

光梯度力驱动纳谐振器的非线性动力学特性研究*

刘岩 张文明† 仲作阳 彭志科 孟光

(上海交通大学, 机械系统与振动国家重点实验室, 上海 200240)

(2013年8月6日收到; 2013年9月27日收到修改稿)

光梯度力作为纳谐振器的一种新型驱动方式, 得到了广泛关注. 本文研究了光梯度力的固有非线性特性, 建立了光梯度力驱动圆环与辐条谐振系统的动力学模型. 揭示了入射光功率以及几何参数对系统的非线性动力学响应的影响规律. 研究表明: 光梯度力会引起系统呈现刚度软化效应, 随着入射光功率增大, 系统主共振峰值明显增大, 且谐振频率随着振幅增大而产生较大偏移; 两环初始间隙增大, 系统振动幅值和谐振频率均下降; 辐条厚度越大, 系统主共振峰值和谐振频率均减小. 因此, 可以通过调节入射光功率来实现圆环辐条谐振器的频率调节, 为光梯度力驱动纳谐振器动力学设计和性能预测提供理论参考.

关键词: 光梯度力, 纳谐振器, 非线性动力学

PACS: 62.25.Jk, 05.90.+m

DOI: 10.7498/aps.63.026201

1 引言

纳谐振器作为微纳机电系统(MEMs/NEMs)重要器件之一, 因其具有几百兆甚至更高的工作频率, 有着广泛的应用前景^[1-3]. 随着研究工作的不断深入, 纳谐振器有望应用于纳米探针的制作, 高灵敏度生物、化学传感器及全光通信系统中的关键部件的研制等不同领域. 目前, 纳谐振器激励方式主要包括: 静电激励、电磁激励^[4]和光热激励^[5]等. 近几年来, 随着光梯度力的物理机理研究及其应用的迅速发展, 其作为一种新型激励力被广泛应用于纳谐振器中.

自从Povinelli等^[6, 7]首次提出光梯度力可以作为纳谐振器的一种新型激励力, 它便引起了众多研究人员的极大关注. 研究发现, 毫伏级功率的激光入射到两平行光波导时引起的光梯度力足以引起纳米甚至微米级的位移. Povinelli等^[6]采用能量法得到光梯度力的数学表达式. 近年来, 诸多研究人员^[8, 9]采用麦克斯韦应力张量法证实了该表达式的正确性. Li等^[10]实验证实了Povinelli的理论

预测, 研究表明, 光梯度力对纳米器件的驱动效率和其他常用驱动力(压电, 电热, 电容)的效率一样高. Pernice等^[11]采用数值和解析的方法对纳米波导间的光梯度力进行了对比分析, 发现光梯度力数量级为 $\text{pN}/\mu\text{m}/\text{mW}$, 足以驱动纳谐振器. Li等^[12]通过调节入射光波长的方法使得吸引力和排斥力作用周期交替, 从而可以形成正弦可调节的光梯度力. Cai等^[13]设计了光梯度力驱动双平行梁式纳谐振器, 证实了该纳谐振器与传统的静电驱动谐振器相比, 具有更高的分辨率和更快的响应速度. Eichenfield等^[14]研究了SiN单微圆盘谐振器与二氧化硅光纤板的光耦合作用, 研究发现光梯度力大小与圆盘和板的相对位移有关. Rosenberg等^[15]实验测试了双平行微盘间的光梯度力, 光梯度力随着盘间距的增大而减小, 并采用有限元方法仿真出微盘的振动模式. Lin等^[16]研究了纳米梁和双盘谐振器在光梯度力驱动下的机械运动, 并给出了功率谱密度. Wiederhecker等^[17]为了减小结构的机械刚度, 采用圆环辐条结构, 研究发现了入射光的对称模态和反对称模态对光梯度力的影响规律. 但是, 目前的研究主要集中在光梯度力的基本特性、

* 国家自然科学基金(批准号: 11322215, 11342001)和上海市青年科技启明星计划(批准号: 11QA1403400)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: wenmingz@sjtu.edu.cn

光梯度力驱动纳谐振器静态响应等方面, 光梯度力驱动纳谐振器的复杂动力学行为方面的研究, 尤其是光梯度力对圆环辐条纳谐振器动态响应的影响规律目前还未见报道.

结合光检测方式, 光梯度力驱动纳谐振器可以构成全光型谐振传感器. 其常见的基本结构有桨片结构^[18]、悬臂梁^[19]、两端固支梁及圆盘结构^[20]等. 本文针对圆环辐条式纳谐振器建立了光梯度力驱动下的复杂动力学模型, 分析了光梯度力的固有非线性特性、“负”弹簧效应和刚度软化效应, 详细研究了偏置光梯度力、初始间隙和辐条厚度对系统非线性动力学特性的影响规律.

