

## 强梯度复杂流场中的粒子动力学响应试验研究\*

陈植<sup>†</sup> 易仕和 朱杨柱 何霖 全鹏程

(国防科技大学航天科学与工程学院, 长沙 410073)

(2014年4月22日收到; 2014年5月15日收到修改稿)

示踪粒子在(高)超声速流场中的动力学响应是粒子成像测速等粒子示踪测量技术的关键问题之一. 现有文献对粒子动力学响应的试验测量往往是通过单个斜激波响应的测量方法. 然而, 当示踪粒子用于测量高速飞行器发动机内部复杂的激波串流场时, 粒子将经历由多道激波导致的速度、压力、黏性等剧烈变化. 本文结合目前(高)超声速飞行器的研究热潮, 重点关注示踪粒子在应用于发动机内部具有连续激波的复杂流场测量中存在的跟随性评估方面, 开展了一系列的相关试验研究. 包括测量超声速风洞的喷管出口速度分布以验证测试系统的性能, 在马赫4.2和3.0流场中测量了粒子对二维 $10^\circ$ 和 $15^\circ$ 单斜劈绕流中的斜激波动力响应, 并测量了模拟发动机内部连续梯度的双斜劈粒子斜激波动力响应. 结合粒子动力学的理论模型, 得到了各状态的粒子弛豫时间、弛豫距离、Stokes数. 基于图像方法、统计学规律分析了激波非定常抖动对测量结果的影响, 并对测量结果进行了修正. 结果显示, 相同斜劈角度下, 马赫数越高, 粒子的弛豫时间、弛豫距离就越大. 但是在相同的来流马赫数下, 斜劈角度越大, 粒子的弛豫时间、弛豫距离反而减小. 在强梯度之后由于流场的雷诺数和黏性系数变化剧烈, 粒子的跟随性降低了大约5.7%, Stokes数增加了约1%. 虽然在本文条件下Stokes数仍满足超声速流场对粒子跟随性的要求, 但粒子响应的降低无疑是值得关注的, 尤其是当其被应用于具有更多连续梯度的复杂流场测量中.

关键词: 粒子动力学, 超声速流动, 激波, 试验测量

PACS: 83.10.Pp, 47.40.Ki, 47.40.-x, 47.50.Ef

DOI: 10.7498/aps.63.188301

## 1 引言

作为非接触光学测量技术, 粒子示踪方法是通过在流场中撒播示踪粒子并测量粒子的速度(位移)从而近似得到流体的运动速度. 这类方法是获得(高)超声速流动结构、速度场、密度场等重要信息的有效手段. 但是在具体应用中, 该类技术涉及的关键性问题是: 粒子的跟随性如何? 针对不同流动场的响应如何? 近年来, 随着对(高)超声速飞行器地面研究的不断深入, 流动诊断技术在(高)超声速领域获得了广泛应用. 而另一方面, 随着数值仿真研究的进一步深入, 人们也需要更多、准确而全面的试验测量结果用于对仿真结果进行比较和验证.

然而, 值得关注的是如何在(高)超声速领域获得令人满意的可靠测量结果. 通常, 模拟和研究高马赫数、高总温总压、非定常流动可以采用激波管、炮风洞等设备. 但是该类风洞设备运行时间非常短, 运行成本高, 往往要求测试技术具备快速响应、非接触、高信息密度的特点. 这是(高)超声速试验研究的难点之一. 另外, 由于激波等复杂波系的出现和高雷诺数下的薄黏性层效应, 流体特性往往剧烈变化, 并且流动尺度跨度范围宽<sup>[1]</sup>. 尤其是在高速飞行器周围及其发动机内部的流场, 往往存在激波、边界层以及激波/激波、激波/边界层相互作用等复杂结构, 甚至出现由多道连续激波组成的激波串, 如图1所示. 示踪粒子的跟随性是否能满足该类流场, 粒子对流动参数剧烈变化的区域(比如高超声

\* 国家重点基础研究计划(批准号: 2009CB724100)、国家自然科学基金(批准号: 11172326)、湖南省研究生创新项目(批准号: CX2012B002)和国防科技大学优秀研究生创新资助项目(批准号: B120103)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: [gfdkchenzhi@163.com](mailto:gfdkchenzhi@163.com)

速边界层、激波等)是否能及时响应,均需要进一步的研究.

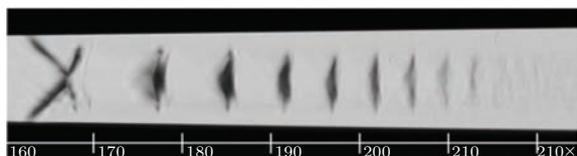


图1 高超声速飞行器发动机内部激波串结构纹影图像<sup>[2]</sup>

粒子成像测速 (particle image velocimetry, PIV) 是一种典型的粒子示踪测量技术. 在过去的二十年里, 作为现代流动诊断技术, PIV 具有重要地位. 对于超声速流动, PIV 系统已经被广泛用于在下吹式超声速风洞里测量流动速度<sup>[3,4]</sup>. Humphrey 等<sup>[5,6]</sup> 采用 PIV 在 NASA Langley 研究中心的高超声速下吹式风洞内测量了速度高达  $930 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  的马赫 6 流场. Lang<sup>[7]</sup> 应用 PIV 研究了三角翼在马赫数 2 下吹式跨声速风洞中的涡流流动. Unalmis 等<sup>[8]</sup> 采用 PIV 研究了自由来流为马赫 5 的边界层速度脉动. 高超声速脉冲风洞能够模拟低层大气的真实飞行条件, 但其不利之处是测量时间太短, 通常为毫秒量级. 这对 PIV 的测量、粒子跟随性提出了较高的要求. Haertig 等<sup>[9]</sup> 采用 PIV 技术测量了马赫 3.5 和马赫 4.5 的激波风洞流动. 相比亚声速流动而言, 高超声速有范围更宽的流动时间尺度和长度尺度——通常要宽一个数量级<sup>[10]</sup>. 在可压流中, 粒子对紊流等高频脉动量有迟滞响应, 在大的速度梯度后跟随性有迟滞, 这成为 PIV 在高速可压流测量中的主要误差来源<sup>[1]</sup>. 示踪粒子的特性及其投放问题是所有 PIV 试验研究中的关键问题, Melling<sup>[11]</sup> 对示踪粒子做了全面、深入、细致的研究. 一般对 PIV 中所用粒子的主要要求是: 粒子要有高的光散射性 (信噪比) 和良好的气动跟随性, 然而这两个要求常常是互相矛盾的, 实际使用时常常要折中处理. Howison 和 Goynes<sup>[12]</sup> 针对超声速燃烧冲压发动机中燃烧室热态流场的 PIV 测量问题, 专门设计了两套独特的流化床粒子添加装置, 用来给燃料和空气加入示踪粒子, 并且进行了试验验证. 利用电子显微镜扫描所采集的粒子样品, 对示踪粒子进行了定量测量, 证实了空气中的示踪粒子比燃油中的粒子有更好的示踪效果.

