现为在同一传输位置处, 湍流程度越强, 高斯光束光斑尺寸越大(图 2(e)–(h)).

### 3.2 双半高斯空心光束在湍流大气中的纵向传输特性

将表 1 所列数据代入到(12)式, 并令式中  $x = 0$ , 得到不同湍流条件下双半高斯空心光束中心光强随传输距离的变化规律如图 3 所示.

从图 3 可以看出, 双半高斯空心光束在不同条件下的湍流大气中传输时, 中心轴线上光强的总体变化趋势都是随着传输距离的增加首先达到一个最大值, 然后随着传输距离的增大中心光强开始逐渐减小. 通过以上的分析表明, 中心轴线上光强的增加是由衍射效应引起的, 并且中心轴线上光强的最大值恰好对应于空心光束完全演变成高斯光束的空间位置, 此后由于高斯光束的扩展使得中心光强开始下降. 另外, 从图 3 还可以发现, 湍流程度越大, 空心光束完全演变成高斯光束所需的距离越短, 此后高斯光束向外扩展的程度越大.

将  $\omega_0 = 0.03 \text{ m}$ ,  $\sigma = 0.06 \text{ m}$ ,  $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$  代入到(12)式, 并令式中  $x = 0$ , 得到不同阶数的双半高斯空心光束在湍流大气中传输时中心光强随传输距离的变化规律如图 4 所示.

从图 4 可以看出, 不同阶数条件下中心光强随传输距离的变化规律与图 3 所示结果是相似的, 都是先增加后减小, 并且增加速度远远大于减小速度; 不同阶数对应的光强曲线在近场完全分开, 说明空心光束的阶数对于近场的传输特性影响较大, 而光强曲线在远场几乎重合, 说明阶数对于远场的传输特性影响较小; 另外, 不同阶数的空心光束完全演变成高斯光束所需的距离是不同的, 阶数越大, 所需要的传输距离越长.

将  $n = 2$ ,  $\sigma = 0.06 \text{ m}$ ,  $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$  代入到(12)式, 并令式中  $x = 0$ , 得到束腰半径不同的双半高斯空心光束在湍流大气中传输时中心光强随传输距离的变化规律如图 5 所示.