2 光梯度力特性分析

2.1 光梯度力

图1所示为Wiederhecker等^[17]报道的光梯度力驱动圆环辐条谐振器. 假设产生光梯度力的光传播是绝热过程, 圆环间光梯度力可表示为^[6]

$$F_{\text{opt}} = -\frac{PS}{c} \frac{n_{\text{eff}}}{\Omega_0} g_{\text{OM}}(x), \quad (1)$$

其中 $g_{\text{OM}}(x) = d\Omega_0/dx$ 为光机械耦合系数, x 为两环瞬时间距, Ω_0 为光的角速度, c 为真空中光速, P 为入射光功率, S 为圆环周长, n_{eff} 为硅振动模式下光折射率. 其中两环间光机械耦合系数为^[21]

$$g_{\text{OM}}(x) = \frac{c\chi\gamma^2/k_0\text{sech}^2(\gamma x/2)}{4(n_c^2 - n_s^2)\tan kh + n_s^2\chi\text{sech}^2(\gamma x/2) + 2\xi[(n_c^2\gamma h \csc^2 kh + 2n_s^2)\tan kh + n_s^2k/\gamma - n_c^2\gamma/k]}, \quad (2)$$

其中, $\chi \equiv k + \gamma \tan kh$; $\xi = 1 + \tanh(\gamma x/2)$, γ 为空气中的场衰减率, k 为光波导中波向量的横向分量, $k^2 = k_0^2 n_c^2 - \psi^2$, $\gamma^2 = \psi^2 - k_0^2 n_s^2$, ψ 为波向量的纵向分量; n_c , n_s 分别为硅光波导和周围介质的光折射率; $k_0 = 2\pi/\lambda_0 = \Omega_0/c$ 是真空中光的波数, 其中 λ_0 为真空中光的波长; h 为环厚度.

当 $x \rightarrow 0$ 时, 由(2)式可得到最大耦合系数:

$$g_{\text{OM}}(0) = \Omega_0 \gamma^3 / (2\beta^2 + 2k_0^2 n_c^2 \gamma h), \quad (3)$$

一般情况下, 两个波导圆环之间的光耦合倏势场幅值随着间隙的增加呈现指数衰减. 因此, 光机械耦合系数可以近似表示为如下形式指数函数:

$$g_{\text{OM}}(x) \approx g_{\text{OM}}(0) e^{-\gamma x}. \quad (4)$$

将(3)和(4)式代入(1)式中, 可得到圆环间光梯度力表达式:

$$F_{\text{opt}} = -\frac{PS}{c} \frac{n_{\text{eff}} \gamma^3}{2\beta^2 + 2k_0^2 n_c^2 \gamma h} e^{-\gamma x}. \quad (5)$$

2.2 固有非线性特性

对于光梯度力驱动的纳谐振器, 系统的动力学特性与操作参数、几何参数和材料特性有关, 光梯度力会改变结构的动力学特性. 将此非线性光梯度力在平衡点 $x = x_0$ 处进行泰勒展开, 其中 x_0 为两环初始间隙, 可得:

$$F_{\text{opt}} = F_0 e^{-\gamma x} = F_0 e^{-\gamma x_0} (1 - \gamma x_e + 1/2 \gamma^2 x_e^2 - 1/6 \gamma^3 x_e^3 + \dots), \quad (6)$$

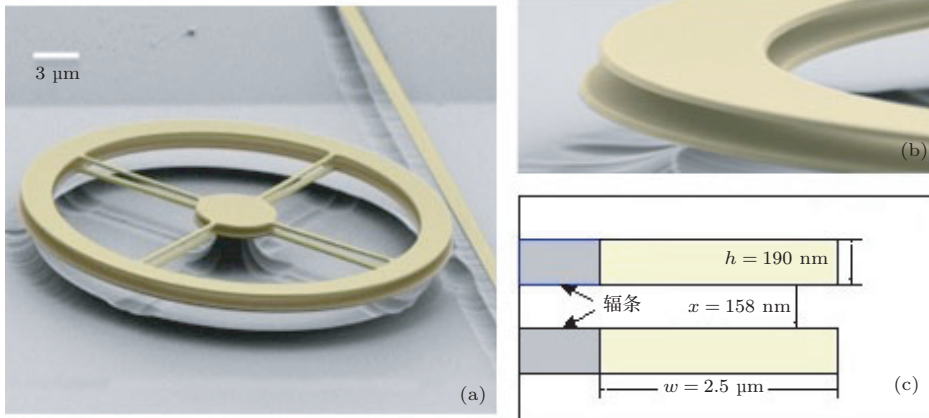


图1 双平行圆环辐条谐振器^[17] (a) 圆环辐条结构扫描电子显微镜图; (b) 局部结构放大图; (c) 尺寸标注图

其中 $F_0 = -\frac{PS}{c} \frac{n_{\text{eff}}\gamma^3}{2\beta^2 + 2k_0^2 n_c^2 \gamma h}$, $x_e = x - x_0$.

