

微尺度振荡 Couette 流的格子 Boltzmann 模拟*

陶实^{1)†} 王亮¹⁾ 郭照立^{1)2)‡}

1) (华中科技大学, 煤燃烧国家重点实验室, 武汉 430074)

2) (北京计算科学研究中心, 北京 100084)

(2014 年 3 月 31 日收到; 2014 年 6 月 4 日收到修改稿)

采用有效多松弛时间-格子 Boltzmann 方法 (Effective MRT-LBM) 数值模拟了微尺度条件下的振荡 Couette 和 Poiseuille 流动. 在微流动 LBM 中引入 Knudsen 边界层模型, 对松弛时间进行修正. 模拟时平板或外力以正弦周期振动, Couette 流中考虑了单平板振动、上下板同相振动这两类情况. 研究结果表明, 修正后的 MRT-LBM 模型能有效用于这类非平衡的微尺度流动模拟; 对于 Couette 流, 随着 Kn 数的增大, 壁面滑移效应变得越明显. St 越大, 板间速度剖面的非线性特性越剧烈; 两板同相振荡时, 若 Kn , St 均较小, 板间流体受到平板拖动剪切的影响很小, 板间速度几乎重叠在一起; 在振荡 Poiseuille 流动中, St 数增大到一定值时, 相位滞后现象减弱; 相对于 Kn 数, St 数对振荡 Couette 和 Poiseuille 流中不同位置处速度相位差的产生有较大影响.

关键词: 格子 Boltzmann 方法, 有效 MRT 模型, Knudsen 层, 振荡流

PACS: 47.11.Qr, 02.60.Cb, 47.45.-n

DOI: 10.7498/aps.63.214703

1 引言

近年来, 与微尺度流动相关的许多高新技术, 如微/纳机电系统 (M/NEMS)、燃料电池、生物芯片等, 得到了迅速发展. 人们对微/纳米尺度下的物理现象及其机理的深入认识有了迫切的要求^[1-3]. 与常规尺度流动相比, 气体的稀薄性引起了微尺度流动的奇特性, 此时流动的特征尺寸 L 在微米、亚微米量级, 其与气体分子的平均自由程 λ 是可比拟的. 气体的稀薄效应通常用 Knudsen 数来表征, $Kn = \lambda/L$. 一般地, 根据 Kn 的大小, 流动可以分为 4 个区域: 连续流区 ($Kn < 0.001$)、滑移流区 ($0.001 \leq Kn < 0.1$)、过渡流区 ($0.1 \leq Kn \leq 10$) 和自由分子流区 ($Kn > 10$).

有关微尺度流动的研究, 目前已有许多相关报道^[4,5]. 由于微尺度流实验研究的限制和困难, 且实验研究中仍然存在着一些与理论不符合甚至相

矛盾的结论^[6,7], 所以寻求有效的数值模拟方法成为了研究解决微流动问题的关键手段. 格子 Boltzmann 方法 (LBM) 因其介观粒子背景, 适宜于微尺度流动的模拟^[8]. 国内外许多学者应用 LBM 来模拟微尺度流动, 并取得了一系列成果. Nie 等^[9] 在 2002 年首次采用 LBM 研究微管道流动, 模拟中得到了边界的滑移速度. 但因在边界处理上采用了无滑移的反弹格式, 这一滑移速度后来被确认为离散误差. 随后, Succi 等^[10] 引入了一种壁面反弹和镜面反射的组合边界条件来刻画固体边界上的速度滑移. 在该方法中, 滑移速度依赖于反弹系数的选择. Ansumali 和 Karlin^[11] 首先提出了离散漫反射边界条件, Tang 等^[12] 则进一步将镜面反射和离散漫反射相组合, 得到了一般漫反射的离散形式. Guo 等^[13,14] 较为系统的探讨了气体微流动中 LBM 的物理对称性、空间精度和松弛时间选取等相关问题. 特别地, 他们指出, 多松弛时间

* 国家自然科学基金 (批准号: 51125024) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: whuttaoshi1013@163.com

‡ 通讯作者. E-mail: zlguo@mail.huast.edu.cn

LBM(MRT-LBM)模型包含更多的自由度,在处理微流动问题中有一定优势.

随着应用的逐渐深入,标准LBM的一些不足也显露出来.人们在研究中发现标准LBM在模拟过渡区等较大 Kn 数流动时遇到了麻烦,原因被归结为其捕捉Knudsen边界层(Knudsen layer)的能力不足^[15].当稀薄气体流经壁面时,壁面上方会形成一个厚度约为分子平均自由程量级的Knudsen边界层,在该层内分子之间的碰撞不够充分,分子的热平衡假设不再满足.为了解决这一问题,自然的方法是采用高阶LBM模型.高阶模型通过加入高阶的平衡态分布函数和高精度的Gauss-Hermite积分,在高阶水平上与Boltzmann方程一致,克服了标准模型的限制,以此来描述Knudsen层内的非平衡效应.但是高阶矩的引入造成模型的构造复杂,且存储量和计算量相应加大,这在一定程度上丧失了LBM的一些固有优势^[15,16].另一种途径是采用有效松弛时间LBM.该类模型通过引入有效松弛时间,把分子和壁面之间的碰撞效应考虑进来.近来一些研究表明,有效松弛时间LBM提升了标准LBM对Knudsen层内流动的模拟^[16-18].

以上文献多是针对稳态微尺度流动的模拟.工程应用中会经常涉及到一些不稳定流动问题,如微型加速计,惯性传感器,谐振滤波器等.由于流动的非平衡效应,模拟时对数值算法的要求可能更高.Tang等^[19]首先采用高阶LBM模型,对微尺度单板振荡Couette流和Stokes第二问题(Stokes' second problem)这两类非稳态流动问题进行了数值模拟.在此基础上,本文采用有效松弛时间的MRT-LBM对微尺度条件下的两板振荡Couette流和Poiseuille流进行了数值模拟研究,力图进一步体现LBM模拟非平衡微尺度流动的能力.

