

# 负性介电各向异性向列相液晶中空间光孤子的理论研究\*

李一亨 王靖 胡巍<sup>†</sup> 郭旗

(华南师范大学, 广东省微纳光子功能材料与器件重点实验室, 广州 510006)

(2014年3月11日收到; 2014年5月4日收到修改稿)

对非局域非线性介质向列相液晶中介电各向异性为负时的情况进行了研究. 理论研究表明, 负性介电各向异性的向列相液晶具有负的非线性系数. 文中给出了其空间非局域响应特征宽度和非线性系数的表达式, 并求出了其非局域响应函数; 其次, 用数值计算的方法给出了其空间孤子的传输结果. 最后, 研究了光束功率和偏置电压的改变对负性介电各向异性向列相液晶中光束传输的影响, 发现偏置电压的改变会导致光束在负性介电各向异性液晶中形成孤子所需的临界功率发生改变.

**关键词:** 非局域非线性, 负性介电各向异性, 非线性响应函数

**PACS:** 42.65.Tg, 42.65.Jx

**DOI:** 10.7498/aps.63.184207

## 1 引言

在特定条件下, 某些介质的非线性响应表现出非局域的特征, 即介质中空间某点的非线性折射率不仅与该点的光强有关, 而且还与该点附近的光强有关. 非局域非线性介质(比如铅玻璃和液晶)中的空间光孤子是近年来研究的热点, 此外还有时空孤子<sup>[1]</sup>、宇称-时间对称介质中的孤子<sup>[2-4]</sup>和格子孤子<sup>[5]</sup>等. 光折变晶体模型<sup>[6]</sup>、向列相液晶模型<sup>[7-13]</sup>、铅玻璃模型<sup>[12-16]</sup>等都是当前被深入研究的非局域非线性特性的物理系统. 非局域特性可以抑制调制不稳定性, 避免二维孤子和涡旋孤子的塌陷或不稳定, 非局域特性还会对孤子相互作用产生影响, 导致具有 $\pi$ 相位差的双亮孤子之间相互吸引<sup>[10,17]</sup>、双暗孤子之间相互吸引<sup>[18]</sup>. 目前在非局域非线性介质中, 已经有很多种孤子解从实验上和理论上得到了证实, 例如多极孤子、涡旋孤子<sup>[19,20]</sup>、拉盖尔-高斯和厄尔米特-高斯孤子等<sup>[21,22]</sup>.

向列相液晶是非局域程度可控的非线性介质, 人们对其做了大量的研究<sup>[23-29]</sup>. 向列相液晶其非线性的物理机制是光场导致的分子重定向. 非局域性来自于液晶分子之间的相互作用. 在向列相液晶中仅仅需要毫瓦量级的入射功率就可以实现光孤子的形成. 在向列相液晶中还可以实现全光开关和逻辑门. 现在已经发现通过改变向列相液晶上的偏置电压可以改变液晶分子指向矢的倾角, 从而改变介质非局域程度的大小.

以上研究中的向列相液晶其介电各向异性都为正, 有必要对负性介电各向异性液晶进行研究. 液晶的介电各向异性为负时, 其液晶分子对外加电场的响应与介电各向异性为正时不同. 液晶分子的在外加电场的极化下, 其指向矢会朝与电场垂直的方向偏转. 本文给出了可以用于描述光束在负介电各向异性液晶中传输性质的非线性薛定谔方程和液晶分子重取向方程, 并在此基础上详细推导了该类型液晶中对应的非局域特征长度和非线性系数的表达式. 利用傅里叶级数的方法得到了负性介电各向异性液晶中的非线性响应函数. 本文运用牛顿

\* 国家自然科学基金(批准号: 11174090, 11174091, 11074080)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: huwei@snu.edu.cn

迭代和边界值问题的多重网格法求解相关方程, 并通过分步傅里叶法进行了该液晶中高斯光束传输的数值模拟, 研究了光束功率和液晶盒外加偏置电压对在液晶中传输的光束的影响. 发现偏置电压的改变会导致光束在负性介电各向异性液晶中形成孤子所需的临界功率的改变.

## 2 理论模型

查阅文献可以知道, 到目前为止, 人们研究向列相液晶中的光孤子时, 所采用的液晶为正性介电各向异性液晶, 其构型为平面织构(planar texture), 如图1(a)所示. 在正性液晶中, 因其介电各向异性为正, 液晶分子在外加电场的极化下, 其指向矢会朝向电场方向偏转. 本文讨论垂直织构(homotropic texture)下负性介电各向异性液晶中的光孤子, 其构型如图1(b)所示. 在负性液晶中, 因其介电各向异性为负, 液晶分子在外加电场的极化下, 其指向矢会朝与电场垂直方向偏转.

