

声悬浮过程的格子 Boltzmann 方法研究*

解文军† 滕鹏飞

(西北工业大学空间应用物理与化学教育部重点实验室, 西安 710072)

(2014年1月17日收到; 2014年3月13日收到修改稿)

采用轴对称多弛豫时间格子 Boltzmann (LB) 方法, 研究了圆柱形封闭谐振腔中圆盘形样品的声悬浮过程. 模拟结果表明, (001) 模式下谐振腔的共振长度 $L = 0.499\lambda$, 在谐振腔中心引入样品后共振漂移量 $\delta L \approx -0.9$, 这与线性声学理论计算结果基本相符. 声悬浮力的 LB 模拟过程包含了黏滞性效应和共振漂移效应, 所获得的模拟结果与理论公式计算值在量值上一致, 而且其在细节上更符合实验现象. 此外, LB 模拟还揭示出了声悬浮过程中的声压波形畸变、声流和声辐射压等非线性声学效应.

关键词: 声悬浮, 格子 Boltzmann 方法, 非线性效应

PACS: 43.25.Uv, 47.11.-j

DOI: 10.7498/aps.63.164301

1 引言

声悬浮是高声强条件下的一种非线性声学效应, 同时也是一项先进的材料无容器处理技术^[1,2]. 近十年来, 声悬浮技术得到了越来越广泛的应用, 其应用领域包括无容器材料制备加工^[3-5]、物性测定^[6,7]、液滴动力学^[8,9]、分析化学^[10,11]和生物医学^[12,13]等. 作为一种非线性现象, 声悬浮过程中的声辐射压、声流等基本物理效应也得到了越来越多的关注^[14,15]. 在线性声学近似下, 声压和流速作周期性变化, 两者的时间平均值均为零, 因此不会出现稳态的声辐射压和声流. 为了揭示这些非线性效应, 必须利用原始的非线性流体动力学方程和状态方程^[16]. 但是, 流体动力学方程组的求解十分困难, 特别是在涉及声场与悬浮样品相互作用的情况下. 数值模拟方法提供了一种可行途径.

格子 Boltzmann (LB) 方法是近二十年发展起来的一种计算流体力学方法^[17-19]. 其优点是粒子间相互作用局域化, 格点演化规则简单, 并行计算适应性好, 以及容易处理复杂边界条件和界面现象. LB 方法的应用涉及物理学的多个领

域^[20-22], 在模拟非线性声学现象方面也取得了一些进展. Buick 等^[23]采用 LB 方法, 研究了大振幅声波的波形畸变. 文献^[24, 25]研究了非线性声传播过程中的声流和声辐射压现象. 在声悬浮研究方面, Barrios 和 Rechtman^[26]采用 LB 方法对单轴式声悬浮过程进行了初步探索. 但是, 这些研究都是基于二维格子模型, 不能完全反映三维物理过程的真实情况.

近年来, 基于直角坐标系下二维格子的轴对称三维 LB 模型获得了较快的发展^[27-29]. 由于利用了所研究问题的轴对称性, 计算效率得到充分提高. 另外, 传统的 LB 方法通常采用单弛豫时间 (SRT) 碰撞模型^[19], 其缺点是在低黏度情况下会出现数值不稳定性. 为了提高数值稳定性, 人们发展了多弛豫时间 (MRT) 碰撞模型^[30], 并将其推广到轴对称 LB 模拟中^[28,29].

采用最新发展的一种轴对称 MRT-LB 方法, 本文对圆柱形封闭谐振腔中的声驻波场以及圆盘形样品在其中的声悬浮过程进行了模拟研究, 以考察轴对称 MRT-LB 方法在声悬浮问题中的适用性, 为进一步探索声悬浮过程中的非线性现象和相关规律奠定基础.