2 微尺度流动的LBM模型

2.1 MRT-LBM模型

离散形式的MRT-LBM模型可表示为^[20]

$$|f(\mathbf{x} + \mathbf{c}\delta t, t + \delta t)\rangle - |f(\mathbf{x}, t)\rangle = -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{S}[|m(\mathbf{x}, t)\rangle - |m^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t)\rangle], \quad (1)$$

式中, $f_i(\mathbf{x}, t)$ 是 t 时刻 $\mathbf{x}$ 处方向为 i 的粒子分布函数, $\mathbf{c}_i$ 是离散速度, $0 \leq i \leq b-1$, b 为离散速度总数, δt 时间步长. $\mathbf{M}$ 和 $\mathbf{S}$ 分别为 $b \times b$ 的转换矩阵

和对角阵, $m(\mathbf{x}, t)$ 是粒子的速度矩, $m^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t)$ 为速度矩的平衡态. (1) 式分为以下两步进行演化

$$\begin{aligned} \text{Collision: } & |f^+(\mathbf{x}, t)\rangle \\ &= |f(\mathbf{x}, t)\rangle - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{S} \\ &\quad \times [|m(\mathbf{x}, t)\rangle - |m^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t)\rangle], \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{Streaming: } & |f(\mathbf{x} + \mathbf{c}\delta t, t + \delta t)\rangle \\ &= |f^+(\mathbf{x}, t)\rangle. \end{aligned} \quad (3)$$

对于二维九速(D2Q9)模型^[21], 离散速度为

$$\mathbf{c}_i = \begin{cases} (0, 0), & i = 0, \\ c \left[\cos \frac{(i-1)\pi}{4}, \sin \frac{(i-1)\pi}{4} \right], & i = 1, 2, 3, 4, \\ \sqrt{2}c \left[\cos \frac{(i-1)\pi}{4}, \sin \frac{(i-1)\pi}{4} \right], & i = 5, 6, 7, 8, \end{cases} \quad (4)$$

$\mathbf{c} = \delta x / \delta t$ 为格子速度, δx 空间步长. 平衡态分布函数有如下形式:

$$\begin{aligned} f^{\text{eq}} &= w_i \rho \left[1 + \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{2c_s^4} - \frac{u^2}{2c_s^2} \right], \\ i &= 0, 1, \dots, 8, \end{aligned} \quad (5)$$

这里, $w_0 = 4/9$, $w_1 = w_2 = w_3 = w_4 = 1/9$, $w_5 = w_6 = w_7 = w_8 = 1/36$, $c_s = c/\sqrt{3}$ 为格子声速. 取 $c = 1$, 变换阵 $\mathbf{M}$ 为

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & -1 & -1 & -1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

对应的, 粒子的速度矩空间向量形式为 $|m\rangle = (\rho, e, \varepsilon, j_x, q_x, j_y, q_y, p_{xx}, p_{xy})^T$, 且满足 $|m\rangle = \mathbf{M}|f\rangle$. 矩空间的平衡态为 $|m^{\text{eq}}\rangle = (\rho, e^{\text{eq}}, \varepsilon^{\text{eq}}, j_x, q_x^{\text{eq}}, j_y, q_y^{\text{eq}}, p_{xx}^{\text{eq}}, p_{xy}^{\text{eq}})^T$, 其中 $e^{\text{eq}} = -2\rho + 3(j_x^2 + j_y^2)$, $\varepsilon^{\text{eq}} = \rho - 3(j_x^2 + j_y^2)$, $q_x^{\text{eq}} = -j_x$, $q_y^{\text{eq}} = -j_y$, $p_{xx}^{\text{eq}} = j_x^2 - j_y^2$, $p_{xy}^{\text{eq}} = j_x j_y$.

ρ 为密度, $j = (j_x, j_y) = \rho \mathbf{u}$ 为动量, $\mathbf{u}$ 速度. 松弛矩阵由下式给出:

$$\mathbf{S} = \text{diag}(\tau_\rho, \tau_e, \tau_\varepsilon, \tau_d, \tau_q, \tau_d, \tau_q, \tau_s, \tau_s). \quad (7)$$

流体的宏观量, 如剪切黏性 ν 、体黏性 ζ 、密度 ρ 、速度 $\mathbf{u}$ 和压强 p 分别由下式给出:

$$\nu = c_s^2 \left(\tau_s - \frac{1}{2} \right) \delta t, \quad (8)$$

$$\zeta = c_s^2 \left(\tau_e - \frac{1}{2} \right) \delta t,$$

$$\rho = \sum_{i=0}^8 f_i, \quad \mathbf{u} = \frac{1}{\rho} \sum_{i=0}^8 c_i f_i, \quad (9)$$

$$p = \rho c_s^2. \quad (10)$$

在用于微尺度流动模拟的 LBM 模型中, 松弛时间 τ_s 与气体分子的平均自由程 λ 相关^[15]

$$\begin{aligned} \tau_s &= \frac{1}{2} + \frac{\lambda}{\delta x} \sqrt{\frac{6}{\pi}} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{H}{\delta x} Kn \sqrt{\frac{6}{\pi}}. \end{aligned} \quad (11)$$

2.2 壁面效应和有效松弛时间

当气体流经固体壁面时, 壁面附近会产生一个厚度约为分子平均自由程量级的 Knudsen 边界层, 如图 1 所示, 该层与气体-壁面的微观相互作用有密切关系. 对于 Kn 数较大的过渡区微流动及本文所考虑的非平衡微流动, Knudsen 层对整体流动有很大影响, 必须设计相应的模型对之进行考虑. 本文采用 Guo 等发展的有效松弛时间模型^[15].