一般而言, 评价粒子对流动响应可以采用弛豫时间、弛豫距离、Stokes 数等特征参数. 在理论上通常是在球形假设的基础上, 考虑流动参数的影响 (比如稀薄效应、黏性、可压缩性等) 推导出相应的

理论模型, 从而估计粒子在流场中的动力响应. 而在试验方面, 目前比较成熟的是采用斜激波响应方法, 通过在已知流场中布置确定角度的斜劈从而产生斜激波. 结合斜激波理论以及试验测量得到的粒子经过激波的速度-位移关系, 获得粒子跟随一定速度变化所需的响应时间和距离, 进而可以评价粒子对流动的跟随性以及粒子的实际粒径. 另外, 基于斜激波方法, 还可以采用基于图像灰度算法来计算粒子响应<sup>[13]</sup>. 对于一般的 (高) 超声速流场而言, 通常结合流动特征时间开展一次斜激波响应即可评价粒子对流场中特定结构的跟随效果. 但是对于 (高) 超声速飞行器发动机内部的激波串结构以及相应的速度场测量, 粒子是否能准确跟随, 通过单个斜激波响应测量往往是不够的. 因为在激波之后, 流场的压力、温度、密度、雷诺数等都发生变化, 而这些参数将影响粒子对流场的动力学响应. 当然, 粒子动力学的研究领域较广, 其动力学特性的研究也将从不同的角度开展<sup>[14,15]</sup>.

为了验证粒子对复杂流场的跟随性, 使 PIV 等粒子示踪技术能更好地应用于高速飞行器的流动测量, 本文在超声速风洞中开展了粒子跟随性问题的相关试验研究. 试验测量包括三个方面: 首先, 采用 PIV 系统测量了马赫数为 4.2 的风洞喷管的出口速度, 评价了 PIV 系统测量简单流动的性能; 其次, 测量了  $10^\circ$  和  $15^\circ$  斜劈绕流的速度分布, 结合理论模型分析比较了粒子在确定流场中的跟随性; 最后, 在超声速流场中布置了前后连续的两个斜劈产生两道相交的斜激波, 第一道斜激波用于在流场中产生确定强度的速度梯度, 而第二道斜激波则用于测量粒子的斜激波响应. 该方法可以对发动机内部连续激波结构进行简化模拟, 同时可以开展定量研究. 通过采用 PIV 系统测量得到了粒子经过单激波 (梯度) 和连续激波的速度场分布, 结合粒子动力学模型得到了粒子的弛豫距离, 并针对激波非定常性的影响进行了修正, 比较、分析了示踪粒子在经历不同梯度后的跟随能力.

## 2 粒子动力学模型

Melling 早在 1997 就指出小粒子在运动气体中运动是受黏性阻力和惯性力的影响<sup>[11]</sup>. 根据球形假设, 粒子运动的控制方程可以写成

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{3}{4} C_D Re_p \frac{\mu}{\rho_p d_p^2} (V - U)$$

$$= -K(V - U), \quad (1)$$

其中球形粒子的直径为  $d_p$ , 运动速度为  $V$ , 流体的速度为  $U$ , 黏性系数为  $\mu$ , 基于粒子直径  $d_p$  的雷诺数  $Re_p$ , 粒子阻力系数为  $C_D$ ,  $K$  为常数. 将(1)式变形、积分, 再用于分析流动经过激波所发生的速度突变. 求解该式可以得到按照指数规律衰减的示踪粒子速度. 该衰减的特征是以粒子弛豫时间  $\tau_p$  为单指数.

$$\ln(u_n^*) = \ln\left(\frac{u_n - u_{n2}}{u_{n1} - u_{n2}}\right) = -Kt = -\frac{t}{\tau_p}, \quad (2)$$

其中,  $u_n$  为垂直于激波的速度分量, 下标 1, 2 分别表示了激波前和激波后. 对(2)式进行积分, 沿垂直激波方向的粒子位置以及弛豫时间和弛豫距离的关系式为

$$\begin{cases} x_n = u_{n2}\tau_p \ln\left(\frac{u_{n1} - u_{n2}}{u_n - u_{n2}}\right) \\ \quad + \tau_p(u_{n1} - u_n) \\ \xi_p = \tau_p[u_{n1} - (u_{n1} - u_{n2})e^{-1}] \end{cases}. \quad (3)$$

当垂直于激波方向的马赫数  $M_n$  超过 1.5, 在此情况下, (3)式可以近似地表示为  $x_n/\xi_p$  与  $t/\tau_p$  的线性关系<sup>[14]</sup>, 即

$$\ln(u_n^*) = -\frac{t}{\tau_p} \approx -\frac{x_n}{\xi_p}. \quad (4)$$

因此, 做出  $\ln(u_n^*) - x_n$  曲线并求曲线斜率, 就可以得到弛豫距离  $\xi_p$ , 再根据(3)式计算出弛豫时间  $\tau_p$ .

上文虽然给出了获得表征粒子动力学响应的弛豫时间和弛豫距离的计算方法, 并且在实际应用中是可行的, 但是需要测量或仿真计算出  $\ln(u_n^*) - x_n$ . 通过(1)式可以看出, 若要得到直接用于估计粒子弛豫时间的理论模型, 需要推导粒子阻力系数  $C_D$  的表达式. 用于估计粒子阻力系数  $C_D$  的模型有许多种, Stokes 于 1851 年基于 Navier-Stokes 方程并忽略非线性项推导了最初的模型  $C_D = \frac{24}{Re}$ , 之后包括 Oseen (1911), Schiller 和 Nauman (1959), Torobin (1959) 等都对此做出了改进<sup>[14]</sup>. 然而在高超声速条件下, 流动参数的变化尺度非常大, 流动的可压缩性、黏性、稀薄气体效应对粒子的阻力系数影响非常大. 在计及可压缩效应、稀薄效应、高粒子雷诺数效应和大梯度效应影响的情况下, Tedeschi 等<sup>[16]</sup> 于 1999 年推导了用于高速、可压缩流场粒子动力学分析的准确模型.

与亚声速流动不同, (高)超声速流动由于速度快、梯度强, 粒子在流场中的浓度变化非常大, 往往需要考虑由于粒子浓度降低而产生的稀薄效应. 根据稀薄气体动力学理论, 克努森数  $Kn$  被用于描述气相的稀薄性,

$$Kn = \bar{\lambda}/d_p, \quad (5)$$

其中,  $\bar{\lambda}$  为气相分子平均自由程,  $d_p$  为粒子的直径.

$$\bar{\lambda} = \frac{\mu}{0.499\rho_g\bar{V}}, \quad (6)$$

$\bar{V}$  为气相分子热运动的平均速度,

$$\bar{V} = \sqrt{\frac{8}{\pi}RT}. \quad (7)$$

Tedeschi 等通过详细的理论分析和试验验证, 给出了同时适用于稀薄与连续流动的粒子阻力和阻力系数公式分别为<sup>[17]</sup>

$$F = -3\pi\mu d_p k U_0 [1 + 0.15(kRe)^{0.687}] \times \xi(Kn)C, \quad (8)$$

$$C_D = \frac{24}{Re_d} k [1 + 0.15(kRe_d)^{0.687}] \xi(Kn)C, \quad (9)$$

其中,

$$\xi(Kn) = 1.177 + 0.177 \frac{0.851Kn^{1.16} - 1}{0.851Kn^{1.16} + 1},$$

$$C = 1 + \frac{Re^2}{Re^2 + 100} e^{-0.225/M^{2.5}}.$$

滑移系数  $k$  通过求解下述方程得到:

$$\begin{cases} a_1 k^{1.687} + a_2 k - 1 = 0 \\ a_1 = \frac{9}{4} 0.15 \frac{L}{a} \frac{Kn}{\epsilon'} \left(\frac{2a}{L} \frac{S\sqrt{\pi}}{Kn}\right)^{0.687} \\ a_2 = 1 + \frac{9}{4} \frac{L}{a} \frac{Kn}{\epsilon'} \end{cases}. \quad (10)$$