一束在  $X$  方向线性极化沿  $Z$  方向传输的光束在向列相液晶中的传输可以用以下非局域非线性薛定谔方程和液晶分子重取向方程来描述:

$$2ik \frac{\partial A}{\partial Z} + \nabla_{\perp}^2 A + k_0^2 \varepsilon_a^o \sin(\theta + \hat{\theta}) \times \sin(\theta - \hat{\theta}) A = 0, \quad (1)$$

$$2K \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} + \nabla_{\perp}^2 \theta \right) + \varepsilon_0 \left( -|\varepsilon_a^{rf}| E_{rf}^2 + \varepsilon_a^{op} \frac{|A|^2}{2} \right) \times \sin(2\theta) = 0, \quad (2)$$

其中  $A$  为缓变包络;  $\varepsilon_a^{op} = n_{\parallel}^2 - n_{\perp}^2$  是液晶的高频光场介电各向异性;  $\varepsilon_a^{rf} = \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}$  是液晶的低频电场介电各向异性, 在本文中  $\varepsilon_a^{rf} < 0$ ;  $k = k_0 n_e(\theta_0)$  为光束在液晶中的波数,  $k_0$  为光束在真空中的波数,  $n_e(\theta_0)$  是 e 光在  $\theta_0$  处的折射率, 近似为

$$n_e(\theta_0) \approx n_{\perp}^2 + \varepsilon_a^{op} \sin^2 \theta, \quad (3)$$

$\hat{\theta}(x)$  为预倾角, 即没有光场时仅由偏置电压引起的液晶分子指向矢倾角. 液晶盒的厚度为  $L$ , 由于在边界处锚定液晶分子, 所以其边界条件为  $\hat{\theta}(-L/2) = \hat{\theta}(L/2) = \pi/2$ . 中心位置的液晶分子预倾角为  $\theta_0 = \hat{\theta}(0)$ ,  $\theta$  是液晶分子指向矢重新取向的倾角,  $K$  是液晶分子的平均弹性系数,  $\varepsilon_0$  为真空中的介电常数,  $E_{rf}$  为外加的低频电场. 在没有光入射时, 预倾角分布在  $X$  方向上是对称的, 其对称中心为  $X = 0$ , 即液晶盒的中心, 且预倾角只与  $X$  有关. 由如下方程描述:

$$2K \frac{\partial^2 \hat{\theta}}{\partial X^2} - \varepsilon_0 |\varepsilon_a^{rf}| E_{rf}^2 \sin(2\hat{\theta}) = 0. \quad (4)$$

运用牛顿迭代法求解方程(4), 采用KY19-008型负介电各向异性液晶的参数:  $n_{\parallel} = 1.726$ ,  $n_{\perp} = 1.496$ ,  $K \approx 10^{-11} N$ ,  $\varepsilon_a^{op} = 0.230$ ,  $\varepsilon_a^{rf} = -5.3$ . 图2(a)给出了预倾角随电压的变化关系, 可以看出, 预倾角关于液晶盒中心呈对称分布. 图2(b)所示为液晶盒中心处的预倾角随着电压的变化规律, 可以看出, 在电压大于阈值电压后, 液晶分子才开始偏转.

方程(2)中  $\partial_z^2 \theta$  项与  $\nabla_{\perp}^2 \theta$  相比可以忽略, 所以方程(2)可以近似为

$$2K \nabla_{\perp}^2 \theta + \varepsilon_0 \left( -|\varepsilon_a^{rf}| E_{rf}^2 + \varepsilon_a^{op} \frac{|A|^2}{2} \right) \sin(2\theta) = 0. \quad (5)$$

我们知道, 非线性介质中总的折射率  $n = n_0 + \Delta n$ , 由于非线性折射率  $\Delta n$  总是远远小于线性折射率  $n_0$ , 所以  $n^2 \approx n_0^2 + 2n_0 \Delta n$ , 再根据  $n^2 \approx n_e^2(\theta)$ ,  $n_0^2 = n_e^2(\theta_0)$ , 可以得到非线性折射率的表达式为

$$\begin{aligned} \Delta n &= \frac{\varepsilon_a^{op}}{2n_0} (\sin^2 \theta - \sin^2 \theta_0) \\ &= \frac{\varepsilon_a^{op}}{2n_0} \sin(\theta + \theta_0) \sin(\theta - \theta_0). \end{aligned} \quad (6)$$

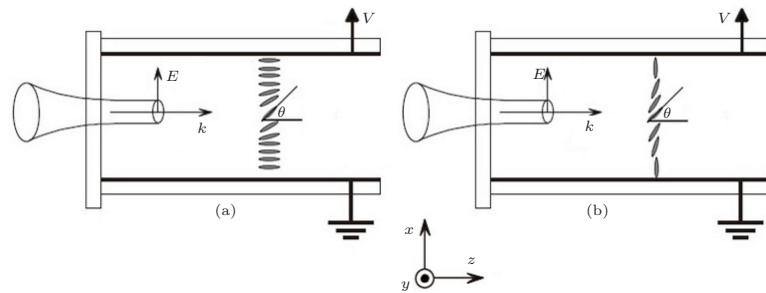


图1 (a) 正性介电各向异性液晶的平面织构示意图; (b) 负性介电各向异性液晶的垂直织构示意图

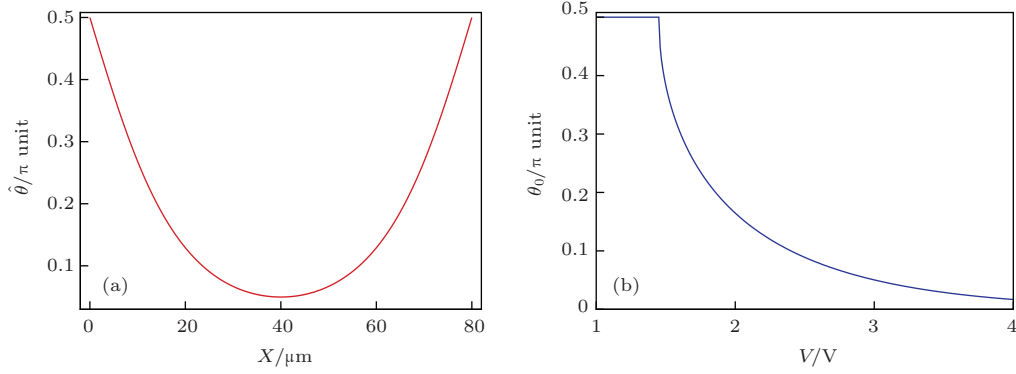


图2 (a) 负性液晶在偏置电压为 3.01 V 时其预倾角的剖面图; (b) 负性液晶中心预倾角随偏置电压的变化曲线

因为傍轴光束引起的液晶分子的角度变化是非常微小的, 因此我们假设  $\theta(x, y) = \hat{\theta}(x) + \frac{\hat{\theta}(x)}{\theta_0} \Psi(x, y)$ , 其中  $\Psi \ll 1$ , 是光场引起的倾角微扰. 将  $\theta(x, y)$  的表达式代入方程 (1) 可以得到

