

基于局域共振单元实现声子晶体低频多通道滤波^{*}

程聪¹⁾²⁾ 吴福根^{1)†} 张欣²⁾ 姚源卫²⁾

1)(广东工业大学实验教学部, 广州 510006)

2)(广东工业大学物理与光电工程学院, 广州 510006)

(2013年8月17日收到; 2013年10月25日收到修改稿)

从理论上提出一种由局域共振单元组成的声子晶体低频多通道滤波模型. 在二维三组元局域共振声子晶体中引入不同填充率的共振单元构成波导结构, 通过有限元法计算出其能带结构、透射曲线和透射场图. 结果显示: 这种设计能够在低频带隙范围内不同填充率散射体的共振频率附近产生新的分立模, 且这些分立模能够使相应的声波在声子晶体中沿波导方向传播; 这些分立模只与相应的共振单元相关, 抗干扰能力强. 所得结果为低频多通道滤波器的设计提供了一种新的理论依据.

关键词: 声子晶体, 局域共振, 分立模, 多通道

PACS: 43.20.Mv, 62.65.+k, 43.40.Fz

DOI: 10.7498/aps.63.024301

1 引言

近年来, 经典波在周期性复合介质中传播的研究极其活跃, 并把具有弹性波禁带的周期性结构功能材料称为声子晶体. 类似于电子在固体中的运动, 弹性波在声子晶体中传播时, 也会产生能带结构. 人们通过材料弹性常数的特定分布和设计, 对一维、二维和三维声子晶体进行了大量研究, 并在声波频段通过引入缺陷逐步实现了既可以禁止某一频段的声波传播, 又可以使得某频率的声波沿特定方向传播, 或者使声波局域在特定区域^[1,2].

总体来说, 声子晶体可以分为 Bragg 散射和局域共振^[3]两种类型, 对应两种禁带形成机制. 其中, Bragg 散射型声子晶体在缺陷调控及其声学滤波方面的研究较多. Sun 和 Wu^[4,5]研究了声波在二维钢柱/环氧树脂结构声子晶体线缺陷波导中的传播, 结果表明, 在完全禁带中有很多缺陷模使声波沿波导传播, 而调制波导宽度或者减小线缺陷散射体半径, 都会对缺陷模进行调整; 并且他们又研究了在相同的结构中加入一组平行的波导后的耦合现

象, 结果表明, 这种耦合作用能够使缺陷模产生分裂, 分裂的结果是在比原缺陷模频率低的地方产生一条对称模, 在比原缺陷模频率高的地方产生一条反对称模. 吴福根等^[6,7]研究了由正方柱体按正方格子排列组成的二维水/水银声子晶体, 引入缺陷的方式为改变 5×5 超元胞中心柱体的方位或形状. 结果表明, 旋转缺陷柱体的方位角度对缺陷能带无影响, 而将缺陷处正方柱体改为横截面为矩形柱体时, 当矩形边长比到某一值后, 二重简并缺陷模分裂. 李晓春等^[8]研究了作为缺陷引入的第三组元材料对二维二组元声子晶体带结构的影响. 结果表明, 二组元声子晶体在引入第三组元点/线缺陷后, 在原来带结构中出現缺陷带, 缺陷带频率主要受第三组元材料物性参数的影响.

上述研究中对声波的调控都是基于 Bragg 散射型声子晶体, 而本文采用与之不同的局域共振型体系. 国内的学者已通过研究证实了二维三组元局域共振体系的低频带隙, 并探索了局域共振带隙产生机理, 找到了低频带隙产生的关键因素^[9-13]. 国外学者 Achaoui 和 Abdelkrim^[14], Oudich 等^[15]通过具体实验展示了表面波在局域

^{*} 广东省自然科学基金重点项目 (批准号: S2012020010885) 和广东省科技计划项目 (批准号: 2012b01010036) 资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: wufugen@21cn.com

共振声子晶体波导中的传播情况. 由于Bragg型带隙产生机制导致目前很难在小尺寸得到低频带隙, 并且与声子晶体的周期结构密切相关, 所以对制作要求较高. 本文采用的局域共振体系能够在小尺寸得到低频禁带, 并通过引入局域共振单元组成的波导, 在低频禁带内得到新的分立模, 实现低频段的多通道滤波. 相比较Bragg型能带结构对周期结构的严格要求, 本文提出的模型在抗干扰能力上有明显的优势, 不会因周期性的损坏而破坏其性能.

