

# 高斯噪声和弱正弦信号驱动的时间差型磁通门传感器\*

杨波 卜雄洙<sup>†</sup> 王新征 于靖

(南京理工大学机械工程学院, 南京 210094)

(2014年6月30日收到; 2014年7月18日收到修改稿)

提出了一种利用高斯噪声和弱正弦信号共同驱动的新型时间差型磁通门传感器. 根据软磁材料双稳态特性及其 Fokker-Planck 方程推导了跃迁率的表达式. 利用数值仿真的方法, 研究了跃迁率和外磁场、激励磁场、噪声强度之间的关系. 通过将周期变化的跃迁率信号转换为方波信号, 建立了方波高低电平时间差与外磁场之间的关系, 并推导了传感器灵敏度的表达式. 研究表明, 在一定的偏置磁场下, 传感器灵敏度与激励磁场的幅值以及频率成反比, 量程和激励磁场的幅值成正比. 对所设计  $\pm 10.7$  A/m 量程的传感器样机进行了测试, 传感器最小灵敏度为  $9.8696$  ms/(A/m), 可用于准静态微弱磁场的检测.

**关键词:** 双稳态系统, 时间差型磁通门, 高斯白噪声, 跃迁率

**PACS:** 07.55.-w, 75.50.-y, 75.50.Kj, 73.50.Td

**DOI:** 10.7498/aps.63.200702

## 1 引言

磁通门传感器具有极高的精度和分辨率, 广泛应用于航天航空、地磁导航、无损检测、矿产探测等领域. 2003年, Bulsara等<sup>[1]</sup>提出了利用软磁材料的双稳态特性设计传感器的基本原理; 随后 Ando等<sup>[2]</sup>根据该原理, 利用钴基非晶带材和 PCB 多层板技术设计了时间差型的磁通门传感器, 该传感器具有灵敏度高、功耗小、成本低等优点, 并且其时间差输出的方式避免了传统磁通门传感器奇次谐波噪声的影响, 同时也简化了后续调理电路的设计.

目前时间差型传感器的磁芯一般都采用如图 1 所示具有近似矩形磁滞回线的非晶合金材料<sup>[3]</sup>, 这种材料可以认为是天然的双稳态系统, 其在正向和反向饱和两个状态可以认为是双稳态系统的两个稳态点<sup>[4]</sup>, 在超阈值周期信号激励下, 外磁场的变化会导致双稳态系统停留在两个稳态的

时间发生改变, 停留时间差和外磁场、驱动磁场的幅值和频率相关<sup>[5]</sup>. 该传感器输出的灵敏度和周期激励磁场的幅值和频率成反比, 因此可以通过减小激励磁场的幅值来进一步提高传感器的灵敏度. 但是当激励磁场的幅值趋近双稳态系统的阈值时, 传感器就无法正常工作. 对比目前的双稳态系统, 对于低于系统阈值的微弱信号, 通常和适当的噪声信号一起驱动双稳态系统, 用以提升系统的性能, 在信息通信、微弱信号检测、光学系统等方面都有着广泛应用<sup>[6-8]</sup>. 但目前将噪声信号应用于磁传感器方面的研究还很少, 并且多集中在理论分析方面<sup>[9-11]</sup>.

本文根据磁芯材料的双势阱特性, 研究了外磁场和正弦激励信号对双势阱函数的影响, 推导了跃迁率和势阱函数及高斯噪声之间的关系, 并利用数值仿真的方法, 探讨了跃迁率和外磁场、正弦信号、噪声强度之间的关系. 给出了利用高斯噪声和正弦信号共同驱动的时间差型磁通门传感器的基本原

\* 江苏省普通高校研究生科研创新计划(批准号: cxzz11\_0241)和机电工程与控制国防科技重点实验室基金(批准号: 9140C360203120C36134)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: [buxu105@njjust.edu.cn](mailto:buxu105@njjust.edu.cn)

理, 设计制作了传感器样机. 与目前的时间差型磁通门传感器相比, 该传感器具有更高灵敏度, 有很高的研究价值.