在 Knudsen 层内, 气体的平均自由程可表示为

$$\lambda_e = \lambda \psi(y, Kn), \quad (12)$$

式中, ψ 为修正函数. 对于微通道流动, 上、下平板分别位于 $y = 0$ 和 $y = H$, 其可取为如下形式:

$$\begin{aligned} \Psi(y, Kn) &= [\varphi(y/\lambda) + \varphi((H-y)/\lambda)]/2, \\ \varphi(\alpha) &= 1 + (\alpha - 1)e^{-\alpha} - \alpha^2 E_i(\alpha), \end{aligned} \quad (13)$$

这里, $E_i(\alpha)$ 为指数积分函数,

$$E_i(\alpha) = \int_1^\infty t^{-1} e^{-\alpha t} dt.$$

将 (12) 和 (13) 式引入到 (11) 式中, 即可得到考虑壁面效应后的松弛时间和 Kn 数的关系

$$\tau_s = \frac{1}{2} + \frac{H}{\delta x} Kn \psi(y, Kn) \sqrt{\frac{6}{\pi}}. \quad (14)$$

2.3 微尺度流动边界条件

微尺度条件下, 气体在壁面上存在速度滑移现象. 本文采用 Succi 等^[10] 的壁面反弹 (Bounce-back) 和镜面反射 (Specular-reflection) 组合起来的混合边界条件 (BSR), 壁面被放置在 1/2 网格处. 以下边界为例, 未知分布函数由下式给出:

$$\begin{aligned} f_2 &= f_4^+, \\ f_5 &= r_s f_7^+ + (1 - r_s) f_8^+, \\ f_6 &= r_s f_8^+ + (1 - r_s) f_7^+. \end{aligned} \quad (15)$$

其中, $0 \leq r_s \leq 1$ 为反弹比例系数, f_i^+ 为碰撞后分布函数. 为了实现二阶滑移边界条件, 比例系数 r_s 及松弛时间 τ_q 按下式选取^[15]

$$r_s = \left[1 + \varsigma A_1 + \frac{\tau_s'(0) \delta x}{8 \tilde{\tau}_s^2(0)} \right]^{-1}, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \tau_q &= 0.5 + \frac{3 + 24 \varsigma^2 \tilde{\tau}_s^2(0) A_2}{16 \tilde{\tau}_s(0)} \\ &\quad + \frac{\tau_s'(0) \delta x [13 + 30 \tilde{\tau}_s(0) \varsigma A_1]}{16 \tilde{\tau}_s^2(0)}. \end{aligned} \quad (17)$$

式中, $\varsigma = \sqrt{\pi/6}$, $\tilde{\tau}_s = \tau_s - 0.5$, $\tau_s' = d\tau_s/dy$.

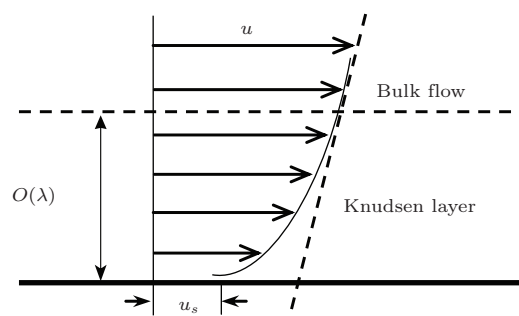


图 1 Knudsen 边界层示意图

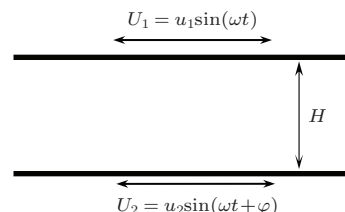


图 2 微尺度下振荡 Couette 流动示意图

3 平板振荡 Couette 流模拟结果

图 2 给出了微尺度下平板振荡 Couette 流动的示意图, 平板在平面内做正弦形式的周期运动

($U = u_0 \sin(\omega t)$). 平板位于上、下计算区域向内偏移半个网格处, H 为板之间的距离. 数值模拟中网格经过收敛性验证, 选取为 8×160 . 上、下平板边界采用 BSR 边界条件, 左、右边界为周期边界. 对于单板振荡, $u_1 = u_0$, $u_2 = 0$, 即上板振动, 下板静止. 对于两板振荡, 由于两板反相振荡类似于单板振荡, 故这里仅考虑同相振动情况, $u_1 = u_2 = u_0$, 且 $\varphi = 0$. 式中 u_0 均为平板速度振幅, ω 为振动频率, φ 初相角. 振荡 Couette 流动的控制参数有两个, Knudsen 数 Kn ($Kn = \lambda/H$) 和 Stokes 数 St . St 表征了流动不稳定性黏性效应的相对关系, 其定义为