假设环形变较小, 高阶项忽略不计, 即 $x_0 \gg x_e$, 非线性光梯度力可线性化为

$$F_{\text{opt}} \approx P(f_0 + f_1 x_e + f_2 x_e^2 + f_3 x_e^3), \quad (7)$$

其中

$$f_0 = -\frac{S}{c} \frac{n_{\text{eff}}\gamma^3}{2\beta^2 + 2k_0^2 n_c^2 \gamma h} e^{-\gamma x_0},$$

$$f_1 = \frac{S}{c} \frac{n_{\text{eff}}\gamma^4}{2\beta^2 + 2k_0^2 n_c^2 \gamma h} e^{-\gamma x_0},$$

$$f_2 = -\frac{S}{c} \frac{n_{\text{eff}}\gamma^5}{4\beta^2 + 4k_0^2 n_c^2 \gamma h} e^{-\gamma x_0},$$

$$f_3 = \frac{S}{c} \frac{n_{\text{eff}}\gamma^6}{6\beta^2 + 6k_0^2 n_c^2 \gamma h} e^{-\gamma x_0}.$$

2.3 “负”弹簧效应

若光梯度力关于结构位移的导数不等于零, 光梯度力对结构会产生弹性系数. 考虑入射光功率恒定时, 圆环受到的光梯度力可表示为

$$F_{\text{opt}} = \frac{\partial F_{\text{opt}}}{\partial x} x_e = k_x x_e = -\gamma F_0 e^{-\gamma x} x_e, \quad (8)$$

由上式可知, 由于 $k_x \neq 0$ 且为负值, 说明光梯度力具有“负”弹簧刚度效应.

2.4 刚度软化效应

光梯度力会软化微系统的结构刚度. 对于光梯度力驱动圆环辐条谐振器运动, 可得到刚度系数表达式, 采用模态扩展法^[22], 可得到软化模态刚度 k_j 为

$$\begin{aligned} k_j &= k'_j - k_o \\ &= k'_j - \frac{PS n_{\text{eff}} \gamma^4 \cos(\omega t)}{c(2\beta^2 + 2k_0^2 n_c^2 \gamma h)} e^{-\gamma x_0}, \end{aligned} \quad (9)$$

其中 k'_j 为固有等效刚度, k_o 为光梯度力软化刚度.

由(9)式可知, k_j 有为周期时变函数, 且与入射光功率和两环间初始间隙有关. 一阶模态刚度 k_1 数据仿真结果如图2所示.

由图2可以看出, 随着光梯度力的激励频率 ω 变化, 等效刚度周期性地波动, 随着光梯度力入射光功率的增大, 波动越来越明显.

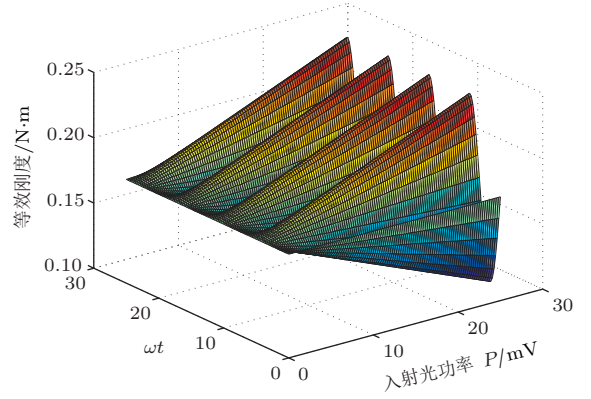


图2 第一阶模态刚度

3 动力学建模与分析

3.1 辐条等效弹簧刚度

将每根辐条等效看作悬臂梁, 悬臂梁动力学方程为

$$\begin{aligned} EI \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + \left[\frac{EA}{2L} \int_0^L \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right)^2 dx \right] \\ \times \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} + \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $I = bh^3/12$; $A = bh$; b , h , L 分别为辐条宽, 高, 长; ρ , E 为材料密度和弹性模量; $w(x, t)$ 为辐条在竖直方向的位移.