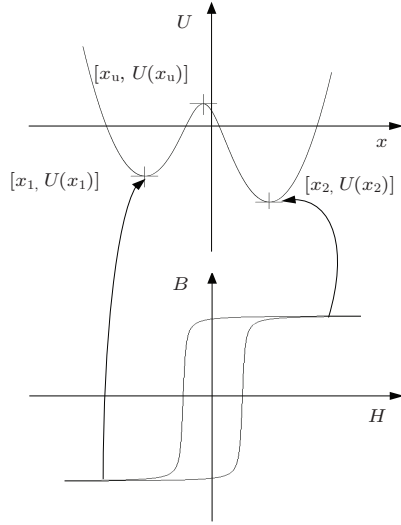


图1 软磁材料的磁滞回线及对应的双稳态系统势阱函数

## 2 双稳态系统及跃迁率

时间型磁通门传感器探头通常由激励线圈、感应线圈、磁芯三部分组成. 磁芯选用钴基非晶材料<sup>[12]</sup>, 当磁芯所感受的磁场(外磁场和交变激励磁场共同作用)等于矫顽力大小时, 磁芯磁导率附近瞬间增大, 感应线圈由于磁导率的突变会输出一个脉冲信号, 此时认为磁芯完成正反向饱和两个稳态之间的转变, 也就是说感应线圈只有在磁芯两个稳态转换时, 才有脉冲信号的输出.

软磁材料的势阱函数如(1)式所示<sup>[13]</sup>, 其中  $c$  为无量纲和温度相关的系数, 其大小为居里温度和当前温度的比值, 当温度小于居里温度时,  $c > 1$ , 其势阱函数满足双稳态系统的要求;  $h(t) = A \sin(\omega t)$  为激励磁场,  $\varepsilon$  为外磁场.

$$U(x, t) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{c} \ln \cosh[c(x + h(t) + \varepsilon)]. \quad (1)$$

如图1所示, 势阱函数极小值稳定点为  $x_1, x_2$ ,

对应的势阱深度为  $U(x_1), U(x_2)$ , 极大值不稳定点为  $x_u$ .

高斯噪声可以通过传感器探头的激励线圈添加, 因此其 Langevin 方程可以描述为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -x + \tanh[c(x + h(t) + \varepsilon + \Gamma(t))] \\ &= -U'(x, t), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\langle \Gamma(t) \rangle = 0, \langle \Gamma(t), \Gamma(0) \rangle = 2D\delta(t),$$

$\Gamma(t)$  为高斯噪声信号, 当  $D \ll 1$  时,  $\tanh(c\Gamma(t)) = c\Gamma(t) \ll 1$ . 因此上述 Langevin 方程可以简化为

$$\dot{x} = -x + \tanh[c(x + h(t) + \varepsilon)] + c\Gamma(t). \quad (3)$$

此时所添加的噪声可以作为加性白噪声处理, 其对应的 Fokker-Planck 方程为<sup>[14]</sup>

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x} \{ (x - \tanh[c(x + h(t) + \varepsilon)]) \rho \} \\ &\quad + cD \frac{\partial^2}{\partial x^2} \rho(x, t), \end{aligned} \quad (4)$$

$\rho(x, t)$  为  $t$  时刻的分布函数.

对一个参数确定的双稳态系统, 加入一定的噪声信号后, 虽然粒子在两个势阱当中不停地发生跃迁, 但是粒子处于每个势阱中的概率是保持不变的, 也就是说粒子从一个势阱跃出和跃入的概率相等, 即

$$-R_1 p_1(t) + R_2 p_2(t) = 0, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} R_i &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{|U''(x_i)U''(x_u)|} \\ &\quad \times \exp \left[ \frac{U(x_i)}{cD} - \frac{U(x_u)}{cD} \right] \quad (i = 1, 2), \end{aligned}$$

$p_1(t), p_2(t)$  分别为粒子处在  $(-\infty, x_u)$  和  $(x_u, +\infty)$  的概率,  $p_1(t) + p_2(t) = 1$ , (5) 式中  $R_1 p_1(t)$  表示粒子从  $x_1$  势阱点跃迁到  $x_2$  势阱点的概率,  $R_2 p_2(t)$  代表从  $x_2$  势阱点跳到  $x_1$  势阱点的概率.

