

DC-DC变换器的信息熵分析

李先锐 朱彦丽

Analysis of information entropy of DC-DC converter

Li Xian-Rui Zhu Yan-Li

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica 63, 238401 (2014) DOI: 10.7498/aps.63.238401

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.238401>

当期内容 View Table of Contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/volumn/home.shtml>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

参数不确定的分数阶混沌系统广义错位延时投影同步

李睿, 张广军, 姚宏, 朱涛, 张志浩

2014, 63(23): 230501. 全文: [PDF](#) (303KB)

指向 Lyapunov 指数及其在单输入单输出系统故障检测中的应用

杨东东, 马红光, 徐东辉, 刘浩淼

2014, 63(22): 220505. 全文: [PDF](#) (1741KB)

基于扩张状态观测器的永磁同步电机混沌系统自适应滑模控制

陈强, 南余荣, 邢科新

2014, 63(22): 220506. 全文: [PDF](#) (480KB)

基于线性矩阵不等式的一类新羽翼倍增混沌分析与控制

王斌, 薛建议, 贺好艳, 朱德兰

2014, 63(21): 210502. 全文: [PDF](#) (6399KB)

蔡氏电路的功能全同电路与拓扑等效电路及其设计方法

张新国, 孙洪涛, 赵金兰, 刘冀钊, 马义德, 韩廷武

2014, 63(20): 200503. 全文: [PDF](#) (29569KB)

DC-DC变换器的信息熵分析*

李先锐 朱彦丽†

(西安电子科技大学电路CAD研究所, 西安 710071)

(西安电子科技大学, 超高速电路设计与电磁兼容教育部重点实验室, 西安 710071)

(2014年7月6日收到; 2014年7月21日收到修改稿)

为确定不同反馈系数 k 下DC-DC变换器系统的行为, 结合系统处于周期状态时的稳定性和系统处于混沌时不会重复经过每一点的特点, 提出了一种采用极限思想和信息熵来估计DC-DC变换器非线性行为的方法. 该方法能准确分析系统处于周期状态和混沌状态的熵值, 量化了DC-DC变换器倍周期分叉和混沌行为. 以一阶电压反馈DCM Boost变换器和DCM Buck变换器为例进行仿真. 研究表明, 所提出的信息熵可以准确反映分叉点、周期数及产生混沌的位置, 完善了该类变换器非线性动力学分析的理论和方法.

关键词: 混沌, 信息熵, DC-DC, Lyapunov 指数

PACS: 84.30.Jc, 05.45.Ac

DOI: 10.7498/aps.63.238401

1 引言

DC-DC变换器是一种强非线性系统, 在运行过程中出现大量非线性现象, 例如, 在实际运行中出现运行状态突然崩溃、系统不能按设计要求运行、系统运行不稳定等, 这些不规则和奇异现象是DC-DC变换器普遍存在的现象^[1]. 对这些非线性现象的研究有利于揭示DC-DC变换器的物理本质, 对电路参数的优化和提高系统的稳定性有重要的指导意义^[2,3]. 利用非动力学中的分叉及混沌理论可以对DC-DC变换器中的非线性行为给出更合理的解释^[4-6]. 国际上一些科学工作者相继在PWM型DC-DC变换器中发现了倍周期分叉^[7]、Hopf分叉^[8]、边界碰撞^[9]等各种途径导致的混沌运动. 目前对DC-DC变换器的混沌的研究方法主要有Lyapunov指数、雅克比矩阵法等^[10].

已有一些学者基于信息熵理论对DC-DC变换器系统进行了分析. 如文献^[10]利用模块熵对系统进行分析, 可以根据熵值对初始值的敏感性确定

进入混沌的位置, 但不能精确区分周期分叉点; 文献^[11]运用分区统计的方法分析系统的熵特性, 可准确区分周期分叉点, 但对系统进入混沌状态的位置不能精确判断. 文献^[10, 11]中都存在无法事先确定系统处于混沌时熵值大小的问题, 这使得混沌和信息熵值的对应关系变得更加模糊. 本文通过运用新定义的信息熵, 根据系统经历的状态, 利用系统处于周期状态时的稳定性和系统处于混沌时不会重复经过每一点的性质来估计不同反馈系数 k 下系统的行为, 可准确确定系统处于混沌状态的熵值.