(8) 和 (9) 式计及可压缩效应、稀薄效应、高粒子雷诺数效应和大梯度效应的影响, 能够准确地预测超声速流场中的粒子阻力系数. 假设单个纳米粒子在超声速流动中仅受阻力的作用, 那么其运动方程为

$$m_p \frac{dV_p}{dt} = -3\pi\mu d_p k V_p [1 + 0.15(kRe)^{0.687}] \times \xi(Kn)C, \quad (11)$$

由此得

$$\frac{dV_p}{dt} = \frac{18\mu [1 + 0.15(kRe)^{0.687}] \xi(Kn)C}{\rho_p d_p^2} \times (V_f - V_p). \quad (12)$$

将上式变换为

$$\frac{dV_p}{dt} = \frac{(V_f - V_p)}{\tau_p},$$

$$\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu[1 + 0.15(kRe)^{0.687}]\xi(Kn)C}. \quad (13)$$

针对不同流场的特点, 在应用中可以对(13)式进行简化. 由于本文应用于超声速流场中, 稀薄效应不如高超声速流场显著, 故暂不考虑参数  $\xi(Kn)$  和  $C$  造成的稀薄效应修正. (13)式化简为

$$\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu[1 + 0.15(kRe)^{0.687}]}. \quad (14)$$

另外, 评价粒子的跟随性通常也用 Stokes 数  $St = \tau_p/\tau_f$ , 其中  $\tau_p$  为粒子弛豫时间,  $\tau_f$  为所测流场的特征时间.  $\tau_f = \Delta L/\Delta U$ , 其中  $\Delta L$  为所测流场的特征长度尺度,  $\Delta U$  为所测流场特征速度的变化. 如果要求示踪粒子有足够的时间响应流场中的速度变化, 则示踪粒子必须满足  $St \ll 1$ , 这一指标被视为衡量 PIV 测量中粒子跟随性的依据而被广泛采用<sup>[14]</sup>. 粒子弛豫时间是粒子跟随流场速度变化的绝对时间量, 针对的是特定的流场. 而作为无量纲

量的 Stokes 数  $St$  则相对来说更适合作为粒子对不同流场跟随性比较的参数. 在本文中, 估计各状态的流场特征时间  $\tau_f$  时,  $\Delta U = U_\infty - 0$ ,  $\Delta L = \delta$ ,  $\delta$  为边界层厚度, 以之前的试验测量值为参考<sup>[13]</sup>.

### 3 试验设备

本文试验是在一座小型低噪声超声速风洞中进行的, 通过更换风洞的喷管段可以获得  $Ma = 3$  和  $Ma = 4.2$  的超声速流场. 该风洞采用吸气方式运行, 气源为经干燥除尘的大气, 来流总压  $P_0 = 1 \text{ atm}$ , 总温  $T_0 \approx 300 \text{ K}$ . 其超声速喷管型面采用了基于 B-样条曲线的设计方法, 能够保证喷管扩张段完全消波<sup>[17-19]</sup>. 而喷管流场的数值模拟及试验调试的结果表明, 该方法设计的风洞喷管能够产生适合湍流精细结构测量的超声速流场<sup>[18-20]</sup>. 如图 2 所示, 风洞试验段截面为  $100 \text{ mm} \times 120 \text{ mm}$  矩形截面, 侧面  $250 \text{ mm} \times 120 \text{ mm}$  的观察窗镶有高质量的光学玻璃, 用于试验成像. 不同的来流状态, 其马赫数、总压、总温、流速等参数如表 1 所示.

表 1 风洞来流参数

$Ma$	$P_0/\text{MPa}$	$T_0/\text{K}$	$\rho/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	$R_e/\text{m}^{-1}$	$\mu/\text{Pa}\cdot\text{s}$
4.2	0.1	300	0.02696	$4.3183 \times 10^6$	$4.2794 \times 10^{-6}$
3.0	0.1	300	0.0896585	$7.70643 \times 10^6$	$7.24369 \times 10^{-6}$

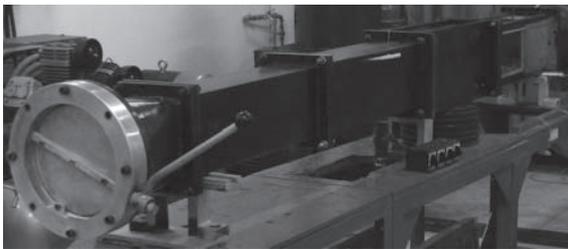


图 2 小型低噪声超声速风洞

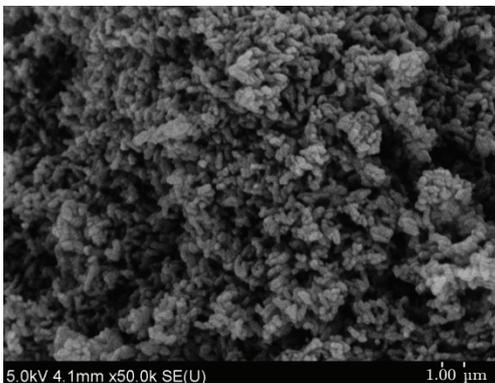


图 3 二氧化钛粒子的电镜图

在皮秒级同步控制器的控制下, PIV 系统的双腔激光器可发出最高达 500 mJ 的脉冲能量. CCD 相机 (Imperx 4M15,  $(2048 \times 2048)$  pixels) 能够获得跨帧时间最短为 200 ns 两幅的时间相关的粒子图像. CCD 相机垂直于激光片, 水平放置. 根据测量的需要, 采用焦距 200 mm 的 Nikon 镜头成像. 采用立方天地的 PIV 计算软件图像进行互相关计算.

采用  $\text{TiO}_2$  作为示踪粒子, 根据生产商提供的参数, 粒子的名义粒径  $d_p = 0.3 \text{ }\mu\text{m}$ , 粒子密度  $\rho_p = 4260 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , 而图 3 所示的电镜扫描结果显示纳米粒子的团聚效应比较严重. 显然, 这样的粒子无法直接用于测量高速流动. 本文对示踪粒子的分散处理如图 4 所示, 先经过包括真空、脱水、超声分散在内的多道工序进行初步处理, 然后处理后的示踪与分散剂按一定的配比置于粒子发生器内, 利用空气驱动粒子发生器工作并携带粒子经过多级分离器后将其撒播入风洞. 对于粒子的名义粒径而

言, 根据 (14) 式可以得到理论粒子弛豫时间, 结果如图 4 所示.

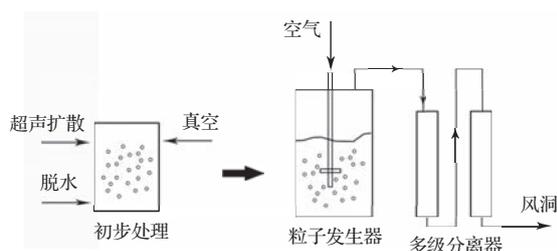


图 4 示踪粒子分离原理

另外, 在粒子的光学散射方面, 根据瑞利散射原理, 当粒子的粒径小于  $1 \mu\text{m}$  时, 散射信号迅速下降. 散射强度  $I$  与粒子粒径  $d_p$  的关系为

$$I \propto N_p \cdot d_p^6, \quad (15)$$

其中  $N_p$  为粒子数.