2 模型

本文研究三种类型的波导结构模型是由金圆柱体包裹着软橡胶所组成的局域共振单元按正方晶格排列平行放置在环氧树脂基体中所组成, 如图1所示. 图1(a)所示的模型1是通过其中的一排(虚线黑框内)局域共振单元的填充率 F_d 来形成波导结构, 其中的正常单元(即金核加软橡胶包层)的填充率为 $F = 0.28$, 并且金核与软橡胶包层的半

径比为5/2, 在本文的研究中保持不变. 图1(b)所示的模型2是通过同时改变上下两排单元的填充率来实现(两个虚线黑框内的散射体填充率不同). 图1(c)所示的模型3与模型1一样, 仅改变中间一排局域共振单元的填充率形成波导结构, 但与模型1不同的是, 这一排中的各个局域共振单元的填充率互不相同, 即由5个大小不同的单元所组成.

本文采用有限元法计算, 在第一不可约布里渊区边界上^[2], 波矢沿 $M \rightarrow \Gamma \rightarrow X \rightarrow M$ 方向, 求取对应的本征频率并归一化, 计算出以上模型的能带结构; 并对模型2与模型3进行声场仿真, 得出透射曲线及透射场图. 其中材料参数为: 环氧树脂基体密度 $\rho = 1.18 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, Lamé常数 $\lambda = 4.437 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, $\mu = 1.588 \times 10^9 \text{ N/m}^2$; 软橡胶包层密度 $\rho = 1.30 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, Lamé常数 $\lambda = 2.19 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, $\mu = 9.86 \times 10^6 \text{ N/m}^2$; 金核密度 $\rho = 1.95 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$, Lamé常数 $\lambda = 1.6 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$, $\mu = 2.99 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$.

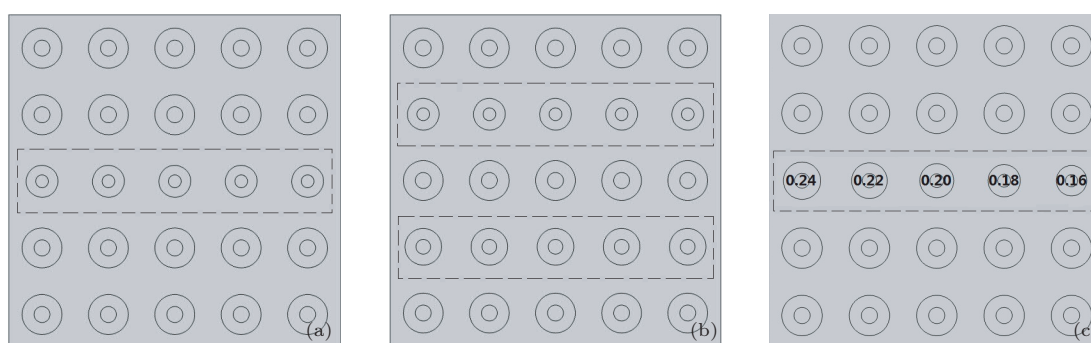


图1 二维三元局域共振体系 XY 平面截面图, 其中小圆柱为金核, 大圆柱为软橡胶包层, 其余部分为环氧树脂基体 (a) 模型1, 改变中间一排局域共振单元的填充率; (b) 模型2, 改变两排平行共振单元的填充率; (c) 模型3, 改变中间一排共振单元的填充率, 使其呈梯度分布; 图中数值标识包裹圆柱的填充率

3 结果分析

利用有限元法, 求出了二维三元局域共振单元按正方晶格排列时晶体的能带结构, 如图2(a)所示, 得到的低频禁带范围与文献[9, 10]中用多重散射法计算出该体系单胞禁带范围(如图2(b))所示一致, 证明本文采用的计算方法是正确的.