2 信息熵理论及其在DC-DC中的应用

2.1 信息熵理论

设某一概率系统有 n 个变量 $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_i, \dots, X_n)$, 第 i 个变量 X_i 出现的概率为 $P_i (i = 1, 2, 3, \dots, n)$, 则概率系统产生的平均信息量

* 国家自然科学基金(批准号: F040202)和中央高等学校基本科研基金(批准号: JB140210)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: zhuylanli4213@126.com

$$H = - \sum_{i=1}^n P_i \log_2 P_i, \quad (1)$$

H 称为信息熵, 简称熵^[12]. 当 $P_i = 0$ 时, 规定 $0 \cdot \log_2 0 = 0$.

信息熵具有以下性质:

1) 概率系统中事件的顺序变化时, 熵值保持不变, 即事件的熵与事件顺序无关;

2) 熵函数 $H(P(x_1), P(x_2), \dots, P(x_n)) \geq 0$;

3) 当变量出现的概率相等时, 熵取得最大值

$$H_{\max} = - \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \log_2 \left(\frac{1}{n} \right). \quad (2)$$

熵可以作为数据集合的不规则程度的度量, 所谓不规则程度是指集合中前后数据元素之间时序依赖关系的强弱. 对一个具体的系统来说, 如果这个系统随机性很大、非常混乱、毫无次序, 则系统的信息熵一定很大. 反之, 如果一个系统是确定的、具有一定规则、服从一定次序, 则系统的信息熵就一定小.

2.2 用熵刻画DC-DC变换器系统行为存在的问题

在文献[10, 11]中都存在不能达到熵理论最大值且无法事先确定混沌状态时熵值的问题. 以文献[10]为例具体说明其原因. 对文献[10]具体分析之前, 先介绍电压反馈型DCM Boost变换器.

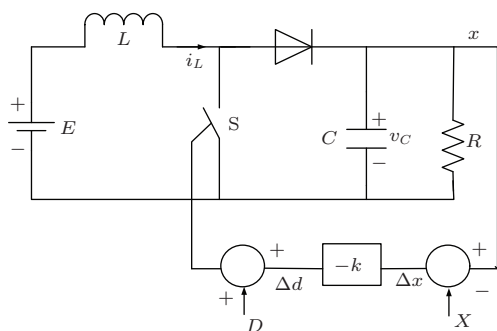


图1 电压反馈型DCM Boost变换器

电压型DCM Boost变换器如图1所示. 图1中 E 为输入电压, X 为期望的稳定输出电压, D 为期望的稳态占空比, k 为反馈系数. 其工作状态可以用一阶迭代映射方程近似描述为^[13]

$$x_{n+1} = \alpha x_n + \frac{\beta [h(d_n)]^2 E^2}{x_n - E}, \quad (3)$$

式中, x_n 为第 n 次迭代的电感电压 (取 $i_L = 0$); α , β 为系统参数; $h(d_n)$ 为具有饱和特性的占空比, 它可以用下式表示

$$h(d_n) = \begin{cases} 0 & (d(x_n) < 0), \\ 1 & (d(x_n) > 1), \\ d(x_n) & (\text{其他}), \end{cases} \quad (4)$$

其中 $d(x_n) = D - k(x_n - X)$.

文献[10]中, 利用文献[13]的数据得到(3)式的返回映射图, 如图2所示. 对所得返回映射图在谷点位置进行符号的划分, 定义单调上升支为“0”, 单调下降支为“1”, 临界点 $x_c = 26.4$ V, 即

$$s_n = \begin{cases} 1 & (x_n < 26.4 \text{ V}), \\ 0 & (x_n \geq 26.4 \text{ V}). \end{cases} \quad (5)$$