* 国家自然科学基金 (批准号: 51071126, 51371148) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: wjxie@nwpu.edu.cn

2 模拟方法

2.1 轴对称MRT-LB模型

在柱坐标系下采用轴对称MRT-LB方法. 该方法基于直角坐标系下标准的二维九速度 D2Q9

格子模型. 两种坐标系对应关系为 $(x, y) \rightarrow (r, z)$, 第 α 种离散速度

$$\mathbf{e}_\alpha = (e_{\alpha r}, e_{\alpha z})$$

为^[18]

$$\mathbf{e}_\alpha = \begin{cases} (0, 0) & (\alpha = 0), \\ e \left(\cos \frac{(\alpha - 1)\pi}{2}, \sin \frac{(\alpha - 1)\pi}{2} \right) & (\alpha = 1, 2, 3, 4), \\ \sqrt{2}e \left(\cos \frac{2(\alpha - 5)\pi + \pi}{4}, \sin \frac{2(\alpha - 5)\pi + \pi}{4} \right) & (\alpha = 5, 6, 7, 8). \end{cases} \quad (1)$$

相应的平衡态分布函数 f_α^{eq} 为

$$f_\alpha^{\text{eq}} = w_\alpha \rho \left[1 + 3 \frac{\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u}}{e^2} + \frac{9}{2} \frac{(\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u})^2}{e^4} - \frac{3 \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}}{2 e^2} \right], \quad (2)$$

其中, e 为单位格子速度; $\rho(r, z)$ 和 $\mathbf{u}(r, z)$ 分别为流体密度和宏观速度; w_α 为权重系数, 且 $w_0 = 4/9$, $w_{1,2,3,4} = 4/9$, $w_{5,6,7,8} = 1/36$.

粒子分布函数 f_α 的演化由以下方程描述:

$$\begin{aligned} & f_\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{e}_\alpha \Delta t, t + \Delta t) - f_\alpha(\mathbf{x}, t) \\ &= - (1 + m_\alpha) \sum_\beta \Lambda_{\alpha\beta} (f_\beta - f_\beta^{\text{eq}}) \\ & \quad - \Delta t \frac{u_r}{r} q \rho m_\alpha \\ & \quad - \Delta t \left[\frac{u_r}{r} (f_\alpha^{\text{eq}} + \rho b_\alpha) \right]_{(\mathbf{x} + \mathbf{e}_\alpha \Delta t/2, t + \Delta t/2)}, \quad (3) \end{aligned}$$

式中, t 和 Δt 分别为时间和时间步长; \mathbf{x} 为空间坐标矢量, $\mathbf{x} = (r, z)$; $\Lambda_{\alpha\beta}$ 为弛豫矩阵 \mathbf{A} 的矩阵单元. 在SRT模型中, \mathbf{A} 是一个对角矩阵, 对角单元均为 $1/\tau$, 其中 τ 为约化弛豫时间. 在MRT模型中^[30], \mathbf{A} 是一个非对角矩阵, 可由以下关系计算:

$$\mathbf{A} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{S} \mathbf{M}, \quad (4)$$

其中, \mathbf{S} 是一个对角矩阵,

$$\mathbf{S} = \text{diag}(s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8); \quad (5)$$

\mathbf{M} 是一个正交转换矩阵,

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & -1 & -1 & -1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

(3) 式中, q, m_α, b_α 的定义为

$$q = \frac{3\mu - \tau - 1}{9(2\mu - 1)}, \quad (7)$$

$$m_\alpha = \begin{cases} 0 & (r = 0), \\ \Delta t \left(\tau - \frac{1}{2} \right) \frac{e_{\alpha r}}{r} & (r \neq 0), \end{cases} \quad (8)$$

$$b_\alpha = \begin{cases} -\frac{4}{9} \frac{\mu - \tau}{2\mu - 1} & (\alpha = 0), \\ -\frac{1}{9} \frac{\mu - \tau}{2\mu - 1} & (\alpha = 1, 2, 3, 4), \\ \frac{2}{9} \frac{\mu - \tau}{2\mu - 1} & (\alpha = 5, 6, 7, 8), \end{cases} \quad (9)$$

其中, $\tau = 1/s_7 = 1/s_8$, $\mu = 1/s_1$. 需要指出的是, (3) 式右端最后一项取值于半步长 $(\mathbf{x} + \mathbf{e}_\alpha \Delta t/2, t + \Delta t/2)$, 而其他各项取值于 (\mathbf{x}, t) .

