谷值V^2控制Boost变换器的精确建模与动力学分析*

何圣仲 周国华† 许建平 吴松荣 阎铁生 张希

(西南交通大学电气工程学院, 成都 610031)

(2014 年 3 月 27 日收到; 2014 年 5 月 4 日收到修改稿)

建立了谷值 V^2 控制 Boost 变换器的离散迭代映射模型, 在此基础上得到了输入电压、输出电容及其等效串联电阻 (equivalent series resistance, ESR) 变化时的分岔图, 推导了不动点处的雅可比矩阵, 利用特征值和最大 Lyapunov 指数对系统进行了稳定性分析, 并验证了分岔图的正确性. 重点研究了输入电压和输出电容及其 ESR 对谷值 V^2 控制 Boost 变换器的动力学特性的影响. 研究结果表明, 输入电压增大时, 变换器从周期 1 态经历 1 次倍周期分岔和边界碰撞分岔进入混沌状态; 输出电容及其 ESR 具有相同的分岔路由, 随着输出电容及其 ESR 的逐渐减小, 变换器具有从周期 1 态经历周期 2 态、周期 4 态、周期 8 态、逐渐演变到混沌态的动力学行为. 最后, 用仿真和实验结果验证了本文理论分析的正确性.

关键词: Boost 变换器, 谷值 V^2 控制, 雅可比矩阵, 特征值

PACS: 05.45.–a **DOI:** 10.7498/aps.63.170503

1 引 言

随着电子技术的发展, 各种新型的电子设备为了实现在不同工作模式间的快速切换, 对开关电源的负载动态响应速度提出了较高的要求. V^2 控制技术自 1996 年被提出以来, 因其快速的负载动态响应受到极大的关注 [1]. 现有文献对 V^2 控制开关变换器的研究主要集中于峰值 V^2 控制 Buck 变换器 [2–4]. 谷值 V^2 控制的概念于 2011 年在文献 [5] 中首次被提出, 该文献分析了谷值 V^2 控制 Buck 变换器的工作原理、稳定性与瞬态特性, 并指出谷值 V^2 控制 Buck 变换器具有比谷值电流控制 Buck 变换器更快的负载动态响应速度. 文献 [6] 详细分析了峰值 V^2 控制和谷值 V^2 控制的技术特点、实现方式和数字算法, 并揭示了它们的对偶特性. 对于 V^2 控制 Boost 变换器的研究, 鲜有文献报道. 基于传统 V^2 控制技术 (指峰值 V^2 控制), 文献 [7] 给出了 V^2 控制方法不能应用于 Boost 变换器的结论.

开关 DC-DC 变换器属于分段光滑的强非线性时变系统, 存在低频波动、次谐波振荡、倍周期分岔、边界碰撞分岔和混沌等非线性动力学现象 [8–12]. 由于混沌行为对变换器来说是一种不正常的现象, 混沌的出现将导致变换器的工作状态不可预测, 会极大的影响变换器的控制性能, 甚至无法工作. 运用动力学理论分析和揭示开关 DC-DC 变换器中存在的非线性动力学现象, 分析其产生机理, 研究电路参数变化对开关变换器性能的影响, 有利于指导开关 DC-DC 变换器系统的参数设计 [13,14]. 近年来, 利用非线性动力学的方法研究开关变换器的动力学行为已经成为了研究热点 [15–18].

本文在详细分析谷值 V^2 控制 Boost 变换器原理的基础上, 根据含有输出电容 ESR 的谷值 V^2 控制 Boost 变换器的状态方程, 首先建立谷值 V^2 控制 Boost 变换器的精确离散迭代映射模型. 然后, 通

* 国家自然科学基金 (批准号: 51177140, 61371033), 高等学校博士学科点专项科研基金 (批准号: 20130184120011), 四川省青年科技基金 (批准号: 2014JQ0015) 和霍英东教育基金会高等院校青年教师基金 (批准号: 142027) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: ghzhou-swjtu@163.com

 http://wulixb.iphy.ac.cn

过分岔图、雅可比矩阵及特征值、最大Lyapunov指数等方法, 研究输入电压、输出电容及其ESR对谷值V^2控制Boost变换器的动力学特性的影响. 采用Psim软件对谷值V^2控制Boost变换器进行时域仿真, 验证离散迭代映射模型和理论分析的正确性. 最后搭建实验电路, 对仿真结果进行实验验证.

2 谷值V^2控制Boost变换器的离散迭代映射模型

2.1 工作原理

谷值V^2控制Boost变换器的电路拓扑及工作波形如图1所示. 主电路由输入电压V_g、开关管S、二极管D、电感L、输出电容C(含等效串联电阻r_e)和负载R组成, 控制电路主要由误差放大器、比较器和锁存器构成, R_1, R_2构成内环电压采样电路, V_ref为参考电压, CP为时钟信号. 工作于连续导电模式(continuous conduction mode, CCM)的谷值V^2控制Boost变换器的稳态工作波形如图1(b)所示, 其中T_s为开关周期.

在每个开关周期初始时刻, 时钟脉冲信号使锁存器复位输出低电平, 通过驱动电路控制开关管S关断, 二极管D导通, 电感电压$v_\mathrm{L} = V_\mathrm{g} - v_\mathrm{o} < 0$, 电感电流近似线性下降. 开关管S关断期间, 电感电流的持续减小会使得输出电压下降. 内环检测电压为: $v_\mathrm{s} = K_\mathrm{v} v_\mathrm{o}$, 其中$K_\mathrm{v} = R_1/(R_1 + R_2)$为内环反馈电压采样比列系数. 当内环检测电压$v_\mathrm{s}$下降到谷值控制电压$v_\mathrm{k}$时, 比较器翻转, 使锁存器输出高电平, 开关管S导通, 电感电压$v_\mathrm{L} = V_\mathrm{g} > 0$, 电感电流线性上升. 此时, 二极管D关断, 仅由输出电容为负载供电. 输出电容电压因为电容放电而减小, 相应地内环检测电压v_s也有所下降, 直到下一个开关周期到来. 值得注意的是, 由于ESR的存在, 在CCM模式, 输出电压在开关管S导通或关断时刻均会发生跳变.

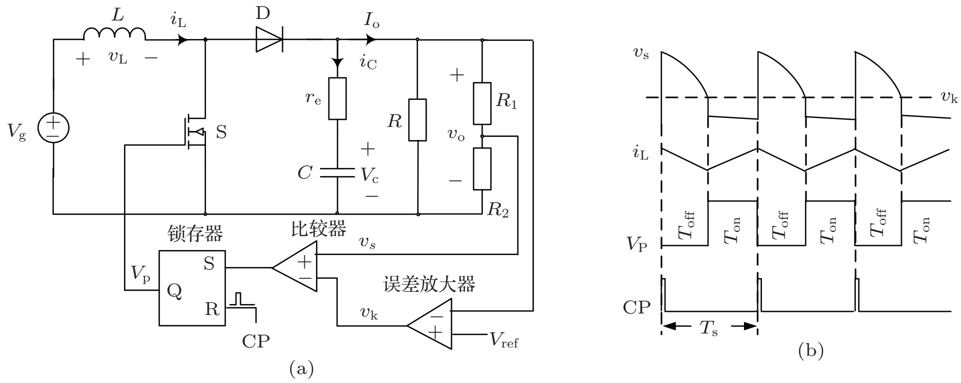

图1 谷值V^2控制Boost变换器 (a)原理图; (b) CCM工作波形

对于图1所示谷值V^2控制Boost变换器, 由负载突变引起的输出电压变化可以立即反馈到内环检测电压上, 从而使开关状态迅速切换. 因此, 谷值V^2控制Boost变换器具有快速的负载瞬态响应, 在负载频繁变化的工程应用场合具有很好的实用价值.