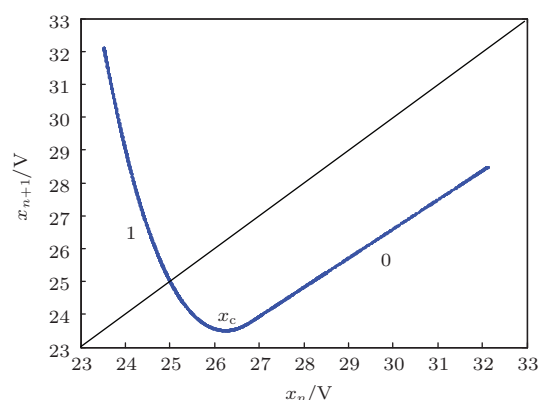


图2 DCM Boost变换器返回映射, 临界点 $x_c = 26.4$ V, $k = 0.16$

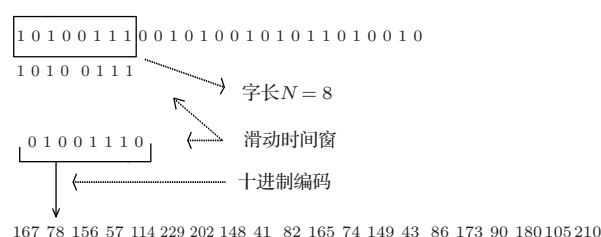


图3 时间序列符号化示意图

按照上述划分规则得到“0”和“1”组成的二进制符号数列 $\{s_0 s_1 \dots s_n \dots\}$, 然后采用字长 $N = 8$ 进行编码, 得到相应的一组0—255的十进制数 (编码过程如图3所示), 计算出不同十进制数的概率, 利用(1)式求出相应的熵值. 由熵的性质知, 当0—255出现概率相等时, 系统熵值最大为字长 N . 但当系统处于混沌状态时, 所得熵值不会趋于熵的理论最大值 N . 以 $k = 0.16$ 为例说明, 在图4中, 定

义区间 (x_1, x_2) 为6区, 区间 (x_2, x_3) 为5区, 区间 (x_3, x_4) 为4区, 区间 (x_4, x_5) 为3区, 区间 (x_5, x_6) 为2区, 区间 (x_6, x_7) 为1区. 从图4可以看出, x 在5, 6区时用“1”表示, x 在1, 2, 3, 4区时用“0”表示. x 在1区时, 经一次映射到3区; x 在2区时, 经一次映射到4区; x 在3区时, 经一次映射到5区; x 在4区时, 经一次映射到5区. 简单表示如下:

$$\begin{aligned} 1 &\rightarrow 3, \\ 2 &\rightarrow 4, \\ 3 &\rightarrow 5, \\ 4 &\rightarrow 5. \end{aligned}$$

从此映射关系可以看出, 在“0”范围内的 x 最多经过两次 ($1 \rightarrow 3 \rightarrow 5$ 或 $2 \rightarrow 4 \rightarrow 5$) 就可以映射到“1”范围内, 即不存在“000”的情况, 所以说小于36 (00100100) 的值是不能出现的. 在此说明一点, 初始值要在区间 $[x_1, x_7]$ 范围内. k 取其他值时, 分析过程类似. 由此可见, 即使系统处于混沌状态, 0—255 出现的概率也不可能相等, 所以熵最大值小于字长 N . 当 $k = 0.16$ 时, 0—255 出现的概率如图5所示, 图5中概率不为零的最小数是36, 证实了上述推论.

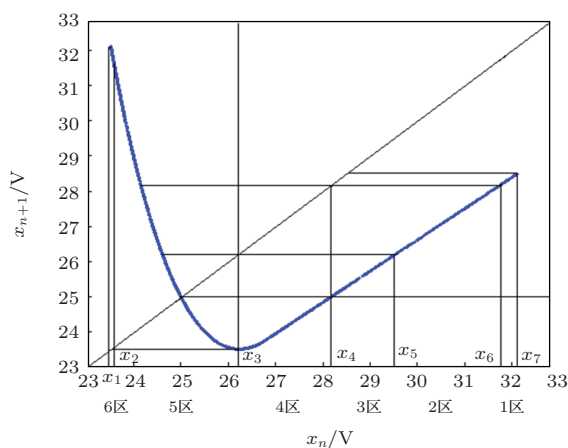


图4 $k = 0.16$ 时 DCM Boost 变换器返回映射分区图

下面从另一个角度说明熵值问题. 假设系统处于混沌状态时, 熵值为字长 N , 则0—255等概率出现, 那么所得十进制数列的期望值应为125.5. 而实际期望值如图6所示, 偏离125.5较远, 且随反馈系数 k 值不同而不同. 文献[11]中存在相同问题.

从前面分析知系统达不到熵的理论最大值, 而且系统处于混沌状态时的熵值难以事先准确估计, 且其值大小与分区方法、反馈系数 k 有关. 这就使

得熵值和系统状态的对应关系变得模糊. 之所以会出现前述问题, 是因为混沌中存在确定性. 因此, 本文利用混沌状态时系统不会重复经过每一点的特点选择系统变量.