因此可以看出, 在 PIV 系统中, 粒子的动力学响应与粒径以及散射强度与粒径是一对矛盾关系. 从动力学响应考虑, 希望粒径越小越好, 但是会牺牲散射强度. 如果散射强度太弱 [20,21], 用于互相关计算的图像效果太差, 进而引入较大的误差, 或者需要用增强型 CCD. 对整个 PIV 系统的测量精度的影响是二者综合的结果. 另外, 由于本文的目的是考察粒径经过不同强度激波响应, 对于粒子粒径的选择并不是本文的目的, 所以并未选择原生粒径很小的纳米粒子, 粒径极小的纳米粒子更适合用于流动显示测量 [22-28].

另一方面, 粒子图像中的粒子浓度会对 PIV 计算速度场的精度造成影响. 而且针对不同的粒子浓度, 技术上有粒子追踪测速 PTV, PIV, 激光散斑测速 LSV 三种方法. 一般来说, PIV 要求查问区内有不少于 10 个的示踪粒子 [3]. 在具体试验中, 粒子的撒播往往是通过粒子发生器完成的. 本文是通过调节粒子发生器上游的气源压力来实现粒子浓度的控制. 在开始正式试验之前, 需要对粒子浓度进行标定. 比如在空风洞中拍摄几组不同气源压力下的粒子图像, 统计出各组的粒子浓度, 拟合出压力-粒子浓度曲线. 然后在正式试验时, 根据具体的流场参数和 PIV 计算的要求, 将上游压力调节至相应的压力. 当然随着试验组数的增加, 粒子发生器内的粒子在消耗, 因此该压力也要稍微增大. 需要指出的是, 由于采用纳米示踪粒子, 其原生粒子的粒径往往小于成像系统的最小空间分辨尺寸. 由于粒子会发生团聚, 图像中比较显眼的一般都是粒径较大

的粒子. 而粒径较小的粒子难以分辨, 其数量也难以统计, 所以对于浓度的调节往往是基于大粒子数量的统计. 本文粒子浓度大约是查问区内 5—8 个粒子.

## 4 试验结果

### 4.1 风洞喷管流动

在开展其他试验研究之前, 为了验证 PIV 测试系统的精度, 首先对  $Ma = 4.2$  风洞喷管出口流动进行了测量和验证. PIV 系统采集两幅时间相关图像的跨帧时间为 300 ns. 所拍摄的视场范围为  $20 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$ , 镜头焦距 200 mm, 光圈  $F = 2.4$ , 光学系统的校准因子为  $0.01025 \text{ mm} \cdot \text{pixel}^{-1}$ . 最大粒子位移 20.7 pixels 代表了速度为  $708 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . 空间分辨率可由  $64 \times 4 (= 0.64 \text{ mm} \times 0.64 \text{ mm})$  的查问区及 50% 的叠加来估算. 图 5 为喷管出口的速度分布. 结果表明, 在喷管出口的中心线具有均匀的流场. 其他状态的来流参数如表 2 所示, 对于  $Ma = 4.2$  的喷管出口, 平均测量速度为  $675.46 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , 非常接近于理论速度  $685.26 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , 测量误差约为 1.5%.

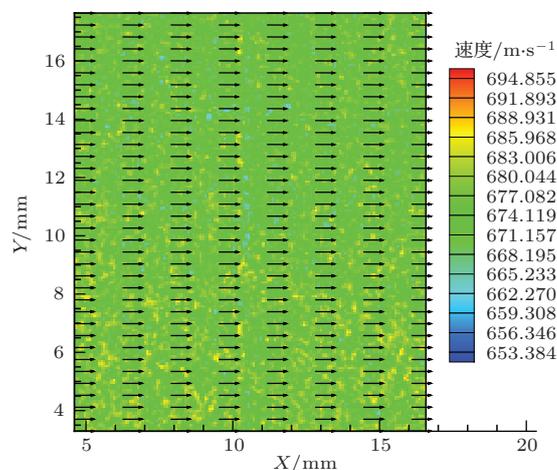


图 5 (网刊彩色)  $Ma = 4.2$  喷管出口速度的 PIV 测试结果

表 2 喷管出口流动速度的计算以及 PIV 测量结果

$Ma$	$T/\text{K}$	计算速度 $/\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	平均测量速度 $/\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	测量误差/%
4.2	300	685.26	675.46	1.5

### 4.2 粒子对二维单斜激波的动力学响应

为了研究粒子的动力学响应, 本文开展了一系列的斜劈绕流试验. 当(高)超声速气流经过斜劈时, 在斜劈前缘会产生一道斜激波使流动方向发生

偏折<sup>[29]</sup>. 斜激波的角度是来流马赫数和斜劈角度的函数, 并且可以根据空气动力学关系式计算得到波前波后的理论参数, 用于分析粒子弛豫时间、弛豫距离等.

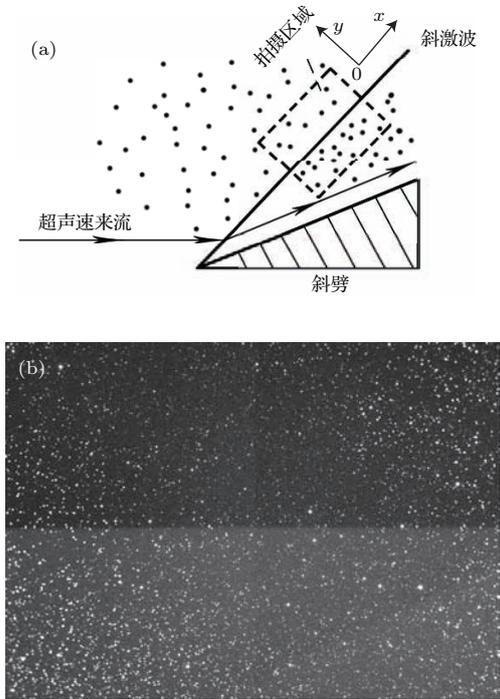


图6 二维单斜劈斜激波响应试验 (a) 试验测量示意图; (b) 测试区域的PIV粒子图像

本文通过更换喷管, 在  $Ma = 4.2, 3.0$  超声速流场中分别开展了  $10^\circ$  以及  $15^\circ$  斜劈绕流试验. 如图6(a)所示, 为了便于分析, CCD相机在拍摄粒子图像时, 调整视场与激波平行. 这样通过PIV互相算法得到的速度场, 其水平分量即为与激波平行的分量, 而垂直分量则是与激波垂直的分量,

不仅便于后续的数据提取与分析, 还有利于提高PIV数据的空间分辨率. PIV系统采集两幅时间相关图像的跨帧时间为300 ns. 所拍摄的视场范围为  $20\text{ mm} \times 20\text{ mm}$ , 镜头焦距200 mm, 光圈  $F = 2.4$ , 光学系统的校准因子为  $0.01025\text{ mm}\cdot\text{pixel}^{-1}$ , 查问区为  $16 \times 8\text{ pixels}$  步长50%, 窗口3次迭代. 图6(b)为测试区域的某一瞬间的粒子图像. 以  $Ma = 4.2, 15^\circ$  斜劈绕流为例, PIV测量的平均结果如图7所示. 与理论分析的结果相同, 平行激波的速度分量(图7(a))在激波前后没有变化, 而垂直于激波的速度分量(图7(b))则从激波位置起剧烈降低, 流动方向发生偏折, PIV的测量结果显示激波结构非常明显. 将测量结果与估算结果比较, 试验和理论结果一致.