可以证明, 在低 Mach 数近似下, (3) 式等价于如下形式的连续性方程和 Navier-Stokes 方程:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = -\frac{\rho u_r}{r}, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} \\ &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\rho u_r u_i}{r} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\eta \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \\ & \quad + \frac{1}{r} \left[\eta \left(\frac{\partial u_r}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial r} \right) \right] - 2\eta \frac{u_r \delta_{ir}}{r^2} \\ & \quad + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\eta' \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \frac{u_r}{r} \right) \right], \end{aligned} \quad (11)$$

式中, p 为压强, $p = \rho c_s^2$, 其中 c_s 为声速, $c_s = e/\sqrt{3}$; η 和 η' 分别为切变黏滞系数和第二黏滞系数,

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{e^2}{3} \left(\tau - \frac{1}{2} \right) \rho \Delta t, \\ \eta' &= \frac{e^2}{3} (\mu - \tau) \rho \Delta t; \end{aligned}$$

δ_{ij} 为 Kronecker δ 符号, i, j 和 k 代表 r 或 z . (11) 式中出现重复坐标指标之处采用了 Einstein 求和约定.

为了使(3)式成为显格式, 可以定义一个新的分布函数 \bar{f}_α ,

$$\bar{f}_\alpha = f_\alpha + \frac{\Delta t}{2} \frac{u_r}{r} (f_\alpha^{\text{eq}} + \rho b_\alpha). \quad (12)$$

(3) 式可改写为

$$\begin{aligned} & \bar{f}_\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{e}_\alpha \Delta t, t + \Delta t) - \bar{f}_\alpha(\mathbf{x}, t) \\ &= - (1 + m_\alpha) \sum_\beta \Lambda_{\alpha\beta} \left[\bar{f}_\beta - f_\beta^{\text{eq}} \right. \\ & \quad \left. - \frac{\Delta t u_r}{2r} (f_\beta^{\text{eq}} + \rho b_\beta) \right] \\ & \quad - \Delta t \frac{u_r}{r} (f_\alpha^{\text{eq}} + \rho b_\alpha + q \rho m_\alpha). \end{aligned} \quad (13)$$

流体宏观速度和密度可分别由下式计算:

$$u_i = \frac{\sum_\alpha e_{\alpha i} \bar{f}_\alpha}{\sum_\alpha \bar{f}_\alpha}, \quad (14)$$

$$\rho = \frac{\sum_\alpha \bar{f}_\alpha}{1 + \frac{\Delta t}{2} \frac{u_r}{r}}. \quad (15)$$

应指出的是, 根据所研究问题的轴对称性和 L'Hôpital 法则, 上述计算中 u_r/r 在 $r = 0$ 时的值为零.

2.2 声悬浮过程模拟

本文采用轴对称 MRT-LB 方法开展圆柱形封闭谐振腔中声驻波场和圆盘形样品在其中的声悬

浮过程研究. 按照线性声学理论, 圆柱形封闭谐振腔中的轴对称驻波模式可以表达为

$$p = p_0 \cos(k_z z) J_0(k_r r) \cos(\omega t), \quad (16)$$

式中, p_0 为声压峰值; J_0 为零阶 Bessel 函数; ω 为声源的振动频率; k_z 和 k_r 分别为波矢的轴向和径向分量, $k_z = l\pi/L$, $k_r = \chi_{0n}/R$. 这里, L 和 R 分别为谐振腔的长度和半径; l 和 n 为整数, 分别等于轴向和径向的声压波节数; χ_{0n} 为方程 $dJ_0(x)/dx = 0$ 的第 n 个解, $\chi_{00} = 0$, $\chi_{01} = 3.832$, $\chi_{02} = 7.015$. 如果声源频率 ω 刚好处于 $(n0l)$ 模式的本征频率 ω_{n0l} ($\omega_{n0l} = c_s \sqrt{(l\pi/L)^2 + (\chi_{0n}/R)^2}$) 附近, 则可以产生强烈的共振. 这时, $(n0l)$ 模式成为主导性声场模式. 本文以最简单的 (001) 模式(即一维平面驻波)为例进行 LB 模拟研究.