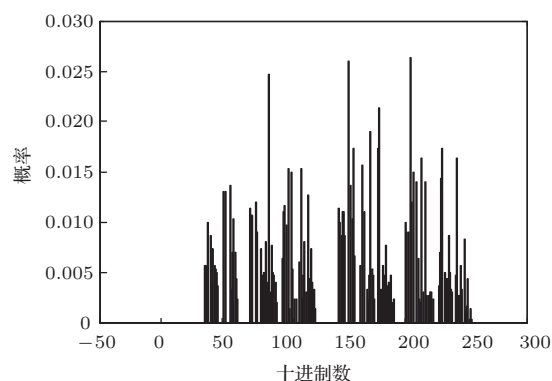


图5 $k = 0.16$ 时 DCM Boost 变换器符号序列概率直方图

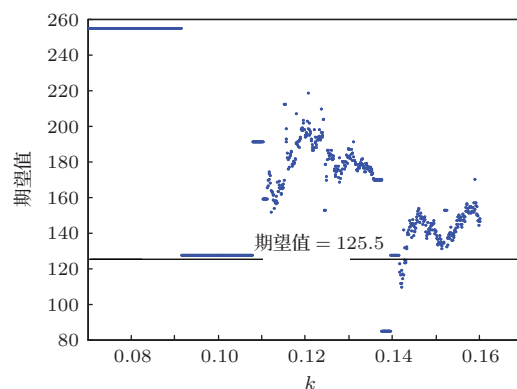


图6 符号序列对应的十进制数的期望值随 k 的变化

3 新定义熵的理论分析

由于系统处于混沌状态时会有无穷多个状态, 运用极限思想分析系统的熵特性. 重新定义熵值如下:

$$H_{\text{new}} = \begin{cases} \lim_{L \rightarrow \infty} H & (H \leq a), \\ a + \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{H}{\log_2 L} & (H > a), \end{cases} \quad (6)$$

式中, H 为信息熵, L 为概率系统中变量的个数, a 为常数. 设置合适的 a 值, 可观察到 $1-2^a$ 周期的情况. 选取 L 个迭代值时, 认为概率系统有 L 种状态, 表示为 $(1, 2, 3, \dots, L)$, 若 L 个迭代值中只有 b 个不同值, 则表示 $b+1-L$ 状态出现的概率为零, $1-b$ 状态的概率用统计方法求得. 当系统处于 m 周期状态时, 系统的状态变量 $(1, 2, 3, \dots, L)$ 对应的概率为 $(\frac{1}{m}, \frac{1}{m}, \dots, \frac{1}{m}, 0, \dots, 0)$, 其中, 概率为

$1/m$ 的状态共有 m 个, 根据 (1) 式知

$$H = - \sum_{i=1}^n P_i \log_2 P_i = -m \left(\frac{1}{m} \log_2 \frac{1}{m} \right) = \log_2 m;$$

当系统处于混沌状态时, 状态变量 $(1, 2, 3, \dots, L)$ 对应的概率为 $\left(\frac{1}{L}, \frac{1}{L}, \frac{1}{L}, \dots, \frac{1}{L}\right)$, 根据 (1) 式可得

$$H = - \sum_{i=1}^n P_i \log_2 P_i = -L \left(\frac{1}{L} \log_2 \frac{1}{L} \right) = \log_2 L.$$

把上述结果分别代入 (6) 式, 当系统处于 m 周期时, 若 $m \leq 2^a$, 则 $H_{\text{new}} = H = \log_2 m$, 若 $m > 2^a$, 则 $H_{\text{new}} = a + \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{H}{\log_2 L} = a$; 当系统处于混沌状态时, $H_{\text{new}} = a + \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{H}{\log_2 L} = a + 1$, 可见其值与反馈系数 k 无关. 达到极限值时, 说明系统没有进入任何一个周期.

4 不连续变换器的熵分析

以电压反馈型 DCM Boost 和电压型 DCM Buck 变换器为例, 用新定义的熵公式分析其系统行为随反馈系数 k 的变化情况.

一方面在计算机上计算 $L \rightarrow \infty$ 是不可能的, 只能做一种近似计算^[14]; 另一方面如果允许有无限的数值精度, 过渡过程会永远进行下去, 而不能到达定常状态^[15]. 因此, 在用计算机仿真时, 需要有限的 L 和一定的数值精度 s . 仿真时, 应合理选择数值精度 s , 若系统混沌状态时的取值范围为 M , 则应满足 $Ls \ll M$.