$$St = \sqrt{\omega H^2 / \nu}. \quad (18)$$

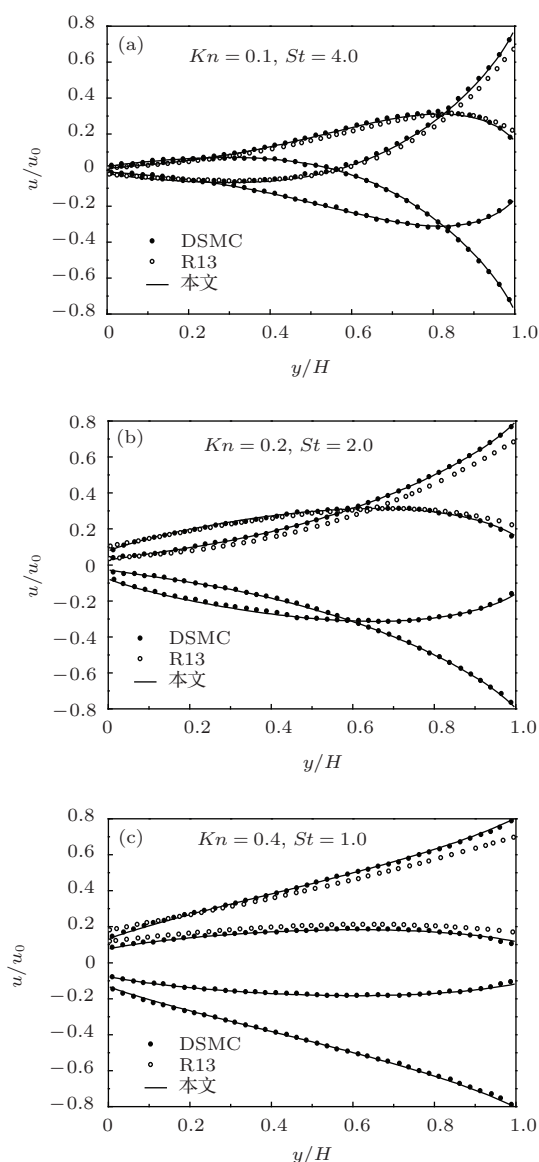


图3 一个周期内不同时刻平板间速度剖面图 (a) $Kn = 0.1$, $St = 4.0$; (b) $Kn = 0.2$, $St = 2.0$; (c) $Kn = 0.4$, $St = 1.0$

3.1 上平板振荡

单平板振动是振荡 Couette 流动中较特殊的一类情况, 此时只考虑一个平板做周期往复运动, $U_1 = u_0 \sin(\omega t)$, $U_2 = 0$, 即上平板振动, 下平板始终保持静止. 对于这类流动已有一些研究结果, 同时单平板振动是两平板振动的基础, 对之的模拟研究有利于后文两平板振荡 Couette 流动的理解, 也可以验证本文模型的正确性.

图3为不同 Kn 和 St 数时一个周期内4个不同时刻 ($\omega t = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$) 板间速度剖面图. 从中可以看到, 随着 Kn 数的增大, 壁面滑移效应变得越明显. St 越大, 平板间速度剖面的非线性特性越剧烈. 直接模拟蒙特卡洛 (DSMC) 方法^[22] 和 13 矩方法^[23] 的模拟结果也被包含在图3中, 可以发现本文结果和 DSMC 方法的结果符合较好.

图4表示平板间不同位置处一个周期内的速度时间历程. 如图所示, 平板间一点处的速度都呈近似正弦曲线振荡, 且离上板 ($y/H = 1.0$) 越近, 速度振幅越大. 其中, 对比图4(a) 和 (b), 及 (c) 和 (d) 可以发现, 随着 St 数的增大, 速度振幅明显减小且迅速衰减, 不同位置处速度时间历程曲线的相位差从上板到下板之间也在逐渐加大. 增大 Kn (图4(a), (c)), 同一位置处的速度振幅有减小的趋势, 但是仍然保持了拟定常的特征. 这样, 从图4中可以得出, 相对于 Kn 数, St 数对相位差的影响较大. 图4(a), (b) 中也列出了高阶 LBM 的模拟结果^[19], 有效 MRT-LBM 的结果与之是符合的.

3.2 两板振荡-同相

两平板振动是振荡 Couette 流动中较复杂的一类情况. 本文仅考虑两板同相振荡, 此时两平板保持协调同步往复振动, 有 $U_1 = u_0 \sin(\omega t)$, $U_2 = u_0 \sin(\omega t)$. 网格及边界条件与单平板时的相同.

图5是固定 $Kn = 0.1$, St 取 0.25, 2.5, 5.0 这三组参数时板间不同位置处的速度时间历程. 从图5(a) 中可以看出, 板间不同位置处的速度几乎重叠在一起. 在低 St 数时, 流体黏性特征突出, 同时由于上、下板速度相同, 板间速度梯度比单板振荡时的小, 故没有出现类似图4(a) 中的速度分层现象. 当 St 增大到 2.5 时, 不同位置处的速度逐渐分离出来, 而且同时出现了相位差, 说明此时流体

的黏性效应减弱. 继续增大 St , 速度振幅迅速衰减, 相位差也在继续拉大, 这些跟单平板振动 Couette 流时的相似.

Kn 数对流动的影响可以从图 6 中看出. 增大 Kn 到 1.0, 如图 6(a) 所示, 此时 St 较小, 板间

不同位置处的速度仍然重叠在一起. 增大 St 到 2.5(图 6(b)), 板间不同位置处速度出现相位差. 但是与小 Kn 数时加大 St 不同(图 5(b), (c)), 此时速度振幅呈现先减小, 后增大的趋势, 且在 $y/H = 0.5$ 和 $y/H = 1.0$ 这两处速度振幅基本相等.

