

# 二能级原子与多模光场简并多光子共振相互作用系统中量子保真度的演化特性\*

王菊霞†

(渭南师范学院物理与电气工程学院物理系, 光电检测工程技术中心, 渭南 714099)

(2014年3月16日收到; 2014年4月9日收到修改稿)

利用全量子理论和数值计算方法研究了多模相干态光场与单个二能级原子通过任意  $N_j$  度简并  $N^{\Sigma}$  光子共振相互作用系统中量子保真度的时间演化特性, 给出了三模场与原子相互作用过程中光场和原子保真度的数值计算结果, 详细讨论了初始平均光子数、原子分布角、原子偶极相位角、光场激发角以及原子简并度等对量子保真度的影响. 数值计算结果表明: 以上诸多因素对量子保真度影响的结果均导致其发生振荡性变化. 光场和原子保真度随着初始光场增强而急剧减小, 说明初始光强敏感地影响着保真度的大小; 量子保真度的变化快慢程度强烈地依赖于原子简并度及场-原子的耦合系数; 原子分布角、光场激发角不同程度地对量子保真度的大小和频率有所影响; 而原子偶极相位角的变化对场和原子的量子保真度几乎没有影响. 根据这些特性, 通过某些条件的约束可以适当控制保真度变化的快慢及其大小.

**关键词:** 量子光学, 简并多光子过程, 量子保真度, 演化特性

**PACS:** 42.50.-p, 03.67.-a

**DOI:** 10.7498/aps.63.184203

## 1 引言

量子信息是信息科学与量子力学相结合的新兴交叉学科, 近年来得到了迅速发展. 量子态是量子信息的载体, 量子态的演化过程中可以实现量子信息的处理和传递, 尤其是量子信息保真度的演化有必要深入研究, 它关系到量子通信的失真程度、量子计算的可靠性及量子复制的保真程度等. 目前对保真度的研究已成为量子通信和量子计算中的热点问题之一<sup>[1-3]</sup>.

Jaynes-Cummings 模型 (JCM) 是一个描述旋转波近似下无损腔中单模量子化光场与单个二能级原子相互作用的标准精确可解的理想模型<sup>[4]</sup>. 近年来, 许多学者从不同角度研究了量子信息的保真度问题: 在高斯混合态中产生纠缠态时的保真度<sup>[5]</sup>, 图像处理过程的保真度<sup>[6]</sup>, 对于量子信息如

何高保真度存储<sup>[7-9]</sup>, 量子隐形传态过程的保真度<sup>[10-12]</sup>, 电磁感应透明中光子传递的保真度<sup>[13]</sup>, 量子编码<sup>[14]</sup>, 量子通信<sup>[15]</sup>以及纠缠<sup>[16]</sup>过程中的保真度, 猫态的保真度<sup>[17]</sup>, 实验制备 Greenberger-Horne-Zeilinger 态的保真度<sup>[18]</sup>等问题进行了详细讨论, 对于多模相干态光场与单个二能级原子简并多光子共振相互作用系统中场量子熵与纠缠的时间演化特性也有所研究<sup>[19]</sup>. 然而迄今为止, 对于多模相干态光场与单个二能级原子任意简并多光子共振相互作用系统中量子态保真度的演化特性则研究甚少. 本文研究多模相干态光场与单个二能级原子通过任意  $N_j$  度简并  $N^{\Sigma}$  光子跃迁共振相互作用系统中量子保真度的时间演化特性. 用全量子理论和数值计算方法研究了影响多模相干态光场和单个二能级原子量子保真度的诸多因素及其规律, 从而可有效控制.

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11304230)、陕西省自然科学基金 (批准号: 2013JM1006)、陕西省教育厅科研项目基金 (批准号: 2013JK0634)、渭南市自然科学基础研究计划 (批准号: 2012KYJ-2)、陕西省军民融合项目 (批准号: 12JMR02)、渭南师范学院科研项目 (批准号: 11YKF013, 13YKS010, 13YKS012) 和渭南师范学院特色学科建设项目资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: wjx@wnu.edu.cn

## 2 模型及其精确解

考虑单个二能级原子与多模 ( $q$  模) 相干态光场通过任意  $N_j$  度简并  $N^\Sigma$  光子跃迁相互作用过程, 旋转波近似下, 系统的有效哈密顿量为<sup>[20]</sup>

$$H = H_0 + H_1, \quad (1)$$

其中,

$$H_0 = \hbar\omega_0 S_Z + \hbar \sum_{j=1}^q \omega_j a_j^\dagger a_j;$$

$$H_1 = \hbar g \left[ \left( \prod_{j=1}^q a_j^{+N_j} \right) S_- + S_+ \left( \prod_{j=1}^q a_j^{N_j} \right) \right];$$