假设梁弯曲变形 $w(x, t) = u(t) \phi_n(x)$, 其中 $\phi_n(x)$ 为梁弯曲变形本征模态, $u(t)$ 为梁的动态响应, 代入动力学方程可得:

$$g_0 \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \bar{k}_1 u(t) + \bar{k}_3 u^3(t) = 0, \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} g_0 &= \rho A \int_0^L \phi_n^2(x) dx, \\ \bar{k}_1 &= EI \int_0^L \frac{d^4 \phi_n(x)}{dx^4} \phi_n(x) dx, \\ \bar{k}_3 &= \frac{EA}{2L} \int_0^L \int_0^L \left(\frac{d\phi_n(\xi)}{d\xi} \right)^2 \\ &\quad \times \frac{d^2 \phi_n(x)}{dx^2} \phi_n(x) d\xi dx. \end{aligned}$$

悬臂梁满足的边界条件为

$$\begin{aligned} w(0, t) &= w'(0, t) = w''(L, t) \\ &= w'''(L, t) = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

则梁本征模态满足方程

$$\phi_n(x) = \cosh(z_n x) - \cos(z_n x) + [\sin(z_n x)$$

$$-\sinh(z_n x)] \frac{\cosh(z_n) + \cos(z_n)}{\sin(z_n) + \sinh(z_n)}, \quad (13)$$

其中 z_n 为方程 $1 + \cos(z_n) \cosh(z_n) = 0$ 的解, 取一阶模态, 即 $n = 1$, 得到单根辐条刚度 $\bar{k}_1$ 和立方刚度 $\bar{k}_3$. 本系统为四根辐条刚度并联, 则系统总等效刚度为 $k_1 = 4\bar{k}_1$, $k_3 = 4\bar{k}_3$.

3.2 集总参数模型

图3所示为光梯度力驱动圆环辐条纳谐振器的集总参数模型. 光梯度力作用下系统的动力学方程可表示为

$$m_e \frac{dx_e^2(t)}{dt^2} + k_1 x_e(t) + k_3 x_e^3(t) = F_{\text{opt}}^+ + F_{\text{opt}}^- \cos(\omega t + \theta) - F_{\text{sq}}, \quad (14)$$

其中, $x_e(t)$ 和 $\frac{dx_e^2(t)}{dt^2}$ 分别为圆环的瞬时位移、瞬时加速度; m_e , k_1 分别为系统的等效质量、等效刚度系数; k_3 为非线性立方刚度; F_{opt}^+ 和 F_{opt}^- 分别为偏置光梯度力和光梯度力幅值; ω 和 θ 分别为正弦可调光梯度力角频率和相位; F_{sq} 为两环间压膜阻尼力.

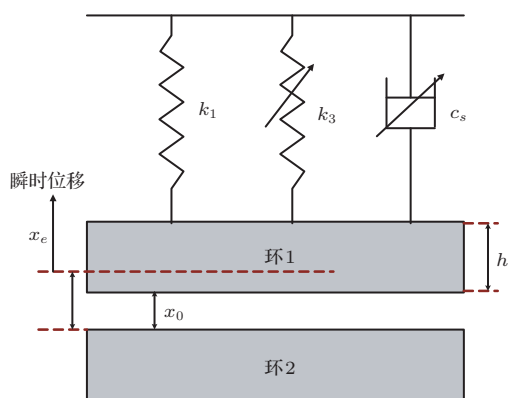


图3 双圆环辐条结构集总参数模型

由于环直径与两环距离相比很大, 当两环相对运动时, 环间气体压强急剧变化, 流动气体产生的黏滞力将作为耗散力施加在环上, 阻碍运动. 这种现象为压膜阻尼效应. 假设圆环小位移运动, 压膜阻尼力为^[23]

$$F_{\text{sq}} = c_s \dot{x}, \text{ 其中 } c_s = \left(\frac{SP_a L_0 W_0}{4\pi x_0} \right) \sqrt{\frac{2M_m}{\pi RT}}, \quad (15)$$

其中 S 为圆环周长; P_a 为大气压强; L_0 , W_0 为等效长, 宽; M_m , T , R 分别为气体摩尔质量, 温度和理想气体常数.

3.3 多尺度法求解

为了便于进行定性分析, 对(14)式引入以下无量纲变量:

$$\begin{aligned} \tau &= \omega_0 t, \quad \Omega = \omega/\omega_0, \\ X &= x_e/x_0, \quad \dot{X} = dX/d\tau, \\ \ddot{X} &= d^2X/d\tau^2, \quad \beta = x_0^2 k_3/k_1, \\ \eta_0 &= c_s/m_e \omega_0, \quad h_0^+ = f_0^+/x_0 k_1, \\ h_1^+ &= f_1^+/k_1, \quad h_2^+ = f_2^+ x_0/k_1, \\ h_3^+ &= f_3^+ x_0^2/k_1, \quad h_0^- = f_0^-/x_0 k_1, \\ h_1^- &= f_1^-/k_1, \quad h_2^- = f_2^- x_0/k_1, \\ h_3^- &= f_3^- x_0^2/k_1, \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $\omega_0 = \sqrt{k_1/m_e}$, 为系统一阶模态共振频率.