$$2ik \frac{\partial A}{\partial Z} + \nabla_{\perp}^2 A + k_0^2 \varepsilon_a^{\text{op}} \sin(2\hat{\theta}) \frac{\hat{\theta}}{\theta_0} \Psi A = 0; \quad (7)$$

将  $\theta(x, y)$  的表达式代入方程 (5) 可以得到

$$\begin{aligned} & 2K \frac{\partial^2 \hat{\theta}}{\partial X^2} + \frac{2K\Psi}{\theta_0} \frac{\partial^2 \hat{\theta}}{\partial X^2} + \frac{4K}{\theta_0} \frac{\partial \hat{\theta}}{\partial X} \frac{\partial \Psi}{\partial X} \\ & + \frac{2K\hat{\theta}}{\theta_0} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{2K\hat{\theta}}{\theta_0} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \\ & + \varepsilon_0 \left( -|\varepsilon_a^{\text{rf}}| E_{\text{rf}}^2 + \varepsilon_a^{\text{op}} \frac{|A|^2}{2} \right) \sin \left( 2\hat{\theta} + 2\frac{\hat{\theta}}{\theta_0} \Psi \right) \\ & = 0; \end{aligned} \quad (8)$$

结合方程 (3) 可以得到

$$\begin{aligned} & \varepsilon_0 |\varepsilon_a^{\text{rf}}| E_{\text{rf}}^2 \sin(2\hat{\theta}) + \frac{\Psi}{\theta_0} \varepsilon_0 |\varepsilon_a^{\text{rf}}| E_{\text{rf}}^2 \sin(2\hat{\theta}) \\ & + \frac{4K}{\theta_0} \frac{\partial \hat{\theta}}{\partial X} \frac{\partial \Psi}{\partial X} + \frac{2K\hat{\theta}}{\theta_0} \nabla_{\perp}^2 \Psi \\ & + \varepsilon_0 \left( -|\varepsilon_a^{\text{rf}}| E_{\text{rf}}^2 + \varepsilon_a^{\text{op}} \frac{|A|^2}{2} \right) \sin \left( 2\hat{\theta} + 2\frac{\hat{\theta}}{\theta_0} \Psi \right) \\ & = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

对  $\sin \left( 2\hat{\theta} + 2\frac{\hat{\theta}}{\theta_0} \Psi \right)$  进行泰勒展开取一阶近似得

$\sin(2\hat{\theta}) + 2 \cos(2\hat{\theta}) \frac{\hat{\theta}}{\theta_0} \Psi$ , 则方程 (9) 可以化为

$$\begin{aligned} & \varepsilon_0 |\varepsilon_a^{\text{rf}}| E_{\text{rf}}^2 \sin(2\hat{\theta}) + \frac{\Psi}{\theta_0} \varepsilon_0 |\varepsilon_a^{\text{rf}}| E_{\text{rf}}^2 \sin(2\hat{\theta}) \\ & + \frac{4K}{\theta_0} \frac{\partial \hat{\theta}}{\partial X} \frac{\partial \Psi}{\partial X} + \frac{2K\hat{\theta}}{\theta_0} \nabla_{\perp}^2 \Psi \\ & - \varepsilon_0 |\varepsilon_a^{\text{rf}}| E_{\text{rf}}^2 \left[ \sin(2\hat{\theta}) + 2 \cos(2\hat{\theta}) \frac{\hat{\theta}}{\theta_0} \Psi \right] \end{aligned}$$

$$+ \varepsilon_0 \varepsilon_a^{\text{op}} \frac{|A|^2}{2} \left[ \sin(2\hat{\theta}) + 2 \cos(2\hat{\theta}) \frac{\hat{\theta}}{\theta_0} \Psi \right] = 0. \quad (10)$$

这里可以忽略  $\varepsilon_0 \varepsilon_a^{\text{op}} |A|^2 \cos(2\hat{\theta}) \frac{\hat{\theta}}{\theta_0} \Psi$  项, 因为

$|\varepsilon_a^{\text{rf}}| E_{\text{rf}}^2 \gg \varepsilon_a^{\text{op}} \frac{|A|^2}{2}$ , 化简得到

$$\begin{aligned} & \frac{4K}{\theta_0} \frac{\partial \hat{\theta}}{\partial X} \frac{\partial \Psi}{\partial X} + \frac{2K\hat{\theta}}{\theta_0} \nabla_{\perp}^2 \Psi + \varepsilon_0 \varepsilon_a^{\text{op}} \frac{|A|^2}{2} \sin(2\hat{\theta}) \\ & + \varepsilon_0 |\varepsilon_a^{\text{rf}}| E_{\text{rf}}^2 \sin(2\hat{\theta}) \Psi \left( \frac{1}{\theta_0} - \frac{2\hat{\theta}}{\theta_0} \cot(2\hat{\theta}) \right) = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