模拟中统一采用格子单位, 即 $\Delta r = \Delta z = \Delta t = 1$. 谐振腔半径 $R = 240$; 声源为半径 $R_s = 200$ 的圆形活塞, 位于谐振腔底部 ($z = 0$), 并以速度 $v_z = v_0 \sin(2\pi t/T)$ 进行单频振动; 样品为半径 $a = 28$ 、高度 $2b = 28$ 的刚性圆盘, 且始终位于对称轴上. 数值模拟中取声源振动周期 $T = 1000$, 流体静态密度 $\rho_0 = 1$, 其他参数取为 $\tau = 1/s_7 = 1/s_8 = 0.51$, $\mu = 1/s_1 = 0.5118$, $s_0 = s_3 = s_5 = 1$, $s_2 = 1.9638$, $s_4 = s_6 = 1.9$. 这些参数给出切变黏滞系数 $\eta = 0.0033$ 和容变黏滞系数 $\xi = 2\eta/3 + \eta' = 0.0028$.

边界处理方法为在对称轴上采用镜像格式, 在其他边界上采用非平衡外推格式. 模拟开始时, 所有格点的密度为 ρ_0 , 速度为零. 经过 500 个周期的运行后, 声压振荡进入稳态阶段, 这时对声场和悬浮过程进行数据记录和分析计算.

声压可由状态方程 $p = (\rho - \rho_0)c_s^2$ 计算得到. 样品表面除了受到声压的作用, 还受到黏滞性应力的作用, 总的应力 σ_{ij} 可表示为^[31]

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= -p\delta_{ij} + \eta \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \\ & \quad + \eta' \left(\frac{\partial u_r}{\partial x_r} + \frac{\partial u_z}{\partial x_z} + \frac{u_r}{r} \right). \end{aligned} \quad (17)$$

样品表面的声辐射压 p_a 可由应力张量的相关分量的时间平均值计算得到,

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = (1/T) \int_0^T \sigma_{ij} dt. \quad (18)$$

在样品表面上对(18)式进行积分,可以得到样品所受的合力,即声悬浮力 F .由于轴对称性,悬浮力只有 z 分量.

3 模拟结果及讨论

3.1 声场的调谐过程

为了获得强声场条件,单轴式声悬浮一般工作在谐振状态下,实验中通常通过微调反射端与发射端的间距实现谐振状态^[2].为了模拟这一调谐过程,在声源速度振幅 $v_0 = 10^{-5}$ 不变的情况下,计算了反射端中心声压峰值 p_0 随腔长 L 的变化关系,结果如图1中空心圆点所示.模拟结果表明,谐振腔的共振条件为 $L \approx 288$ 或 $L \approx 0.499\lambda$,其中 λ 为声波长, $\lambda = 577.35$.这与(001)模式的理论共振条件 $L = \lambda/2 = 288.68$ 十分接近.

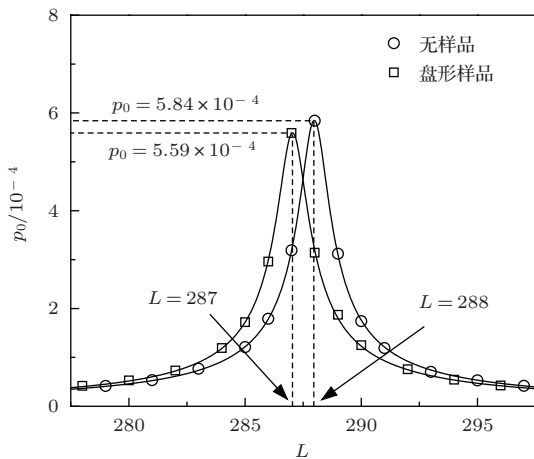


图1 反射端中心声压峰 p_0 值与腔长 L 的关系

3.2 声场的非线性效应

在谐振状态下,逐渐增大声源速度振幅,可以在谐振腔中产生越来越强的声驻波场.图2给出了当声源速度振幅 $v_0 = 10^{-6}, 10^{-5}$ 和 10^{-4} 时,反射端中心位置处声压 p 随时间的变化曲线.图2中对声压 p 进行了约化处理,约化常数 p_0 是反射端的峰值声压,三种速度振幅下 p_0 的计算值分别为 $6.14 \times 10^{-5}, 5.84 \times 10^{-4}$ 和 3.79×10^{-3} .由此可见:当声压较小时,其随时间的变化曲线是标准的正弦曲线,表现为线性声学现象;当声压比较大时,其随时间的变化曲线逐渐偏离正弦曲线,演化为“N”形锯齿波,这是典型的非线性声学现象^[32].