因此, 光梯度力驱动圆环辐条谐振器动力学方程的无量纲形式为

$$\begin{aligned} \ddot{X}(\tau) + X(\tau) + \beta X^3(\tau) &= -\eta_0 \dot{X}(\tau) + P_1 [h_0^+ + h_1^+ X(\tau) + h_2^+ X^2(\tau) \\ &\quad + h_3^+ X^3(\tau)] + P_2 [h_0^- + h_1^- X(\tau) \\ &\quad + h_2^- X^2(\tau) + h_3^- X^3(\tau)] \cos(\Omega\tau), \end{aligned} \quad (17)$$

上述系统的振动为弱非线性时变系统的参激振动. 本文求一次近似解, 应用多尺度法, 首先引入两个越来越慢的时间尺度 $T_n = \varepsilon^n \tau$ ($n = 0, 1$), 其中 ε 为小参数, 并假设 $X(\tau)$ 可以表示为如下形式:

$$X(\tau, \varepsilon) = X_0(T_0, T_1) + \varepsilon X_1(T_0, T_1) + \dots, \quad (18)$$

方程(17)改写成

$$\begin{aligned} \ddot{X}(\tau) + X(\tau) &= \varepsilon \{ -\tilde{\beta} X^3(\tau) - \tilde{\eta}_0 \dot{X}(\tau) \\ &\quad + [\tilde{h}_0^+ + \tilde{h}_1^+ X(\tau) + \tilde{h}_2^+ X^2(\tau) + \tilde{h}_3^+ X^3(\tau)] \\ &\quad + [\tilde{h}_0^- + \tilde{h}_1^- X(\tau) + \tilde{h}_2^- X^2(\tau) + \tilde{h}_3^- X^3(\tau)] \\ &\quad \times \cos(\Omega\tau) \}, \end{aligned} \quad (19)$$

$\varepsilon \tilde{\kappa} = \kappa$, 其中 $\kappa = \beta$, η_0 , $h_0^\pm$, $h_1^\pm$, $h_2^\pm$, $h_3^\pm$.

当系统只由正弦可调式光梯度力激励时, 系统动力学方程为

$$\begin{aligned} \ddot{X}(\tau) + X(\tau) &= \varepsilon \{ -\tilde{\beta} X^3(\tau) - \tilde{\eta}_0 \dot{X}(\tau) + [\tilde{h}_0 + \tilde{h}_1 X(\tau) \\ &\quad + \tilde{h}_2 (X^2(\tau))] \cos(\Omega\tau) \}. \end{aligned} \quad (20)$$

将方程(18)代入(20), 可得

$$D_0^2 X_0 + X_0 = 0, \quad (21a)$$

$$D_0^2 X_1 + X_1 = -2D_0 D_1 X_0 - \tilde{\beta} X_0^3 - \tilde{\eta}_0 D_0 X_0$$

$$\begin{aligned}
 & + (\tilde{h}_0 + \tilde{h}_1 X_0 + \tilde{h}_2 X_0^2) \\
 & \times \cos(\Omega T_0), \quad (21b)
 \end{aligned}$$

其中 $D_0 = \frac{\partial}{\partial T_0}$, $D_1 = \frac{\partial}{\partial T_1}$.

方程 (21a) 的解形如

$$\begin{aligned}
 X_0 &= A(T_1) e^{jT_0} + \text{cc} \\
 &= \frac{a(T_1)}{2} e^{j(T_0 + j(T_1))} + \text{cc}. \quad (22)
 \end{aligned}$$

其中 cc 表示前项共轭. 研究 $\Omega \approx 1$ 时的主共振, 引入频率调谐因子 σ , 使得

$$\Omega = 1 + \varepsilon\sigma, \quad \Omega T_0 = T_0 + \sigma T_1, \quad (23)$$

将 (22) 和 (23) 式代入 (21b) 式, 消除永年项, 并分离实虚部, 可得如下自治微分方程:

$$\begin{cases} D_1 a = -\frac{\tilde{h}_0}{2} a + \left(\frac{\tilde{h}_0}{2} + \frac{\tilde{h}_2 a^2}{8} \right) \sin(\psi) \\ a D_1 \psi = \sigma a - \frac{3\tilde{\beta}}{8} a^3 + \left(\frac{\tilde{h}_0}{2} + \frac{3\tilde{h}_2 a^2}{8} \right) \cos(\psi) \end{cases}, \quad (24)$$

其中 $\psi = \sigma T_1 - \varphi$.

为确定对应稳态运动的定常解振幅和相位, 令 $D_1 \psi, D_1 a$ 都为零, 并消去 ε .