因为光束的宽度远远小于液晶盒的厚度, 并且光束入射位置在液晶盒中心, 则  $\hat{\theta}(x) \approx \theta_0$ . 可以忽略  $\partial \hat{\theta} / \partial X$ . 所以方程 (7) 和方程 (11) 可写为

$$2ik \frac{\partial A}{\partial Z} + \nabla_{\perp}^2 A + k_0^2 \varepsilon_a^{\text{op}} \sin(2\theta_0) \Psi A = 0, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & 2K \nabla_{\perp}^2 \Psi + \varepsilon_0 |\varepsilon_a^{\text{rf}}| E_{\text{rf}}^2 \sin(2\theta_0) \\ & \times \left[ \frac{1}{\theta_0} - 2 \cot(2\theta_0) \right] \Psi + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_a^{\text{op}}}{2} \sin(2\theta_0) |A|^2 \\ & = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

定义向列相液晶的空间非局域响应特征宽度为

$$\begin{aligned} w_m &= \frac{1}{E_{\text{rf}}} \\ & \times \left\{ \frac{2\theta_0 K}{\varepsilon_0 |\varepsilon_a^{\text{rf}}| \sin(2\theta_0) [1 - 2\theta_0 \cot(2\theta_0)]} \right\}^{\frac{1}{2}}, \end{aligned} \quad (14)$$

则方程 (13) 可以写为

$$\nabla_{\perp}^2 \Psi + \frac{1}{w_m^2} \Psi + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_a^{\text{op}}}{4K} \sin(2\theta_0) |A|^2 = 0. \quad (15)$$

这里我们就得到了可以用于描述负介电各向异性液晶中光束传输性质的相互耦合的非局域非线性薛定谔方程 (12) 和重取向方程 (15). 图 3 给出了负性介电各向异性向列相液晶的空间非局域响应特征宽度  $w_m$  随电压变化的曲线及其随中心预

倾角  $\theta_0$  的变化曲线. 我们只给出了大于阈值电压的情况.

我们知道, 当激光照射液晶时, 不仅能使光照射区域的液晶发生偏转, 而且能使远处没有光照射区域的液晶分子也发生偏转. 这是由液晶分子之间的作用所致, 使得激光诱导液晶分子重取向区域远大于光束分布的范围, 这就是向列相液晶非局域特性的由来.

令  $K = 0$ , 相当于液晶分子之间的弹性力为零. 在这种情况下, 光场只能在其所照射区域引起液晶分子的转向, 这就是局域的情况. 从而可以通过 (13) 式得到

$$\Psi = -\frac{\varepsilon_a^{\text{op}}\theta_0|A|^2}{2|\varepsilon_a^{\text{rf}}|E_{\text{rf}}^2[1 - 2\theta_0 \cot(2\theta_0)]}, \quad (16)$$

将其代入方程 (12) 可以得到

$$2ik\frac{\partial A}{\partial Z} + \nabla_{\perp}^2 A - \frac{k_0^2(\varepsilon_a^{\text{op}})^2\theta_0 \sin(2\theta_0)}{2|\varepsilon_a^{\text{rf}}|E_{\text{rf}}^2[1 - 2\theta_0 \cot(2\theta_0)]}|A|^2 A = 0. \quad (17)$$

我们将其与一般的非线性薛定谔方程

$$2ik\frac{\partial A}{\partial Z} + \nabla_{\perp}^2 A + 2k_0^2 n_0 \Delta n A = 0 \quad (18)$$

对比, 可以得到非线性折射率  $\Delta n$  的表达式:

$$\Delta n = -\frac{(\varepsilon_a^{\text{op}})^2\theta_0 \sin(2\theta_0)}{4n_0|\varepsilon_a^{\text{rf}}|E_{\text{rf}}^2[1 - 2\theta_0 \cot(2\theta_0)]}|A|^2. \quad (19)$$

又由  $\Delta n = n_2|A|^2$  得到非线性系数:

$$n_2 = -\frac{(\varepsilon_a^{\text{op}})^2\theta_0 \sin(2\theta_0)}{4n_0|\varepsilon_a^{\text{rf}}|E_{\text{rf}}^2[1 - 2\theta_0 \cot(2\theta_0)]}. \quad (20)$$

图 4 给出了负性介电各向异性向列相液晶 (KY19-008) 非线性系数  $n_2$  随电压以及  $\theta_0$  变化的曲线.

下面引入无量纲化参数,

$$\begin{aligned} x &= X/w_m, & y &= Y/w_m, \\ z &= Z/(kw_m^2), & u &= A/A_0, & \phi &= \Phi/\Phi_0, \\ A_0 &= [8K/k_0^2 w_m^4 \varepsilon_0 (\varepsilon_a^{\text{op}})^2 \sin^2(2\theta_0)]^{1/2}, \end{aligned}$$