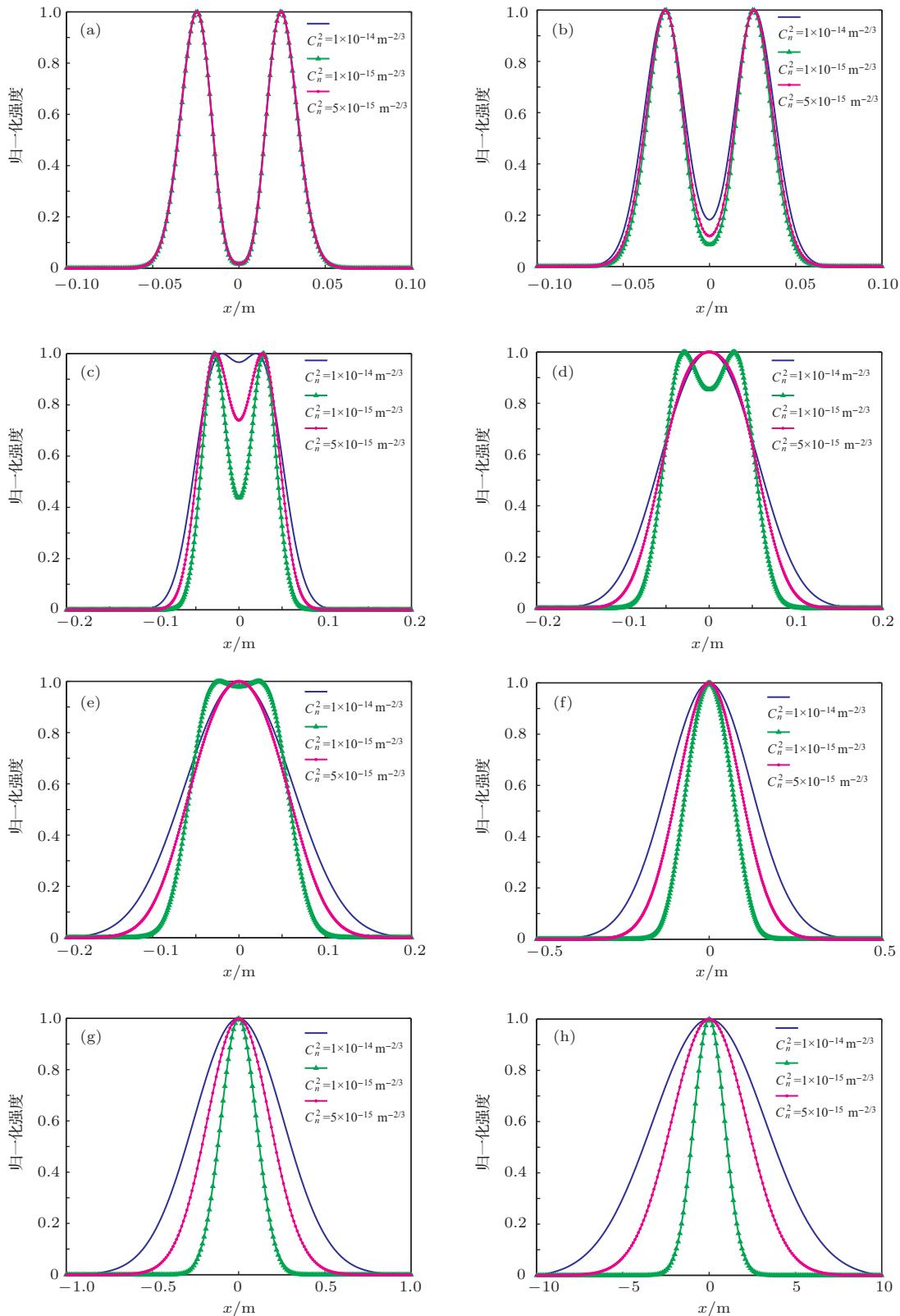


图2 (网刊彩色) 双半高斯空心光束在湍流大气中的传输特性 (a)  $z = 0.5 \text{ km}$ ; (b)  $z = 1 \text{ km}$ ; (c)  $z = 2 \text{ km}$ ; (d)  $z = 3 \text{ km}$ ; (e)  $z = 3.5 \text{ km}$ ; (f)  $z = 6 \text{ km}$ ; (g)  $z = 10 \text{ km}$ ; (f)  $z = 50 \text{ km}$