传感器探头的感应线圈在磁芯材料两个稳态跃迁时, 会输出脉冲信号, 其脉冲信号的能量和粒子跃迁的概率相关, 即脉冲信号的幅值和势阱之间跃迁概率  $K$  的总和成正比.

$$\begin{aligned} K &= R_1 p_1(t) + R_2 p_2(t) = \frac{2R_1 R_2}{R_1 + R_2} \\ &= \frac{1}{\pi} \frac{\sqrt{|U''(x_1)U''(x_2)U''(x_u)|} \exp \left[ \frac{U(x_1) + U(x_2) - U(x_u)}{cD} \right]}{\sqrt{|U''(x_1)|} \exp \left[ \frac{U(x_1)}{cD} \right] + \sqrt{|U''(x_2)|} \exp \left[ \frac{U(x_2)}{cD} \right]}. \end{aligned} \quad (6)$$

在周期信号  $h(t)$  的激励下, 软磁材料的势阱函数也发生周期性的变化, 粒子跃迁的概率也随着发生周期性的变化, 跃迁概率和感应线圈所输出的脉冲信号幅值成正比, 因此脉冲信号的包络线和周期变化的  $K$  相同, 当外磁场变化时, 会导致周期变化的  $K$  整体改变, 通过分析  $K$  变化的规律, 就可以得到外磁场的大小.

### 3 数值仿真

由 (1) 和 (6) 式可知, 跃迁率  $K$  主要和外磁场  $\epsilon$ 、激励磁场幅值  $A$ 、噪声强度  $D$  之间有关, 软磁材料的双势阱函数为超越方程, 本文通过数值解的方式分析上述参数对跃迁率的影响. 非晶材料的居里温度一般为 500—700 K, 所设计的传感器在室温当中使用, 仿真时设定  $c = 2$ .

#### 3.1 $\epsilon$ 对跃迁率 $K$ 的影响

当  $D = 0.05$ ,  $h(t)$  的幅值  $A = 0.05$  时, 跃迁率  $K$  在不同  $\epsilon/A$  下的结果如图 2 所示 (3 个激励周期). 当  $\epsilon = 0$  时,  $K$  的峰峰值较小, 频率为激励频率的 2 倍; 在  $\epsilon$  逐渐增加到  $h(t)$  幅值  $A$  的过程中,  $K$  的一个波谷逐渐变深, 两个波峰向另外一个波谷靠拢, 当  $\epsilon = A$  时, 该波谷消失, 两个波峰连在一起. 此后  $\epsilon$  再增大时,  $K$  的波峰和波谷值都开始逐渐减小.

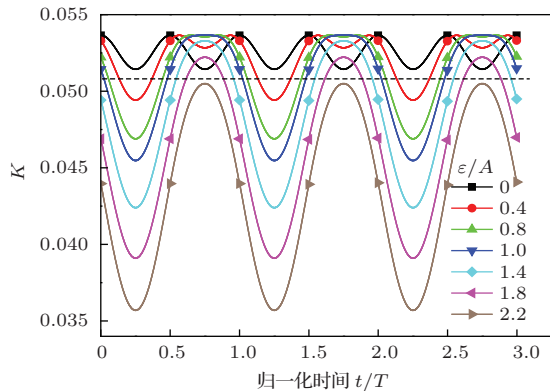


图 2 (网刊彩色) 不同外磁场下跃迁率三个周期内输出信号的仿真结果

为使传感器具有数字化输出的特点, 采用图 2 虚线作为比较阈值, 令跃迁率  $K$  大于该比较阈值的时间量为  $T_+$ , 小于该信号为  $T_-$ , 定义时间差  $\Delta T = T_- - T_+$ , 则此时归一化时间差  $\Delta T/T$  随着

归一化幅值  $\epsilon/A$  的变化曲线如图 3 所示.

对于如图 2 所示的虚线, 其穿越的  $\epsilon$  变化范围约为  $0.3A$ — $2.1A$ , 通过添加约  $1.2A$  的偏置磁场,  $\epsilon$  可以在  $\pm 0.9A$  范围变化, 该范围即为此时传感器的量程.

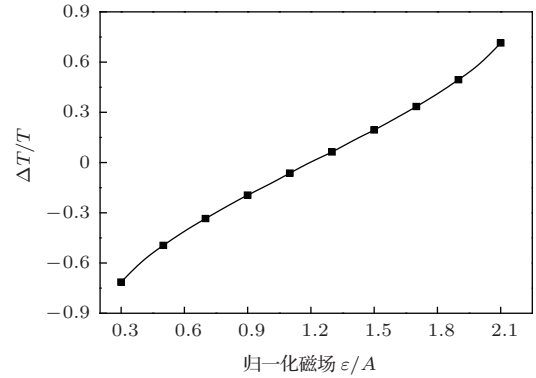


图 3  $\Delta T/T$  和归一化磁场之间的关系

#### 3.2 $A$ 及 $D$ 对跃迁率 $K$ 的影响

激励磁场幅值  $A$  取值  $0.01$ — $0.1$ ,  $D = 0.05$ ,  $\epsilon = A$ , 跃迁率变化曲线如图 4 所示, 随着激励磁场的增大, 跃迁率的峰值不发生变化, 但其波峰波谷值变大.