$S_z, S_\mp$  表示本征跃迁频率为  $\omega_0$  的单个二能级原子的赝自旋算符;  $a_j^\dagger(a_j)$  表示频率为  $\omega_j$  ( $j = 1, 2, \dots, q$ ) 的场模的产生(湮灭)算符;  $\hbar$  为普朗克常量 (取  $\hbar = 1$ );  $g$  表示原子与  $q$  模相干态场之间的耦合常数;  $N_j$  则表示分配于第  $j$  模腔场上并参与相互作用的光子数目, 它可取任意有限的正整数即简并度;  $q$  为腔模总数. 为简单起见, 考虑  $N^\Sigma$  光子谐振的情形, 即  $\omega_0 = \sum_{j=1}^q N_j \omega_j$  的情况. 在相互作用绘景中可以得到该哈密顿量的时间演化算符:

$$U_I(t) = \begin{pmatrix} \cos(Agt) & \left( \prod_{j=1}^q a_j^{N_j} \frac{\sin(Bgt)}{B} \right) \\ \left( \prod_{j=1}^q a_j^{+N_j} \frac{\sin(Agt)}{A} \right) & \cos(Bgt) \end{pmatrix}, \quad (2)$$

式中,

$$A = \left[ \left( \prod_{j=1}^q a_j^{N_j} \right) \left( \prod_{j=1}^q a_j^{+N_j} \right) \right]^{1/2},$$

$$B = \left[ \left( \prod_{j=1}^q a_j^{+N_j} \right) \left( \prod_{j=1}^q a_j^{N_j} \right) \right]^{1/2}.$$

在  $t = 0$  的初始时刻, 单个二能级原子处于激发态  $|e\rangle$  和基态  $|g\rangle$  相干叠加态的情形, 即原子的初态为

$$|\psi_a(0)\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|e\rangle + e^{-i\phi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|g\rangle, \quad (3)$$

式中  $0 < \theta \leq \pi$  为原子分布角,  $0 \leq \phi < 2\pi$  为原子偶极相位角, 且光场处于  $q$  模相干态, 即光场的初态为

$$|\psi_f(0)\rangle = |\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q\rangle$$

$$= \sum_{n_1, n_2, \dots, n_q=0}^{\infty} P(n_1)P(n_2)\dots P(n_q)$$

$$\times |n_1, n_2, \dots, n_q\rangle, \quad (4)$$

其中,

$$P(n_j) = \exp(-\bar{n}_j/2) \frac{\alpha_j^{n_j}}{\sqrt{n_j!}},$$

而  $\alpha_j = \sqrt{\bar{n}_j} \exp(i\varphi_j)$ , 且  $\bar{n}_j$  和  $\varphi_j$  ( $0 \leq \varphi_j < 2\pi$ ) 分别为第  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, q$ ) 模光场的初始平均光子数和激发方向角. 若原子和腔场的初始态分别为  $|\psi_a(0)\rangle, |\psi_f(0)\rangle$ , 则系统的初态为

$$|\psi(0)\rangle = |\psi_a(0)\rangle |\psi_f(0)\rangle, \quad (5)$$

那么通过计算可求得  $t > 0$  的任意时刻系统的态矢量为

$$|\psi_s(t)\rangle = U_I(t)|\psi_s(0)\rangle = |C\rangle|e\rangle + |D\rangle|g\rangle, \quad (6)$$

其中,  $U_I(t)$  为二能级原子与多模光场相互作用系统的时间演化算符.

$$|C\rangle = \sum_{n_1, n_2, \dots, n_q=0}^{\infty} \left[ \prod_{j=1}^q q(n_j) \right]$$

$$\times \exp \left[ i \left( \sum_{j=1}^q n_j \varphi_j \right) \right]$$

$$\times \left[ \cos \frac{\theta}{2} \cos(\lambda_{n_j}^+ t) |n_1, n_2, \dots, n_q\rangle \right.$$

$$\left. - i e^{-i\phi} \sin \frac{\theta}{2} \sin(\lambda_{n_j}^- t) \right.$$

$$\left. \times |n_1 - N_1, n_2 - N_2, \dots, n_q - N_q\rangle \right], \quad (7)$$

$$|D\rangle = \sum_{n_1, n_2, \dots, n_q=0}^{\infty} \left[ \prod_{j=1}^q q(n_j) \right]$$

$$\times \exp \left[ i \left( \sum_{j=1}^q n_j \varphi_j \right) \right]$$

$$\times \left[ -i \cos \frac{\theta}{2} \sin(\lambda_{n_j}^+ t) \right.$$

$$\left. \times |n_1 + N_1, n_2 + N_2, \dots, n_q + N_q\rangle \right.$$

$$\left. + e^{-i\phi} \sin \frac{\theta}{2} \cos(\lambda_{n_j}^- t) \right.$$

$$\left. \times |n_1, n_2, \dots, n_q\rangle \right], \quad (8)$$

其中,

$$q(n_j) = \exp(-\bar{n}_j/2) \frac{\bar{n}_j^{(n_j/2)}}{\sqrt{n_j!}},$$

且

$$\lambda_{n_j}^+ = g \left[ \prod_{j=1}^q \left( \frac{(n_j + N_j)!}{n_j!} \right) \right]^{1/2},$$

$$\lambda_{n_j}^- = g \left[ \prod_{j=1}^q \left( \frac{n_j!}{(n_j - N_j)!} \right) \right]^{1/2}$$

表示与原子的 Rabi 频率有关的参数. 则  $t > 0$  的任意时刻系统的密度矩阵为

$$\rho_s(t) = \begin{pmatrix} |C\rangle\langle C| & |C\rangle\langle D| \\ |D\rangle\langle C| & |D\rangle\langle D| \end{pmatrix}, \quad (9)$$