图5表明, 束腰半径的尺寸对中心光强的纵向传输特性具有一定的影响, 并且对近场的影响远远大于其对远场的影响. 这主要表现在两方面: 一方

面是, 近场光强曲线完全分离, 而在远场光强曲线则趋近于重合; 另一方面是, 双半高斯空心光束在近场演变成高斯光束的速度远远大于高斯光束在

远场扩展的速度。另外，束腰半径的尺寸越小，衍射效应所起的作用越明显，双半高斯空心光束完全演变成高斯光束所需的传输距离越短。

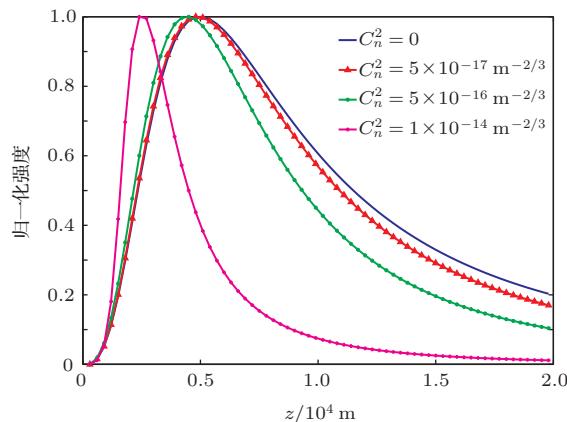


图3 (网刊彩色) 不同湍流条件下中心光强随传输距离的变化规律

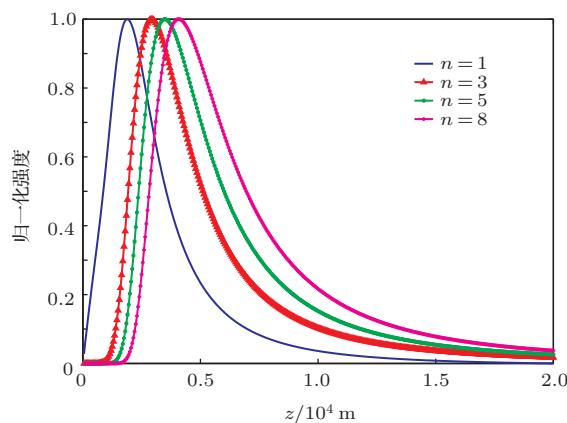


图4 (网刊彩色) 不同阶数条件下中心光强随传输距离的变化规律

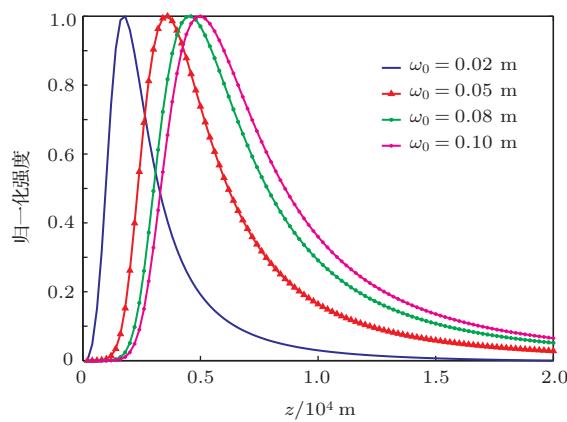


图5 (网刊彩色) 不同束腰半径条件下中心光强随传输距离的变化规律

## 4 结 论

基于瑞利-索末菲衍射积分理论, 利用交叉谱密度函数推导出了双半高斯空心光束在湍流大气

中传输时的解析表达式, 并对此进行了模拟仿真研究, 得到了双半高斯空心光束在不同条件下传输时的光强分布。研究结果表明: 双半高斯空心光束在湍流大气传输过程中逐渐偏离原来的光强分布, 但是从总体来看, 内边缘的陡峭度大于外边缘; 此后随着传输距离的延长, 空心光束演变成高斯光束, 而且湍流介质的折射率结构常数越大, 双半高斯空心光束演变成高斯光束所需的传输距离越短; 当传输距离进一步增加时, 高斯光束开始向外扩展, 光斑尺寸增加。从整个传输过程来看, 湍流介质的折射率结构常数对近场传输特性的影响远远大于其对远场传输特性的影响, 主要表现在双半高斯空心光束在近场演变成高斯的速度远远大于高斯光束在远场扩展的速度。另外, 束腰半径和阶数对该种空心光束近场传输特性的影响均远远大于两者对远场传输特性的影响。

## 参考文献

- [1] Kuga T, Torii Y, Shiokawa N, Hirano T, Shimizu Y, Sasada H 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 4713
- [2] Ovchinnikov Y B, Manek I, Grimm R 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 2225
- [3] Song Y, Milam D, Hill W T 1999 *Opt. Lett.* **24** 1805
- [4] Cai Y, Lu X, Lin Q 2003 *Opt. Lett.* **28** 1084
- [5] Schweiger G, Nett R, Özelt B, Weigel T 2010 *Opt. Express* **18** 4510
- [6] Kotlyar V V, Kovalev A A, Skidanov R V, Khonina S N, Turunen J 2008 *Appl. Opt.* **47** 6124
- [7] Karimi E, Zito G, Piccirillo B, Marrucci L, Santamato E 2007 *Opt. Lett.* **32** 3053
- [8] Tovar A A, Casperson L W 1998 *J. Opt. Soc. Am. A* **15** 2425
- [9] Topuzoski S, Janicijevic L 2009 *Opt. Commun.* **282** 3426
- [10] Phelan C F, O'Dwyer D P, Rakovich Y P, Donegan J F, Lunney J G 2009 *Opt. Express* **17** 12891
- [11] Litvin I A, Khilo N A, Forbes A, Belyi V N 2010 *Opt. Express* **18** 4701
- [12] Carbajal-Dominguez A, Bernal J, Martin-Ruiz A, Niconoff G M 2010 *Opt. Express* **18** 8400
- [13] Jiang Y S, Wang S H, Ou J, Tang H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 214201 (in Chinese) [江月松, 王帅会, 欧军, 唐华 2013 物理学报 **62** 214201]
- [14] Cai Y J, He S L 2006 *Opt. Express* **14** 1353
- [15] Wang T, Pu J X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6754 (in Chinese) [王涛, 浦继雄 2007 物理学报 **56** 6754]
- [16] Mei Z R, Zhao D M 2005 *J. Opt. Soc. Am. A* **22** 1898
- [17] Zhou G Q, Cai Y J, Dai C Q 2013 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **56** 896
- [18] Li F, Tang H, Jiang Y S, Ou J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 014204 (in Chinese) [黎芳, 唐华, 江月松, 欧军 2011 物理学报 **60** 014204]

- [19] Dong Y, Zhang X H, Lu Y F 2009 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **52** 832  
[20] Wen J J, Breazeale M M 1988 *J. Acoust. Soc. Am.* **83** 1752  
[21] Chen Y, Cai Y J, Eyyuboglu H T, Baykal Y 2008 *Appl. Phys. B* **90** 87

# Effects of turbulent medium refractive index structure constant $C_n^2$ on the propagation characteristics of double-half hollow Gaussian beams\*

Chen Xin-Yu Dong Yuan<sup>†</sup> Guan Jia-Yin Li Shu-Tao Yu Yong-Ji Lü Yan-Fei

(Key Laboratory of Solid-State Laser Technology and Application of Jilin Province, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China)

(Received 22 February 2014; revised manuscript received 30 March 2014)

## Abstract

Based on the Rayleigh-Sommerfeld diffraction integral theory, the propagation analytical expression of double-half Gaussian hollow beams in turbulent atmosphere is derived by using the cross spectral density function, and the effects of turbulent medium refractive index structure constant  $C_n^2$  on the propagation characteristics of double half a hollow Gaussian beams are studied and the intensity distributions under the different conditions are obtained as well. The research results show that the increased  $C_n^2$  can exacerbate the near-field diffraction effects of double-half Gaussian hollow beams, which not only shortens the propagation distance of hollow beams fully evolved into the Gaussian beams, but also increases the extent of the Gaussian beam extend outward.

**Keywords:** double-half Gaussian hollow beams, Rayleigh-Sommerfeld diffraction integral, refractive index structure constant  $C_n^2$

**PACS:** 42.68.Ay, 42.68.Bz

**DOI:** 10.7498/aps.63.164208

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61108029).

† Corresponding author. E-mail: [laser\\_dongyuan@163.com](mailto:laser_dongyuan@163.com)