由第 3 节可知, 系统处于 m 周期时其 H_{new} 值只与 m 有关, 为叙述方便, 用 $H_{\text{new}}(m)$ 表示系统处于 m 周期的熵值. 若 $m \leq 2^a$, 则 $H_{\text{new}}(1) = \log_2 1 = 0$; $H_{\text{new}}(2) = \log_2 2 = 1$; $H_{\text{new}}(3) = \log_2 3 = 1.5850$; $H_{\text{new}}(4) = \log_2 4 = 2$; $H_{\text{new}}(5) = \log_2 5 = 2.3219$; $H_{\text{new}}(6) = \log_2 6 = 2.5850$ 等. 若 $m > 2^a$, 则 $H_{\text{new}}(m) = a$. 值得注意的是, 由于实际仿真时 L 并不是无限大, 所以, 在后面的仿真图中会看到系统的 $H_{\text{new}}(m)$ 值分布在区间 $[a, a+1)$ 上.

4.1 一阶 DCM Boost 变换器仿真

采用 2.2 节介绍的 DCM Boost 变换器的数值, 取数值精度 $s = 0.0000001$, $a = 4$, L 分别为 4096 和 8192, 去掉足够的初始值, 得到仿真图 7(a) 和 (b).

$H_{\text{new}} = a$ 线以下情况反映系统的周期和分叉情况, 如周期 1, 2, 3, $\dots$, 在周期内, 其熵值保持不变, 当熵值发生变化时, 即为周期分叉点. $H_{\text{new}} = a$ 线以上反映系统混沌情况, 熵值为 $a+1$ 时, 系统处于混沌状态. 图 8 为 DCM Boost 变换器的 Lyapunov 指数图, 图 8 中与 0 线相切的尖峰为周期轨道的分叉点, Lyapunov 指数从负到正为系统进入混沌的位置, 从正到负则意味着混沌运动中蕴含着周期窗. 对照 Lyapunov 指数图可以证实 H_{new} 图可以准确确定分叉点、周期数以及混沌出现的位置.

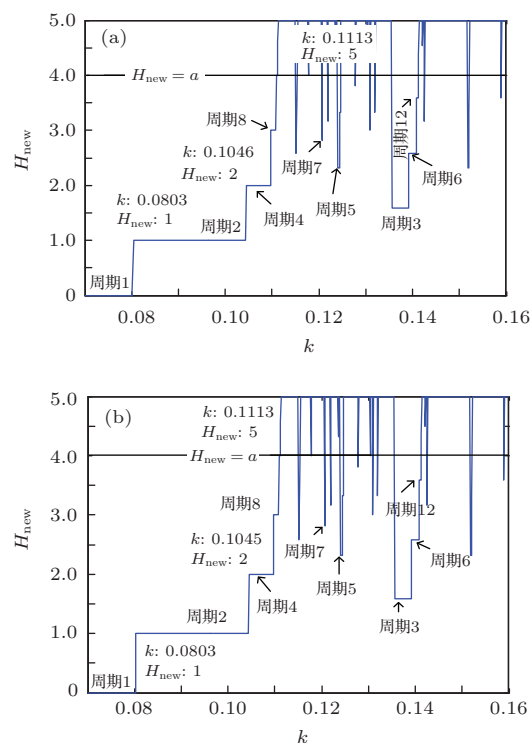


图 7 DCM Boost 变换器的 H_{new} 值 (仿真步长为 0.0001, $a = 4$) (a) $L = 4096$; (b) $L = 8192$

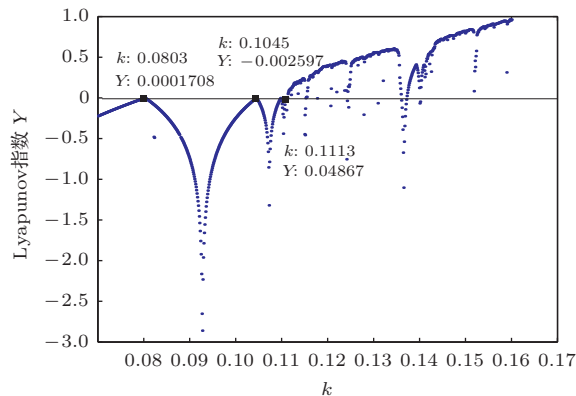


图 8 DCM Boost 变换器 Lyapunov 指数

4.2 一阶DCM Buck变换器仿真

电压型DCM Buck变换器如图9所示. 其工作状态可以用一阶迭代映射方程近似描述为^[16]

$$x_{n+1} = \alpha x_n + \frac{\beta[h(d_n)]^2 E(E - x_n)}{x_n}, \quad (7)$$

各参数的含义与DCM Boost相同.

