

忆阻元件与 RLC 以及二极管串并联电路的特性研究*

王天舒 张瑞德 关哲 巴柯 俎云霄†

(北京邮电大学电子工程学院, 北京 100876)

(2014年4月4日收到; 2014年5月9日收到修改稿)

对第四类基本电路元件: 忆阻元件与 RLC 以及二极管串并联电路特性进行了研究, 分别建立了两种电路的数学模型, 并进行了仿真研究, 分析了电路中的电容、电感、电阻等参数对电路特性的影响, 得出了相关的结论.

关键词: 忆阻元件, RLC 电路, 二极管, 数学模型

PACS: 81.05.Bx, 61.82.Fk, 05.45.-a

DOI: 10.7498/aps.63.178101

1 引言

自从2008年惠普实验室给出实际存在的忆阻器模型以来^[1], 对于忆阻元件的研究日益增长, 越来越多的学者对于忆阻元件的非线性进行研究^[2-7]. 忆阻元件具有记忆的特性已经使其展现出广泛的应用前景^[8-11]. 最近国内外研究的热点有, 田晓波等^[12]对横截面参数对于钛氧化物忆阻器的导电特性的影响进行了研究. 贾林楠等^[13]对界面效应在改善忆阻行为方面的作用进行了讨论, 提出了优化忆阻性能的界面纳米点嵌入结构. 包伯成等^[14]尝试了对忆阻电路进行降维建模, 并对其特性进行了分析. 国内对于忆阻器的研究已大幅加重. 然而, 国外的研究已可进入应用, 如闪存. 国内相比国外仍有距离.

为了寻找忆阻元件更多可能的应用前景, 同时也为了探究在含有忆阻元件和 R, L, C 元件的电路中, R, L, C 元件参数对电路的影响, 本文针对有边界条件的忆阻元件在不同电路中的特性展开研究. 研究中所得到的结论将以直观的图形的形式展现, 对于忆阻器特性的研究将有益于未来设计忆阻器相关电路应用的研究.

2 忆阻元件与 RLC 及二极管串并联电路的数学模型

2.1 忆阻元件的数学模型

忆阻元件微分形式的数学模型如下^[4]:

$$u_M(t) = \left[R_{\text{on}} \frac{w(t)}{D} + R_{\text{off}} \left(1 - \frac{w(t)}{D} \right) \right] i_M(t), \quad (1)$$

$$\frac{dw(t)}{dt} = \mu_v \frac{R_{\text{on}}}{D} i_M(t), \quad (2)$$

其中, D 表示忆阻元件的长度, u_M 表示忆阻元件两端电压, i_M 表示通过忆阻元件的电流, R_{on} 表示忆阻元件全部掺杂时的电阻值, R_{off} 表示忆阻元件全部不掺杂时的电阻值, w 表示忆阻元件的掺杂宽度, μ_v 表示离子在均匀场中一种情况的常数, t 表示时间.

本文中应用文献^[3]中的公式以及本文对其变形的等式描述忆阻元件:

$$i_M(t) = - \frac{D}{2\mu_v R_{\text{on}} A}$$

* 北京邮电大学大学生研究创新基金资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: zuyx@bupt.edu.cn

$$\times \frac{1}{\sqrt{\frac{\int_0^t u_M(t)dt}{A} + \frac{B^2}{4A^2} - \frac{C}{A}}} u_M(t), \quad (3)$$

$$u_M(t) = \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_v R_{on}(R_{on} - R_{off})}{D^2} \times \int i_M(t)dt + R_{off} \right] \cdot i_M(t), \quad (4)$$

(3) 式和 (4) 式中的参数为

$$A = \frac{1}{2\mu_v} - \frac{R_{off}}{2R_{on}\mu_v}, \quad B = \frac{DR_{off}}{R_{on}\mu_v},$$

$$C = \frac{R_{off}}{2R_{on}\mu_v} w^2(0) - \frac{1}{2\mu_v} w^2(0) - \frac{DR_{off}}{R_{on}\mu_v} w(0).$$

2.2 忆阻元件与 RLC 串联电路的数学模型

电路如图 1 所示, 施加激励如下式所示:

$$i(t) = I_M \sin(2\pi ft), \quad (5)$$

其中, I_M 表示电流峰值, f 表示电流的频率.