首先考虑模型1时的情况. 图3(a)和(b)给出了仅改变一排单元的填充率 F_d 分别为0.24和0.18时的能带结构图. 由图可见, 由于一排不同填充率的共振单元存在, 使得在原完美声子晶体的禁带范围内出现了多条较为集中的能带. 并且还发现, 当这一排单元填充率 F_d 减小时, 这些能带将有向上

移动的倾向. 值得注意的是, 当这一排单元填充率 $F_d = 0$ 时, 即当去掉一排单元时, 与以上两种情况不同, 在禁带范围内并没有出现多条能带, 也就是说, 此时的能带结构与完美声子晶体时的情况是一样的. 这一结果与Bragg散射体系有着本质上的区别.

其次, 考虑模型2时的情况. 在同一声子晶体中同时改变两排平行的局域共振单元的大小, 填充率分别为 $F_{d1} = 0.18$ 和 $F_{d2} = 0.24$, 结果如图3(c)所示. 在禁带范围内出现了分立的低频和高频模式, 低频部分正好对应图3(a)禁带中振动模式, 即由填充率为 $F_d = 0.24$ 的一排局域共振单元产生; 而高频部分正好对应图3(b)禁带中振动模式, 即

由填充率为 $F_d = 0.18$ 的一排局域共振单元产生. 这一结果说明不同填充率的两排共振单元间相互作用很小. 正是由于作用很小, 模型2的能带结构图3(c) 可以看成是图3(a)和图3(b)的“简单”叠加. 依据这种“叠加”性质, 可以很简便地从理论上对这种二维三组元局域共振体系下的低频多通道滤波进行设计. 图3(d)给出了该模型在不同频率下的透射曲线. 从曲线图上可以看到, 在分立的高频与低频振动模式之间有一个反向尖峰, 正是这个反向的尖峰将高频模式与低频模式分开, 实现高低两个频段的滤波; 而在高频与低频振动模式的频率范围内, 透射曲线上也有明显的透射峰出现, 证明

了滤波的可行性.

在透射声场分布的研究中可发现, 模型2中分立的高频与低频部分在滤波通道上也是分开的. 如图4(a)所示, 在归一化频率为0.106的声波沿水平方向入射时, 该频率位于分立模的低频部分, 当声波入射到声子晶体后, 填充率 $F_d = 0.24$ 的一排局域共振单元产生响应, 然后通过散射体与基体的耦合, 使声波沿波导方向传播; 高频部分则如图4(b)所示, 归一化频率为0.121的声波入射后, 填充率为 $F_d = 0.18$ 的一排共振单元产生响应, 然后同样是通过散射体与基体的耦合, 对声波进行传导.