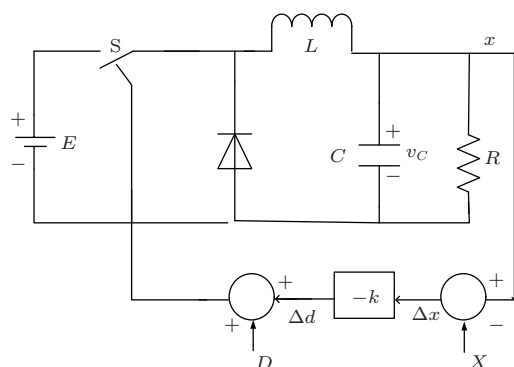


图9 电压反馈型DCM Buck变换器

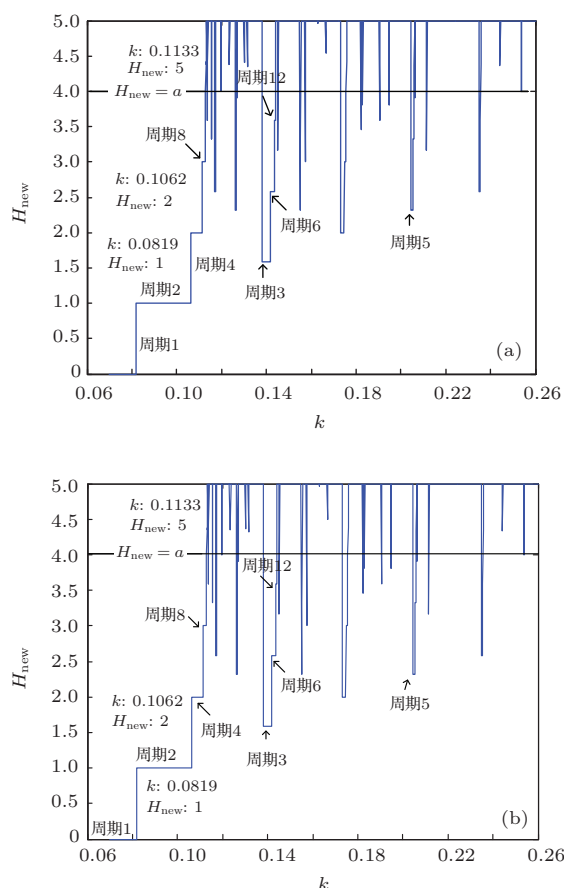


图10 DCM Buck变换器的 H_{new} 值(仿真步长为0.0001, $a = 4$) (a) $L = 4096$; (b) $L = 8192$

采用文献^[11]中的数据, 取数值精度 $s = 0.0000001$, $a = 4$, L 分别为4096和8192, 去掉足够

的初始值, 得到仿真图10(a)和(b). 图11为DCM Buck变换器的Lyapunov指数图, 对照Lyapunov指数图可以证实 H_{new} 图可以准确确定分叉点、周期数以及混沌出现的位置.

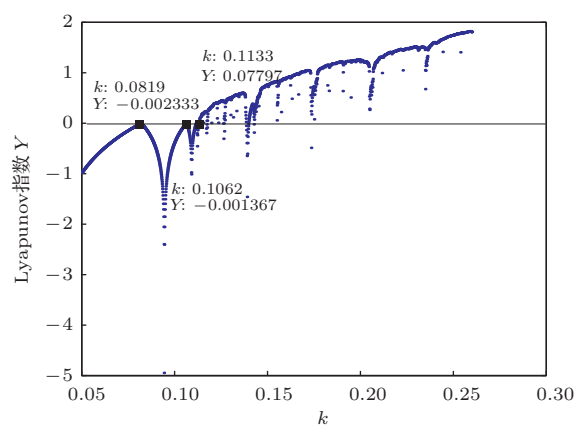


图11 DCM Buck变换器Lyapunov指数

5 结论

本文提出了极限熵估计方法, 从理论上分析了系统处于周期状态和混沌状态的熵值. 该方法应用于一阶电压反馈DCM Boost和DCM Buck变换器, 通过熵值公式可准确确定其分叉点、周期数以及混沌区间, 量化了DC-DC变换器的倍周期分叉和混沌行为. 与之前的方法相比可以准确事先确定混沌状态的熵值, 且其值大小不随反馈增益 k 和分区方法变化, 是分析非线性系统倍周期分叉和混沌行为的一种新方法.