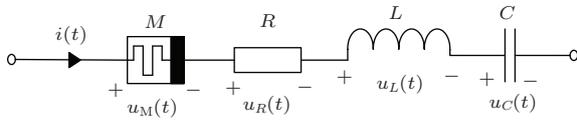


图 1 忆阻元件与 RLC 的串联电路

RLC 串联电路中各元件的电压电流关系式为

$$u_R(t) = i_R(t) \cdot R,$$

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt},$$

$$u_C(t) = u_C(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i_C(\xi) d\xi, \quad t \geq t_0,$$

其中, u_R, u_L, u_C 分别为电阻 R , 电感 L 和电容 C 两端的电压.

根据 KVL 可得

$$u(t) = u_M(t) + u_C(t) + u_L(t) + u_R(t). \quad (6)$$

利用 RLC 各元件的电流电压关系以及 (4) 式, 可以得到忆阻元件与 RLC 并联电路的 u - i 关系式为

$$u(t) = \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_v R_{on}(R_{on} - R_{off})}{D^2} \cdot \int i_M(t)dt + R_{off} \right]$$

$$\times i_M(t) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i_C(\xi) d\xi + L \frac{di_L(t)}{dt} + i_R(t) \cdot R. \quad (7)$$

2.3 忆阻元件与 RLC 并联电路的数学模型

电路如图 2 所示, 施加激励如下式所示:

$$u(t) = U_M \sin(2\pi ft), \quad (8)$$

其中, U_M 表示电压峰值.

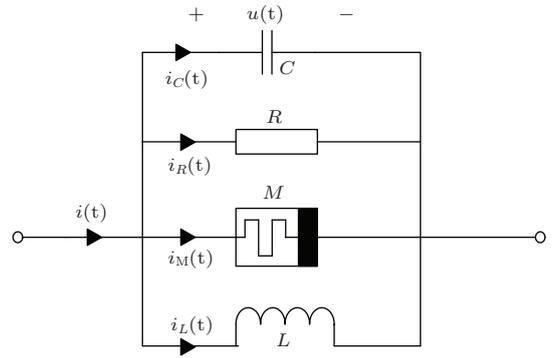


图 2 忆阻元件与 RLC 的并联电路

RLC 并联电路中各元件的电压电流关系式为

$$i_R(t) = \frac{u_R(t)}{R},$$

$$i_L(t) = i_L(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u_L(\xi) d\xi, \quad t \geq t_0,$$

$$i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt},$$

其中, i_C, i_L, i_R 分别表示流经电容, 电感和电阻的电流.

根据 KCL 可得

$$i(t) = i_M(t) + i_C(t) + i_L(t) + i_R(t).$$

利用 RLC 各元件的电流电压关系以及 (3) 式, 可以得到忆阻元件与 RLC 并联电路的 u - i 关系为

$$i(t) = -\frac{D}{2\mu_v R_{on} A} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{\int_0^t u(t)dt}{A} + \frac{B^2}{4A^2} - \frac{C}{A}}} u_M(t) + \frac{u_R(t)}{R} + \frac{1}{L} \int_0^t u_L(t)dt + C \frac{du_C(t)}{dt}. \quad (9)$$

2.4 忆阻元件与二极管串联电路的数学模型

电路如图 3 所示, 施加的激励如 (5) 式所示.

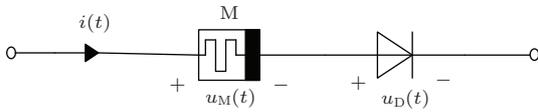


图 3 忆阻元件与二极管串联的电路

二极管的电压电流关系式如下:

$$u_D(t) = V_T \ln \left(\frac{i(t)}{I_S} + 1 \right),$$

其中, u_D 表示二极管两端电压, I_S 表示二极管的反向饱和电流, V_T 表示温度的电压常量. 当 T 为 300 K 时, V_T 为 26 mV.