根据上文(2)和(4)式的分析, 需要从图7(b)的结果中沿垂直于激波的方向提取出垂直于激波的速度分量  $u_n$  与垂直于激波方向的位置  $Y$ , 做出  $\ln(u_n^*)-Y$  曲线并求曲线斜率. 如图6和图7所示, 该测量的结果具有准二维性, 而PIV的数据又是由查问区、步长所决定的离散点, 因此将图7(b)中的数据以离散点的形式在  $u_n-Y$  图中给出, 然后对这些点进行最小二乘拟合得到如图8(a)所示的  $u_n-Y$  拟合曲线. 可以看出在斜激波过后, 随着激波后距离的增加, 粒子垂直于激波方向的速度分量  $u_n$  按指数曲线递减. 将  $u_n-Y$  曲线按(2)和(4)式转换成  $\ln(u_n^*)-Y$  曲线, 可以看出斜激波过后的那部分曲线转变为直线, 如图8(b)所示. 求得该直线斜率, 根据(4)式得到弛豫距离  $\xi_p$ , 再代入(3)式可以得到弛豫时间  $\tau_p$ . 按此步骤可以获得其他状态的粒子弛豫时间、弛豫距离.

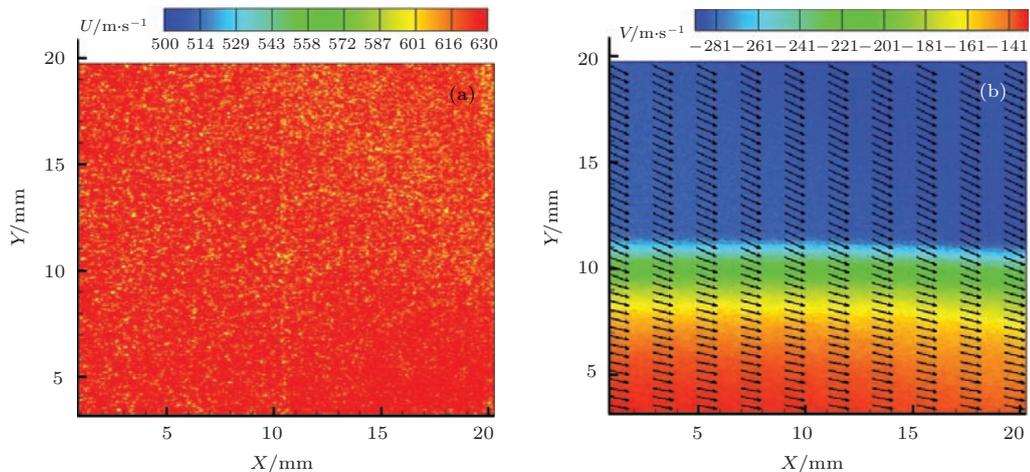


图7 (网刊彩色)  $Ma = 4.2, 15^\circ$  斜劈绕流PIV测量的平均结果 (a) 平行于激波的速度分量分布; (b) 垂直于激波的速度分量分布

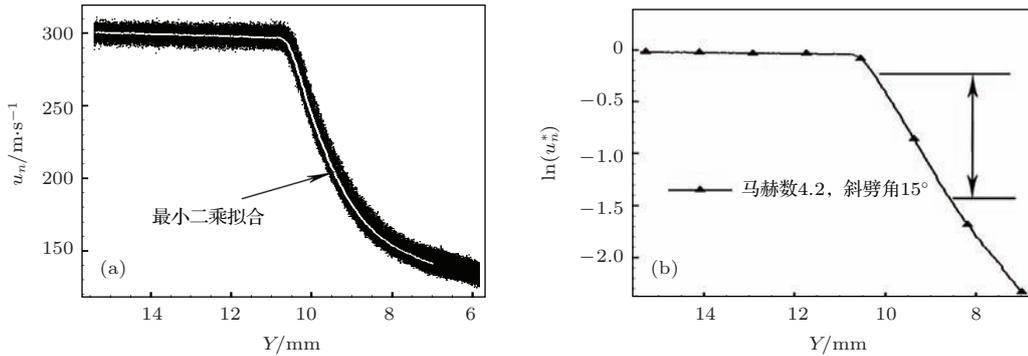


图8 基于PIV平均测量结果的  $Ma = 4.2, 15^\circ$  斜劈的斜激波响应分析 (a)  $u_n-x_y$  关系; (b)  $\ln(u_n^*)-x_n$  曲线

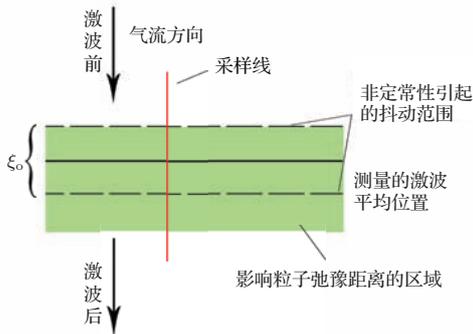


图9 激波非定常性抖动影响示意图

然而,注意到在图8(a)所示的  $u_n-Y$  拟合曲线中,激波前的直线部分已经出现了降低的趋势,这与理论分析是有出入的.其原因是上述斜激波响应分析是基于一定采样时间内的平均PIV结果,而在平均的过程中受到了激波非定常性抖动的影响.因为在试验过程中,相机、激光器等设备的位置是固定的,而由于激波在流场中抖动,其在所拍摄的粒子图像中的位置是会发生变化的.并且当增大PIV的空间分辨率时,拍摄视场减小,激波抖动就更加明显.由于上文的粒子斜激波响应分析是基于平均的PIV结果,所以激波的前后抖动会使粒子的弛豫距离在一定空间范围内来回晃动,如图9所示.激波非定常引起平均激波厚度的测量值和粒子弛豫时间、弛豫距离偏大.所以,需要针对激波抖动影响进行相应的修正.

上述基于PIV平均结果的弛豫距离测量值实际上是叠加了激波非定常性抖动的范围.令  $\xi_a$  为粒子弛豫距离的平均测量值,  $\xi_o$  为激波抖动范围,  $\xi_m$  为修正后的粒子弛豫距离测量值,则有

$$\xi_m + 1/\xi_o = \xi_a. \quad (16)$$

为了确定PIV采样时间内激波的抖动范围,首先需要确定各样本的激波位置.如图9所示,在PIV粒子图像中沿垂直激波方向取任一采样线,得

到沿垂直激波方向的图像像素灰度分布曲线,如图10所示.以曲线中灰度最大值和最小值做归一化,用  $G$  表示.以均值为阈值对曲线二值化,可以看出激波前后灰度突然增大,二值化后的曲线类似于一个台阶信号,可以方便地检测出激波位置.对采样时间内各粒子图像进行激波位置检测,得到如图11所示的激波位置-时间分布.借助于Matlab软件中的统计工具箱,对激波位置的数据集进行正态分布检验,如图12所示.可以看出激波位置的数据点的线性分布非常明显,说明激波位置在采样时间内符合正态分布规律.进一步可以得到最大似然估计下的激波位置的均值估计和方差估计,本文分别以此作为激波的平均位置和抖动范围.然后按照(16)式对平均结果进行修正,得到各状态弛豫距离如表3所示.