其中,  $\Phi_0 = 2/[k_0^2 w_m^2 \varepsilon_a^{\text{op}} \sin(2\theta_0)]$ . 由此可得下述的无量纲方程:

$$i\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2}\nabla_{\perp}^2 u + \phi u = 0, \quad (21)$$

$$\nabla_{\perp}^2 \phi + \phi = -|u|^2, \quad (22)$$

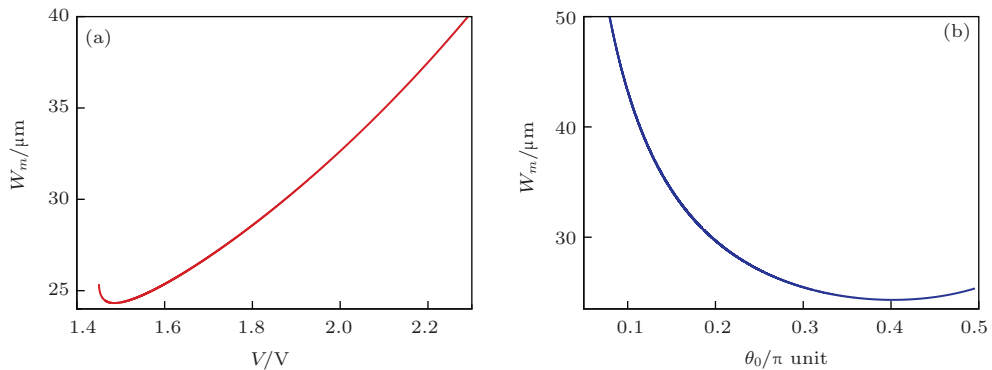


图 3 (a) 负性介电各向异性液晶中非局域响应特征宽度随偏置电压的变化曲线; (b) 负性介电各向异性液晶中非局域响应特征宽度随中心预倾角的变化曲线

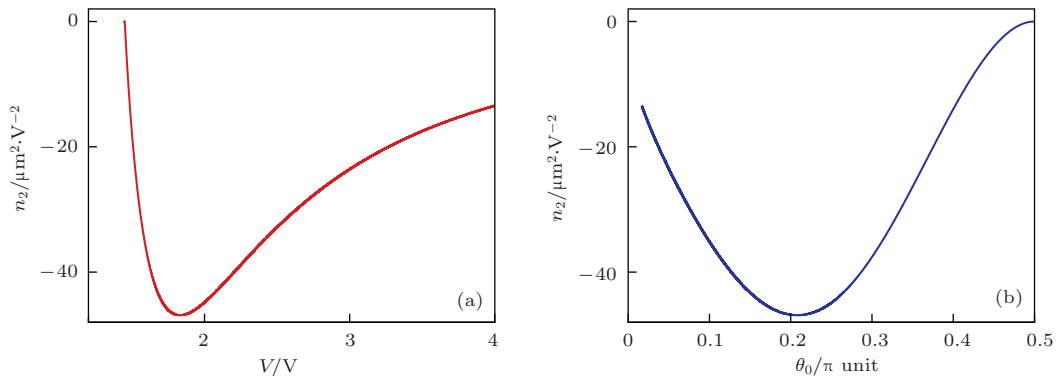


图 4 (a) 负性介电各向异性液晶非线性系数随偏置电压的变化; (b) 负性介电各向异性液晶非线性系数随中心预倾角的变化

这里  $\nabla_{\perp}^2 = \partial_x^2 + \partial_y^2$ , 我们考虑光束在一个  $X$  方向受限 ( $0 < x < l$ ) 的区域传输, 满足边界条件  $\phi|_{(x=0,l)} = 0$ , 方程 (22) 有一个卷积形式的特解:

$$\phi(x, y) = \int_0^l \int_{-\infty}^{+\infty} R(x, y; x', y') |u(x', y')|^2 \times dx' dy', \quad (23)$$

其中  $R(x, y)$  为负性介电各向异性液晶的非局域响应函数,

$$R(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m(y) \sin \frac{m\pi x}{l}, \quad (24)$$

其中  $m$  为整数, 当  $m < l/\pi$  时有

$$a_m = -\frac{\sqrt{\zeta_m}}{l} \sin \frac{m\pi x'}{l} \sin \left| \frac{y - y'}{\sqrt{\zeta_m}} \right|, \quad (25)$$

当  $m > l/\pi$  时有

$$a_m = \frac{\sqrt{|\zeta_m|}}{l} \sin \frac{m\pi x'}{l} \exp \left[ -\left| \frac{y - y'}{\sqrt{|\zeta_m|}} \right| \right], \quad (26)$$

这里  $\zeta_m = 1/\left[1 - \left(\frac{m\pi}{l}\right)^2\right]$ ,  $a_m$  的表达式说明了当归一化后的平板厚度  $l > \pi$  时, 高斯光束引起的倾角的变化在液晶盒横截面 ( $X$ - $Z$  平面) 上的分布是振荡的, 从而在有光场存在时产生振荡的折射率分布.

本文研究的负性介电各向异性液晶中液晶分子是垂直于液晶盒表面排列的. 通过改变偏置电压的大小可以改变液晶分子预倾角的大小, 但在负性介电各向异性液晶中依然同以前研究的正介电各向异性液晶中一样存在一个阈值电场  $E_{fr}$ <sup>[18]</sup>:

$$E_{fr} = \pi \frac{\sqrt{K/\varepsilon_0 |\varepsilon_a^{rf}|}}{L}, \quad (27)$$

阈值电场  $E_{fr}$  与外加低频电场  $E_{rf}$  存在一定的关系, 当  $E_{rf} < E_{fr}$  时, 液晶分子的预倾角为  $\pi/2$ , 当  $E_{rf} > E_{fr}$  时, 则有下面的经验公式成立:

$$\theta_0 \approx \frac{\pi}{2} \left( \frac{E_{fr}}{E_{rf}} \right), \quad (28)$$

所以只有在液晶盒外加偏置电压大于一定数值时, 液晶分子才会发生偏转. 将 (27) 式代入到 (28) 式中可以得到

$$E_{rf} = \pi \frac{\sqrt{K/\varepsilon_0 |\varepsilon_a^{rf}|}}{L} \left( \frac{2\theta_0}{\pi} \right)^{-\frac{1}{3}}, \quad (29)$$