2.2 状态方程

为了建立谷值V^2控制Boost变换器的精确离散迭代映射模型, 首先根据Boost变换器中开关器件的不同工作模式, 推导出相应的状态方程. CCM模式Boost变换器的开关器件存在两种种工作模式: 1)开关管S导通, 二极管D关断; 2)开关管S关断, 二极管D导通.

Boost变换器在CCM模式下的状态方程为

$$\dot{x} = \begin{cases} \boldsymbol{A}_1 \boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_1 V_\mathrm{g}, & (\text{S导通, D关断}), \\ \boldsymbol{A}_2 \boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_2 V_\mathrm{g}, & (\text{S关断, D导通}), \end{cases} \tag{1}$$

其中

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} i_\mathrm{L} & v_\mathrm{c} \end{bmatrix}^\mathrm{T},$$

$$\boldsymbol{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\dfrac{1}{(R + r_\mathrm{e})C} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{A}_2 = \begin{bmatrix} -\dfrac{R r_\mathrm{e}}{(R + r_\mathrm{e})L} & -\dfrac{R}{(R + r_\mathrm{e})L} \\ \dfrac{R}{(R + r_\mathrm{e})C} & -\dfrac{1}{(R + r_\mathrm{e})C} \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{B}_1 = \boldsymbol{B}_2 = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{L} & 0 \end{bmatrix}^\mathrm{T},$$

T 为矩阵转置.

2.3 输出电压边界

对谷值 V^2 控制 Boost 变换器的控制原理进行了详细的分析, 谷值 V^2 控制的控制量为输出电压. 当处于开关模式 2 时, 输出电压减小到谷值控制电压 v_k, 开关管 S 导通, 进入开关模式 1. 由主电路可知

$$v_o(t) = \frac{R}{R+r_e}(r_e i_L(t) + v_c(t)). \tag{2}$$

因此, 对于谷值 V^2 控制 Boost 变换器, 开关管 S 由关断向导通切换的控制方程为

$$v_k = \frac{R}{R+r_e}(r_e i_L + v_c). \tag{3}$$

工作于 CCM 模式的谷值 V^2 控制 Boost 变换器的离散映射空间中存在一个输出电压边界. 定义边界 V_b 为输出电压在时钟周期结束时刚好到达控制电压 V_k 时, 时钟周期开始时的输出电压值.

在 S 关断期间, 电容电压以及电感电流的时域解由 (1) 式可以推出:

$$v_c(t) = e^{-\alpha t}(K_1 \sin\omega t + K_2 \cos\omega t) + V_g, \tag{4}$$

$$\begin{aligned} i_L(t) = {} & \frac{1}{R} e^{-\alpha t}\{[K_1 - \tau(\alpha K_1 + \omega K_2)]\sin\omega t \\ & + [K_2 - \tau(\alpha K_2 - \omega K_1)]\cos\omega t\} \\ & + \frac{V_g}{R}, \end{aligned} \tag{5}$$

式中

$$\tau = (r_e + R)C, \quad \alpha = \frac{L + R r_e C}{2\tau L},$$

$$\omega = \frac{\sqrt{4\tau R L - (L + R r_e C)^2}}{2\tau L},$$

$$K_2 = v_{cn} - V_g,$$

$$K_1 = \frac{R i_{Ln} + \left(\dfrac{R r_e C}{2L} - \dfrac{1}{2}\right) v_{cn}}{\omega\tau} - \frac{\alpha}{\omega} V_g,$$

i_{Ln}, v_{cn} 分别为电感电流和电容电压在 n 个开关周期中的初始值.

根据边界 V_b 的定义, 令 $v_o(T_s) = v_k$, 结合 (2) 式, (4) 式和 (5) 式, 有

$$\begin{aligned} V_b = {} & \{\tau R r_e [(\alpha N_1 + N_2)V_g + (V_k - V_g)(R + r_e)\,e^{\alpha T_s}] \\ & + R[(r_e - r_e\alpha\tau + 1)N_1 - r_e\tau N_2]v_{cn}\} \\ & \times \{N_1(R + r_e)\}^{-1}, \end{aligned} \tag{6}$$

式中

$$N_1 = \frac{r_e - r_e\tau\alpha + R}{\omega}\sin\omega T_s + \tau r_e \cos\omega T_s,$$

$$N_2 = \frac{r_e - r_e\tau\alpha + R}{\omega}\cos\omega T_s - \tau r_e \sin\omega T_s.$$

2.4 离散迭代映射模型

令 $\boldsymbol{x}_n = \boldsymbol{x}(nT_s)$, $\boldsymbol{x}_{n+1} = \boldsymbol{x}((n+1)T_s)$ 分别为状态变量在 nT_s 和 $(n+1)T_s$ 时刻的采样值, 谷值 V^2 控制 Boost 变换器的离散映射模型可以表示成第 $(n+1)T_s$ 时刻的状态矢量 $\boldsymbol{x}_{n+1}$ 与第 nT_s 时刻的状态矢量 $\boldsymbol{x}_n$ 之间的关系, 即 $\boldsymbol{x}_{n+1} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_n)$.

由 (2) 式, 输出电压在 nT_s 时刻的采样值为

$$v_{on} = \frac{R}{R+r_e}(r_e i_{Ln} + v_{cn}).$$

根据与 v_{on} 边界 V_b 以及谷值控制电压 V_k 的关系, 工作于 CCM 模式的谷值 V^2 控制 Boost 变换器存在三种离散迭代映射模型.

1) $v_{on} > V_b$, 开关管 S 在整个周期内保持关断, 此时映射方程为

$$\begin{aligned} & v_{c(n+1)} \\ & = e^{-\alpha T_s}(K_1 \sin\omega T_s + K_2\cos\omega T_s) + V_g, \end{aligned} \tag{7a}$$

$$\begin{aligned} & i_{L(n+1)} \\ & = \frac{1}{R} e^{-\alpha T_s}\{[K_1 - \tau(\alpha K_1 + \omega K_2)]\sin\omega T_s \\ & \quad + [K_2 - \tau(\alpha K_2 - \omega K_1)]\cos\omega T_s\} + \frac{V_g}{R}. \end{aligned} \tag{7b}$$

2) $V_k < v_{on} < V_b$, 开关管 S 首先断开, 输出电压下降. 当输出电压下降至控制电压 V_k 时, 变换器进入开关模式 2 状态: 开关管 S 导通, 二极管 D 关断.