表3 各状态粒子弛豫距离的平均测量值与修正值

$Ma$	$\alpha/(^\circ)$	$\xi_a/\text{mm}$	$\xi_m/\text{mm}$	$\xi_o/\text{mm}$
3.0	10	1.103	1.043	0.120
3.0	15	1.054	1.012	0.084
4.2	10	1.942	1.820	0.244
4.2	15	1.724	1.575	0.298

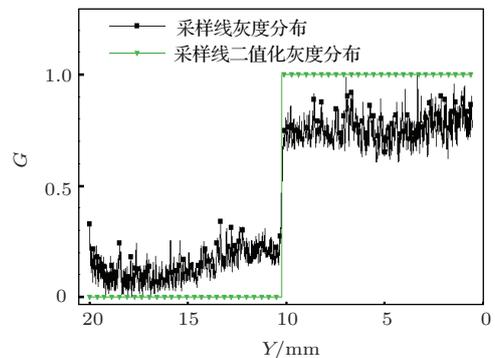


图10 采样线灰度分布及二值化灰度分布

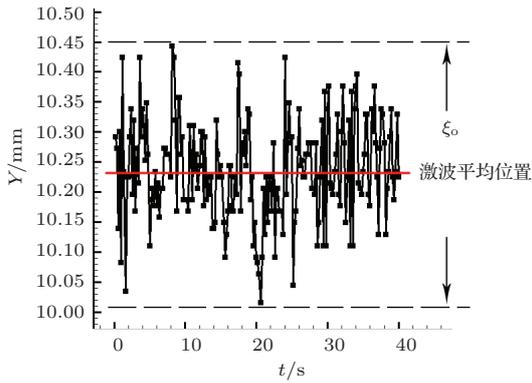


图 11 采样时间内激波位置随时间的分布

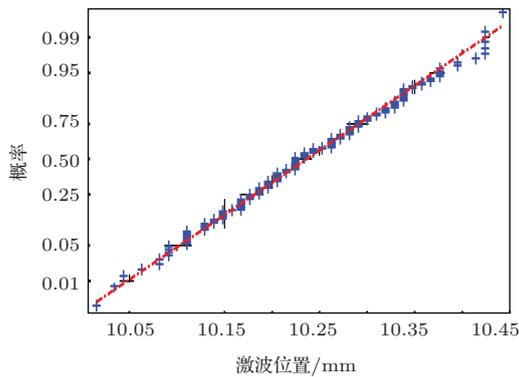


图 12 激波位置数据集的正态分布检验

#### 4.2.1 粒子对二维双斜激波的动力学响应

在许多复杂的(高)超声速流场中, 往往可能出现多道激波, 或者诸如高速飞行器发动机内部的激波串结构. 为了在地面试验中模拟这类连续激波的流场结构, 本文在超声速风洞实验段内布置二维双斜劈模型. 模型设计如图 13 所示, 上游斜劈(第一个斜劈)角度为  $15^\circ$ , 下游斜劈(第二个斜劈)角度为  $25^\circ$ . 这两个斜劈角度的选择是考虑与上文单斜劈绕流的状态进行对比, 因为第一个斜劈的作用是产生一个速度梯度, 而气流在经过第一个斜劈之后运动方向发生偏折, 第二个斜劈相对于气流而言仅为  $10^\circ$  压缩角. 在马赫数 4.2 的流场中, 经过第一道斜激波后, 气流的马赫数降低至 3.05. 因此整个双斜劈流场包括了两个可以与上文对比的状态, 即来流马赫数 4.2 的  $15^\circ$  斜劈绕流, 以及大梯度之后马赫数 3.0 的  $10^\circ$  斜劈绕流. 注意到由于二维斜劈在流向方向上的长度总是有限的, 并且受到风洞实验段尺寸的限制, 因此在斜劈模型的尾部绕流区域往往出现膨胀波. 那么在设计双斜劈的空间位置时, 要注意避免该膨胀波对测试区域的影响. 本文的设计是在保证风洞启动、流场正常建立的前提下, 使第一个斜劈尾部的膨胀波无法进入双斜激波交汇的

测试区域. 同时在第一个斜劈位置固定的情况下, 第二个斜劈在竖直方向上的位置不能太高, 否则可能导致风洞不启动, 并且会减小双激波交汇的测试区域的实际物理空间, 不利于 PIV 粒子图像的拍摄和结果分析. 流场波系结构的理论如图 13 所示, 对比图 14(a) 的纹影试验图像可以看出, 实际流场结构与设计流场相符. 测试区域集中在两道斜激波相交的位置, 如图 14(b) 所示, 第一个斜劈产生的膨胀波没有影响到测试区域.

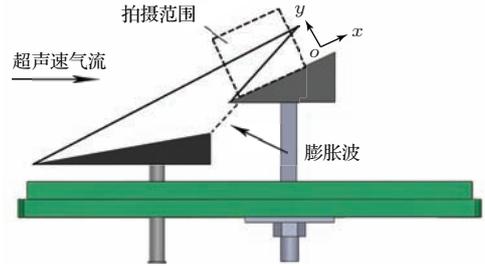


图 13 二维双斜劈绕流模型、流场结构及试验测试区域示意图

从图 14 中可以看出, 在试验上不可能拍下同时平行于两道激波的粒子图像用于 PIV 计算和动力学分析. 因此, 在对 PIV 数据进行如上文所述的动力学分析之前, 需要对 PIV 数据进行坐标变换. 以第一道斜激波为例, 假设斜激波与水平线夹角为  $\theta$ , 通过坐标变换使数据区域整体旋转  $\theta$  角度:

$$\begin{cases} u_1 = u_2 \cos \theta - v_2 \sin \theta \\ v_1 = v_2 \cos \theta + u_2 \sin \theta \end{cases}, \quad (17)$$

$$\begin{cases} x_2 = x_1 \cos \theta - y_1 \sin \theta \\ y_2 = y_1 \cos \theta + x_1 \sin \theta \end{cases}, \quad (18)$$

其中, 下标 1 表示变换前的参数, 下标 2 表示变换后的参数.

(17) 式中  $u_1, v_1, u_2, v_2$  是已知的, 可以求出  $\theta$ . 然后代入 (18) 式完成坐标变换. 变换结果如图 15(a), (b) 所示. 表 4 列出了 PIV 计算结果与相应的理论值. 然后对图 15 的结果实施斜激波响应分析, 分别得到粒子经历两道激波之后的动力学响应.

表 4 的结果显示, 各状态 PIV 的测量结果与理论值相比, 均在 PIV 系统的测量误差范围内. 各个状态试验测得的粒子弛豫时间、弛豫距离如表 5 所示. 在相同的斜劈角度下, 马赫数越高, 粒子的弛豫时间、弛豫距离就越大. 但是在相同马赫数下, 激波角越大, 弛豫时间、弛豫距离反而小. 这是因为激波

过后, 粒子所处的流场参数发生了变化, 尤其是雷诺数和黏性系数. 通过(14)式可知, 雷诺数、黏性系数越大, 弛豫时间、弛豫距离越小, 并且黏性系数的影响大于雷诺数. 试验值与理论值对这一规律的反映是相同的, 说明(14)式的理论模型用于分析超声速流场的粒子响应是适用的. 其中, 状态5与状态1

是相对应的, 其区别在于状态5的流场之前多了一道斜激波的影响. 从对比二者的结果, 斜激波引起的梯度使粒子的跟随能力降低了5.7%, Stokes数增加约1%, 但是仍满足PIV测量对粒子跟随性的要求. 所以示踪粒子用于测量连续斜激波复杂流场是可行的, 但是粒子响应的降低也是值得关注的.