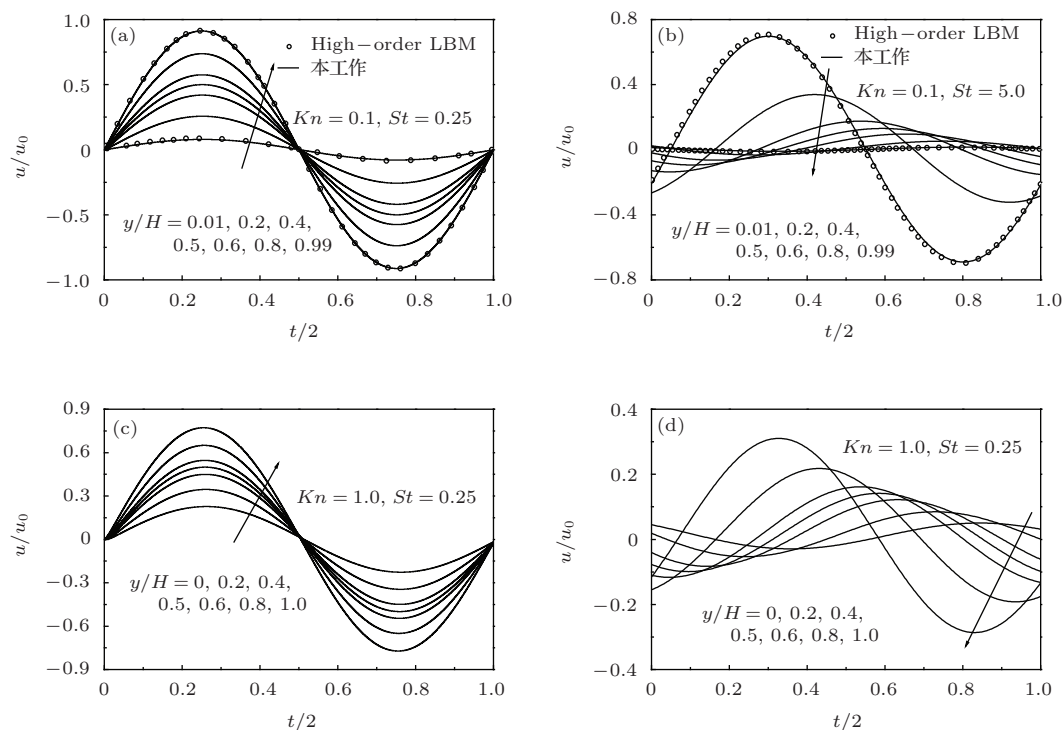


图 4 平板间不同位置处一个周期内的速度时间历程 (a) $Kn = 0.1, St = 0.25$; (b) $Kn = 0.1, St = 5.0$; (c) $Kn = 1.0, St = 0.25$; (d) $Kn = 1.0, St = 2.5$

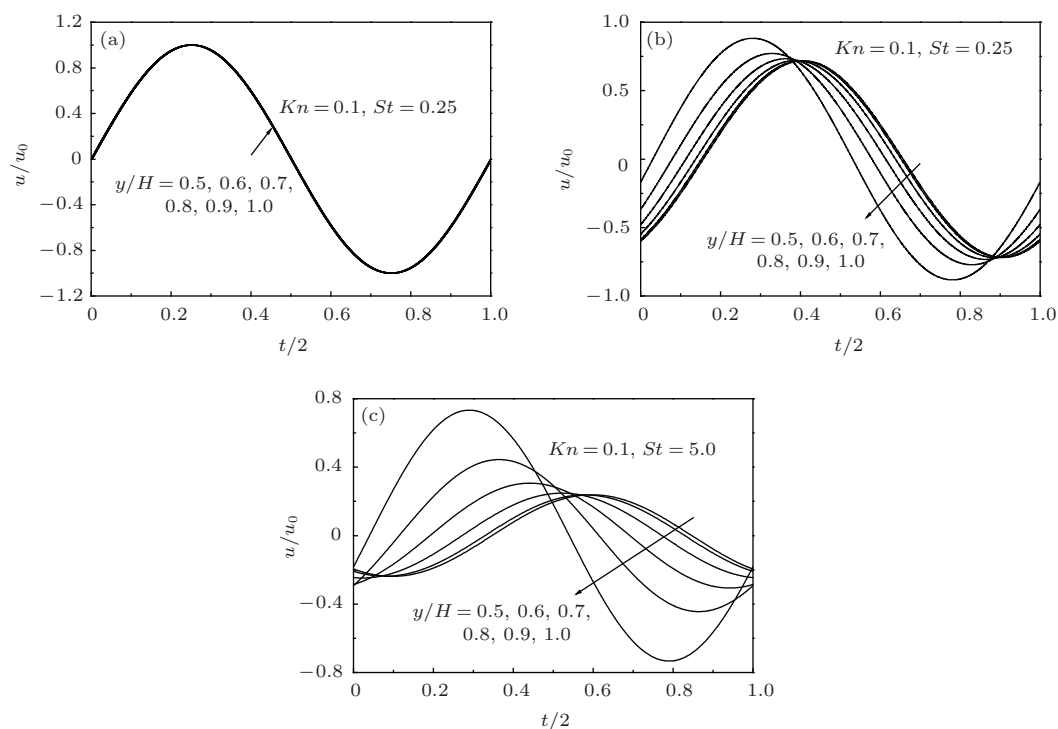


图 5 $Kn = 0.1$ 时不同位置处一个周期内速度的时间历程 (a) $St = 0.25$; (b) $St = 2.5$; (c) $St = 5.0$