开关管 S 断开时, 电容电压与电感电流的时域解分别为 (4) 式和 (5) 式, 结合 (2) 式, 令 $v_o(t) = V_k$, 利用 Newton-Raphson 法等数值迭代方法可以求出开关管 S 关断时间 t_1. 从而可以求出开关管 S 由关断切换为导通时刻的初始值: $v_c(t_1)$ 和 $i_L(t_1)$. 由于工作于 CCM 模式, 开关管 S 导通时间 $t_2 = T_s - t_1$. 此时映射方程为

$$v_{c(n+1)} = v_c(t_1)\, e^{-\frac{T_s - t_1}{(R+r_e)C}}, \tag{8a}$$

$$i_{L(n+1)} = \frac{V_g}{L}(T_s - t_1) + i_L(t_1). \tag{8b}$$

3) $v_{on} < V_k$, 开关管 S 在整个周期内保持导通, 此时映射方程为

$$v_{c(n+1)} = v_{cn}\, e^{-\frac{T_s}{(R+r_e)C}}, \tag{9a}$$

$$i_{L(n+1)} = \frac{V_g}{L} T_s + i_{Ln}. \tag{9b}$$

(7) 式—(9) 式即为谷值 V^2 控制 Boost 变换器的精确离散映射模型.

3 动力学行为分析

3.1 分岔分析

基于(7)式—(9)式给出的精确离散映射模型，选择表1所示电路参数对谷值V^2控制Boost变换器随输入电压、输出电容C、等效串联电阻(ESR)r_e的分岔特性进行研究.

表1 谷值V^2控制Boost变换器电路参数

参数含义	变量	数值
输入电压	v_g/V	4
输出电压	V_{ref}/V	10.05
电感	L/μH	150
输出电容	C/μF	1000
负载电阻	R/Ω	10
输出电容 ESR	r_e/Ω	0.1
输出电压采样比例系数	K_v	0.1
误差放大器比例系数	K	20
开关周期	T_s/μs	50

3.1.1 输入电压为分岔参数

以输入电压作为分岔参数, 变化范围为4—6.5 V, 得到的分岔图如图2所示.

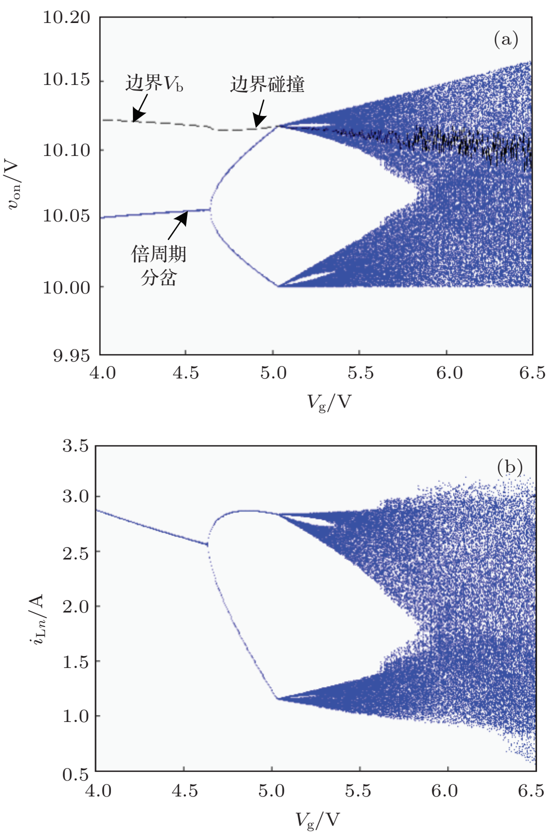

图2 输入电压为分岔参数的分岔图 (a) 输出电压; (b) 电感电流

由图2(a)可以看出：当输入电压较小时，谷值V^2控制Boost变换器处于稳定的周期1运行状态，随着输入电压的增加，当$V_g = 4.75$ V时，变换器发生倍周期分岔；随着输入电压的继续增加，当$V_g = 5.04$ V时，变换器周期2轨道与边界发生V_b碰撞，产生边界碰撞分岔，变换器进入CCM混沌状态. 由图2(b)可以看出：在整个参数变化范围内，电感电流i_L始终大于零，变换器一直处于CCM模式. 由图2可以看出：随着输入电压的增加，变换器从CCM周期1依次经历1次倍周期分岔和1次边界碰撞分岔进入CCM混沌状态.

3.1.2 输出电容为分岔参数

以输出电容C为分岔参数, $C = 370$—620 μF，相应的分岔图如图3所示.

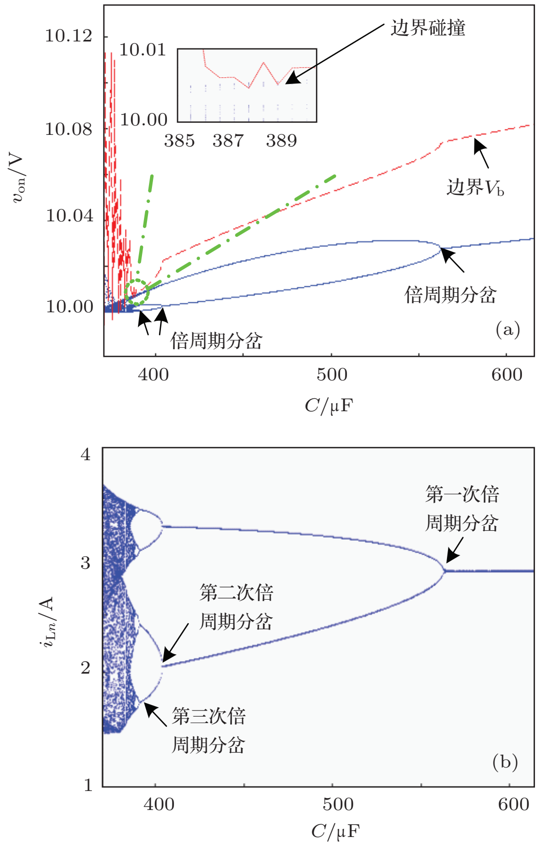

图3 输出电容为分岔参数的分岔图 (a) 输出电压; (b) 电感电流

从图3(a)可以看出，随着C逐渐减小，当C减小到563 μF时，Boost变换器发生第1次倍周期分岔，从稳定的周期1状态进入周期2状态；随着C的继续减小，当$C = 404$ μF时，Boost变换器发生了第2次倍周期分岔，从周期2状态进入周期4状态；当$C = 392$ μF时，Boost变换器发生了第3次倍周期分岔，其工作状态由周期4 状态进入周期8状态；

紧接着, 当C减小到388.5 μF时, Boost变换器的运行轨道与边界V_b碰撞, 发生边界碰撞分岔, 进入混沌状态. 另一方面, 从图3(b)可以清晰地看出: 在整个输出电容的变化范围内, 电感电流i_L的最小离散迭代值均大于零, 表明Boost变换器一直工作于CCM模式.

由图3可知, 随着输出电容的逐渐减小, 谷值V^2控制Boost变换器经历了第1次倍周期分岔、第2次倍周期分岔、第3次倍周期分岔、边界碰撞分岔、CCM混沌的逆分岔路由.