根据 KVL,

$$u(t) = u_M(t) + u_D(t).$$

利用二极管关系式及 (4) 式, 可以得到忆阻元件与二极管串联电路的 $u-i$ 关系为

$$u(t) = \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_v R_{on}(R_{on} - R_{off})}{D} \cdot \int i(t) dt + R_{off} \right] \times i(t) + V_T \cdot \ln \left(\frac{i(t)}{I_S} + 1 \right). \quad (10)$$

2.5 忆阻元件与二极管并联电路的数学模型

电路图 4 所示, 施加的激励如 (6) 式所示.

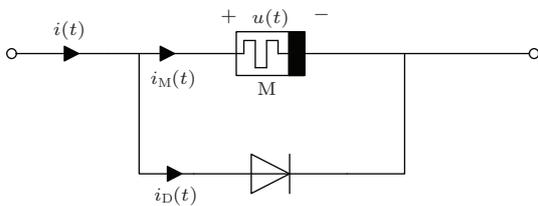


图 4 忆阻元件与二极管并联的电路

二极管的电压电流关系式如下:

$$i_D(t) = I_S \left(e^{\frac{u(t)}{V_T}} - 1 \right),$$

其中, i_D 表示流经二极管的电流.

根据 KCL,

$$i(t) = i_M(t) + i_D(t).$$

利用二极管关系式及 (3) 式, 可以得到忆阻元件与二极管并联电路的 $u-i$ 关系为

$$i(t) = -\frac{D}{2\mu_v R_{on} A} \cdot \frac{1}{\int_0^t u(t) dt + \frac{B^2}{4A} - \frac{C}{A}} \cdot u(t) + I_S \left(e^{\frac{u(t)}{V_T}} - 1 \right). \quad (11)$$

3 仿真及分析

3.1 忆阻元件与 RLC 串联电路

本部分就电容、电阻、电感元件参数的大小变化对忆阻元件与 RLC 串联电路 $i-u$ 关系的影响分别进行仿真与分析, 说明产生该特性的原理.

3.1.1 电容的影响

改变电容值, 测量电路中的电压和电流变化情况, 结果如图 5 所示.

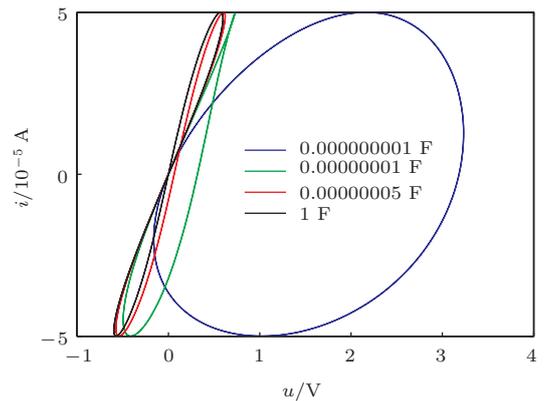


图 5 (网刊彩色) 电容值 $i-u$ 关系的影响

从图 5 中可发现, 在电容值逐渐从大变小的过程中, $i-u$ 的图形逐渐从斜 8 字形变为一个椭圆. 这是由于在电容值降低的过程中, 电路的总电抗逐渐增加, 所以电容对整个电路的影响逐渐增强. 当电容小到一定值时, 可以忽略其他因素对电路的影响, 从而得到一个近似于纯电容电路的 $i-u$ 特性曲线.

3.1.2 电感的影响

改变电感值, 测量电路中的电压和电流变化情况, 结果如图 6 所示.

从图 6 中可发现, 在电感值逐渐从小变大的过程中, $i-u$ 的图形逐渐从斜 8 字形变为一个椭圆. 这是由于在电感值增大的过程中, 电路的总电抗逐

渐增加, 所以电感对整个电路的影响逐渐增强. 当电感大到一定值时, 可以忽略其他因素对电路的影响, 从而得到一个近似于纯电感电路的 $i-u$ 特性曲线.