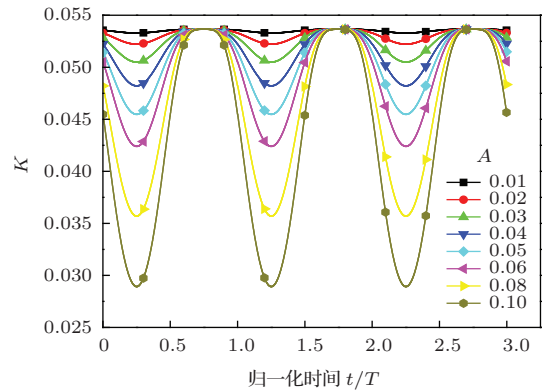


图 4 (网刊彩色)  $\epsilon = A$  时不同激励磁场下跃迁率三个周期内输出信号的仿真结果

高斯噪声强度  $D$  对跃迁率  $K$  的影响如图 5 所示, 此时  $A = 0.05$ ,  $\epsilon = A$ . 从图 5 中可以看出, 随着  $D$  的增大, 跃迁率变大, 并且随着噪声强度的增大,  $K$  的峰峰值也发生变化, 其峰峰值和归一化的噪声强度  $D/A$  之间的关系如图 6 所示.

在设计传感器时, 为便于后续的信号调理, 往往希望探头输出信号具有较大的峰峰值. 由图 6 可知, 当  $D = A$  时, 跃迁率变化峰峰值取得最大值.

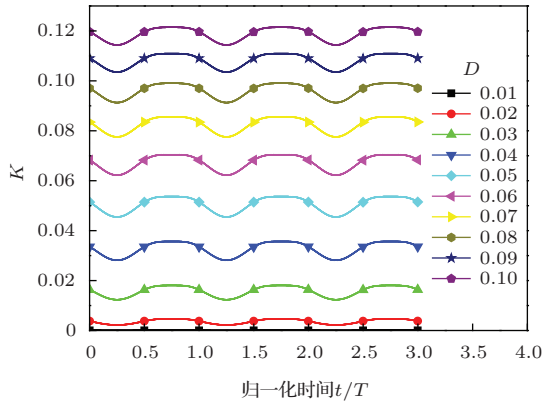


图5 (网刊彩色)  $\varepsilon = A$  时不同噪声强度  $D$  下跃迁率三个周期内输出信号的仿真结果

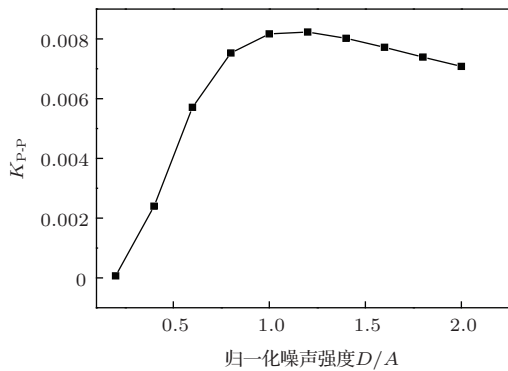


图6  $\varepsilon = A$  时跃迁率峰峰值和归一化噪声强度  $D/A$  之间的关系

### 3.3 量程及灵敏度

由上述对不同激励幅值、噪声强度、外磁场下跃迁率的数值仿真结果可以得到, 在  $\varepsilon/A$  相等的情况下, 跃迁率的波形基本一致, 此时  $A, D$  的变化通常只引起其波形大小的变化. 通过对不同情况下的结果进行分析可以得到如下两个结论:

- 1) 当采用  $\varepsilon/A = 0.2$  时  $K$  的最小值作为比较阈值,  $\Delta T/T$  和  $\varepsilon/A$  之间的关系不发生改变;
- 2) 比较阈值的改变只会导致图3横轴(外磁场测量范围)的平移, 其量程始终为  $1.8A$ , 通过添加一定的偏置磁场, 使  $\varepsilon = 0$  时,  $\Delta T = 0$ , 其量程为  $\pm 0.9A$ , 不同比较阈值下得到的  $\Delta T/T$  和  $\varepsilon/A$  关系相同.