3.1.3　输出电容ESR为分岔参数

以输出电容的ESR为分岔参数, 变化范围为0.0375—0.06 Ω, 相应的分岔图如图4所示.

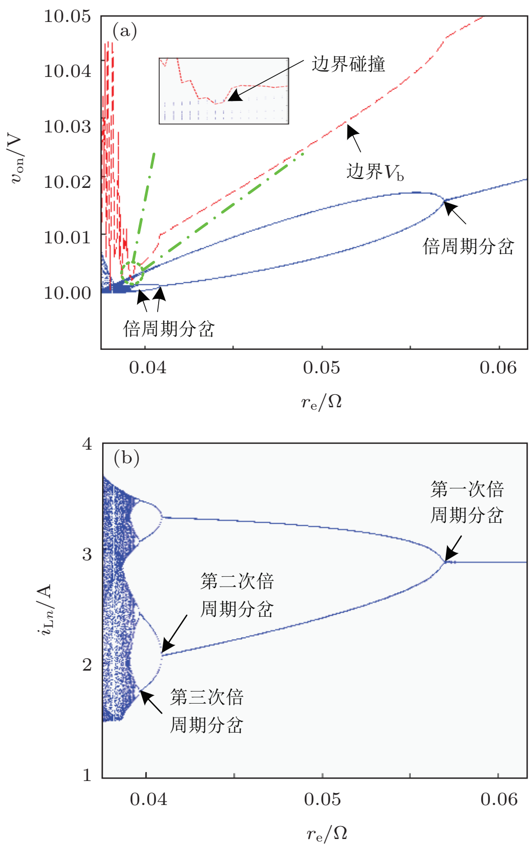

图4　以ESR为分岔参数的分岔图　(a)输出电压; (b)电感电流

从图4(a)可以看出: 随着ESR的减小, 在r_e约为0.0568 Ω时, Boost变换器发生第1次倍周期分岔, 其运行轨道从稳定的周期1状态进入周期2状态. 随着ESR的继续减小, 在r_e约为0.0408 Ω时, Boost变换器发生了第2次倍周期分岔, 从周期2状态进入周期4状态; 在r_e约为0.0396 Ω时, Boost变换器发生了第3次倍周期分岔, 从周期4状态进入周期8状态; 在r_e减小到0.0393 Ω时, Boost变换器的运行轨道与边界V_b碰撞, 发生边界碰撞分岔, 进入混沌状态. 从图4(b)可以清晰地看出, 在整个ESR的变化范围内, 电感电流i_L的最小离散迭代值始终大于零, 表明Boost变换器一直工作于CCM模式.

从整个ESR由小到大的变化范围来看, 图4所示的谷值V^2控制Boost变换器的逆分岔路由与图3一致. 输出电容C及其ESR的变化均会使得输出电容的时间常数(r_eC)发生变化. 从图3、图4的分析可以看出, 两者变化引起的输出电容时间常数变化对谷值V^2控制Boost变换器的动力学行为产生的影响一致.

3.2　稳定性分析

通过对离散迭代映射模型的不动点处的雅可比矩阵及其特征根进行分析, 可以确定开关变换器稳态工作时的稳定性.

由(8)式, 令$\boldsymbol{x}_{n+1}=\boldsymbol{x}_n=\boldsymbol{X}_Q$, 利用Newton-Raphson法等数值算法[19], 可求出不动点$\boldsymbol{X}_Q=[i_{LQ}v_{CQ}]^T$. 于是, 谷值$V^2$控制Boost变换器的离散映射模型在不动点$\boldsymbol{X}_Q$处的Jacobi矩阵为

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{X}_Q)=\left.\begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22}\end{bmatrix}\right|_{\boldsymbol{x}_n=\boldsymbol{X}_Q}, \tag{10}$$

式中$J_{11}=\partial i_{L(n+1)}/\partial i_{Ln}$, $J_{12}=\partial i_{L(n+1)}/\partial v_{cn}$, $J_{21}=\partial v_{c(n+1)}/\partial i_{Ln}$, $J_{22}=\partial v_{c(n+1)}/\partial v_{cn}$.

由于Boost变换器工作于CCM模式, 由(10)式可以求得矩阵系数$J_{ij}(i,j=1,2)$, 分别为

$$J_{11}=i_{L1i}-V_g t_{1i}/L, \tag{11a}$$

$$J_{12}=i_{L1v}-V_g t_{1v}/L, \tag{11b}$$

$$J_{21}=\mathrm{e}^{-(T-t_1)/\tau}(v_{c1i}+v_{c1}t_{1i}/\tau), \tag{11c}$$

$$J_{22}=\mathrm{e}^{-(T-t_1)/\tau}(v_{c1v}+v_{c1}t_{1v}/\tau), \tag{11d}$$

式中

$$\begin{aligned} i_{L1i}=\mathrm{e}^{-\alpha t_1}\Big\{&[R+(\omega K_3-\alpha K_4)t_{1i}]\cos\omega t_1 \\ &+\left[\frac{R(1-\tau\alpha)}{\omega\tau}-(\omega K_4+\alpha K_3)t_{1i}\right] \\ &\times\sin\omega t_1\Big\}\Big/R, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_{L1v}=\mathrm{e}^{-\alpha t_1}\Big\{&(\omega K_3-\alpha K_4)t_{1v}\cos\omega t_1 \\ &+\left[\frac{-(\alpha\tau-1)^2}{\omega\tau}-\omega\tau-(\omega K_4+\alpha K_3)t_{1v}\right] \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&\times \sin\omega t_1\Big\}\Big/R,\\
K_3 &= K_1 - \tau(\alpha K_1 + \omega K_2),\\
K_4 &= K_2 - \tau(\alpha K_2 - \omega K_1),\\
v_{\mathrm{c1}} &= \mathrm{e}^{-\alpha t_1}[K_2\cos(\omega t_1) + K_1\sin(\omega t_1)] + V_{\mathrm{g}},\\
v_{\mathrm{c1i}} &= \mathrm{e}^{-\alpha t_1}\Big\{(\omega K_1 - \alpha K_2)t_{1\mathrm{i}}\cos\omega t_1\\
&\quad + \Big[\frac{R}{\omega\tau} - (\omega K_2 + \alpha K_1)t_{1\mathrm{i}}\Big]\sin\omega t_1\Big\},\\
v_{\mathrm{c1v}} &= \mathrm{e}^{-\alpha t_1}\Big\{[1 + (\omega K_1 - \alpha K_2)t_{1\mathrm{v}}]\cos\omega t_1\\
&\quad + \Big[\frac{\tau\alpha - 1}{\omega\tau} - (\omega K_2 + \alpha K_1)t_{1\mathrm{v}}\Big]\sin\omega t_1\Big\},\\
\sigma &= [r_{\mathrm{e}}(\alpha K_3 + \omega K_4) + R(\omega K_2 + \alpha K_1)]\sin\omega t_1\\
&\quad - [r_{\mathrm{e}}(\omega K_3 - \alpha K_4) + R(\omega K_1 - \alpha K_2)]\\
&\quad \times \cos\omega t_1,\\
t_{1\mathrm{i}} &= \Big\{Rr_{\mathrm{e}}\cos\omega t_1 + \Big[(1 - \tau\alpha)\frac{Rr_{\mathrm{e}}}{\omega\tau} + \frac{R^2}{\omega\tau}\Big]\\
&\quad \times \sin\omega t_1\Big\}\Big/\sigma,\\
t_{1\mathrm{v}} &= \Big\{R\cos\omega t_1 + \Big[\frac{(\alpha\tau - 1)(R + r_{\mathrm{e}} - r_{\mathrm{e}}\alpha\tau)}{\omega\tau}\\
&\quad - r_{\mathrm{e}}\omega\tau\Big]\sin\omega t_1\Big\}\Big/\sigma.
\end{aligned}
$$

根据上式, 可得相应的特征方程为

$$
\det[\lambda \boldsymbol{I} - \boldsymbol{J}_n(\boldsymbol{X}_{\mathrm{Q}})] = 0, \tag{12}
$$

式中 $\boldsymbol{I}$ 为二阶单位矩阵.