那么, 系统中  $q$  模相干态光场的约化密度矩阵为

$$\rho_r(t) = \text{tr}_a[\rho_s(t)] = |C\rangle\langle C| + |D\rangle\langle D|, \quad (10)$$

且二能级原子的约化密度矩阵为

$$\rho_a(t) = \text{tr}_r[\rho_s(t)] = \begin{pmatrix} \rho_a^{11} & \rho_a^{12} \\ \rho_a^{21} & \rho_a^{22} \end{pmatrix}, \quad (11)$$

式中,

$$\rho_a^{11} = \left| \sum_{n_1, n_2, \dots, n_q=0}^{\infty} \left[ \prod_{j=1}^q P(n_j) \right] \right.$$

$$\times \exp \left[ i \left( \sum_{j=1}^q n_j \varphi_j \right) \right]$$

$$\times \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos(\lambda_{n_j}^+ t) \Big|^2$$

$$+ \left| \sum_{n_1, n_2, \dots, n_q=0}^{\infty} \left[ \prod_{j=1}^q P(n_j + N_j) \right] \right.$$

$$\times \exp \left[ i \left( \sum_{j=1}^q (n_j + N_j) \varphi_j \right) \right]$$

$$\times (-i e^{i\phi}) \sin \left( \frac{\theta}{2} \right) \sin(\lambda_{n_j}^- t) \Big|^2;$$

$$\rho_a^{12} = \left[ \sum_{n_1, n_2, \dots, n_q=0}^{\infty} \left[ \prod_{j=1}^q P(n_j) \right] \right.$$

$$\times \exp \left[ i \left( \sum_{j=1}^q n_j \varphi_j \right) \right]$$

$$\times \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos(\lambda_{n_j}^+ t) \Big]$$

$$\times \left[ \sum_{n_1, n_2, \dots, n_q=0}^{\infty} \left[ \prod_{j=1}^q P(n_j) \right] \right.$$

$$\times \exp \left[ (-i) \left( \sum_{j=1}^q n_j \varphi_j \right) \right]$$

$$\times e^{i\phi} \sin \left( \frac{\theta}{2} \right) \sin(\lambda_{n_j}^- t) \Big];$$

$$\rho_a^{21} = \left[ \sum_{n_1, n_2, \dots, n_q=0}^{\infty} \left[ \prod_{j=1}^q P(n_j) \right] \right.$$

$$\times \exp \left[ i \left( \sum_{j=1}^q n_j \varphi_j \right) \right]$$

$$\times (e^{-i\phi}) \sin \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos(\lambda_{n_j}^- t) \Big]$$

$$\times \left[ \sum_{n_1, n_2, \dots, n_q=0}^{\infty} \left[ \prod_{j=1}^q P(n_j) \right] \right.$$

$$\times \exp \left[ (-i) \left( \sum_{j=1}^q n_j \varphi_j \right) \right]$$

$$\times \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) \sin(\lambda_{n_j}^+ t) \Big];$$

$$\rho_a^{22} = \left| \sum_{n_1, n_2, \dots, n_q=0}^{\infty} \left[ \prod_{j=1}^q P(n_j) \right] \right.$$

$$\times \exp \left[ i \left( \sum_{j=1}^q n_j \varphi_j \right) \right]$$

$$\times e^{-i\phi} \sin \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos(\lambda_{n_j}^- t) \Big|^2$$

$$+ \left| \sum_{n_1, n_2, \dots, n_q=0}^{\infty} \left[ \prod_{j=1}^q P(n_j - N_j) \right] \right.$$

$$\times \exp \left[ i \left( \sum_{j=1}^q (n_j - N_j) \varphi_j \right) \right]$$

$$\times (-i) \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) \sin(\lambda_{n_j}^+ t) \Big|^2.$$

### 3 保真度的理论计算

根据保真度的定义 [21]

$$F(\rho_1, \rho_2) = \left[ \text{tr}(\sqrt{\rho_1 \rho_2} \sqrt{\rho_1})^{1/2} \right]^2, \quad (12)$$

式中的  $\rho_1$  和  $\rho_2$  为两种态对应的密度算符, 保真度的取值范围在 0—1 之间, 表明量子信息传输过程中部分失真. 但对于量子纯态,  $\text{tr}\rho_1^2 = \text{tr}\rho_2^2 = 1$ ,  $F(\rho_1, \rho_2) = \text{tr}\rho_1\rho_2$ , 其中, 当  $F(\rho_1, \rho_2) = 0$  时, 量子信息 (量子态) 在传输过程中完全失真, 初态和终态正交; 当  $F(\rho_1, \rho_2) = 1$  时, 表示理想信息传输 (不失真), 初态和终态相同 (两态距离最近). 在量子态的传递过程中必然要考虑保真度问题, 也只有适当保真度的量子信息传递才具有实际意义.