利用最小二乘拟合的方法对  $\Delta T/T$  和  $\varepsilon/A$  的关系进行拟合分析, 其输出结果满足三次多项式的关系,  $\Delta T/T$  和  $\varepsilon/A$  的关系式如(7)式所示:

$$\Delta T = T \left( \frac{0.2092}{A^3} \varepsilon^3 + \frac{0.6141}{A} \varepsilon \right). \quad (7)$$

灵敏度变化如(8)式所示:

$$S = \frac{\partial \Delta T}{\partial \varepsilon} = \frac{0.6276}{A^3} T \varepsilon^2 + \frac{0.6141}{A} T. \quad (8)$$

显然传感器输出灵敏度随着外磁场的增大而增大, 和激励磁场的频率、幅值成反比, 为获得较大的灵敏度, 激励磁场的频率通常需要小于 10 Hz, 所设计的传感器适合于缓慢变化磁场的检测.

## 4 传感器设计与实验

传感器原理如图7所示, 激励线圈将正弦信号、噪声信号经过  $V/I$  转换后提供磁芯材料所需要的驱动磁场, 同时偏置磁场也由激励线圈产生, 此时感应线圈输出信号包络波形和跃迁率  $K$  相同, 其后的调理电路首先将输出信号进行差分放大, 经过包络检波并滤波后接入滤波电路当中得到平滑的包络曲线, 最后经过比较器输出, 所输出方波信号的正负电平的差随着外磁场的变化而改变.

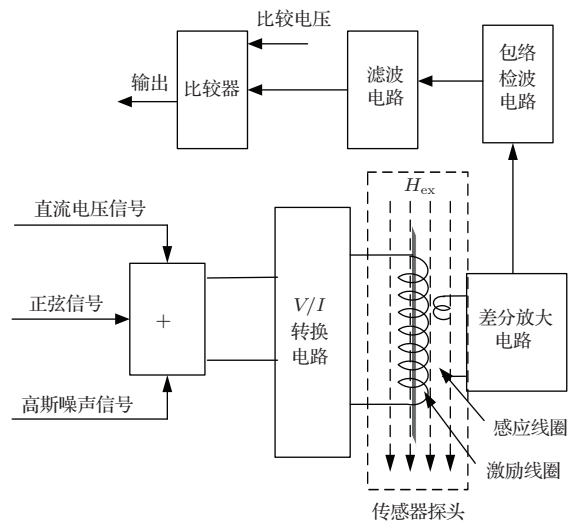


图7 传感器原理框图

选择激励磁场幅值  $A = 11.9 \text{ A/m}$ , 周期  $T = 0.2 \text{ s}$ , 高斯噪声强度  $D = A$ , 量程为  $\pm 10.7 \text{ A/m}$ , 偏置磁场  $14.3 \text{ A/m}$ . 传感器输出结果如图8所示, 实线为由(7)式得到的理论值. 测量结果利用最小二乘进行三次拟合所得到的传感器输入输出关系为

$$\Delta T = 0.01043 \varepsilon^3 - 0.00176 \varepsilon^2 + 9.8696 \varepsilon + 0.18. \quad (9)$$

由图8可以看出, 传感器实验的结果和理论值基本一致, 所设计的传感器在无外磁场时, 灵敏度

最小为  $9.8696 \text{ ms}/(\text{A}/\text{m})$ . 通过减小激励磁场和频率还可以进一步提高传感器的灵敏度.

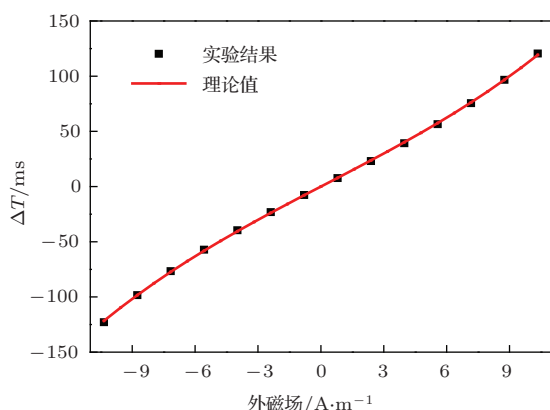


图8 传感器输出结果及理论值

## 5 结 论

本文根据磁芯材料的双势阱特性, 利用数值仿真的方法, 给出了传感器的理论输出模型, 研究了高斯噪声强度对探头输出信号的影响, 确定了传感器量程、灵敏度和激励磁场之间的关系. 并根据理论分析的结果, 设计完成了一种弱噪声和正弦信号共同驱动下的时间差型磁通门传感器样机. 相比目前的时间差型的磁通门传感器, 该传感器具有极高的灵敏度, 在微弱磁场检测领域有很高的研究价值, 为软磁材料的双稳态特性的应用提供研究基础.