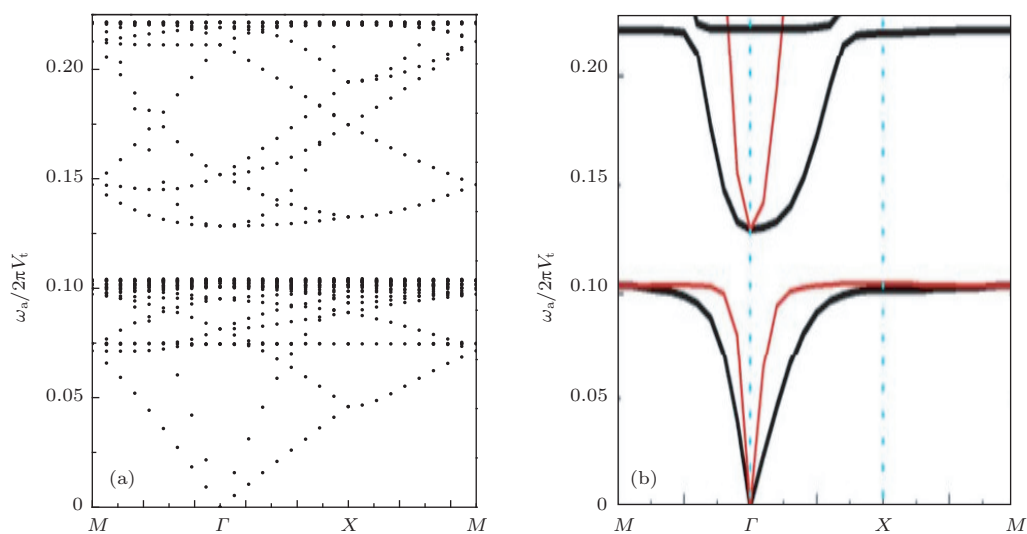


图2 三组元局域共振体系能带结构 (a) 完美声子晶体时的能带结构; (b) 单胞能带结构其中纵坐标中 V_t 为基体纵波波速

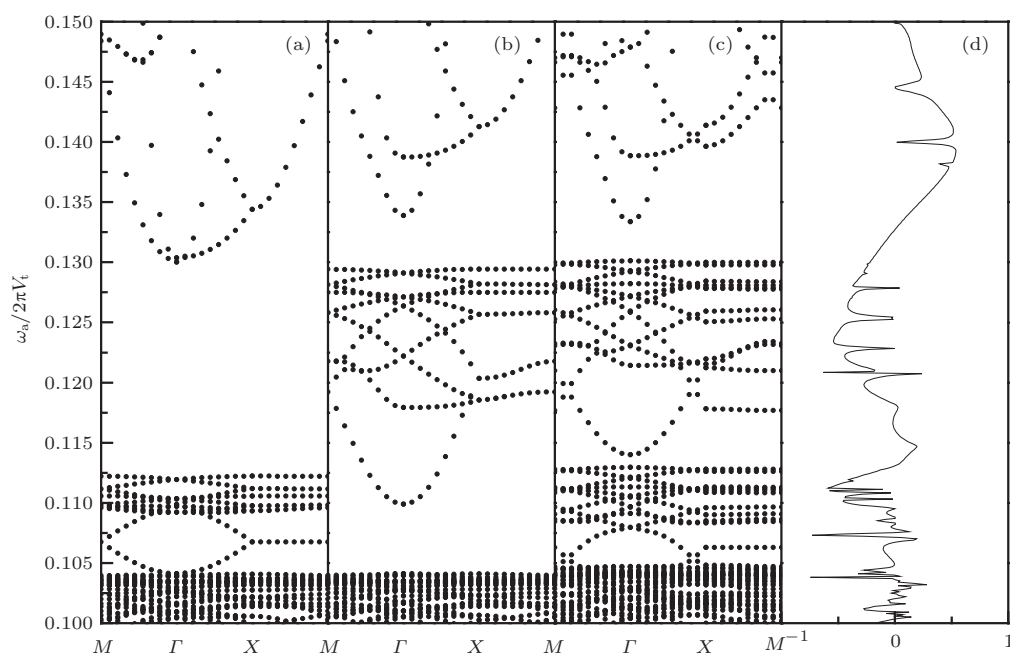


图3 二维三组元局域共振体系能带结构及透射曲线 (a) 模型1波导中局域共振单元填充率 $F_d = 0.24$ 时能带结构; (b) 模型1波导中局域共振单元填充率 $F_d = 0.18$ 时能带结构; (c) 模型2能带结构; (d) 模型2透射曲线