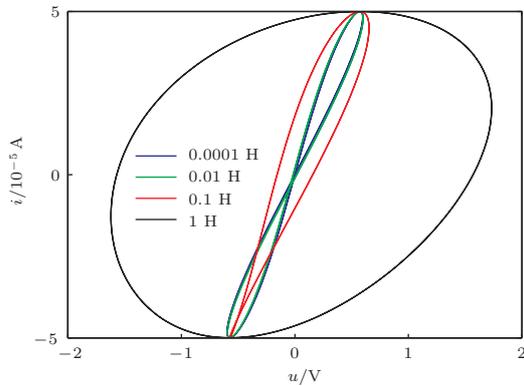


图6 (网刊彩色) 电感值对 $i-u$ 关系的影响

3.1.3 电阻的影响

改变电阻值, 测量电路中的电压和电流变化情况, 结果如图7所示.

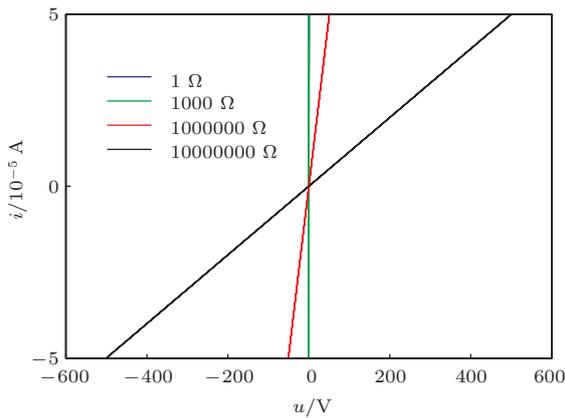


图7 (网刊彩色) 电阻值对 $i-u$ 关系的影响

从图7中可发现, 在电阻值逐渐从小变大的过程中, $i-u$ 的图形逐渐从斜8字形变为一条直线. 这是由于在电阻值增大的过程中, 电路的电阻分量逐渐增加, 所以电阻对整个电路的影响逐渐增强. 当电阻大到一定值时, 可以忽略其他因素对电路的影响, 从而得到一个近似于纯电阻电路的 $i-u$ 特性曲线.

3.2 忆阻元件与RLC并联电路

本部分就电容、电阻、电感元件参数的大小变化对忆阻元件与RLC并联电路 $i-u$ 关系的影响分别进行仿真与分析, 说明产生该特性的原理.

3.2.1 电容的影响

改变电容值, 测量电路中的电压和电流变化情况, 结果如图8所示.

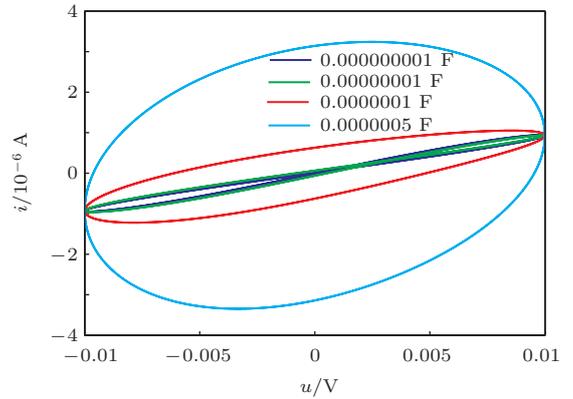


图8 (网刊彩色) 电容值对 $i-u$ 关系的影响

从图8中可发现, 在电容值逐渐从小变大的过程中, $i-u$ 的图形逐渐从斜8字形变为一个椭圆. 这是由于在电容值增加的过程中, 电路的总电抗逐渐增加, 所以电容对整个电路的影响逐渐增强. 当电容大到一定值时, 可以忽略其他因素对电路的影响, 从而得到一个近似于纯电容电路的 $i-u$ 特性曲线.

3.2.2 电感的影响

改变电感值, 测量电路中的电压和电流变化情况, 结果如图9所示.