由(12)式可以解出两个特征值 λ_1 和 λ_2, 根据 λ_1 和 λ_2 的变化可以判断谷值 V^2 控制 Boost 变换器的稳定性.

表 2 输出电容变化时的特征值

C/μF	特征值 (λ_1, λ_2)		说明
600	−0.9477	0.4824	周期 1
580	−0.9739	0.4563	周期 1
570	−0.9880	0.4427	周期 1
565	−0.9971	0.4348	周期 1
564	−0.9989	0.4333	周期 1
563	**−1.0122**	**0.4257**	**倍周期分岔**
562	−1.0334	0.4142	周期 2
560	−1.0700	0.3947	周期 2
550	−1.1621	0.3456	周期 2
540	−1.2253	0.3131	周期 2

表2和表3分别给出了输出电容和输出电容ESR变化时对应的特征值. 从表2和表3可以看出, 当特征值逼近-1时, 变换器系统发生了倍周期分岔(亦即快标不稳定), 从周期1态变成周期2态. 当变换器系统发生倍周期分岔后, 存在二次离散映射 $\boldsymbol{x}_{n+2} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_n))$; 类似地, 令 $\boldsymbol{x}_{n+2} = \boldsymbol{x}_n = \boldsymbol{X}_{\mathrm{Q2}}$, 可求得不动点 $\boldsymbol{X}_{\mathrm{Q2}}$ 及对应的Jacobi矩阵, 最后可以得到相应的特征值.

表 3 输出电容 ESR 变化时的特征值

r_{e}/mΩ	特征值 (λ_1, λ_2)		说明
62.5	−0.9267	0.5105	周期 1
60.5	−0.9485	0.4870	周期 1
58.5	−0.9740	0.4614	周期 1
57.0	−0.9982	0.4395	周期 1
56.9	−0.9989	0.4385	周期 1
56.8	**−1.0165**	**0.4287**	**倍周期分岔**
56.7	−1.0425	0.4148	周期 2
56.5	−1.0767	0.3966	周期 2
54.5	−1.2301	0.3168	周期 2
52.5	−1.3384	0.2654	周期 2

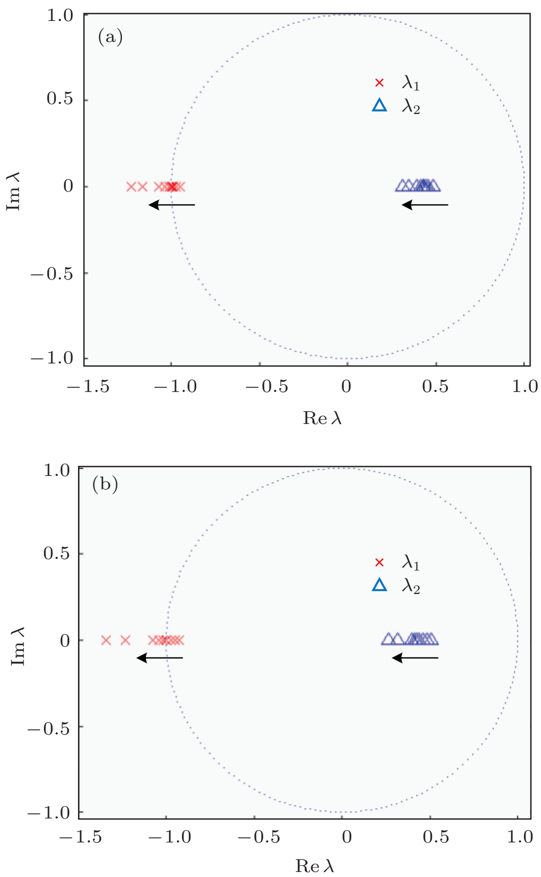

图 5 输出电容及其 ESR 变化时的特征值运动轨迹 (a) $C = 540$—600 μF; (b) $r_{\mathrm{e}} = 52.5$—62.5 mΩ

根据表2和表3的特征值，可以绘出输出电容和输出电容ESR变化时的特征值走向。图5(a)，(b)分别示出了$C = 540$—600 μF，$r_e = 52.5$—62.5 mΩ时的特征值走向，其中箭头的方向表示C，r_e减小时系统特征值的移动方向。

从图5(a)可以看出：随着C逐渐减小，系统的一个实数特征值从-1离开单位圆，表明Boost变换器发生了倍周期分岔，进入周期2轨道，即次谐波振荡状态；此时的电容值为563 μF，与图3的第1次倍周期分岔点一致，验证了分岔图的正确性。

从图5(b)可以看出：随着r_e逐渐减小，系统仍然存在一个实数特征值从-1离开单位圆的情况，表明Boost变换器发生了倍周期分岔，进入周期2轨道；此时的ESR值为56.8 mΩ，与图4的第1次倍周期分岔点一致，验证了分岔图的正确性。

3.3 最大Lyapunov指数

Lyapunov指数是用于判断非线性系统是否存在混沌行为的主要依据。对应于图3、图4的最大Lyapunov指数λ_m分别如图6(a)、图6(b)所示。由图6(a)可以看出：随着电容C的减小，当C减小到563 μF时，λ_m从负数上升到零，对应图3中的第1次倍周期点；随着C的进一步减小，λ_m从零开始又变为负数，当$C = 404$ μF时，λ_m又从负数上升到零，然后变为负数，对应图3中的第2次倍周期点，当$C = 392$ μF时，λ_m从负数又上升到零，对应图3中的第3次倍周期点；当$C < 388$ μF时，λ_m在大部分范围内大于零，表明变换器处于混沌态，其中存在小范围内小于零的λ_m，表明变换器在混沌态中夹杂着周期窗。