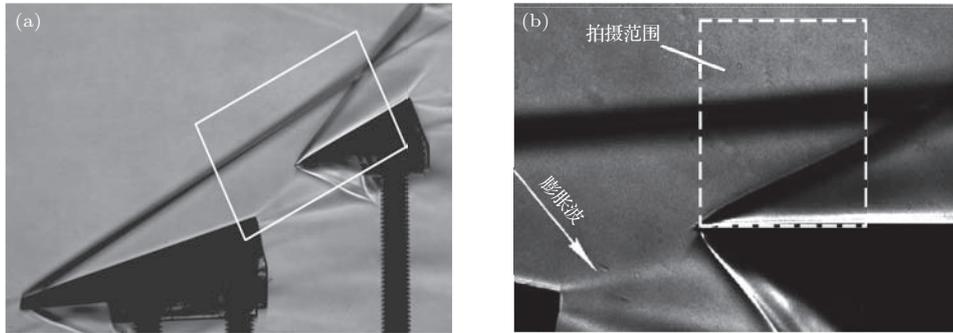


图14  $Ma = 4.2$ ,  $15^\circ$  和  $25^\circ$  双斜劈绕流纹影试验结果 (a) 全场纹影结构; (b) 局部放大流场结构

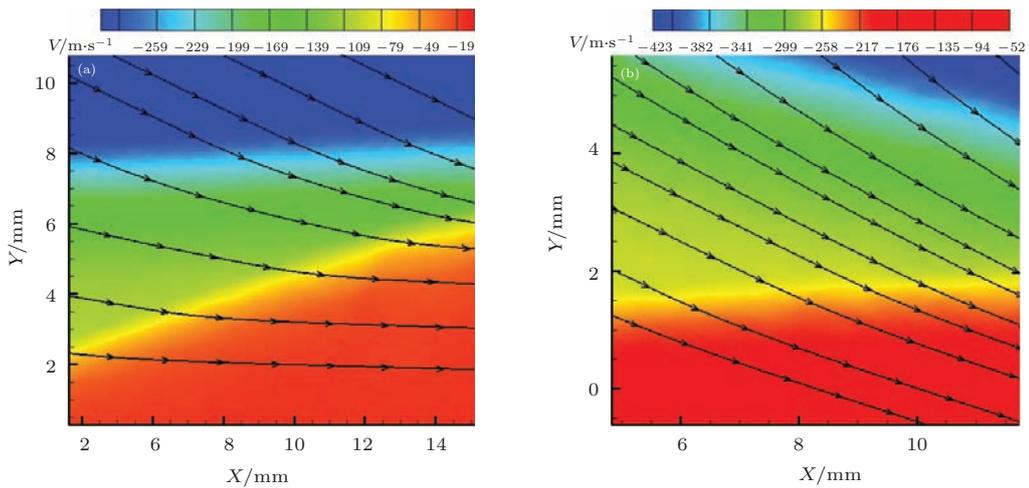


图15 (网刊彩色) 图14(b)中测试区域对应的PIV结果 (a) 用于分析第一道激波; (b) 用于分析第二道激波

表4 激波前与激波后各状态速度的理论值与PIV测量值

$Ma$	$\alpha/(^\circ)$	$u_{n1}/\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$		$u_{n2}/\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$		$R_e/\text{m}^{-1}$	$\mu/\text{Pa}\cdot\text{s}$
		理论值	测量值	理论值	测量值		
3.0	10	286.36	287.17	173.03	177.79	$8.86 \times 10^6$	$9.01 \times 10^{-6}$
3.0	15	332.15	336.64	163.38	166.88	$1.00 \times 10^7$	$1.00 \times 10^{-5}$
4.2	10	251.56	254.67	130.05	135.53	$4.65 \times 10^6$	$5.97 \times 10^{-6}$
4.2	15	304.5	294.25	123.6	125.43	$5.88 \times 10^6$	$7.08 \times 10^{-6}$
3.05	10	284.5	280.46	170.77	172.02	$7.30 \times 10^6$	$8.84 \times 10^{-6}$

表5 各状态粒子响应的理论与测量值

状态	来流马赫数	斜劈角度/(°)	波后马赫数	试验 $\xi_m/\text{mm}$	理论 $\xi/\text{mm}$	试验 $\tau_m/\mu\text{s}$	理论 $\tau/\mu\text{s}$	$St$
1	3.0	10	2.505	1.043	0.938	4.266	2.11	0.247
2	3.0	15	2.255	1.012	0.893	3.753	1.89	0.206
3	4.2	10	3.44	1.820	1.20	7.730	3.30	0.503
4	4.2	15	3.052	1.575	1.12	5.623	2.77	0.352
5	3.05	10	2.55	1.206	0.963	4.483	2.19	0.262

#### 4.2.2 误差来源分析

从粒子响应的测量结果可以看出,实际的弛豫时间均大于理论弛豫时间,实际的弛豫距离均大于理论弛豫距离.导致该结果的原因有几个方面:粒子在投放时发生了团聚,流场中示踪粒子的实际粒径大于出产的标称粒径;在调整相机拍摄的水平角度时无法使激波绝对平行于视场,存在 $1^\circ$ 左右的误差,引起平行、垂直激波速度分量分解的误差约1%;PIV测量本身存在2%左右的测量误差;将PIV计算得到的离散数据点用于斜激波响应分析时,这些点的空间分辨率有限,可能引起约2%的误差;另外修正激波非定常性影响 $\xi_m + 1/2\xi_o = \xi_a$ 时,引入的误差约1%.

## 5 结 论

示踪粒子在(高)超声速流场中的动力学响应是PIV等粒子示踪测量技术的关键问题之一.现有文献对粒子动力学响应的试验测量一般是通过单个斜激波响应的测量方法.然而当示踪粒子应用于测量高速飞行器发动机内部复杂的激波串流场时,粒子将经历由多道激波导致的速度、压力、黏性等剧烈变化.为了验证粒子在此类连续的强梯度流场中的动力学响应,本文开展了一系列的相关试验测量和分析.包括测量风洞喷管出口速度分布以验证PIV系统性能、不同马赫数下 $10^\circ$ 和 $15^\circ$ 单斜劈流场中的粒子斜激波响应测量,以及模拟发动机内部连续激波而设计的无膨胀波影响的双斜劈粒子斜激波响应测量.结合粒子动力学模型,得到了各状态的粒子弛豫时间、弛豫距离、Stokes数,并基于图像方法、统计学规律对激波非定常性抖动进行了分析以及修正测量值.受粒子团聚、相机拍摄角度、PIV计算等因素的影响,试验测量值与理论分析值之间存在差异,但测量值与理论值所反映的粒子弛豫时间、弛豫距离等变化特性是一致的.通过不同

状态测量结果的对比,可以发现相同斜劈角度下,马赫数越高,粒子的弛豫时间、弛豫距离就越大.但是在相同马赫数下,斜劈角度越大,波后流场的雷诺数和黏性系数变化也越大,粒子的弛豫时间、弛豫距离反而减小.这反映了黏性对粒子动力学响应的影响较大.大梯度过后粒子的跟随能力降低了5.7%,Stokes数增加约1%.虽然在本文条件下Stokes数仍满足超声速流场对粒子跟随性的要求,但粒子响应的降低无疑是值得关注的.因为在诸如发动机隔离段内部的连续激波流场中,示踪粒子将经历更多的连续梯度,如果跟随性进一步降低,则有可能严重影响测量结果的准确度.