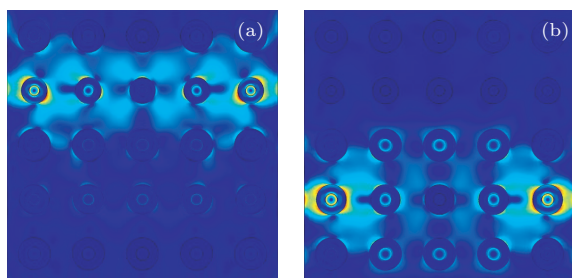


图4 不同频率入射时的透射声场 (a) 归一化频率为 0.106; (b) 归一化频率为 0.121

为了进一步研究不同填充率的局域共振单元能在禁带范围内形成分立模的现象, 我们研究模型3时的情况. 将一排中局域共振单元的填充率 F_d 依次取为 0.24, 0.22, 0.20, 0.18 和 0.16. 图 5(a)–(e) 显示了对应以上五个填充率时局域共振单元的能带结构, 从图中可以发现, 对应每一个共振单元均有一个与之对应的共振频率, 分别为 0.109, 0.114, 0.118, 0.124 和 0.132, 而且可见共振频率是随填充率的减小而升高的. 在图 5(f) 所示的

模型3能带结构中, 禁带范围内 5 个共振频率处都出现了新的振动模式, 这些分立的振动模式正是由于波导中不同填充率的局域共振单元产生. 对模型3的声场仿真, 如图 5(g) 所示的透射曲线中, 分立的振动模式频率范围内有明显的透射峰, 不同频段的透射峰证明了模型3多通道滤波的可行性. 在透射声场分布的研究中发现, 透射峰所处频率的声波沿水平方向入射后, 滤波通道的响应方式是不同的. 如图 6(a) 所示, 归一化频率为 0.104 的声波入射后, 波导中填充率 $F_d = 0.24$ 的局域共振单元产生响应, 通过散射体与基体的耦合, 使声波沿波导方向传播. 同理, 图 6(b) 到图 6(e) 所示, 归一化频率为 0.112, 0.117, 0.123, 0.131 的声波入射后, 填充率 F_d 为别为 0.22, 0.20, 0.18, 0.16 的局域共振单元产生响应, 通过散射体与基体的耦合, 使声波沿波导方向传播, 实现了在同一滤波通道中的多频段滤波.

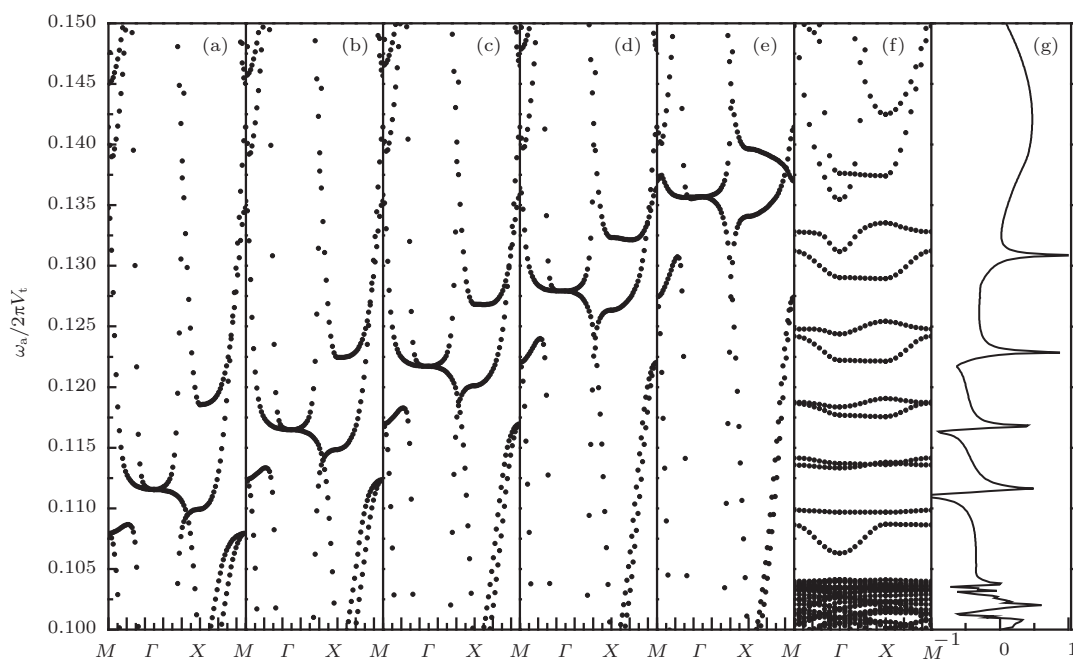


图5 能带结构图及透射曲线 (a)–(e) 填充率分别为 0.24, 0.22, 0.20, 0.18, 0.16 的局域共振单元的能带结构; (f) 模型3能带结构; (g) 模型3透射曲线