除了声压波形畸变,声悬浮过程中的另一个显著的非线性效应是声流^[14].在线性声学近似下,声场中每一点的速度矢量随时间做正弦变化,其在一个时间周期内的时间平均值为零.因此,在线性近似下介质质点表现为周期性振动,而不会出现定向的流动.为了研究高声强条件下的声流效应,计算了速度场的时间平均值,

$$\langle \mathbf{u}(\mathbf{r}) \rangle = (1/T) \int_0^T \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) dt.$$

图3给出了 $p_0 = 3.79 \times 10^{-3}$ 时, $\langle \mathbf{u} \rangle$ 的空间分布,其特征是在靠近圆柱腔壁的区域,以平面 $z = L/2$ 为对称面,出现了两个镜像对称的涡旋结构.涡心位置分别为 $(r = 0.85L, z = 0.25L)$ 和 $(r = 0.85L, z = 0.75L)$.声流速度的最大值 $\langle u \rangle_{\max} = 2.2 \times 10^{-5}$,是声场中质点振动速度最大值的0.3%.

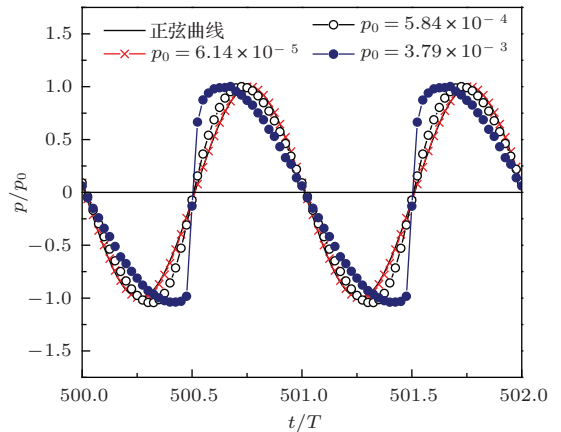


图2 反射端声压波形随声压峰值的演化

3.3 声悬浮过程的共振漂移

声悬浮过程中,样品的引入通常会改变谐振腔的共振条件,引起共振频率或发射端-反射端共振间距的漂移.为此,模拟了一个圆盘形样品在声悬浮过程中的共振漂移现象.样品位置固定于谐振腔中心 $(r = 0, z = 0.5L)$,模拟结果如图1中空心方块所示.由图1可见,在谐振腔中心位置引入圆盘形样品后,谐振条件为 $L \approx 287$.由于数值模拟时腔长均取整数,为了得到比较准确的共振间距漂移量,对引入样品前后的数据进行了拟合,拟合结果如图1中实线所示.结果表明,引入样品前后的共振条件分别为 $L = 287.96$ 和 $L = 287.04$,共振漂移量 $\delta L \approx -0.9$.根据Leung等^[33]提出的在谐振腔中引入球形样品所引起的共振漂移理论公式,如果

将圆盘形样品等效为半径 $R_D = 25.5 \approx 0.04\lambda$ 的等体积球体, 则理论上共振漂移量 $\delta L/L \approx -0.19\%$, 即 $\delta L \approx -0.6$. 由此可见, 模拟结果与理论计算值基本符合. 考虑到圆盘形样品和球形样品对声波散射具有差异, 并且 Leung 理论中没有考虑介质的黏滞性以及由此带来的边界层效应, 可以认为模拟结果基本符合实际的物理过程.

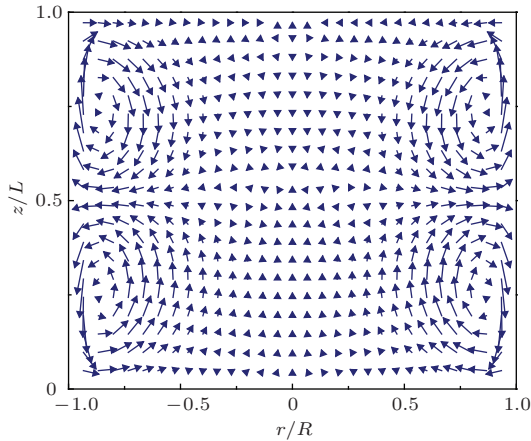


图3 谐振腔中的声流 ($p_0 = 3.79 \times 10^{-3}$, $\langle \mathbf{u} \rangle$ 被放大 10^4 倍)

3.4 声辐射压和声悬浮力

以上述圆盘形样品为例, 进一步模拟了样品在对称轴上不同位置时的声压、声辐射压和悬浮力. 模拟所用的参数为 $v_0 = 10^{-5}$, $L = 287$. 图4给出了样品悬浮于 $z = 3L/8$ 时的声压场分布. 从图4可以看出, 在样品附近的声压等值线明显偏离了一维平面驻波的平行直线型等值线, 这是样品的声散射效应.