### 4 多模光场保真度的演化特性

当原子和光场分别处于(3), (4)式时, 根据(12)式求得光场的保真度为

$$F_f(t) = F_f(\rho_f(0), \rho_f(t)) = \left[ \text{tr}(\sqrt{\rho_f(0)}\rho_f(t)\sqrt{\rho_f(0)})^{1/2} \right]^2. \quad (13)$$

对(13)式的解析解进行数值计算, 需要说明的是该表达式为无穷级数, 采用数学上合理的级数截断法, 为了简单起见, 取初始平均光子数  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = \bar{n}_3$  的情形, 研究得知: 初始平均光子数、光场与原子耦合系数、原子分布角、原子偶极相位角、光场激发方向角等都多模光场保真度存在明显的影响。

首先, 考虑初始平均光子数(即光场强度)对多模相干态光场保真度时间演化的影响. 从图1可以看出, 在其他条件不变的情况下, 模数  $q = 3$ , 原子-光场之间的耦合系数  $g = 0.5$ , 原子分布角  $\theta = \pi$ , 原子偶极相位角  $\phi = \pi$ , 光场激发方向角  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \pi$ , 原子简并度  $N_1 = N_2 = N_3 = 1$ 时, 多模光场保真度的变化呈现出非周期的振荡现象, 随着初始光场强度的增强, 其幅度很明显地锐减, 说明初始光场强度强烈地影响着光场保真度的大小。

其次, 考虑光场与原子之间耦合系数的影响. 如果  $q = 3$ ,  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = \bar{n}_3 = 5$ ,  $\theta = \pi$ ,  $\phi = \pi$ ,  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \pi$ ,  $N_1 = N_2 = N_3 = 1$ , 从图2不

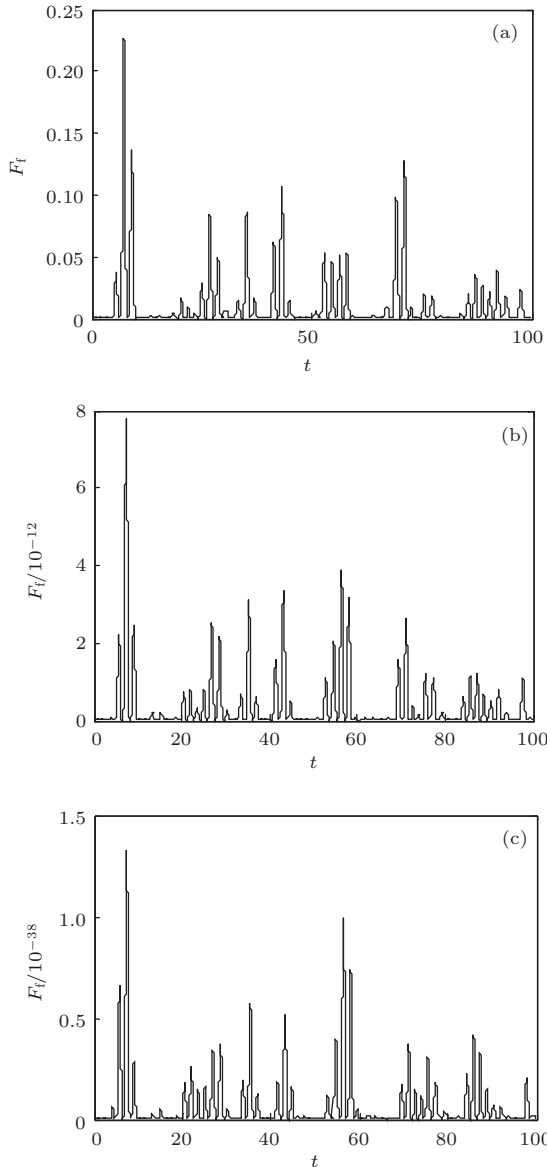


图1 多模光场保真度的时间演化 (a)  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = \bar{n}_3 = 5$ ; (b)  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = \bar{n}_3 = 10$ ; (c)  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = \bar{n}_3 = 20$