4 结 论

本文利用有限元法, 求出了由二维三组元局域共振单元组成的三种滤波模型的能带结构, 并对模型2和模型3进行声场仿真, 得到透射曲线和透射场分布图. 模型1的计算结果证明了该局域共振体系能提供一个突破 Bragg 散射机制限制的低频带

隙平台, 并且不同填充率的局域共振单元能够产生不同频段的振动模式; 模型2的计算结果显示, 两条由不同填充率的局域共振单元组成的滤波通道拥有各自独立的振动模式, 小填充率通道振动模式频率较高, 大填充率通道振动模式频率较低; 在研究透射声场分布时, 当高频段或低频段的声波沿水平方向入射后, 对应的高频或低频通道产生响应, 使

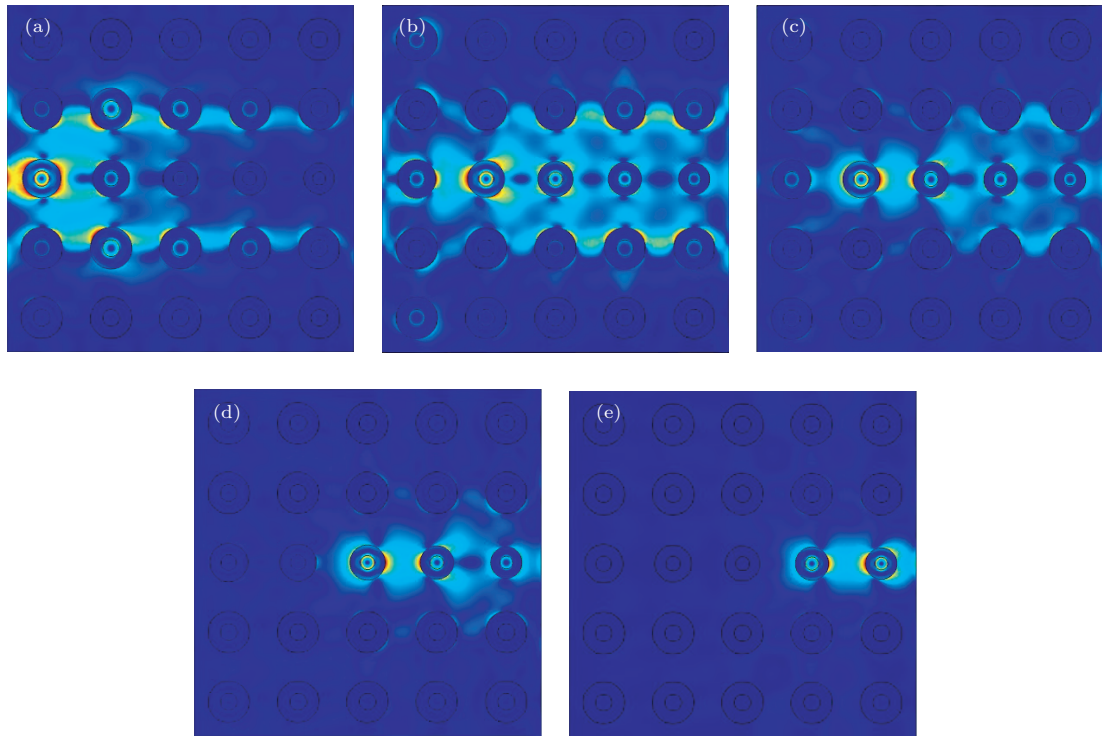


图6 模型3中不同频率声波入射时的透射声场 (a)—(e) 归一化频率分别为 0.104, 0.112, 0.117, 0.123, 0.131

声波沿该通道方向传播;对模型3分析时,发现波导中5个填充率不同的局域共振单元在各自的共振频率处产生新的振动模式,分立的振动模式对应了不同频段时滤波通道的响应方式,当有不同频段的声波入射时,相应填充率的局域共振单元产生响应,然后通过散射体与基体的耦合,使声波沿传波导方向传播.总的来说,本文利用局域共振单元低频和独立的特性,由填充率不同的局域共振单元在低频带隙范围内产生分立的振动模式,实现多个频段的滤波.各部分振动模式不受其他散射体的干扰,只与对应填充率的共振单元相关,利用这种“简单”的叠加性质可以很方便地根据需求对多通道滤波进行设计.

参考文献

- [1] Zhang X, Liu Z Y, Liu Y Y 2004 *Solid State Commun.* **130** 67
- [2] Sun J H, Wu T T 2007 *Phys. Rev. B* **76** 104304
- [3] Liu Z Y, Zhang X, Mao Y, Zhu Y Y, Yang Z, Chan C T, Sheng P 2000 *Science* **289** 1734
- [4] Sun J H, Wu T T 2006 *Phys. Rev. B* **71** 174303
- [5] Sun J H, Wu T T 2006 *Phys. Rev. B* **74** 174305
- [6] Wu F G, Liu Z Y, Liu Y Y 2002 *Phys. Rev. E* **66** 046628
- [7] Wu F G, Liu Y Y 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 162 (in Chinese)[吴福根, 刘有延 2002 物理学报 **51** 162]
- [8] Li X C, Yi X Y, Xiao Q W, Liang H Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2300 (in Chinese)[李晓春, 易秀英, 肖清武, 梁宏宇 2006 物理学报 **55** 2300]
- [9] Liu Z Y, Chan C T, Sheng P 2002 *Phys. Rev. B* **65** 165116
- [10] Li J, Liu Z Y 2006 *Phys. Rev. B* **73** 054302
- [11] Zhao H G, Liu Y Z, Wen J H, Han X Y 2005 *J. Mater. Eng.* **5** 524
- [12] Wang G, Wen X S, Wen J H, Shao L H, Liu Y Z 2004 *Phys. Rev. Lett.* **22** 154302
- [13] Wang G, Liu Y Z, Wen J H, Yu D L 2006 *Chin. Phys.* **15** 407
- [14] Achaoui Y, Abdelkrim K 2011 *Phys. Rev. B* **83** 104201