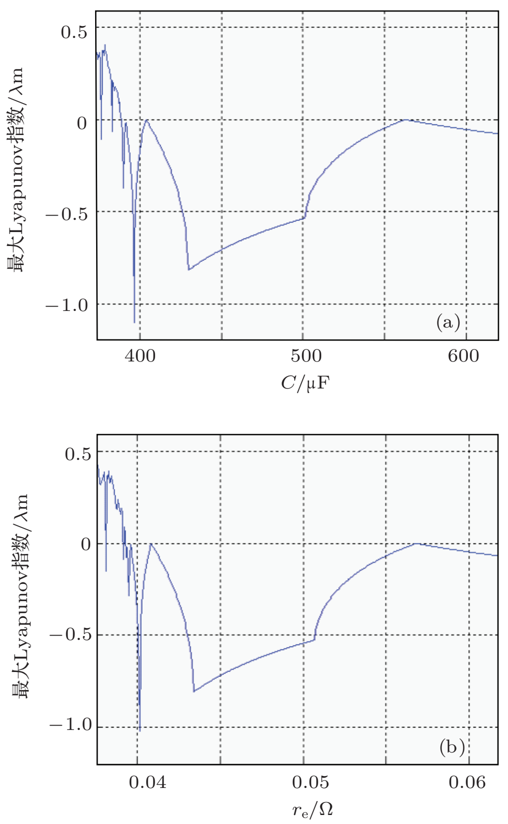

图6 以C和r_e为参数的最大Lyapunov指数 (a) $C = 370$—620 μF; (b) $r_e = 0.0375$—0.06 Ω

类似地，由图6(b)可以看出：随着r_e的逐渐减小，当$r_e = 0.0568$ Ω，$r_e = 0.0408$ Ω，$r_e = 0.0396$ Ω时，λ_m均从负数上升到零，分别对应图4中的第1次倍周期点、第2次倍周期点、第3次倍周期点；当$r_e < 0.0393$ Ω时，大部分范围内λ_m大于零，表明变换器处于混沌态，其中也有小范围内小于零的λ_m，表明变换器存在周期窗。

图6(a)和(b)的最大Lyapunov指数分别与图3和图4的分岔图相对应，验证了分岔图的正确性。

4 典型的时域波形

选取与第3节相同的仿真参数，采用Psim仿真软件搭建了相应的电路仿真模型，并对谷值V^2控制Boost变换器进行时域仿真。

4.1 输入电压变化

保持其他参数不变，输入电压变化时，输出电压v_o、电感电流i_L、开关脉冲信号V_p的时域仿真波形如图7所示。

图7(a)给出了$V_g = 4$ V时的仿真时域波形和相轨图。当$V_g = 4$ V时，变换器处于稳定的周期1运行状态。图7(b)给出了$V_g = 4.9$ V时的仿真时域波形和相轨图。当$V_g = 4.9$ V时，变换器处于周期2运行状态。图7(c)给出了$V_g = 6$ V时的仿真时域波形和相轨图。当$V_g = 6$ V时，变换器处于混沌状态。

由图7至图9可以看出，随着输入电压的增大，即占空比减小，谷值V^2控制Boost变换器的运行状态从稳定的周期1，进入周期2，然后进入混沌。时域仿真结果与图2一致，验证了分岔分析的正确性。

4.2 输出电容变化

固定其他电路参数，输出电容C取不同值时，

锁存器输出 V_{p}、输出电压 v_{o} 和电感电流 i_{L} 的时域仿真波形如图 8 所示.

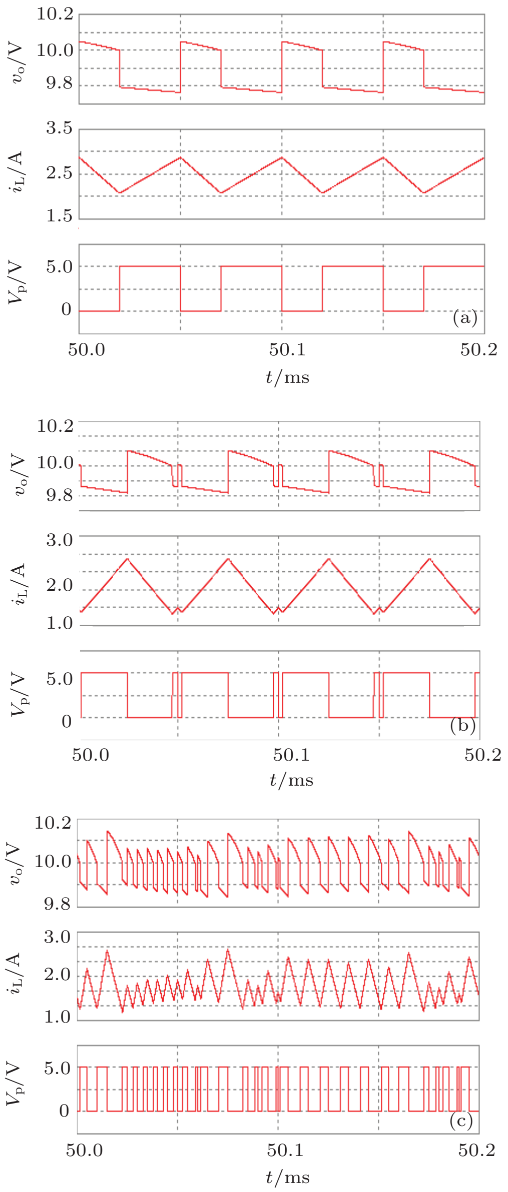

图 7 不同输入电压的仿真波形 (a) $V_{\mathrm{g}}=4$ V; (b) $V_{\mathrm{g}}=4.9$ V; (c) $V_{\mathrm{g}}=6$ V

由图 7 (a) 和图 8 可以看出, 当输出电容 $C=1000$ μF 时, 变换器工作在稳定的周期 1 状态; 当输出电容 $C=450$ μF 时, 变换器处于周期 2 状态; 当输出电容 $C=370$ μF 时, 变换器处于 CCM 混沌状态.

4.3 输出电容 ESR 变化

其他电路参数保持不变, 输出电容 ESR 取不同值时, 锁存器输出 V_{p}、输出电压 v_{o} 和电感电流 i_{L} 的时域仿真波形如图 9 所示. 由图 7 (a) 和图 9 可以看出, 当 $r_{\mathrm{e}}=100$ mΩ 时, 变换器处于稳定的周期 1 状态; 当 $r_{\mathrm{e}}=50$ mΩ 时, 变换器处于周期 2 状态; 当 $r_{\mathrm{e}}=38$ mΩ 时, 变换器处于稳定的 CCM 混沌状态.