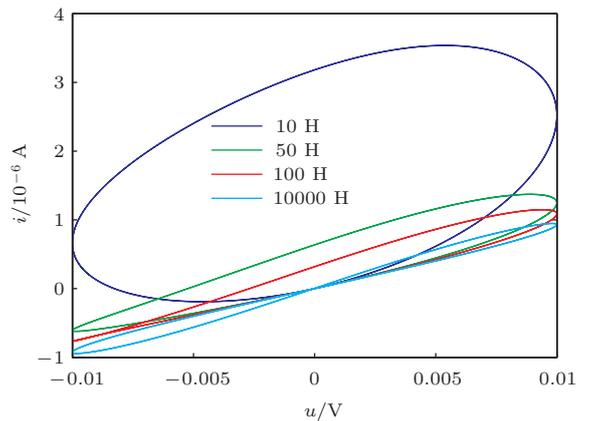


图9 (网刊彩色) 电感值对 $i-u$ 关系的影响

从图9中可发现, 在电感值逐渐从大变小的过程中, $i-u$ 的图形逐渐从斜8字形变为一个椭圆. 这是由于在电感值减小的过程中, 电路的总电抗逐渐增加, 所以电感对整个电路的影响逐渐增强. 当电感小到一定值时, 可以忽略其他因素对电路的

影响,从而得到一个近似于纯电感电路的 $i-u$ 特性曲线.

3.2.3 电阻的影响

改变电阻值,测量电路中的电压和电流变化情况,结果如图 10 所示.

从图 10 中可发现,在电阻值逐渐从大变小的过程中, $i-u$ 的图形逐渐从斜 8 字形变为一条直线.这是由于在电阻值减小的过程中,电路阻抗的电阻分量逐渐增加,所以电阻对整个电路的影响逐渐增强.当电阻小到一定值时,可以忽略其他因素对电路的影响,从而得到一个近似于纯电阻电路的 $i-u$ 特性曲线.

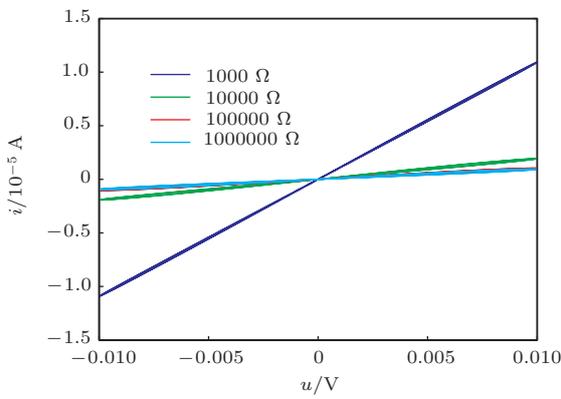


图 10 (网刊彩色) 电阻值对 $i-u$ 关系的影响

3.3 忆阻元件与二极管串联电路

改变电流源电流值的大小,测量电路中的电压和电流变化情况,结果如图 11 和图 12 所示.

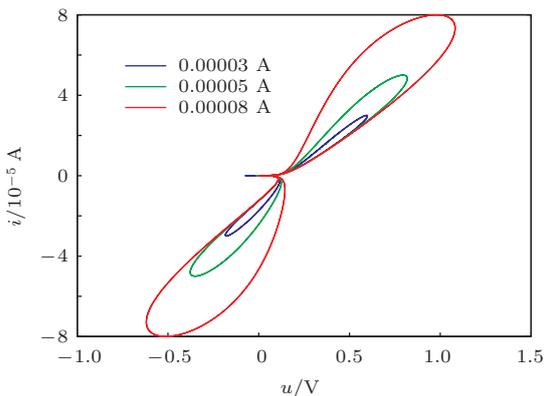


图 11 (网刊彩色) 电流值对 $i-u$ 关系的影响

从以上两图可以看出,在小电流下 (0.00005 A 左右),二极管并没有击穿.由于二极管具有非线性电阻特性,其阻值也会随着电流的变化而变化,并

且当电流增大时,二极管电阻呈指数下降,所以当二极管电阻下降至一定程度时,由 (9) 式可知,它对电路的影响可以忽略不计,于是,电路呈现出类似忆阻元件的 $i-u$ 图形.然而,当电流源电流幅值更小时 (0.000005 A 左右),电流无法增加到能使二极管下降至一定程度,所以二极管对于电路的影响依旧很大,于是呈现如图 12 中所示的现象.