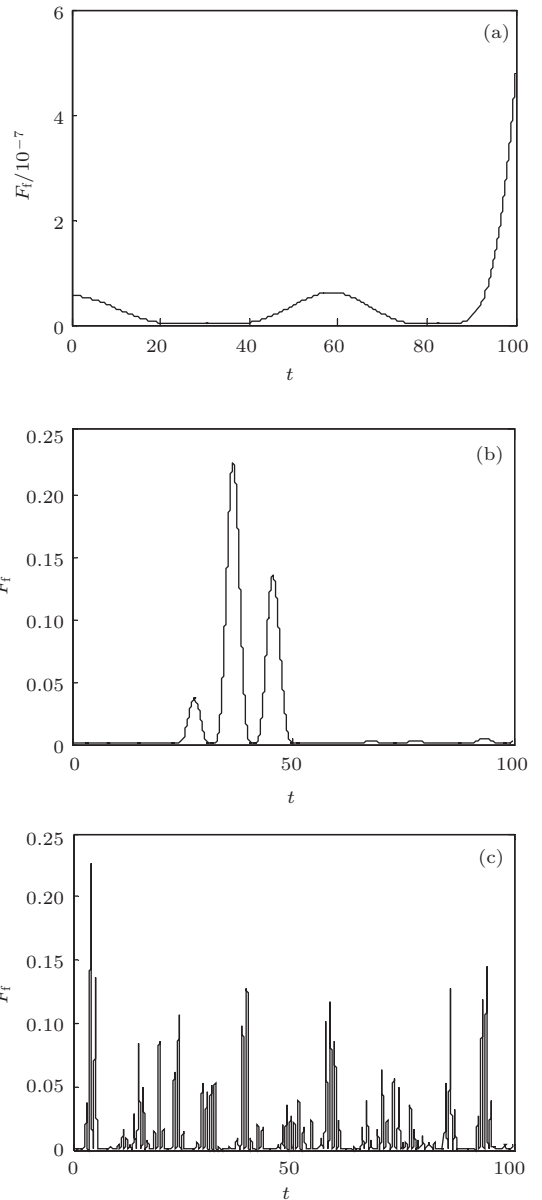


图2 多模光场保真度的时间演化 (a)  $g = 0.01$ ; (b)  $g = 0.1$ ; (c)  $g = 0.9$

难发现, 当耦合系数  $g$  逐渐增加时, 光场的保真度不但振荡频度明显加快, 而且幅度也增大, 但  $g$  增加到一定程度时保真度几乎总是处于某一幅值状态, 即当  $g \geq 0.04$  时, 最大值接近于 0.25 的情况不再改变.

再次, 研究了当  $q = 3, \bar{n}_1 = \bar{n}_2 = \bar{n}_3 = 5, g = 0.01, \phi = \pi, \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \pi, N_1 = N_2 = N_3 = 1$  时, 多模光场保真度随着原子分布角  $\theta$  变化的演化曲线, 图 3 表示数值计算所得的结果. 比较图 3(a)—(c), 可以发现: 光场保真度依赖于原子的初始状态, 原子分布角  $\theta$  越大, 保真度  $F_f$  的最大值逐步减小, 但振荡的频率基本不变; 另外, 当  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = \bar{n}_3 = 8, g = 0.1, \phi = 0, \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 0$  时,  $F_f$  在短时间的振荡后达到其

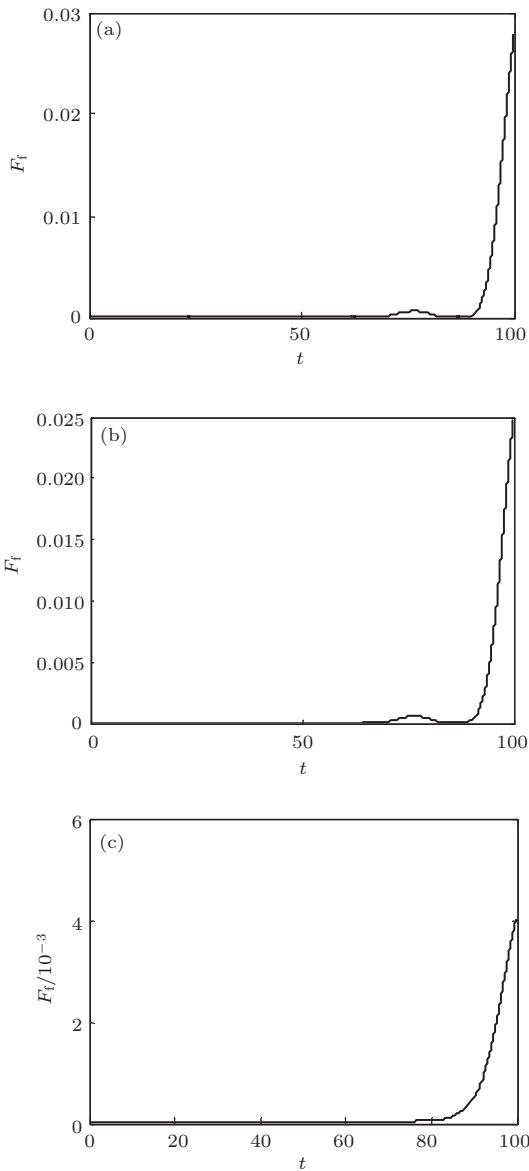


图3 多模光场保真度的时间演化曲线 (a)  $\theta = 0$ ; (b)  $\theta = \pi/6$ ; (c)  $\theta = 2\pi/3$

最大值 ( $10^{-5}$  量级), 随后几乎停留在最小值零附近, 在这种情况下, 虽然振荡但其幅值始终较小且大小变化不明显, 这就意味着原子分布角对光场保真度的时间演化没有太大影响.

接着考虑当  $q = 3, \bar{n}_1 = \bar{n}_2 = \bar{n}_3 = 8, g = 0.1, \theta = 0, \phi = 0, N_1 = N_2 = N_3 = 1$  时, 光场的激发方向角取不同值时, 多模光场保真度  $F_f$  的时间演化特性. 由图 4 曲线可明显看出,  $F_f$  仍然处于振荡状况, 而随着  $\varphi_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) 的不同其振荡的频率与幅值稍有变化, 当  $0 < \varphi_j < \pi$  时,  $\varphi_j$  增大,  $F_f$  减小; 而  $\pi < \varphi_j < 2\pi$  时,  $\varphi_j$  增大,  $F_f$  略有减小, 偶尔还会出现类似于崩塌-复原现象.