对于 $\frac{1}{a^2} \geq \frac{1}{4} \eta_0^2 \frac{1}{(\tilde{h}_2^- a/8 + \tilde{h}_0^-/(2a))^2}$ 可得到关于 Ω 的实系数二次代数方程:

$$\begin{aligned}
 \Omega &= 1 + \frac{3}{8} \beta a^2 \pm \left(\frac{3}{8} \tilde{h}_2^- a^2 + \frac{\tilde{h}_0^-}{2} \right) \\
 &\times \sqrt{\frac{1}{a^2} - \frac{\eta_0^2}{4(\tilde{h}_2^- a^2/8 + \tilde{h}_0^-/2)^2}}, \quad (25)
 \end{aligned}$$

其中主共振峰值大小满足如下等式:

$$a_{\max} = \frac{2\eta_0 - 2\sqrt{\eta_0^2 - \tilde{h}_0^- \tilde{h}_2^-}}{\tilde{h}_2^-}, \quad (26)$$

出现最大峰值时的激励力频率为

$$\Omega = 1 + \frac{3}{8} \beta a_{\max}^2. \quad (27)$$

4 结果分析与讨论

本文主要研究的双平行圆环辐条谐振器参数和光梯度力激励参数如表 1 所示 [6,17].

表 1 系统参数

环直径 $d/\mu\text{m}$	辐条长度 $L/\mu\text{m}$	辐条厚度 $h/\mu\text{m}$	初始间隙 x_0/nm	弹性模量 E/GPa
90	44	1	138	169
材料密度 $\rho/\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$	n_{eff}	n_c	n_s	入射光波长 λ_0/nm
2.33	2.23	3.5	1.5	1550

4.1 光梯度力作用下系统响应

正弦可调式光梯度力作用下, 两圆环间吸引力和排斥力作用周期交替, 从而驱动圆环辐条谐振器输出谐振频率. 图 4 为正弦可调式光梯度力激励时, 不同输入光功率作用下的系统频率响应特性曲线. 由图可以看出, 随着入射光功率增大, 系统稳态振动的幅值上升, 系统的谐振频率也随着稳态振动幅值的增大而变大. 在 (27) 式中, 由于系统存在固有几何非线性特性, 使得 $\beta = x_0^2 k_3/k_1 > 0$, 频响曲线中系统谐振频率会产生向右偏移的现象, 具有非线性硬弹簧的特性.

圆环辐条系统固有几何非线性特性引起的 β 值会影响系统的谐振频率. 图 5 给出了不同 β 值时系统频率响应曲线, 其中控制参数入射光功率 $P = 10 \text{ mV}$. 从图中可以看出, 随着 β 的增大, 系统谐振频率逐渐变大, 系统刚度渐硬趋势更明显.

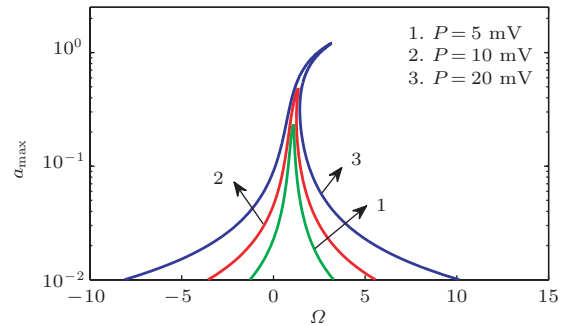


图 4 不同光输入功率对系统稳态响应的影响

4.2 偏置光梯度力的影响

考虑偏置光梯度力的影响后, 可得到关于 Ω 的实系数二次代数方程:

$$\begin{aligned}
 \Omega &= 1 + \frac{3}{8} (\beta - \tilde{h}_3^+) a^2 - \frac{\tilde{h}_1^+}{2} \\
 &\pm \left(\frac{3}{8} \tilde{h}_2^- a^2 + \frac{\tilde{h}_0^-}{2} \right)
 \end{aligned}$$

$$\times \sqrt{\frac{1}{a^2} - \frac{(4\eta_0)^2}{(\hbar_2^- a^2 + 4\hbar_0^-)^2}}, \quad (28)$$

最大峰值处的激励力频率为

$$\Omega = 1 + \frac{3}{8}(\beta - \hbar_3^+)a_{\max}^2 - \frac{\hbar_1^+}{2}. \quad (29)$$

图6为考虑了偏置光梯度力激励后的系统频率响应特性曲线. 随着偏置入射光功率的增大, 系统固有频率不仅从向右偏移到向左偏移, 且各曲线间产生了明显的错位. 这种现象产生是由于随着入射光功率的增大, 光梯度力对系统的影响增强, 光梯度力对系统具有刚度软化效应, 会使得曲线由右向左偏移. 同时, 由于(29)式中第四项 $-\hbar_1^+/2 < 0$, 使得系统频响曲线产生错位, 逐渐向左移动. 图中虚线标示出系统稳态幅值不随偏置光梯度力的入射光功率改变而变化. 可以通过控制入射光功率的方法来实现谐振器工作频率范围的调整. 以达到最佳的工作效果.