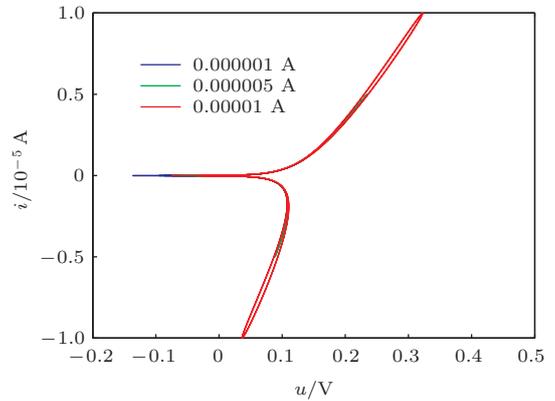


图 12 (网刊彩色) 电流值对 $i-u$ 关系的影响

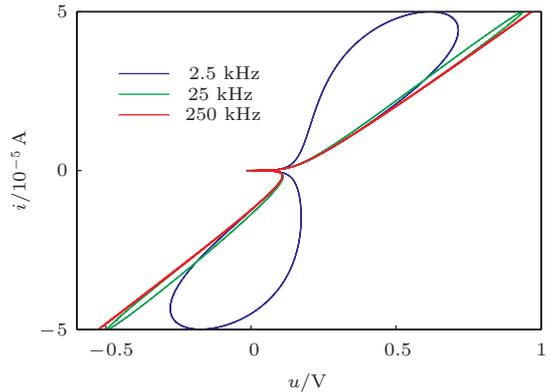


图 13 (网刊彩色) 频率对 $i-u$ 关系的影响

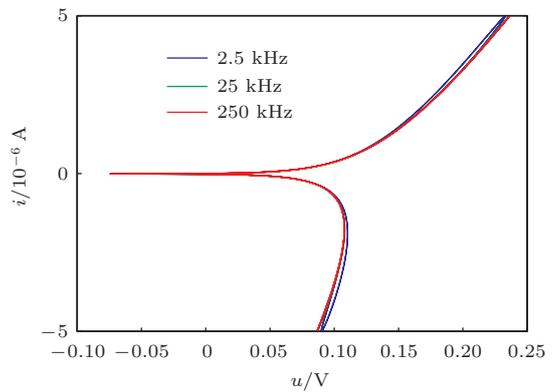


图 14 (网刊彩色) 频率对 $i-u$ 关系的影响

图 13 和图 14 分别为两种激励值 (图 13 激励为 0.00005 A, 图 14 激励为 0.000005 A)、不同频率情

况下电路所展现的 $i-u$ 特性曲线. 频率不同会影响电路中的忆阻元件特性, 频率越低, 忆阻元件的电阻变化范围越大, 而对二极管的特性没有影响. 所以忆阻元件和二极管进行串并联时, 频率越低, 忆阻元件对电路的影响越明显.

3.4 忆阻元件与二极管并联电路

改变电压源电压值的大小, 测量电路中的电压和电流变化情况, 结果如图 15 和图 16 所示.