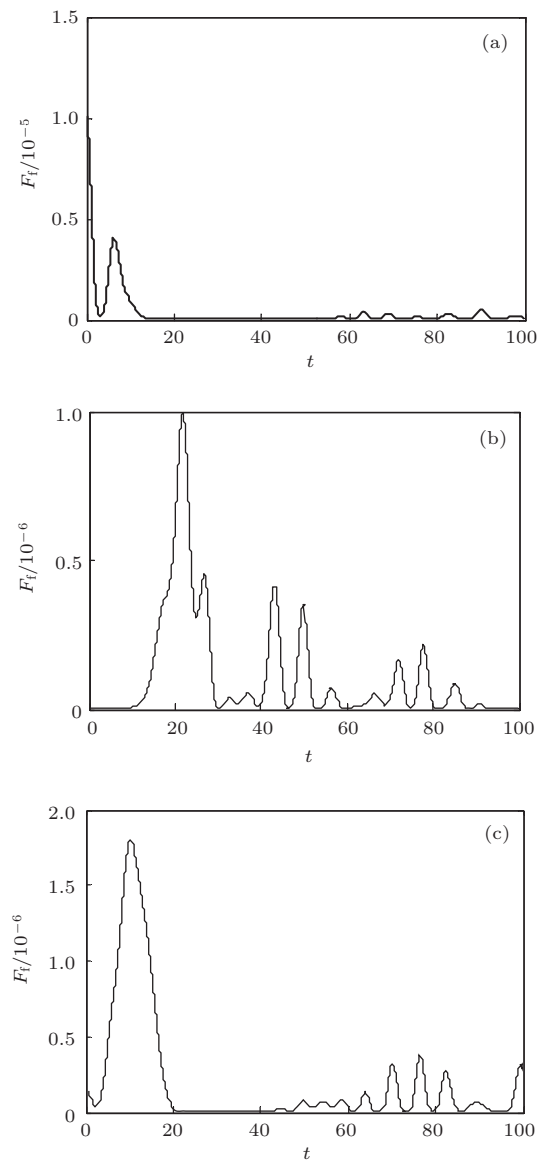


图4 多模光场保真度的时间演化曲线 (a)  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \pi/6$ ; (b)  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 2\pi/3$ ; (c)  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 5\pi/3$

另外, 原子偶极相位角  $\phi$  的变化对光场保真度

的时间演化没有明显的影响,这就表明,在原子与光场相互作用过程中,原子偶极相位角几乎不影响光场的状态.

最后,对原子简并度的影响情况进行了分析.如图5所示,在光场与原子弱耦合、原子分布角、原子偶极相位角、光场激发方向角等不变时,主要考虑原子简并度的因素.结果很清楚地表明,相比较于耦合系数 $g$ 来说,光场保真度振荡的快慢更强烈地依赖于原子简并度.从图5(a)显然可知,简并度较小时, $F_f$ 很快接近零几乎不振荡,则原子简并度较小时,系统中的相互作用导致多模光场快速形成与其初态正交的状态,而简并度稍有增加的图5(c)出现非常频繁的振荡,说明影响光场保真度振荡频率的最突出的因素是原子简并度.

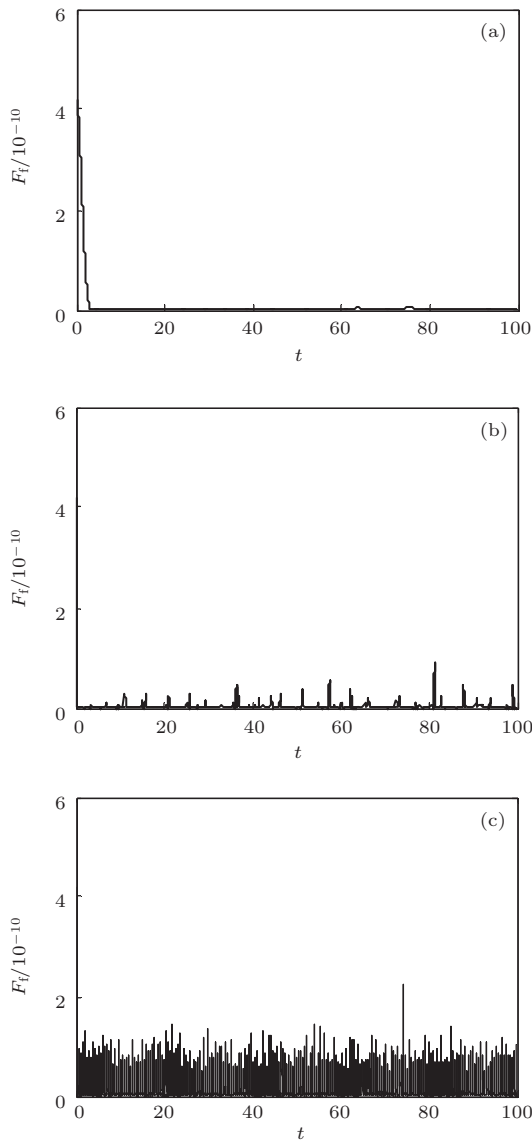


图5 多模光场保真度的时间演化 (a)  $N_j = 2$ ; (b)  $N_j = 3$ ; (c)  $N_j = 5$ ; ( $j = 1, 2, 3$ )