#### 参考文献

- [1] Xu J L 2012 *Adv. Mech.* **42** 81 (in Chinese) [徐惊雷 2012 力学进展 **42** 81]
- [2] Weiss A, Grzona A, Olivier H 2010 *Exp. Fluids* **49** 355
- [3] Raffel M, Willert C E, Kompenhans J 1998 *Introduction Particle Image Velocimetry: A Practical Guide* (Berlin: Springer-Verlag) pp1-12
- [4] Haertig J, Smigielski P 1986 *Proceedings of the Third International Symposium on Applications of Laser Anemometry to Fluid Mechanics, Calouste Gulbenkian Foundation* Lisbon, 1986 p192
- [5] Humphreys W M, Rallo R A, Hunter W W, Bartram S M 1993 *Proceedings of the 5th International Conference of Laser Anemometry* The Netherlands, 1993 p519
- [6] Humphreys W M, Bartram S M, Blackshire J 1993 *AIAA Paper* **93** 0411
- [7] Lang N 1998 *Proceedings of the 8th International Symposium on Flow Visualization, Universit'a degli Studi di Napoli Federico II Sorrento, Italy*, 1998 p205
- [8] Unalmis O H, Hou Y X, Bueno P C, Clemens N T, Dolling D S 2000 *AIAA Paper* 2000-2450
- [9] Haertig J, Havermann M, Rey C, George A 2002 *AIAA J.* **40** 1056
- [10] Scarano F, Haertig J 2003 *Proceedings of 5th International Symposium on Particle Image Velocimetry* Busan, Korea, Sep. 2003
- [11] Melling A 1997 *Meas. Sci. Technol.* **8** 1406
- [12] Howison J C, Goyne C P 2010 *J. Propul. Power* **26** 514

- [13] He L 2012 *Ph. D. Dissertation* (Changsha: National University of Defense Technology) (in Chinese) [何霖 2012 博士学位论文 (长沙: 国防科学技术大学)]
- [14] Wang Y, Wu X 2012 *Chin. Phys. B* **21** 050504
- [15] He L L, Zhang R F, Ji Y Y 2012 *Chin. Phys. B* **21** 088301
- [16] Tedeschi G, Gouin H, Elena M 1999 *Exp. Fluids* **28** 288
- [17] Zhao Y X 2009 *Ph. D. Dissertation* (Changsha: National University of Defense Technology) (in Chinese) [赵玉新 2009 博士学位论文 (长沙: 国防科学技术大学)]
- [18] Zhao Y X, Yi S H, Tian L F, Cheng Z Y 2009 *Sci. China E* **52** 3425
- [19] Zhao Y X, Yi S H, He L, Cheng Z Y, Tian L F 2007 *Chin. Sci. Bull.* **52** 1297
- [20] Li Y L, Li J, Dong Q F, Wang M J 2014 *Chin. Phys. B* **23** 063301
- [21] Liu W, Andrey E M, Yuri S K 2014 *Chin. Phys. B* **23** 047806
- [22] Yi S H, He L, Zhao Y X, Tian L F, Cheng Z Y 2009 *Sci. China G* **52** 2001
- [23] Yi S H, Tian L F, Zhao Y X, He L, Chen Z 2010 *Chin. Sci. Bull.* **55** 3545
- [24] Chen Z, Yi S H, He L, Tian L F, Zhu Y Z 2012 *Chin. Sci. Bull.* **56** 584
- [25] Chen Z, Yi S H, Tian L F, He L, Zhu Y Z 2013 *Shock Waves* **23** 299
- [26] Zhu Y Z, Yi S H, Chen Z, Ge Y, Wang X H, Fu J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 084219 (in Chinese) [朱杨柱, 易仕和, 陈植, 葛勇, 王小虎, 付佳 2013 物理学报 **62** 084219]
- [27] Wu Y, Yi S H, Chen Z, Zhang Q H, Gang D D 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 184702 (in Chinese) [武宇, 易仕和, 陈植, 张庆虎, 冈敦殿 2013 物理学报 **62** 184702]
- [28] Quan P C, Yi S H, Wu Y, Zhu Y Z, Chen Z 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 084703 (in Chinese) [全鹏程, 易仕和, 武宇, 朱杨柱, 陈植 2013 物理学报 **62** 084703]
- [29] He F, Yang J L, Shen M Y 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1918 (in Chinese) [何枫, 杨京龙, 沈孟育 2002 物理学报 **51** 1918]

# Experimental study on of dynamics of particles in the flow filed with intensive gradients\*

Chen Zhi<sup>†</sup> Yi Shi-He Zhu Yang-Zhu He Lin Quan Peng-Cheng

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

( Received 22 April 2014; revised manuscript received 15 May 2014 )

## Abstract

The dynamic response of particles in hyper/supersonic flow is one of the key points of techniques using tracer particles, such as particle image velocimetry (PIV). In the literature, it is validated by the single oblique shock response testing. However, particles suffer intensive variation of velocity, density and viscosity, when used to trace and measure the complex flow field in the high speed vehicle engine. To test and validate the dynamics of particles in such a flow field with intensive gradient, in this paper we conduct a series experiments dealing with this issue. The study includes the measurements on the velocity field at the exit of the wind tunnel nozzle to testify the performance of PIV system, the measurements on the oblique shock response of particles in Mach 4.2 and Mach 3.0 supersonic flows over a 10° wedge and a 15° wedge respectively, and measurements on the double oblique shock response of particles in the flow field which is designed to simulate the flow field inside the vehicle engine with gradients and without the influence of expansion wave. Based on the particle dynamic models, the relaxation time, relaxation distance, Stokes numbers of different cases can be gained. And the influence of unstable shock oscillation is analyzed and revised based on image method and statistic analysis. It can be found that the relaxation time and distance increase with the Mach number, given the same wedge degree. However, with the same incoming Mach number, the relaxation time and distance drop when the wedge degree increases. Due to the intensive variation of Reynolds number and viscosity, the results show that in a certain extent particles lose their following ability by 5.7%, while its Stokes number increases by 1%. In the flow condition herein, the Stokes number still meets the requirement of supersonic flow. However the decrease of particle following ability is worth being concerned, especially when using particles in the complex flow field with more intensive gradients.

**Keywords:** particle dynamics, supersonic flow, shock waves, measurement

**PACS:** 83.10.Pp, 47.40.Ki, 47.40.-x, 47.50.Ef

**DOI:** 10.7498/aps.63.188301

---

\* Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant No. 2009CB724100), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11172326), the Hunan Provincial Innovation Foundation for Postgraduate, China (Grant No. CX2012B002), and the Innovation Fund Program for Outstanding Postgraduate Students of NUDT, China (Grant No. B120103).

† Corresponding author. E-mail: [gfdchenzhi@163.com](mailto:gfdchenzhi@163.com)