参考文献

- [1] Kapitaniak T (translated by Zhu S J, Yu X, Lou J J) 2008 *Chaos for Engineers Theory, Applications, and Control* (Beijing: National Defense Industry Press) p106 (in Chinese) [卡毕坦尼亚克著(朱石坚, 俞翔, 楼京俊译)面向工程的混沌学: 理论应用及控制 2008 (北京: 科学出版社) 第106页]
- [2] Liu F 2010 *Chin. Phys. B* **19** 080511
- [3] Wang F Q, Ma X K 2013 *Chin. Phys. B* **22** 050306
- [4] Wu S R, He S Z, Xu J P, Zhou G H, Wang J P 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 218403 (in Chinese) [吴松荣, 何圣仲, 许建平, 周国华, 王金平 2013 物理学报 **62** 218403]
- [5] Yang N N, Liu C X, Wu C J 2012 *Chin. Phys. B* **21** 080503
- [6] Zhou G H, Xu J P, Bao B C, Jin Y Y 2010 *Chin. Phys. B* **19** 060508
- [7] Chan W C Y, Tse C K 1997 *IEEE Power Electronics Specialists Conference* **2** 1317

- [8] Tse C K, Lai Y M, Iu H H C 2000 *IEEE Trans. Circ. Syst. I* **47** 448
- [9] Yuan G H, Banerjee S, Ott E, Yorke J A 1998 *IEEE Trans. Circ. Syst. I* **45** 707
- [10] Wang X M, Zhang B, Qiu D Y, Chen L G 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6112 (in Chinese) [王学梅, 张波, 丘东元, 陈良刚 2008 物理学报 **57** 6112]
- [11] Xu H M, Jin Y G, Guo S X 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 248401 (in Chinese) [徐红梅, 金永镐, 郭树旭 2013 物理学报 **62** 248401]
- [12] Tian Z Q, Zhou Y 2002 *J. Inner Mongolia Normal Univ.* **31** 347 (in Chinese) [田振清, 周越 2002 内蒙古师范大学学报 **31** 347]
- [13] Tse C K 1994 *IEEE Trans. Circ. Syst. I* **41** 16
- [14] Yu W B 2008 *Experiment and Analysis of Chaos* (Beijing: Science Press) p27 (in Chinese) [于万波 2008 (北京: 科学出版社) 第 27 页]
- [15] Hao B L 1993 *Starring with Parabolas An Introduction to Chaotic Dynamics* (Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) p19 (in Chinese) [郝柏林 1993 从抛物线谈起 - 混沌动力学引论 (上海: 上海科技教育出版社) 第 19 页]
- [16] Tse C K 1994 *Int. J. Circ. Theory Appl.* **22** 263

Analysis of information entropy of DC-DC converter*

Li Xian-Rui Zhu Yan-Li[†]

(Institute of Electronic CAD, Xidian University, Xi'an 710071, China)

(Key Laboratory of High-speed Circuit Design and EMC, Ministry of Education, Xidian University, Xi'an 710071, China)

(Received 6 July 2014; revised manuscript received 21 July 2014)

Abstract

In order to identify the DC-DC converter system behavior with different feedback coefficient k , we propose a method, which adopts the ideas of limit and the information about entropy to estimate the DC-DC converter nonlinear behavior by considering the characteristics that the stability of the system in a state of cycle and when the system is in chaos will not be repeated. This method analyses the entropy of the system in periodic and chaotic states and can quantify the period-doubling and chaos behaviors in DC-DC converters. In this paper, we simulate the first-order voltage feedback DCM Boost converter and DCM Buck converter. Results indicate that, according to the proposed information entropy, the bifurcation point, cycle number, and the location of the chaos can be accurately reflected. The above method improves the theory and method of the converter nonlinear dynamics analysis.

Keywords: chaos, information entropy, DC-DC, Lyapunov exponent

PACS: 84.30.Jc, 05.45.Ac

DOI: 10.7498/aps.63.238401

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. F040202) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities of China (Grant No. JB140210).

[†] Corresponding author. E-mail: zhuyanli4213@126.com