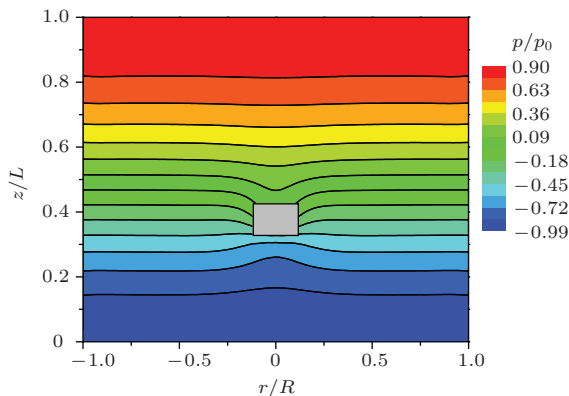


图4 $z = 3L/8$, $p_0 = 5.84 \times 10^{-4}$ 时, 圆盘形样品声悬浮时的声压分布

由于声场的非线性效应, 样品表面的声压在一个振荡周期内的平均值不为零, 即出现声辐射压.

样品上下表面的声辐射压可由公式

$$p_a = -\langle \sigma_{zz} \rangle = (1/T) \int_0^T \sigma_{zz} dt$$

计算. 图5给出了样品分别悬浮于 $z = L/4$ 和 $z = 3L/8$ 时上下表面的声辐射压分布. 从图5可以看出, 样品上下表面中心位置的声辐射压最大, 从中心到边缘声辐射压逐渐减小. 在上述这两个悬浮位置, 样品下表面的声辐射压总是大于上表面的声辐射压, 正是这一压力差提供了对样品的主要悬浮力.

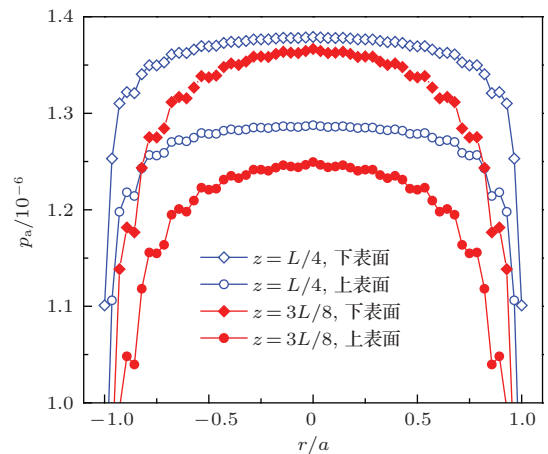


图5 圆盘形样品上下表面受到的声辐射压

图6中的实心圆点曲线是 $L = 287$ 时悬浮力与样品位置的关系曲线. 图6中的实线是根据文献[34]计算得到的无界平面驻波场中圆盘形样品声悬浮力的理论结果, 计算中样品直径-高度比 $\gamma = 2$, 形状因子为1.1, 声压峰值 $p_0 = 5.84 \times 10^{-4}$. 从图6可以看出, 在 $z = L/2$ 附近, 模拟结果 ($L = 287$) 与理论值符合得较好, 但在其他位置, 模拟结果 ($L = 287$) 与理论值有明显差别. 这是因为现有理论公式是建立在无界声场空间前提下, 其中并不包含样品位置变化所引起的共振漂移效应. 而实际物理过程是原本处于共振状态的封闭声场, 当样品偏离 $L/2$ 位置后, 共振条件遭到破坏, 声场强度迅速下降, 从而导致悬浮力不能达到共振状态下的理论值. 因此, LB 模拟结果更符合实际声悬浮过程. 由文献[35]可知, 样品在 $z = L/4$ 和 $z = 3L/4$ 处, 共振漂移量 $\delta L \approx 0$, 即共振条件为 $L = 288$. 为此, 又进一步模拟了 $L = 288$ 时悬浮力与样品位置的关系, 如图6中空圆点所示, 这时的模拟结果在 $z \leq L/4$ 和 $z \geq 3L/4$ 区域与理论值符合得较好, 并且由于在局部消除了共振漂移因