- [15] Oudich M, Matteo S M, Badreddine A 2011 *Phys. Rev. B* **84** 165136

Phononic crystal multi-channel low-frequency filter based on locally resonant unit^{*}

Cheng Cong¹⁾²⁾ Wu Fu-Gen^{1)†} Zhang Xin²⁾ Yao Yuan-Wei²⁾

1) (Department of Experiment Education, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China)

2) (Department of Physics and Optoelectronic Engineering, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China)

(Received 17 August 2013; revised manuscript received 25 October 2013)

Abstract

In this paper, we theoretically propose a model for low-frequency multi-channel filtering of phononic crystal composed of locally resonant units. By introducing the resonance units with different filling rates into two-dimensional three-component locally resonant phononic crystal, a waveguide is built. Its band structure, transmission curve and transmitted sound pressure field map are calculated by the finite element method. This design results in a low frequency range of the band gap emergence of new discrete mode around the different resonant frequencies of the scatterer. These discrete modes enable the corresponding sound wave to propagate along the waveguide direction in phononic crystal waveguide. The discrete model is only associated with the respective resonant unit, so it has a strong anti-jamming capability. It provides a new theoretical basis for the multi-channel low-frequency filter.

Keywords: phononic crystals, locally resonant, discrete mode, multi-channel

PACS: 43.20.Mv, 62.65.+k, 43.40.Fz

DOI: 10.7498/aps.63.024301

^{*} Project supported by Guangdong Province Natural Science Fund Project, China (Grant No. S2012020010885) and Guangdong Province Science and Technology Plan Project, China (Grant No. 2012b01010036).

[†] Corresponding author. E-mail: wufugen@21cn.com