再将 (29) 式代入 (14) 式中, 可以得到非局域响应特征宽度  $W_m$  的关于  $\theta_0$  的表达式:

$$W_m = \pi^{-\frac{4}{3}} (2\theta_0)^{\frac{5}{6}} \sin^{-\frac{1}{2}}(2\theta_0)$$

$$\times [1 - 2\theta_0 \cot(2\theta_0)]^{-\frac{1}{2}} L. \quad (30)$$

由此可以得到无量纲化后的平板厚度  $l$  的表达式:

$$l = \frac{L}{W_m} = \pi^{\frac{4}{3}} (2\theta_0)^{-\frac{5}{6}} \sin^{\frac{1}{2}}(2\theta_0) [1 - 2\theta_0 \cot(2\theta_0)]^{\frac{1}{2}}, \quad (31)$$

$l$  的大小只与  $\theta_0$  有关. 图 5 给出了无量纲化厚度  $l$  关于  $\theta_0$  变化的曲线.

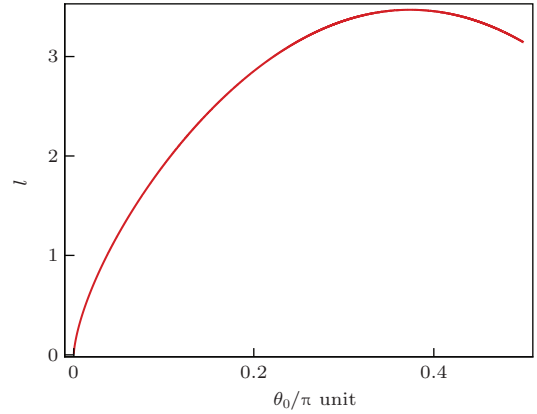


图 5 负性介电各向异性液晶无量纲化厚度随中心预倾角的变化

从图 5 可以观察到  $l$  的最大值略微高出  $\pi$  值, 但因为  $\theta_0$  的表达式 (28) 是近似的经验公式, 并非精确的, 所以实际上我们进行数值模拟时不管如何调整  $\theta_0$  的大小, 都得不到振荡的倾角分布.

### 3 传输性质研究

图 6 为数值模拟负性介电各向异性向列相液晶中光束传输时的情况, 程序中使用边界值问题的多重网格法求解液晶分子重取向方程, 然后用分步傅里叶法对光束进行传输. 当液晶盒厚度为  $80 \mu\text{m}$ , 外加偏置电压为  $1.71176 \text{ V}$  时, 其中心预倾角为  $\pi/4$ . 图 6 中光束的初始束宽为  $4 \mu\text{m}$ , 均传输 10 个瑞利距离. 从图 6 (a) 可以看到, 当光束的功率为  $0.209 \text{ mW}$  时, 形成了稳定传输的光束, 此时衍射效应和非线性效应达到了平衡, 产生了空间光孤子,  $0.209 \text{ mW}$  即为形成孤子传输所需的临界功率  $P_c$ . 图 6 (b) 中光束的束宽随纵向传输坐标  $Z$  做周期性的压缩和展宽, 此时的光束功率为  $0.400 \text{ mW}$ , 大于形成孤子传输的临界功率  $0.209 \text{ mW}$ , 介质中的非线性效应大于光束的衍射效应, 光束束宽做初始压缩的周期性变化, 形成呼吸子. 图 6 (c) 中的光束在随  $Z$  轴的传输中逐渐发散开来, 说明此时的功

率非常小, 在介质中产生的非线性效应远远小于光束的衍射效应, 可以认为是自然衍射. 通过以上的对比发现, 虽然我们在负性介电各向异性液晶中得到了负的非线性系数, 但光束在负性介电各向异性液晶中的传输仍与之前研究中的类似, 在数值模拟中得到的是亮孤子.

图 7 是功率为 0.310 mW, 初始束宽为 4  $\mu\text{m}$  的高斯光束在厚度 80  $\mu\text{m}$  的液晶盒外加不同的偏置电压下的数值模拟传输图像, 图中光束传输 10 个瑞利距离. 图 7(a) 为光束在偏置电压 1.53509 V 下的传输情况, 此时的液晶中心预倾角为  $0.35\pi$ , 形成了束宽不变、稳定传输的光孤子. 当外加偏置电压增大为 1.71176 V 时(图 7(b)), 液晶盒的中心预倾角变为  $\pi/4$ , 形成了类似于图 6(b) 的束宽先压缩后展宽的呼吸子, 此时的光束功率 0.310 mW 大于形成孤子所需的临界功率. 当偏置电压减小为 1.48684 V 时(图 7(c)), 可以看到光

束先展宽后压缩, 是光束功率小于临界功率时形成呼吸子的现象, 此时的液晶盒中心预倾角  $\theta_0$  为  $0.4\pi$ , 功率为 0.310 mW 的光束在液晶中产生的非线性效应比图 7(a), (b) 都小. 通过改变偏置电压调节预倾角的数值模拟发现, 在中心预倾角为  $\pi/4$  时, 形成孤子所需的临界功率最小. 我们对这一现象进行了研究. 从方程 (3)  $n_0$  的表达式  $n_0 \approx (n_{\perp}^2 + \varepsilon_a^{\text{op}} \sin^2 \theta_0)^{1/2}$  可以知道

$$n_0(\theta_0 + \Delta\theta) \approx n_0(\theta_0) + \Delta n, \quad (32)$$

非线性折射率  $\Delta n$  为由光强导致的折射率的改变,

$$\Delta n = \Delta\theta \frac{dn_0}{d\theta_0}. \quad (33)$$

通过 (3) 式可以求出

$$\frac{dn_0}{d\theta_0} = \frac{\varepsilon_a^{\text{op}} \cos \theta_0 \sin \theta_0}{\sqrt{n_{\perp}^2 + \varepsilon_a^{\text{op}} \sin^2 \theta_0}}, \quad (34)$$