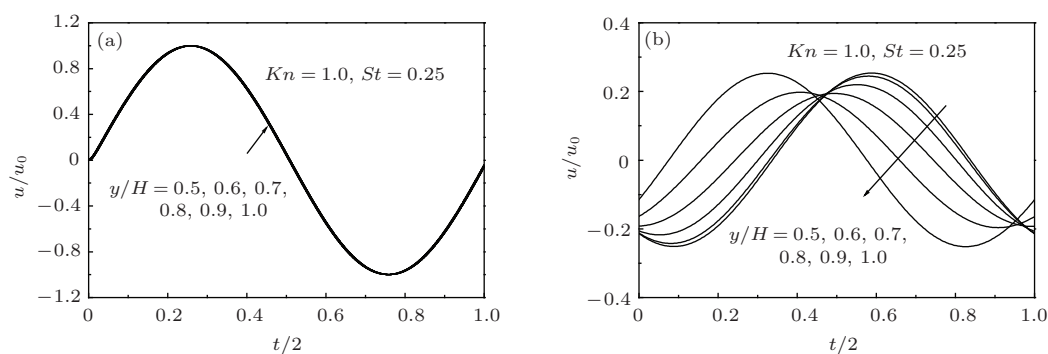
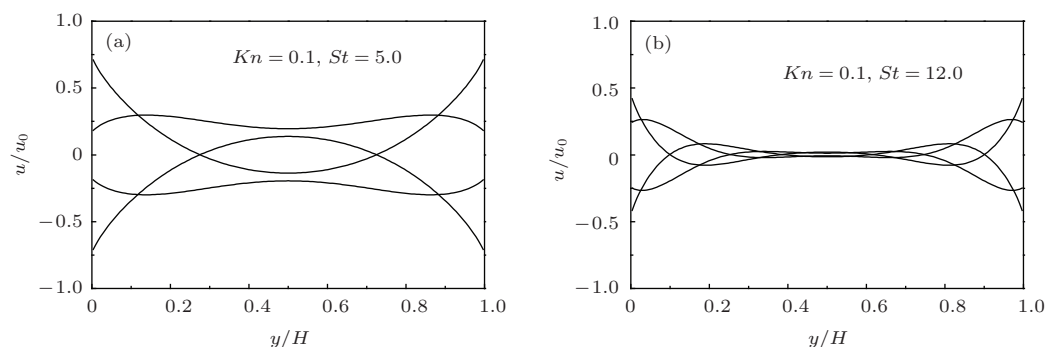

 图6 $Kn = 1.0$ 时不同位置处一个周期内速度的时间历程 (a) $St = 0.25$; (b) $St = 2.5$

 图7 一个周期内不同时刻平板间速度剖面图 (a) $Kn = 0.1, St = 5.0$; (b) $Kn = 0.1, St = 12.0$

图7给出了 $Kn = 0.1$ 时两组 St 数 ($St = 5.0, 12.0$) 时的板间速度剖面. 可以看出, St 较大时, 板间速度剖面总是表现出非线性特征. 特别地, 当 St 大到 12.0 左右时, 除了距离上、下平板较近的一段区域受到板的拖动剪切的影响外, 板中间段区域 ($y/H = 0.3-0.7$) 几乎没有受到外板影响, 近似保持为静止状态.

4 振荡 Poiseuille 流模拟结果

图8为在振荡加速度 ($g = g_0 \sin(\omega t)$) 驱动下微尺度平板 Poiseuille 流动的示意图, H 为上、下板之

间的距离, 且两平板总处于静止状态. 模拟中网格同样选取为 8×160 , 满足网格收敛性. 上、下平板边界采用 BSR 边界条件, 左、右边界为周期边界.

首先采用恒定加速度 ($g = g_0$) 驱动平板 Poiseuille 流动来验证程序. 模拟结果在图9中给出, $u_{\max}$ 为此时流向最大速度. 可以看出本文结果

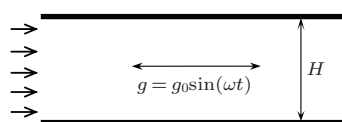
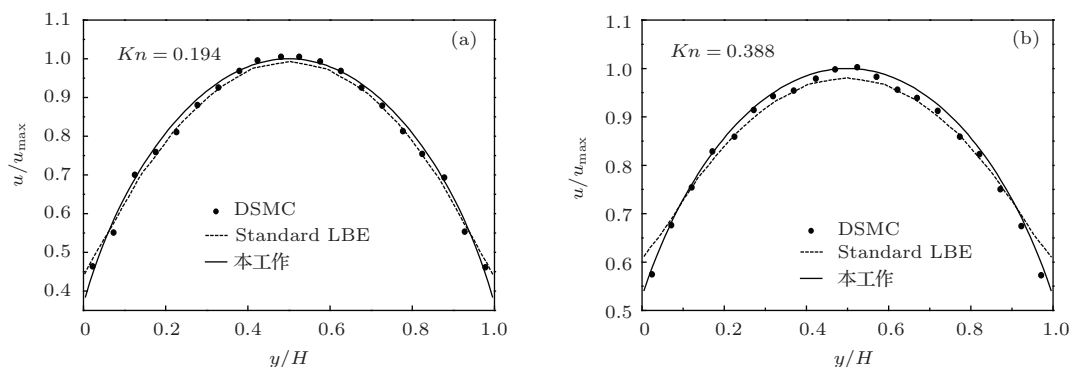


图8 微尺度下振荡 Poiseuille 流动示意图


 图9 微尺度平板 Poiseuille 流的验证 (a) $Kn = 0.194$; (b) $Kn = 0.388$

跟已有文献符合较好. 特别地, 当 Kn 数较大时 (图 9(b)), 与标准 LBM^[24] 相比, 本文模型在近壁区与 DSMC^[25] 符合更好, 证实了进行 Knudsen 层修正的重要性.

图 10 集中给出了四组 Kn , St 参数下平板间不同位置处一个周期内的速度时间历程, 正

则化时参考速度^[15] u_r 取 $g_0 H(2/RT)^{1/2}$. 对比图 10(a) 和 (b) 可以发现, 增大 Kn , 速度振幅减小, 但是不同位置之间的相位差没有产生. 增大 St (图 10(a) 和 (c)), 速度之间产生了相位差. 继续增大 St (图 10(d)), 除了壁面处外, 不同位置处速度有重叠的趋势, 相位滞后现象减弱.