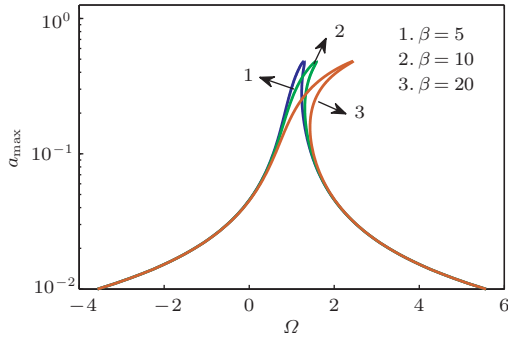


图5 不同 β 值对系统稳态响应的影响

4.3 初始间隙的影响

由(5)式可知, 随着两盘初始间隙的增大, 光梯度力逐渐减小. 图7为初始间隙变化对系统主共振峰值及谐振频率的影响图, 控制参数入射光功率为 $P = 5$ mV. 可以发现随着两环初始间隙的增大, 主共振峰值呈单值减小趋势, 谐振频率先增大后减小, 在约 $x_0 = 158$ nm处达到最大值.

4.4 辐条厚度的影响

图8为辐条厚度变化对系统响应的影响图, 控制参数入射光功率为 $P = 5$ mV. 随着辐条厚度的增大, 系统质量变大, 刚度及立方刚度变大, 光梯度力减小, 系统主共振峰值与谐振频率都呈减小的趋势. 当 $h < 150$ nm时, 辐条厚度对系统的影响非常显著, $h > 150$ nm后曲线趋于平缓.

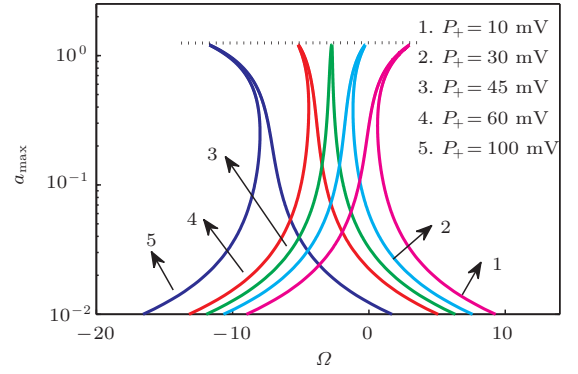


图6 考虑偏置光梯度力激励时, 固定正弦可调式光梯度力入射光功率($P = 20$ mV)下, 不同偏置入射光功率对系统稳态响应的影响

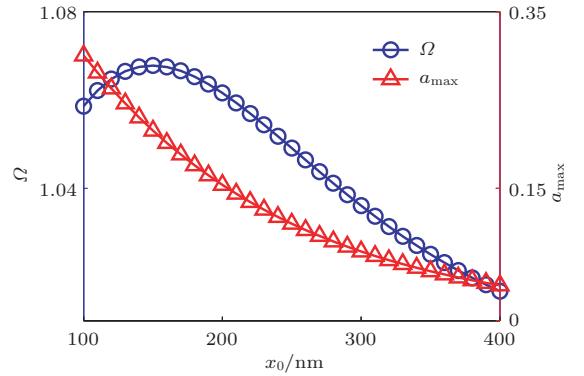


图7 两环初始间隙的变化与主共振峰值和谐振频率的关系

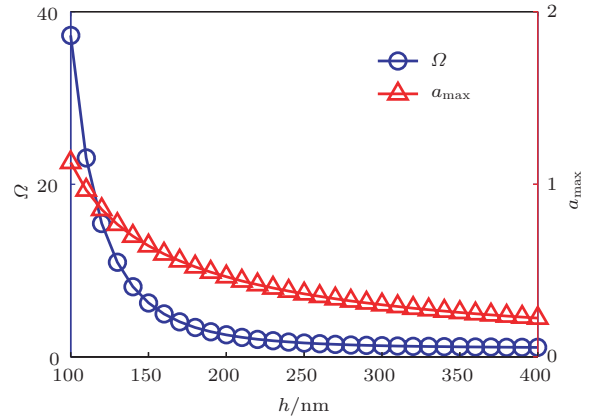


图8 辐条厚度变化与主共振峰值和谐振频率的关系

5 结 论

本文以光梯度力驱动圆环辐条纳谐振器为研究对象, 建立了系统的动力学模型, 并利用多尺度法求解系统稳态响应. 通过分析可得到如下结论:

1) 光梯度力激励下, 纳谐振器具有复杂的动力学特性, 研究表明, 光梯度力具有“负”弹簧效应等固有非线性特性;

2) 偏置光梯度力作用下, 随着入射光功率的增

大, 系统由刚度硬化演变为刚度软化, 从而系统谐振频率可实现较大范围的调节;

3) 两环初始间隙越大, 光梯度力越小, 系统的幅值和谐振频率下降;

4) 辐条厚度增大会对系统质量、刚度、立方刚度及光梯度力产生不同影响, 使系统主共振峰值和谐振频率减小.