## 参考文献

- [1] Bulsara A R, Seberino C, Gammaitoni L, Karlsson M F, Lundqvist B, Robinson J W C 2003 *Phys. Rev. E* **67** 016120
- [2] Andò B, Baglio S, Bulsara A R, Sacco V 2005 *IEEE Sensors J.* **5** 895
- [3] Wang Y, Wu S, Zhou Z, Cheng D, Pang N, Wan Y 2013 *Sensors* **13** 11539
- [4] Andò B, Baglio S, Bulsara A R, Trigona C 2009 *Sensors Actuat. A: Phys.* **151** 145
- [5] Andò B, Baglio S, Malfa S L, Bulsara, A R 2011 *IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference* Hangzhou, China, May 10–12, 2011 p1
- [6] Li H, Wang Y G 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 120506 (in Chinese) [李欢, 王友国 2014 物理学报 **63** 120506]
- [7] Zhu G Q, Ding K, Zhang Y, Zhao Y 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 3001 (in Chinese) [朱光起, 丁珂, 张宇, 赵远 2010 物理学报 **59** 3001]
- [8] Yang M, Li X L, Wu D J 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 160502 (in Chinese) [杨明, 李香莲, 吴大进 2012 物理学报 **61** 160502]
- [9] Lu H, Cheng D F, Wang Y Z, Zhao L X 2012 *Acta Electron. Sin.* **40** 1701 (in Chinese) [卢浩, 程德福, 王言章, 赵兰霞 2012 电子学报 **40** 1701]
- [10] Lyons D, Mahaffy J M, Palacios A, In V, Longhini P, Kho A 2010 *Phys. Lett. A* **374** 2709
- [11] Dai Z C, Du L C, Mei D C 2010 *Chin. Phys. B* **19** 080503
- [12] Ando B, Baglio S, Sacco V, Bulsara A R, In V 2008 *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **57** 19
- [13] Andò B, Baglio S, Bulsara A R, Sacco V 2005 *IEEE Instru. Meas. Mag.* **8** 64
- [14] Hu G 1994 *Stochastic Forces and Nonlinear Systems* (Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) pp140–144 (in Chinese) [胡岗 1994 随机力与非线性系统 (上海: 上海科技教育出版社) 第 140—144 页]



# A time-difference fluxgate with Gauss noise and weak sinusoidal signal excitation\*

Yang Bo Bu Xiong-Zhu<sup>†</sup> Wang Xin-Zheng Yu Jing

(School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

( Received 30 June 2014; revised manuscript received 18 July 2014 )

## Abstract

A novel time-difference fluxgate sensor with weak sinusoidal and Gauss noise excitation is presented in this paper. Expression of the transition rate is derived according to the bistable peculiarity and the Fokker-Planck equation of the soft magnetic material. Relationships among transition rate, external magnetic field, amplitude of the excitation field, and noise intensity are discussed through numerical simulation. By converting the periodic transition rate signal to the square signal, the time difference between the high level and the low level of the square signal can be related with the external magnetic field. And the expression of the sensor's sensitivity is derived. Simulation results show that the sensitivity is inversely proportional to the amplitude and frequency of the excitation magnetic field, and the measuring range is proportional to the amplitude of the excitation magnetic field. Experiments have been carried out on a fluxgate prototype with a measuring range of  $\pm 10.7$  A/m. The minimum sensitivity could achieve 9.8696 ms/(A/m), and the novel time-difference fluxgate can be of great interest in the detection of quasi-static extremely weak magnetic field.

**Keywords:** bistable system, time-difference fluxgate, Gauss noise, transition rate

**PACS:** 07.55.-w, 75.50.-y, 75.50.Kj, 73.50.Td

**DOI:** [10.7498/aps.63.200702](https://doi.org/10.7498/aps.63.200702)

---

\* Project supported by the Program for Graduate Student Innovation of the Higher Education Institutions of Jiangsu Province, China (Grant No. cxzz11\_0241) and the Foundation of the National Defense Science and Technology Key Laboratory of Mechanical and Electrical Engineering and Control, China (Grant No. 9140C360203120C36134).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [buxu105@njust.edu.cn](mailto:buxu105@njust.edu.cn)