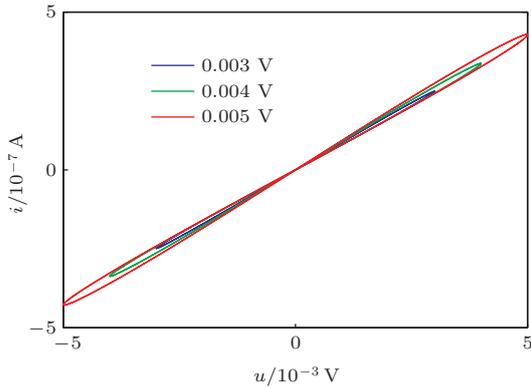


图 15 (网刊彩色) 电压值对 $i-u$ 关系的影响

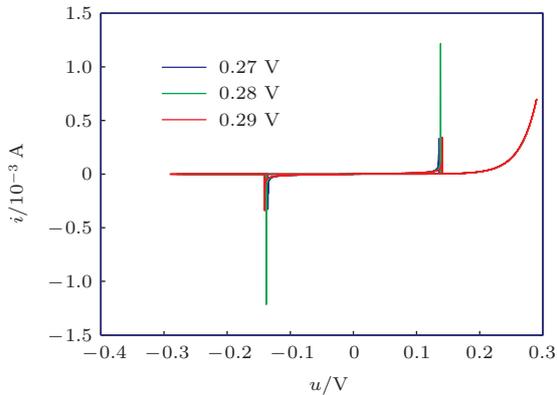


图 16 (网刊彩色) 电压值对 $i-u$ 关系的影响

从以上两图可以看出, 在小电压下, 二极管并没有击穿. 由于二极管具有非线性电阻特性, 其阻值也会随着电压的变化而变化, 并且当电压增大时, 二极管电阻呈指数下降. 在图 15 中, 电压源电压幅值小 (0.004 V 左右), 所以电压变化幅度小, 电压无法增大至足够使得二极管电阻大幅度下降. 又因为在并联电路下, 大电阻对电路的影响可以忽略不计, 所以电路呈现忆阻元件的 $i-u$ 图形, 如图 15 所示. 当电压源电压幅值大时 (0.28 V 左右), 电压变化幅度大, 电压可以增加至能使二极管下降到很小的值. 同样, 因为是在并联电路下, 小电阻

对电路的影响大, 所以二极管对电路的影响变大, 于是呈现如图 16 所示的现象, 即近似于二极管与电压源单独串联时的 $i-u$ 关系图. 另外, 可以观察到在图 16 的两边有类似冲激的图像, 这是由于当电压较大时, 忆阻元件的掺杂宽度大于边界长度而呈现阻值很小的线性电阻特性.

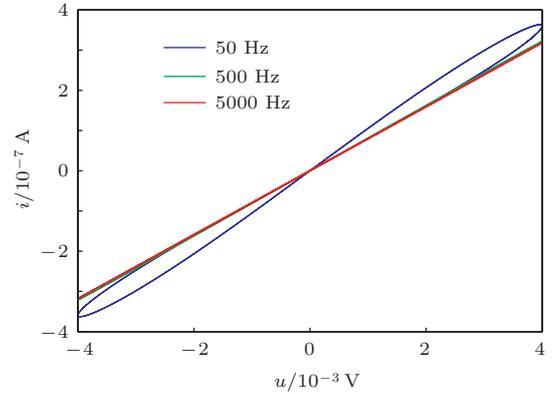


图 17 (网刊彩色) 频率对 $i-u$ 关系的影响

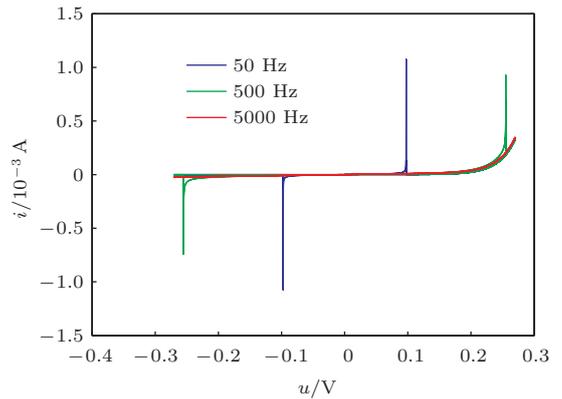


图 18 (网刊彩色) 频率对 $i-u$ 关系的影响

以上两图为两种激励值 (图 17 激励为 0.004 V, 图 18 激励为 0.27 V)、不同频率情况下电路所展现的 $i-u$ 特性曲线. 产生变化的原因与 3.3 中所阐述的原因相同.

4 结论及潜在应用

通过忆阻元件与 RLC 串并联电路, 以及与二极管串并联电路的分析和仿真, 可以得出以下结论:

对于有边界条件的忆阻元件与电阻、电容和电感串并联的电路, 整个电路仍然呈现非线性, 但是非线性的特性会随着电路的 R, L, C 参数的变化而变化.