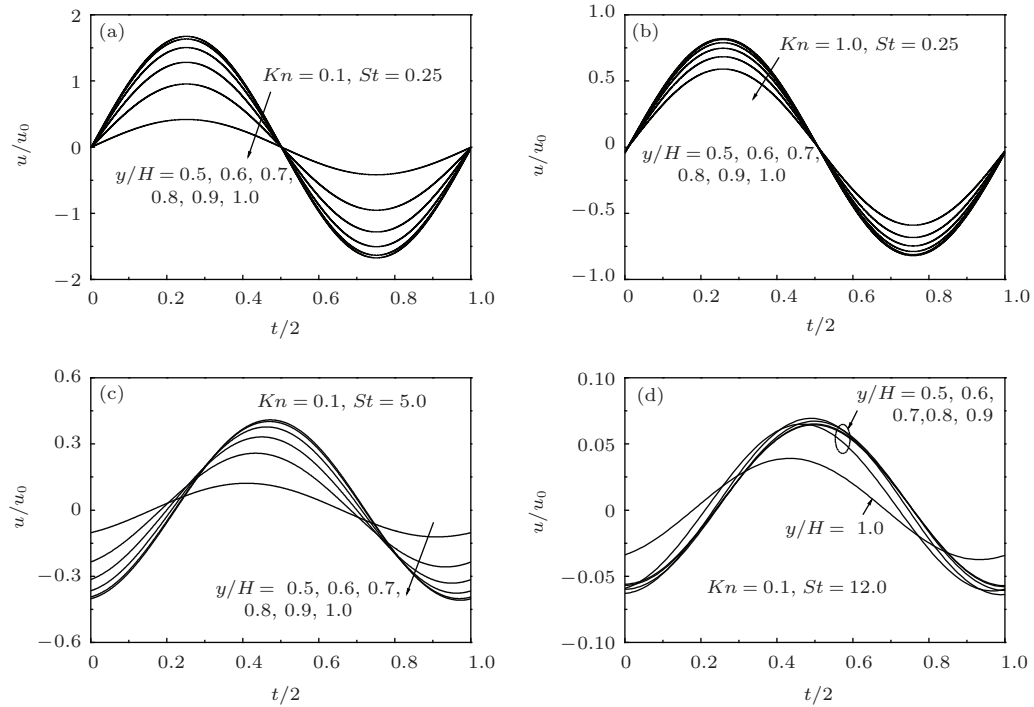


图 10 平板间不同位置处一个周期内速度的时间历程 (a) $Kn = 0.1$, $St = 0.25$; (b) $Kn = 1.0$, $St = 0.25$; (c) $Kn = 0.1$, $St = 5.0$; (d) $Kn = 0.1$, $St = 12.0$

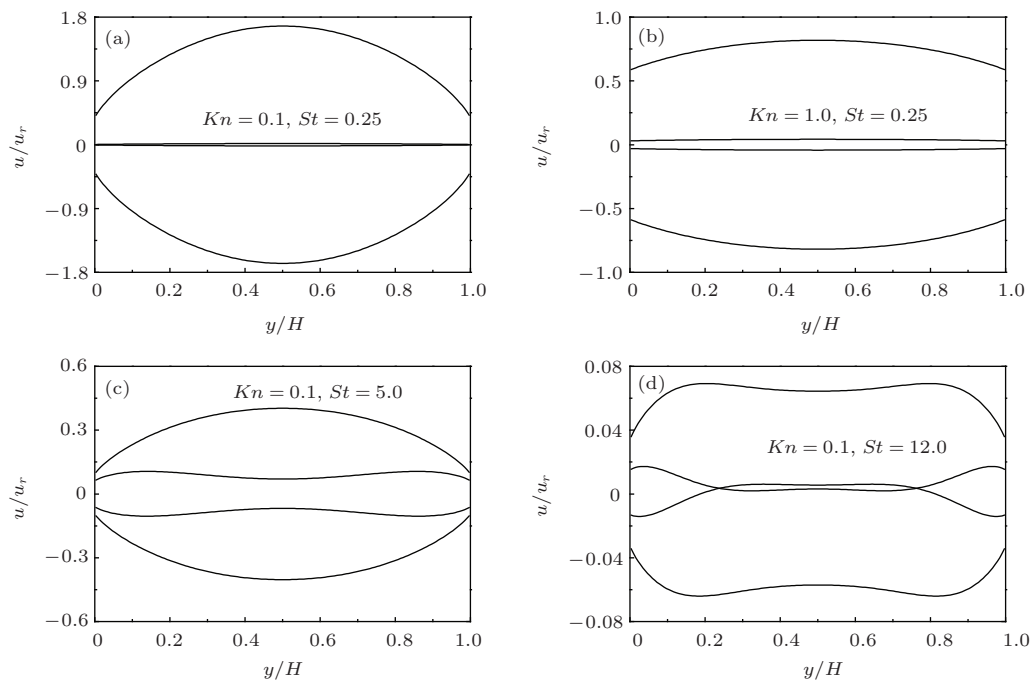


图 11 一个周期内不同时刻平板间速度剖面图 (a) $Kn = 0.1$, $St = 0.25$; (b) $Kn = 1.0$, $St = 0.25$; (c) $Kn = 0.1$, $St = 5.0$; (d) $Kn = 0.1$, $St = 12.0$

图 11 为图 10 对应参数下的平板间速度剖面图. 对比图 11 (a) 和 (b) 可以得到, 随着 Kn 数的增大, 速度的抛物线剖面变缓和. 增大 St (图 10 (a) 和 (c)), 速度呈现出了非抛物线剖面. 当 $St = 12.0$ 时, 板间速度较小, 板中间段区域 ($y/H = 0.3—0.7$) 保持水平线性状态.