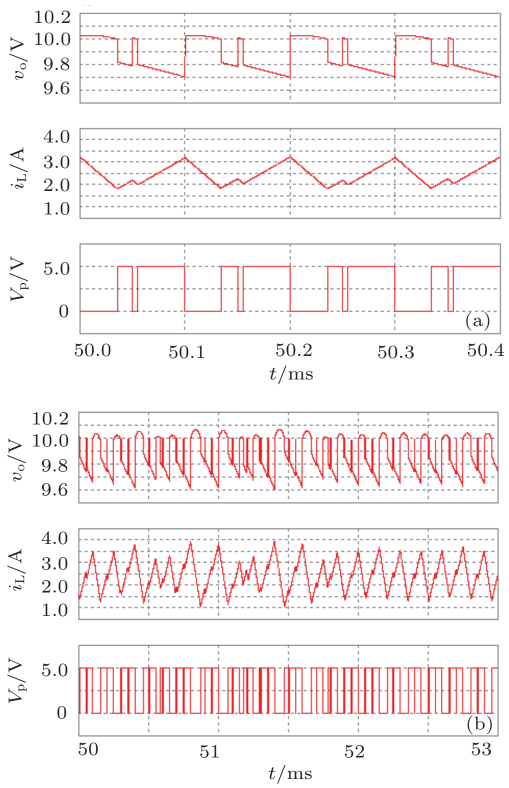

图 8 不同输出电容仿真波形 (a) $C=450$ μF; (b) $C=370$ μF 时的仿真波形

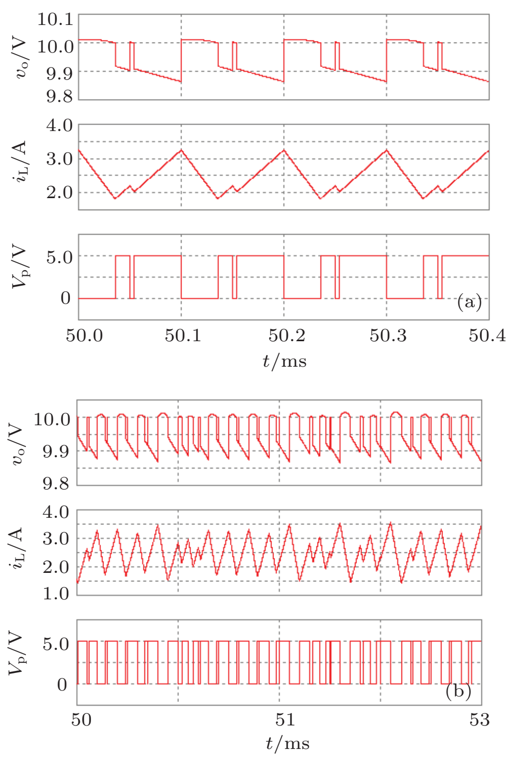

图 9 不同 ESR 仿真波形 (a) $r_{\mathrm{e}}=50$ mΩ; (b) $r_{\mathrm{e}}=38$ mΩ

图 7 至图 9 所示的时域仿真结果与第 3 节的动力学分析完全一致, 从而验证了理论分析的正确性.

5 实验验证

为了验证第 3 节理论分析和第 4 节仿真结果的正确性, 选择表 1 中的电路参数搭建了相应的实验平台: 输入电压采用直流电压源, 负载电阻采用电子负载, 输出电容采用瓷片电容堆, 运算放大器采用 TL1357, 比较器采用 K319, 触发器由门电路实现.

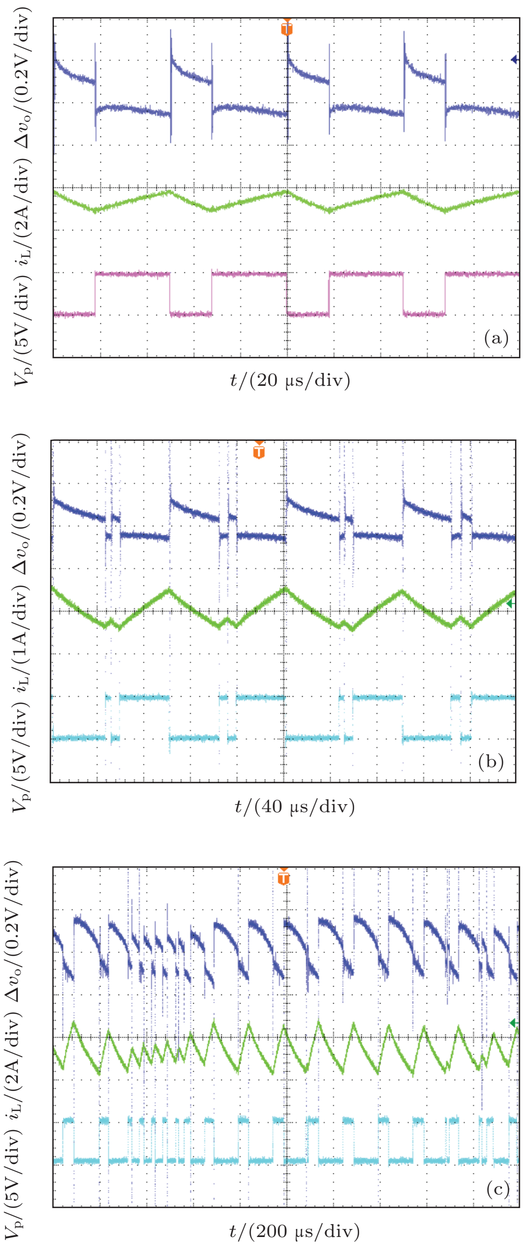

图 10 不同输入电压时的实验波形 (a) $V_g = 4$ V; (b) $V_g = 4.9$ V; (c) $V_g = 6$ V

5.1 输入电压变化

首先对输入电压变化时的谷值 V^2 控制 Boost 变换器进行了实验研究, 相应的输出电压纹波、电感电流以及开关信号的实验波形如图 10 所示.

图 10 (a) 为 $V_g = 4$V 时的实验波形, 变换器工作在稳定的周期 1 状态; 图 10 (b) 为 $V_g = 4.9$V 时的实验波形, 变换器工作在周期 2 状态; 图 10 (c) 为 $V_g = 6$V 时的实验波形, 变换器工作在 CCM 混沌状态. 图 10 所示的实验结果与第 3 节理论分析和第 4 节仿真结果一致, 验证了: 输入电压由小到大变化时, 谷值 V^2 控制 Boost 变换器由稳定的周期 1 状态逐渐过渡到周期 2 状态 (经过倍周期分岔)、CCM 鲁棒混沌状态 (经过边界碰撞分岔) 的过程.

5.2 输出电容 ESR 变化

图 11 (a) 和 (b) 分别给出了 $r_e = 50$ mΩ 和 $r_e = 38$ mΩ 时的实验波形.

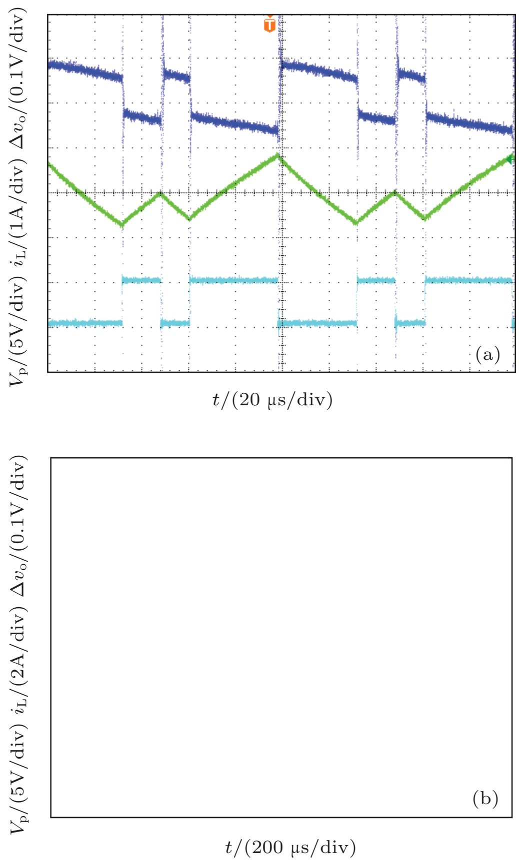

图 11 不同输出电容 ESR 实验波形 (a) $r_e = 50$ mΩ; (b) $r_e = 38$ mΩ

从图 11 所示的实验结果可以看出: 当 $r_e = 50$ mΩ 时, 变换器工作在周期 2 状态; 当 $r_e = 38$ mΩ 时, 变换器工作在 CCM 混沌状态. 图 10 (a) 中,

$r_e = 100$ mΩ时, 变换器工作在CCM周期1状态. 对照图4、图9可以看出, 实验结果与第3节动力学分析以及第4节时域仿真结果一致.