对于二极管和忆阻元件进行串并联的电路, 由

于两个元件都是非线性的,而他们在不同电源幅值下对整个电路的影响大小不同.所以在二极管和忆阻元件串并联的电路中,不同幅值的电源会有完全不同的伏安特性.

通过以上的研究分析可知:可以在电路中增加 R, L, C 等元件,从而得到所需要的非线性曲线,另一方面,可以利用二极管与忆阻元件构成电路,从而得到分段不同的伏安特性曲线,这些特性将让含有忆阻元件的电路具有更广泛的应用空间.比如,二极管与忆阻元件并联的电路在正弦激励下的 $i-u$ 图像有两个脉冲,如果把脉冲做成开关器件,可以在一个周期内实现自动开关,第一个脉冲开,第二个脉冲关.

参考文献

- [1] Strukov D B, Snider G S, Stewart D R, Williams R S 2008 *Nature* **453** 80
- [2] Zhang X, Zhou Y Z, Bi Q, Yang X H, Zu Y X 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 6673 (in Chinese) [张旭, 周玉泽, 闭强, 杨兴华, 俎云霄 2010 物理学报 **59** 6673]
- [3] Song D H, Lv M F, Ren X, Zu Y X 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 118101 (in Chinese) [宋德华, 吕梦菲, 任翔, 俎云霄 2012 物理学报 **61** 118101]
- [4] James M, He T 2008 *Nature* **453** 42
- [5] Dmitri B S, Gregory S S, Duncan R S, Stanley W 2008 *Nature* **453** 45
- [6] Di Ventra M, Pershin Y V, Chua L O 2009 *Proc. IEEE* **97** 1717
- [7] Wang Y, Fei W, Yu H 2012 *CNNA 13th International Workshop on IEEE* 1-6
- [8] Fang X D, Tang Y H, Wu J J 2012 *Chin. Phys. B* **21** 098901
- [9] Kim H, Sah M P, Yang C, Roska T, Chua L O 2011 *IEEE Trans. Circuits Syst. I Reg. Papers* **59** 148
- [10] Li Z W, Liu H J, Xu X 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 096401 (in Chinese) [李智炜, 刘海军, 徐欣 2013 物理学报 **62** 096401]
- [11] Bao B C, Liu Z, Xu J P 2010 *Chin. Phys. B* **19** 030510
- [12] Tian X B, Xu H, Li Q J 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 048401 (in Chinese) [田晓波, 徐晖, 李清江 2014 物理学报 **63** 048401]
- [13] Jia L N, Huang A P, Zheng X H, Xiao Z S, Wang M 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 217306 (in Chinese) [贾林楠, 黄安平, 郑晓虎, 肖志松, 王玫 2012 物理学报 **61** 217306]
- [14] Bao B C, Wang C L, Wu H G, Qiao X H 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 020504 (in Chinese) [包伯成, 王春丽, 武花干, 乔晓华 2014 物理学报 **63** 020504]

Properties of memristor in RLC circuit and diode circuit^{*}

Wang Tian-Shu Zhang Rui-De Guan Zhe Ba Ke Zu Yun-Xiao[†]

(School of Electronic Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

(Received 4 April 2014; revised manuscript received 9 May 2014)

Abstract

The study focuses on studying the basic properties of memristors in RLC circuit and diode circuit. Mathematical models are built up separately for memristors in the two types of circuits. In order to understand the influence of the model's parameters on the circuits' properties, simulations are made for the two mathematical models. The model's parameters include properties such as the capacitance, resistance and inductance. In the final part of the paper, we give and make conclusions based on the simulation results.

Keywords: memristor, RLC circuit, diode circuit, mathematic model

PACS: 81.05.Bx, 61.82.Fk, 05.45.-a

DOI: [10.7498/aps.63.178101](https://doi.org/10.7498/aps.63.178101)

* Project supported by the Student Innovation Fund of BUPT.

† Corresponding author. E-mail: zuyx@bupt.edu.cn