5 结 论

本文应用 MRT-LBM 模型研究了两类微尺度非平衡流动, 振荡 Couette 流和振荡 Poiseuille 流. 通过引入 Knudsen 层模型, 对松弛时间进行修正. 从结果中看到, 这种修正延伸了标准 LBM 模拟较大 Kn 数流动的能力, 同时证实了在非平衡流动模拟中 Knudsen 层的考虑是重要的. 模拟结果和已有 DSMC 和高阶 LBM 结果符合良好, 并得到如下结论:

1) 对单平板振荡 Couette 流, 随着 Kn 数的增大, 壁面滑移效应变得越明显. St 越大, 板间速度剖面的非线性特性越剧烈. 相对于 Kn 数, St 数对不同位置处速度相位差的产生有较大影响.

2) 对于两板同相振荡 Couette 流, 当 Kn , St 均较小时, 板间流体受到平板拖动剪切的影响很小. 板间不同位置处的速度几乎重叠在一起. 而 Kn , St 都较大时, 速度振幅呈现先减小, 后增大的趋势.

3) 对加速度驱动振荡 Poiseuille 流, St 数较大时速度相位差产生. 继续增大 St 数, 相位滞后现象减弱. 且大 St 数时, Poiseuille 流和 Couette 流中速度在 $y/H = 0.3—0.7$ 区间皆出现线性水平段.

参考文献

[1] Stone H A, Stroock A D, Ajdari A 2004 *Annu. Rev. Fluid Mech.* **36** 381

[2] Huang Q G, Pan G, Song B W 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 054701 (in Chinese) [黄桥高, 潘光, 宋保维 2014 物理学报 **63** 054701]

[3] Guo Y L, Xu H H, Shen S Q, Wei L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 144704 (in Chinese) [郭亚丽, 徐鹤函, 沈胜强, 魏兰 2013 物理学报 **62** 144704]

[4] Harley J C, Huang Y, Bau H H, Zemel J N 1995 *J. Fluid Mech.* **284** 257

[5] Arkilic E B, Breuer K S, Schmidt M A 2001 *J. Fluid Mech.* **437** 29

[6] Guo Z Y, Li Z X 2003 *Int. J. Heat and Fluid Flow* **24** 284

[7] Turner S E, Lam L C, Faghri M, Gregory O J 2004 *J. Heat Transfer* **126** 753

[8] Zhang Y H, Qin R S, Emerson D R 2005 *Phys. Rev. E* **71** 047702

[9] Nie X B, Doolen G D, Chen S Y 2002 *J. Stat. Phys.* **107** 279

[10] Succi S 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 064502

[11] Ansumali S, Karlin I V 2002 *Phys. Rev. E* **66** 026311

[12] Tang G H, Tao W Q, He Y L 2005 *Phys. Fluids* **17** 058101

[13] Guo Z L, Shi B C, Zheng C G 2007 *Europhys. Lett.* **80** 24001

[14] Guo Z L, Shi B C, Zhao T S, Zheng C G 2007 *Phys. Rev. E* **76** 056704

[15] Guo Z L, Zheng C G, Shi B C 2008 *Phys. Rev. E* **77** 036707

[16] Li Q, He Y L, Tang G H, Tao W Q 2011 *Microfluid. Nanofluid.* **10** 607

[17] Zhang Y H, Gu X J, Barber R W, Emerson D R 2006 *Phys. Rev. E* **74** 046704

[18] Kim S H, Pitsch H, Boyd I D 2008 *Phys. Rev. E* **77** 026704

[19] Tang G H, Gu X J, Barber R W, Emerson D R Zhang Y H 2008 *Phys. Rev. E* **78** 026706

[20] Lallemand P, Luo L S 2000 *Phys. Rev. E* **61** 6546

[21] Qian Y H, D'Humi res D, Lallemand P 1992 *Europhys. Lett.* **17** 479

[22] Hadjiconstantinou N G 2005 *Phys. Fluids* **17** 100611

[23] Taheri P, Rana A S, Torrilhon M, Struchtrup H 2009 *Continuum Mech. Thermodyn.* **21** 423

[24] Verhaeghe F, Luo L S, Blanpain B 2009 *J. Comput. Phys.* **228** 147

[25] Shen C, Tian D B, Xie C, Fan J 2004 *Microscale Thermophys. Eng.* **8** 405

Lattice Boltzmann modeling of microscale oscillating Couette flow^{*}

Tao Shi^{1)†} Wang Liang¹⁾ Guo Zhao-Li^{1)2)‡}

1) (State Key Laboratory of Coal Combustion, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

2) (Beijing Computational Science Research Center, Beijing 100084, China)

(Received 31 March 2014; revised manuscript received 4 June 2014)

Abstract

In this paper, the microscale non-equilibrium gas flow, and the oscillating Couette and Poiseuille flows, have been investigated by an effective MRT-LBM. The Knudsen layer model is introduced into lattice Boltzmann method (LBM) for the relaxation time correction. In the simulations the plate or external force oscillates in the form of sine curve, and the Couette flow contains a singular oscillation and a double-plate oscillation. It is revealed that the corrected MRT-LBM model can well handle the simulation of microscale non-equilibrium gas flow. For the Couette flow, the wall slip phenomenon is obvious for a larger Kn number, and the streamwise velocity profiles appear to be of a nonlinear character when St number increases. When the two plates oscillate, the streamwise velocity profiles almost overlap with each other at small Kn and St . In the Poiseuille flow case, the extent of phase lag decreases as St exceeds a certain value. Compared to the Kn number, St has a bigger impact on the emerging of phase lag in the oscillating Couette and Poiseuille flows.

Keywords: lattice Boltzmann method, effective MRT model, Knudsen layer, oscillating flow

PACS: 47.11.Qr, 02.60.Cb, 47.45.-n

DOI: 10.7498/aps.63.214703

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51125024).

[†] Corresponding author. E-mail: whuttaoshi1013@163.com

[‡] Corresponding author. E-mail: zlguo@mail.huast.edu.cn