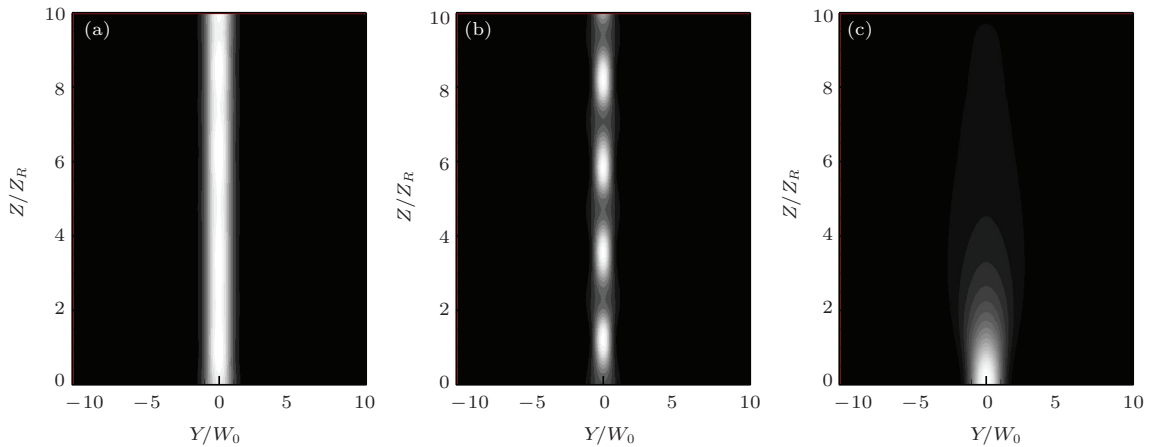


图 6 (a), (b), (c) 分别是功率为 0.209, 0.400 和 0.050 mW 的高斯光束在液晶盒中形成孤子、呼吸子和自然衍射时情况, 图中液晶盒厚度均为 80  $\mu\text{m}$ , 外加偏置电压均为 1.71176 V, 高斯光束的束宽均为 4  $\mu\text{m}$ , 传输 10 个瑞利距离

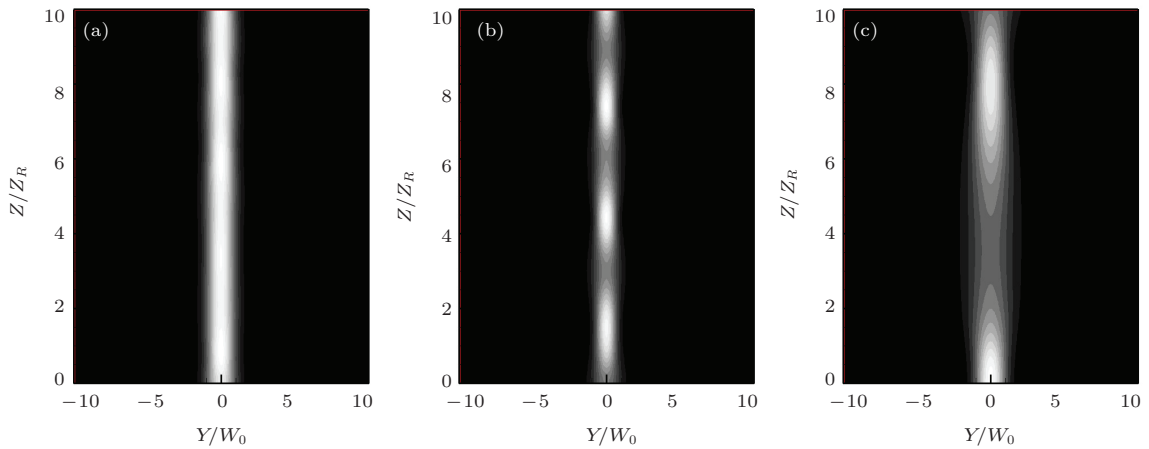


图 7 (a) 高斯光束在 1.53509 V 的偏置电压下形成的稳定传输的光孤子; (b), (c) 高斯光束在液晶盒外加偏置电压为 1.71176 V, 1.48684 V 时形成的呼吸子; 图中液晶盒厚度均为 80  $\mu\text{m}$ , 高斯光束的束宽均为 4  $\mu\text{m}$ , 功率均为 0.310 mW, 传输 10 个瑞利距离

$dn_0/d\theta_0$  在  $\theta_0 = \pi/4$  时达到最大值, 即光场引起的角度改变  $\Delta\theta$  一定时, 在  $\theta_0 = \pi/4$  时产生的非线性折射率最大, 所以此时形成孤子所需的临界功率最小.

## 4 结 论

向列相液晶是一种重要的非局域程度可控的非局域非线性介质. 本文研究了向列相液晶中介电各向异性为负的情况, 构造了液晶分子相对于液晶盒两侧平板垂直锚定的理论模型. 根据向列相液晶中的非局域非线性薛定谔方程和液晶分子重取向方程推导出了介电各向异性为负时的空间非局域响应特征宽度和非线性系数的解析表达式, 并通过傅里叶级数法求出了其对应的非局域响应函数. 我们在负性介电各向异性向列相液晶的数值模拟中得到了亮孤子. 最后讨论了不同的外加偏置电压对液晶盒中形成孤子所需临界功率的影响, 指出了在液晶盒中心分子预倾角为  $\pi/4$  时, 形成孤子所需的临界功率最小.