6 结 论

本文通过不同开关工作模式下的Boost变换器的状态方程, 推导了谷值V^2控制Boost变换器的精确离散迭代模型, 深入研究了输入电压、输出电容及其ESR对谷值V^2控制Boost变换器的动力学特性的影响. 在离散迭代模型的基础上推导了谷值V^2控制Boost变换器在不动点处的雅可比矩阵, 通过雅可比矩阵的特征值变化和最大Lyapunov指数研究了系统的稳定性. 研究结果表明, 输入电压增大时, 变换器从稳定的CCM周期1态、CCM周期2态到CCM混沌态转移的动力学特性; 输出电容与其ESR具有相同的分岔路由, 随着输出电容或其ESR减小, 变换器逐渐从稳定的CCM周期1态、CCM周期2态、CCM周期4态、CCM周期8态到CCM混沌态转移的动力学特性. 谷值V^2控制Boost变换器的动力学特性和输出电容时间常数密切相关, 输出电容时间常数越大, 变换器越稳定; 输出电容时间常数越小, 变换器越容易进入CCM混沌状态. 最后, 采用Psim软件仿真和电路实验验证了离散迭代模型和理论分析的正确性. 本文的研究结果对谷值V^2控制Boost变换器的电路参数选择和设计具有重要的指导意义.

参考文献

[1] Goder D, Pelletier W R 1996 *Proceeding of HFPC'1996* p19

[2] Li J, Lee F C 2009 *IEEE Tran. Circuits and Systems, Part I,* **57** 2552

[3] Wang F Y, Xu J P, Xu J F 2005 *Proc. CSEE* **25** 67 (in Chinese) [王凤岩, 许建平, 许峻峰 2005 中国电机工程学报 **25** 67]

[4] He S Z, Zhou G H, Xu J P, Bao B C, Yang P 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 110503 (in Chinese) [何圣仲, 周国华, 许建平, 包伯成, 杨平 2013 物理学报 **62** 110503]

[5] Zhou G H, Xu J P, Sha J, Jin Y Y 2011 *IEEE ECCE Asia* p2788

[6] Zhou G H, Xu J P, Wang J P 2014 *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **61** 1280

[7] Wang F Y 2005 *Ph.D. Dissertation* (Southwest Jiaotong University) (in Chinese) [王凤岩 2005 博士学位论文 (西南交通大学)]

[8] Zhou Y F, Chen J N, Tse C K, Ke D M, Shi L X, Sun W F 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3676 (in Chinese) [周宇飞, 陈军宁, 谢智刚, 柯导明, 时龙兴, 孙伟峰 2004 物理学报 **53** 3676]

[9] Zhou G H, Xu J P, Bao B C, Zhang F, Liu X S 2010 *Chin. Phys. Lett.* **27** 090504

[10] Wang F Q, Ma X K, Yan Y 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 060510 (in Chinese) [王发强, 马西奎, 闫晔 2011 物理学报 **60** 060510]

[11] Zhou G H, Xu J P, Bao B C, Jin Y Y 2010 *Chin. Phys. B* **19** 060508

[12] Lu W G, Zhou L W, Luo Q M, Du X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6275 (in Chinese) [卢伟国, 周雒维, 罗全明, 杜雄 2007 物理学报 **56** 6275]

[13] Wang F Q, Zhang H, Ma X K 2012 *Chin. Phys. B* **21** 020505

[14] Bao B C 2013 *An Introduction to Chaotic Circuits* (Science Press) p164 (in Chinese) [包伯成 2013 混沌电路导论 (科学出版社) 第164页]

[15] Dai D, Ma X K, Li X F 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2729 (in Chinese) [戴栋, 马西奎, 李小峰 2003 物理学报 **52** 2729]

[16] Wang F Q, Zhang H, Ma X K 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2842 (in Chinese) [王发强, 张浩, 马西奎 2008 物理学报 **57** 2842]

[17] Bao B C, Xu J P, Liu Z 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2949 (in Chinese) [包伯成, 许建平, 刘中 2009 物理学报 **58** 2949]

[18] Yang P, Bao B C, Sha J, Xu J P 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 010504 (in Chinese) [杨平, 包伯成, 沙金, 许建平 2013 物理学报 **62** 010504]

[19] Zhang B, Li P, Qi Q 2002 *Proc. CSEE* **22** 81 (in Chinese) [张波, 李萍, 齐群 2002 中国电机工程学报 **22** 81]

Precise modeling and dynamic characteristics of valley V^2 controlled Boost converter*

He Sheng-Zhong Zhou Guo-Hua† Xu Jian-Ping Wu Song-Rong
Yan Tie-Sheng Zhang Xi

(*School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China*)

(Received 27 March 2014; revised manuscript received 4 May 2014)

Abstract

A discrete iterative map model of valley V^2 controlled Boost converter is established, based on which the bifurcation diagrams are obtained with the variation of input voltage, output capacitance and its equivalent series resistance (ESR). Jacobi matrix at a fixed point is also derived, and according to it, the converter stability is analyzed using characteristic values and maximum Lyapunov exponent, thus the correctness of bifurcation analysis is validated. The effect of input voltage, output capacitance and its ESR on the dynamic characteristics of valley V^2 controlled Boost converter is mainly investigated. It is found that as the input voltage increases continuously, the valley V^2 controlled Boost converter changes from continuous conduction mode (CCM) period-1 to CCM period-2 due to period-doubling bifurcation, and comes into CCM chaos due to border collision bifurcation. The converter has the same bifurcation routes at output capacitance and its ESR: with gradual reduction of output capacitance or its ESR, the valley V^2 controlled Boost converter behaves the evolutive dynamic behavior from CCM period-1 to CCM period-2, CCM period-4, CCM period-8, and CCM chaos. Finally, the simulation and experimental circuits are set up, and the correctness of theoretical analysis is verified by simulation and experimental results.

Keywords: Boost converter, valley V^2 control, Jacobi matrix, characteristic value

PACS: 05.45.–a **DOI:** 10.7498/aps.63.170503

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 51177140, 61371033), the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education, China (Grant No. 20130184120011), the Sichuan Provincial Youth Science and Technology Fund, China (Grant No. 2014JQ0015), and the Fok Ying-Tong Education Foundation for Young Teachers in the Higher Education Institutions of China (Grant No. 142027).

† Corresponding author. E-mail: ghzhou-swjtu@163.com