参考文献

- [1] Zhang F L, Zhao X P 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4661 (in Chinese) [张富利, 赵晓鹏 2007 物理学报 **56** 4661]
- [2] Gu F, Zhang J H, Yang L J, Gu B 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 056103 (in Chinese) [顾芳, 张加宏, 杨丽娟, 顾斌 2011 物理学报 **60** 056103]
- [3] Aghababa M P 2012 *Chin. Phys. B* **21** 100505
- [4] Churenkov A V 1996 *Sensors and Actuators A* **57** 21
- [5] Lammerink T S J, Elwenspoek M, Fluitman J H J 1991 *Sensors and Actuators A* **27** 685
- [6] Povinelli M L, Loncar M, Ibanescu M, Smythe E J, Johnson S G, Capasso F 2005 *Opt. Lett.* **30** 3042
- [7] Povinelli M L, Johnson S G, Loncar M, Ibanescu M, Smythe E J, Capasso F, Joannopoulos J D 2005 *Opt. Express* **13** 8286
- [8] Rakich P T, Popovic M A, Wang Z 2009 *Opt. Express* **17** 18116
- [9] Pernice W H P, Li M, Tang H X 2009 *Opt. Express* **17** 1806
- [10] Li M, Pernice W H P, Xiong C, Baehr-Jones T, Hochberg M, Tang H X 2008 *Nature Lett.* **456** 480
- [11] Pernice W H P, Li M, Tang H X 2009 *Opt. Express* **17** 1806
- [12] Li M, Pernice W H P, Tang H X 2009 *Nature Photon.* **3** 464
- [13] Cai H, Xu K J, Liu A Q, Fang Q, Yu M B 2012 *Appl. Phys. Lett.* **100** 013108
- [14] Eichenfield M, Michael C P, Perahia R, Painter O 2007 *Nature Photon.* **1** 416
- [15] Rosenberg J, Lin Q, Painter O 2009 *Nature Photon.* **3** 478
- [16] Lin Q, Rosenberg J, Chang D, Camacho R, Eichenfield M, Vahala K J, Painter O 2010 *Nature Photon.* **4** 236
- [17] Wiederhecker G S, Chen L, Gondarenko A, Lipson M 2009 *Nature Lett.* **462** 633
- [18] Evoy S, Carr D W, Sekaric L, Olkhovets A, Parpia J M, Craighead H G 1999 *Appl. Phys. Lett.* **86** 6072
- [19] Vlamincx I De, Greve K De, Lagae L, Borghs G 2006 *Appl. Phys. Lett.* **88** 063112
- [20] Zhao H, Luo W, Zheng H Y, Yang J L, Yang Y H 2012 *Chin. Phys. B* **21** 100702
- [21] Lin Q, Rosenberg J, Jiang X S, Vahala K J, Painter O 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 103601
- [22] Hu Y C, Chang C M, Huang S C 2004 *Sensors and Actuators A* **112** 155
- [23] Bao M, Yang H 2004 *Sensors and Actuators A* **136** 1007

Nonlinear dynamic analysis of nano-resonator driven by optical gradient force^{*}

Liu Yan Zhang Wen-Ming[†] Zhong Zuo-Yang Peng Zhi-Ke Meng Guang

(State Key Laboratory of Mechanical System and Vibration, School of Mechanical Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China)

(Received 6 August 2013; revised manuscript received 27 September 2013)

Abstract

Optical gradient force, as a novel type of actuation force for nano-resonators, has recently attracted a lot of attention. In this paper, the inherent nonlinear characteristics of the optical gradient force are analyzed. A nonlinear dynamic model of the ring and spoke resonant system driven by optical gradient force is proposed. The influences of optical input power and geometric parameters on the nonlinear dynamic responses of the system are investigated. The results show that the optical gradient force can cause stiffness to soften. The amplitude increases and the resonance frequency shifts as the input optical power increases. Moreover, the amplitude and resonance frequency of the nano-resonator decrease as the initial gap of the rings increases. Therefore, the resonance frequency can be adjusted by changing the optical input power. This work can be useful for the further design and performance prediction of nano-resonators driven by the optical gradient force.

Keywords: optical gradient force, nano-resonator, nonlinear dynamics

PACS: 62.25.Jk, 05.90.+m

DOI: 10.7498/aps.63.026201

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11322215, 11342001) and the Shanghai “Phosphor” Science Foundation, China (Grant No. 11QA1403400)

[†] Corresponding author. E-mail: wenmingz@sjtu.edu.cn