## 参考文献

- [1] Chong A, Renninger W, Christodoulides D N, Wise F 2010 *Nature Photon.* **4** 103
- [2] Musslimani Z H, Makris K G, Ganainy R E I, Christodoulides D N 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 030402
- [3] Hu S M, Hu W 2012 *Chin. Phys. B* **21** 024212
- [4] Hu S M, Hu W 2013 *Chin. Phys. B* **22** 074201
- [5] Xu Z Y, Kartashov Y V, Torner L 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 113901
- [6] Mitchell M, Segev M, Christodoulides D N 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 4657
- [7] Peccianti M, Brzdakiewicz K A, Assanto G 2002 *Opt. Lett.* **27** 1460
- [8] Conti C, Peccianti M, Assanto G 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 073901
- [9] Conti C, Peccianti M, Assanto G 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 113902
- [10] Hu W, Zhang T, Guo Q, Li X, Lan S 2006 *Appl. Phys. Lett.* **89** 071111
- [11] Hu W, Ouyang S G, Yang P B, Guo Q, Lan S 2008 *Phys. Rev. A* **77** 033842
- [12] Rotschild C, Cohen O, Manela O, Segev M 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 213904
- [13] Rotschild C, Segev M, Xu Z, Kartashov Y V, Torner L, Cohen O 2006 *Opt. Lett.* **31** 3312
- [14] Ma X K, Yang Z J, Lu D Q, Guo Q, Hu W 2011 *Phys. Rev. A* **83** 033829
- [15] Zhao C, Ma X K, Wang J, Lu D Q, Hu W 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 094213 (in Chinese) [赵璨, 马学凯, 王靖, 陆大全, 胡巍 2013 物理学报 **62** 094213]
- [16] Peng H Q, Ma X K, Lu D Q, Hu W 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 184211 (in Chinese) [彭虎庆, 马学凯, 陆大全, 胡巍 2012 物理学报 **61** 184211]
- [17] Rasmussen P D, Bang O, Królíkowski W 2005 *Phys. Rev. E* **72** 066611
- [18] Gao X H, Yang Z J, Zhou L H, Zheng Y Z, Lu D Q, Hu W 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 084213 (in Chinese) [高星辉, 杨振军, 周罗红, 郑一周, 陆大全, 胡巍 2011 物理学报 **60** 084213]
- [19] Kartashov Y V, Vysloukh V A, Torner L 2007 *Opt. Express* **15** 9378
- [20] Wang Y Q, Guo Q 2008 *Chin. Phys. B* **17** 2527
- [21] Deng D M, Zhao X, Guo Q, Lan S 2007 *Opt. Soc. Am. B* **24** 2537
- [22] Deng D M, Guo Q 2008 *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **10** 035101
- [23] Assanto G, Fratalocchi A, Peccianti M 2007 *Opt. Express* **15** 5248
- [24] Peccianti M, Conti C, Assanto G 2005 *Opt. Lett.* **30** 415
- [25] Long X W, Hu W, Zhang T, Guo Q, Lan S, Gao X C 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1397 (in Chinese) [龙学文, 胡巍, 张涛, 郭旗, 兰胜, 高喜存 2007 物理学报 **56** 1397]
- [26] Peccianti M, Conti C, Assanto G 2003 *Opt. Lett.* **28** 2231
- [27] Pasquazi A, Alberucci A, Peccianti M, Assanto G 2005 *Appl. Phys. Lett.* **87** 261104
- [28] Alberucci A, Peccianti M, Assanto G, Coschignano G, de Luca A, Umeton C 2005 *Opt. Lett.* **30** 1381
- [29] Fratalocchi A, Assanto G, Brzdakiewicz K A, Karpierz M A 2005 *Opt. Express* **13** 1808

# Theoretical investigation of spatial optical solitons in nematic liquid crystals with negative dielectric anisotropy\*

Li Yi-Heng Wang Jing Hu Wei<sup>†</sup> Guo Qi

(Laboratory of Nanophotonic Functional Materials and Devices, South China Normal University, Guangzhou 510006, China)

( Received 11 March 2014; revised manuscript received 4 May 2014 )

## Abstract

In this paper, the nonlocal nonlinear medium, nematic liquid crystals (NLCs) with negative dielectric anisotropy, are studied. Theoretical research shows that NLCs with negative dielectric anisotropic have a negative nonlinear coefficient. The analytical expressions for characteristic length of the nonlocal response function and for nonlinear coefficient are given. Secondly, the solutions for spatial optical solitons in NLCs with negative dielectric anisotropic are obtained by numerical computation. Finally, the influences of beam power and bias voltage on the propagation of the beam in NLCs with negative dielectric anisotropic are investigated. The result shows that the critical power of the nonlocal spatial solitons in NLCs with negative dielectric anisotropic varies with bias voltage.

**Keywords:** nonlocal nonlinear, negative dielectric anisotropy, nonlinear response function

**PACS:** 42.65.Tg, 42.65.Jx

**DOI:** [10.7498/aps.63.184207](https://doi.org/10.7498/aps.63.184207)

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11174090, 11174091, 11074080).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [huwei@scnu.edu.cn](mailto:huwei@scnu.edu.cn)