素, 模拟与理论计算对最大悬浮力的预测是一致的. 这再次说明, 模拟结果与理论结果的差别主要是由于共振漂移效应引起的. 从图6还可以看出: 当 $L = 287$ 时, 在谐振腔中部可以产生较大的悬浮力和回复力系数; 而当 $L = 288$ 时, 在靠近反射端和发射端的区域产生了较大的悬浮力. 这一结果可以解释实验中的一个现象: 反射端与发射端的间距较大时有利于样品从反射端起跳(相当于 $L = 288$ 的情形), 而一旦样品进入悬浮区域, 适当减小反射端与发射端的间距可以使悬浮更加稳定(相当于 $L = 287$ 的情形).

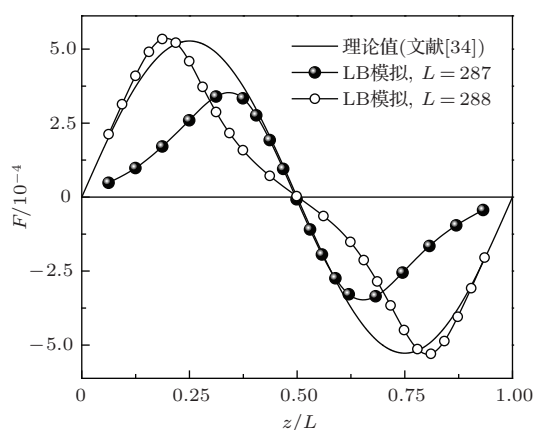


图6 圆盘形样品的声悬浮力与样品位置的关系

4 结 论

本文采用轴对称MRT-LB方法研究了圆柱形封闭谐振腔中圆盘形样品的声悬浮过程. 研究结果表明, 本文所采用的轴对称MRT-LB方法不仅可以很好地模拟声悬浮过程中的声场调谐、共振漂移和声辐射力等现象和规律, 而且还能揭示出声悬浮过程中更多更详细的非线性声学现象和流体动力学现象. 下一步可以将此方法扩展到气液两相体系, 用于模拟声悬浮液滴的动力学规律.

参考文献

[1] Brandt E H 2001 *Nature* **413** 474
 [2] Xie W J, Cao C D, Lü Y J, Hong Z Y, Wei B 2006 *Appl. Phys. Lett.* **89** 214102
 [3] Weber J K R, Benmore C J, Taylor A N, Tumber S K, Neufeind J, Cherry B, Yarger J L, Mou Q, Weber W, Byrn S R 2013 *Chem. Phys.* **424** 89
 [4] Radnik J, Bentrup U, Leiterer J, Brückner A, Emmerling F 2011 *Chem. Mater.* **23** 5425