### 5 二能级原子保真度的演化特性

当原子和光场分别处于(3), (4)式时,根据(12)式求得原子的保真度为

$$F_a(t) = F(\rho_a(0), \rho_a(t)) = \left[ \text{tr}(\sqrt{\rho_a(0)}\rho_a(t)\sqrt{\rho_a(0)})^{1/2} \right]^2. \quad (14)$$

根据(14)式,为了方便起见,令原子分布角 $\theta = 0$ 、原子偶极相位角 $\phi = 0$ ,可求得原子保真度 $F_a$ 的解析式并进行数值计算,结果表明了诸多因素如何影响二能级原子保真度的演化过程.图6反映了初始光强的影响情况,当 $q = 3, g = 0.1, \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \pi/6, N_1 = N_2 = N_3 = 1$ 时,即随着初始光场强度的增强,其幅度很明显减小,说明初始光场强度强烈地影响着光场保真度的大

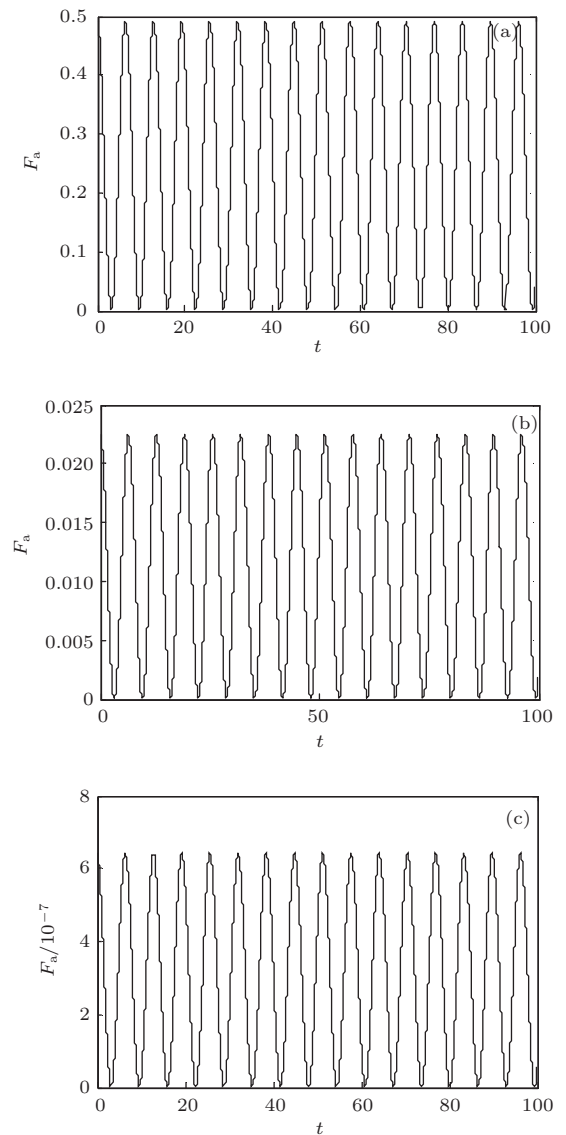


图6 原子保真度的时间演化 (a)  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = \bar{n}_3 = 3$ ; (b)  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = \bar{n}_3 = 5$ ; (c)  $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = \bar{n}_3 = 10$



小,而且多模光场保真度呈现出周期性的等幅振荡现象;通过大量数值计算并比较分析发现(在此未给出图示), $g$ ,  $\varphi_j$ ,  $N_j$  ( $j = 1, 2, 3$ )分别对 $F_a$ 和 $E_f$ 的影响非常类似: $g$ 越大, $F_a$ 振荡的频率越大,变化特别明显; $\varphi_j$ 增大, $F_a$ 的幅值缓慢增大; $N_j$ 略有增加, $F_a$ 的振荡频率快速加大.特别值得一提的是原子保真度随着时间尺度演化最突出的特点是无论各个影响因素怎样改变, $F_a$ 始终呈现出周期性等幅振荡的特殊现象.

## 6 结 论

利用全量子理论和数值计算方法研究了多模相干态光场与单个二能级原子简并多光子共振相互作用系统中量子保真度的时间演化特性.结果表明,初始平均光子数、光场与原子耦合系数、原子简并度、原子分布角、原子偶极相位角、光场激发方向角等因素对多模光场及二能级原子保真度存在程度不同的影响:光场及原子保真度很明显地呈现出振荡性的演化特性,且原子保真度总是处于周期性等幅振荡状态;初始光强增强时振荡的幅值急剧减小;光场-原子耦合系数或原子简并度稍有增加会使振荡明显加快,后者影响更为剧烈,说明原子保真度演化的周期主要由光场-原子耦合系数或原子简并度决定;光场的激发方向角取不同值时,振荡的频率和幅值都会有所变化但程度不大;随着原子分布角增大,光场保真度的最大值逐步减小;而原子偶极相位角的变化对光场保真度的时间演化没有明显的影响.这就表明,在原子与光场相互作用过程中,原子偶极相位角几乎不影响系统的状态.根据这些影响因素通过适当控制多模光场与简并二能级原子相互作用过程中的保真度,从而利用光场或原子达到传输、存储、处理相关量子信息的目的.