[5] Wolf S E, Leiterer J, Kappl M, Emmerling F, Tremel W 2008 *J. Am. Chem. Soc.* **130** 12342
 [6] Lee S, Ohsaka K, Rednikov A, Sadhal S S 2006 *Ann. N. Y. Acad. Sci.* **1077** 75
 [7] Tuckermann R, Bauerecker S, Cammenga H K 2005 *Int. J. Thermophys.* **26** 1583
 [8] Saha A, Basu S, Suryanarayana C, Kumar R 2010 *Int. J. Heat Mass Transfer* **53** 5663
 [9] Shao X P, Xie W J 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 134302 (in Chinese) [邵学鹏, 解文军 2012 物理学报 **61** 134302]
 [10] Brotton S J, Kaiser R I 2013 *Rev. Sci. Instrum.* **84** 055114
 [11] Chainani E T, Ngo K T, Scheeline A 2013 *Anal. Chem.* **85** 2500
 [12] Benmore C J, Weber J K R 2011 *Phys. Rev. X* **1** 011004
 [13] Benmore C J, Weber J K R, Taylor A N, Cherry B R, Yarger J L, Mou Q S, Weber W, Neufeind J, Byrn S R 2013 *J. Pharm. Sci.* **102** 1290
 [14] Trinh E H, Robeyal J L 1994 *Phys. Fluids* **6** 3567
 [15] Du R J, Xie W J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 114302 (in Chinese) [杜人君, 解文军 2011 物理学报 **60** 114302]
 [16] Qian Z W 2009 *Nonlinear Acoustics* (Beijing: Science Press) p1 (in Chinese) [钱祖文 2009 非线性声学(北京: 科学出版社) 第1页]
 [17] Aidun C K, Clausen J R 2010 *Annu. Rev. Fluid Mech.* **42** 439
 [18] Chen S, Doolen G 1998 *Annu. Rev. Fluid Mech.* **30** 329
 [19] Benzi R, Succi S, Vergassola M 1992 *Phys. Rep.* **222** 145
 [20] Guo Z L, Zheng C G, Shi B C 2002 *Chin. Phys.* **11** 366
 [21] Shi Z Y, Hu G H, Zhou Z W 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2595 (in Chinese) [石自媛, 胡国辉, 周哲玮 2010 物理学报 **59** 2595]
 [22] Wu W, Sun D K, Dai T, Zhu M F 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 150501 (in Chinese) [吴伟, 孙东科, 戴挺, 朱鸣芳 2012 物理学报 **61** 150501]
 [23] Buick J M, Buckley C L, Greated C A, Gilbert J 2000 *J. Phys. A: Math. Gen.* **33** 3917
 [24] Haydock D, Yeomans J M 2001 *J. Phys. A: Math. Gen.* **34** 5201
 [25] Haydock D 2005 *J. Phys. A: Math. Gen.* **38** 3265
 [26] Barrios G, Rechtman R 2008 *J. Fluid Mech.* **596** 191
 [27] Halliday I, Hammond L A, Care C M, Good K, Stevens A 2001 *Phys. Rev. E* **64** 011208
 [28] Mukherjee S, Abraham J 2007 *Phys. Rev. E* **75** 026701
 [29] Li Q, He Y L, Tang G H, Tao W Q 2010 *Phys. Rev. E* **81** 056707
 [30] Lallemand P, Luo L S 2000 *Phys. Rev. E* **61** 6546
 [31] Landau L D, Lifshitz E M 1999 *Fluid Mechanics* (2nd Ed.) (Beijing: World Publishing Corporation) p45
 [32] Saenger R A, Hudson G E 1960 *J. Acoust. Soc. Am.* **32** 961
 [33] Leung E, Lee C P, Jacobi N, Wang T G 1982 *J. Acoust. Soc. Am.* **72** 615
 [34] Xie W J, Wei B 2004 *Phys. Rev. E* **70** 046611
 [35] Xie W J, Wei B 2007 *Chin. Phys. Lett.* **24** 135

Study of acoustic levitation by lattice Boltzmann method*

Xie Wen-Jun[†] Teng Peng-Fei

(Key Laboratory of Space Applied Physics and Chemistry of Ministry of Education, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

(Received 17 January 2014; revised manuscript received 13 March 2014)

Abstract

The axisymmetric multiple-relaxation-time lattice Boltzmann (LB) method is used to study the acoustic levitation of a rigid disk sample in a closed cylindrical resonant chamber. The simulation results show that the resonant cavity length L is equal to 0.499λ for (001) mode, and the resonance shift δL is approximately equal to -0.9 with a disk sample located in the chamber center, which accord with the analytical results derived from linear acoustics. The LB method naturally includes the viscosity and resonance shift during the simulation of acoustic levitation force on the disk sample, which gives the results not only consistent with the theory in magnitude, but also coherent with the experiments in more details. Some of the nonlinear effects associated with acoustic levitation, such as waveform distortion, acoustic streaming, and radiation pressure, are also revealed by the LB simulation.

Keywords: acoustic levitation, lattice Boltzmann method, nonlinear effects

PACS: 43.25.Uv, 47.11.-j

DOI: [10.7498/aps.63.164301](https://doi.org/10.7498/aps.63.164301)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 51071126, 51371148).

[†] Corresponding author. E-mail: wjxie@nwpu.edu.cn