## 参考文献

- [1] Xu Z X, Wu Y L, Tian L, Chen L R, Zhang Z Y, Yan Z H, Li S J, Wang H, Xie C D, Peng K C 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 240503
- [2] Debnath A, Meier C, Chatel B, Amand T 2013 *Phys. Rev. B* **88** 201305R
- [3] Julsgaard Band Mølmer K 2014 *Phys. Rev. A* **89** 012333
- [4] Jaynes E T, Cummings F W 1963 *Proc. IEEE* **51** 89
- [5] Stefano O, Matteo G A Paris 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 170505
- [6] Morgan A J, D'Alfonso A J, Martin A V, Bishop A I, Quiney H M, Allen L J 2011 *Phys. Rev. B* **84** 144122
- [7] Yang W L, Yin Z Q, Hu Y, Feng M, Du J F 2011 *Phys. Rev. A* **84** 010301
- [8] Su Y H, Hu B Q, Li S H, Cho S Y 2013 *Phys. Rev. E* **88** 032110
- [9] Xue P, Wu J Z 2012 *Chin. Phys. B* **21** 10308
- [10] Andersen U L, Ralph T C 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 050504
- [11] Dou F Q, Fu L B, and Liu J 2014 *Phys. Rev. A* **89** 12123
- [12] Peng J Y, Mo Z W 2013 *Chin. Phys. B* **22** 50310
- [13] Lauk N, O'Brien C, Fleischhauer M 2013 *Phys. Rev. A* **88** 013823
- [14] Zhan Y, Chen X Y 2013 *Chin. Phys. B* **22** 10308
- [15] Valverde C, Avelar A T, Baseia B 2012 *Chin. Phys. B* **21** 30308
- [16] Liao X P, Fang M F, Fang J S, Zhu Q Q 2014 *Chin. Phys. B* **23** 20304
- [17] Lü J F, Ma S J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 080301 (in Chinese) [吕菁芬, 马善钧 2011 物理学报 **60** 080301]
- [18] Zhao J Q, Cao L Z, Wang X Q, Lu H X 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 170301 (in Chinese) [赵加强, 曹连振, 王晓芹, 逯怀新 2012 物理学报 **61** 170301]
- [19] Liu W Y, Yang Z Y, An Y Y 2008 *Sci. China Ser. G: Phys. Mech. Astron.* **38** 1120 (in Chinese) [刘王云, 杨志勇, 安毓英 2008 中国科学 G辑 物理学 力学 天文学 **38** 1120]
- [20] Yang Z Y 1997 *Acta Photon. Sin.* **26** 481 (in Chinese) [杨志勇 1997 光子学报 **26** 481]
- [21] Jozsa R 1994 *J. Modern Opt.* **41** 2315

# Evolution of the quantum fidelity in a system of multimode light field interacting resonantly with a two-level atom through degenerate multi-photon process\*

Wang Ju-Xia<sup>†</sup>

(Engineering Research Center of Photoelectric Detection, School of Physics and Electric Engineering, Weinan Normal University, Weinan 714099, China)

( Received 16 March 2014; revised manuscript received 9 April 2014 )

## Abstract

The time evolution properties of the quantum fidelity in a system of multi-mode coherent light field resonantly interacting with a two-level atom via any  $N_j$ -degenerate  $N^\Sigma$ -photon transition process are studied by the fully quantum theory and numerical calculations. The analytical expressions of the quantum fidelity of field and atom, and the numerical calculation results for three-mode field interacting with the atom are obtained. Our attention focuses on the discussion of the influences of the initial average photon number, the atomic distribution angle, the phase angle of the atom dipole, the field excitation angle, and the atomic degeneracy on the evolution of the quantum fidelity. The results obtained from the numerical calculation indicate that the above factors lead to the quantum fidelity changing with oscillation behavior. The quantum fidelity of field and atom will drastically decrease as the initial light increases, which is correlated sensitively with the fidelity. The speed change of quantum fidelity is strongly dependent on the atomic degeneracy and the intensity coupling between atoms and fields. The value and frequency of the quantum fidelity change lightly with the atomic distribution angle and the angle of light field excitation as well. The phase angles of the atom dipole almost have no influences on the quantum fidelity of field and atom. According to these properties of the quantum fidelity, we can control the speed and value of quantum fidelity in the system by these constraint conditions.

**Keywords:** quantum optics, degenerate multi-photon process, quantum fidelity, evolution property

**PACS:** 42.50.-p, 03.67.-a

**DOI:** 10.7498/aps.63.184203

---

\* Project supported by the National Nature Science Foundation of China (Grant No. 11304230), the Natural Science Foundation of Shaanxi Province, China (Grant No. 2013JM1006), the Scientific Research Fundation of the Education Department of Shaanxi Province, China (Grant No. 2013JK0634), the Foundations of the Natural Science of Weinan, China (Grant No. 2012KYJ-2), the Integration between Military and Civilian Research Fund Project of Shaanxi Province, China (Grant No. 12JMR02), the Nature Science Foundation of Weinan Normal University, China (Grant Nos. 11YKF013, 13YKS010, 13YKS012), and the Special Subject Construction of Weinan Normal University, China.

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [wjx@wnu.edu.cn](mailto:wjx@wnu.edu.cn)