

数字全息术测定涡旋光束拓扑电荷数

王林 袁操今 聂守平 李重光 张慧力 赵应春 张秀英 冯少彤

Measuring topology charge of vortex beam using digital holography

Wang Lin Yuan Cao-Jin Nie Shou-Ping Li Chong-Guang Zhang Hui-Li Zhao Ying-Chun Zhang Xiu-Ying Feng Shao-Tong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, **63**, 244202 (2014) DOI: 10.7498/aps.63.244202

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.244202>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2014/V63/I24>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于涡旋光照明的暗场数字全息显微方法研究

Dark-field digital holographic microscopy by using vortex beam illumination

物理学报.2014, 63(22): 224202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.224202>

基于多角度无透镜傅里叶变换数字全息的散斑噪声抑制成像研究

Research on speckle denoising by lensless Fourier transform holographic imaging with angular diversity

物理学报.2014, 63(15): 154205 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.154205>

双Lloyd镜数字全息显微测量术

Digital holographic microscope employing dual-Lloyd's mirror

物理学报.2014, 63(10): 104207 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.104207>

数字全息图取样模型的简化研究

Simplified sampling models for digital hologram

物理学报.2013, 62(12): 124203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.124203>

利用综合复用技术拓展数字全息显微系统中的记录视场

Colligated multiplexing approach to expanding the field of view in the recording process of digital holographic microscopy

物理学报.2013, 62(8): 084203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.084203>

数字全息术测定涡旋光束拓扑电荷数*

王林¹⁾²⁾ 袁操^{今1)} 聂守平¹⁾ 李重光²⁾ 张慧力²⁾
 赵应春¹⁾ 张秀英¹⁾ 冯少彤^{1)†}

1) (南京师范大学, 江苏省光电技术重点实验室, 南京 210023)

2) (昆明理工大学激光研究所, 昆明 650051)

(2014年5月5日收到; 2014年7月4日收到修改稿)

提出了一种基于数字全息技术测定涡旋光束拓扑电荷数的方法. 该方法通过数字全息技术获取涡旋光束和参考光的全息图并重构出涡旋光束的波前相位, 判定相位围绕相位奇点的周期性分布来测定涡旋光束的拓扑电荷数. 在拓扑电荷数取值分别为整数和分数的情况下, 通过对数值模拟和实验结果比较, 表明该方法能够较准确地测定出拓扑电荷数.

关键词: 涡旋光束, 拓扑电荷数, 数字全息, 相位重构

PACS: 42.40.-i, 42.40.Kw, 42.40.My

DOI: 10.7498/aps.63.244202

1 引言

涡旋光束是一种具有独特光学传输模式的奇异光束, 它的特点是波前相位连续螺旋且涡旋中心光强为零, 并且涡旋光束中每个光子带有的轨道角动量 lh 决定了绕涡旋点一周的相位变化^[1,2], 其中 l 被称作涡旋光束的拓扑电荷数, h 为狄拉克常数. 在实验中利用螺旋相位板、光在粗糙表面的散射以及特殊设计的合成全息图衍射都可获得涡旋光^[3]. 由于涡旋光束带有轨道角动量, 在粒子囚禁与操控、量子信息编码等领域都有广泛的应用^[4]. 其中, 拓扑电荷数 l 是影响这些应用的最重要的参数, 因而受到了广泛关注, 同时, 探测涡旋光束的拓扑电荷数 l 也成为近几年涡旋光束研究的热点.

目前, 测定涡旋光束的拓扑电荷数的方法主要是从涡旋光束的干涉、衍射和散射特性出发, 根据涡旋光束经过上述三个物理过程中产生的一系列特殊现象, 可以间接地判定出涡旋光束的拓扑电荷数. Leach 等^[5] 提出的马赫-曾德尔 (M-Z) 干涉装

置、Berkhout 等^[6] 提出的多孔干涉仪 (multipoint interferometer)、Liu 等^[7] 提出的角向双缝干涉仪, 都是利用干涉装置测定涡旋光束拓扑电荷数的典型例子, 从得到的特殊干涉图样可以分析拓扑电荷数与干涉图样中光斑数目的关系得出 l . Saitoh 等^[8] 则通过涡旋光束经叉形光栅 (forked grating) 衍射后的分布可得到入射涡旋光束的拓扑电荷数, Liu^[9] 则利用拉盖尔-高斯光束照射弱随机散射屏, 分析散射光的近场分布获得涡旋光束的拓扑电荷数.

上述方法都是从涡旋光束的性质入手, 通过与之相关的各种物理现象来确定拓扑电荷数, 且研究主要集中在整数阶. 对于分数阶拓扑电荷数的涡旋光束尚无很准确的定量测定方法, 而分数阶涡旋光由于在光强分布上有非对称的缺口分布, 在粒子囚禁和释放等领域有特殊应用^[10], 因此寻找一种既可测定整数又可测定分数涡旋光拓扑电荷数的方法显得至关重要.

本文从涡旋光束的相位分布特性入手, 提出利用数字全息技术获取涡旋光束拓扑电荷数的方法,

* 国家自然科学基金 (批准号: 61377003, 11104120)、南京师范大学高层次人才科研启动项目 (批准号: 184080H20162)、江苏省高校自然科学研究重大项目 (批准号: 14KJA140001) 和南京师范大学青年领军人才培养项目 (批准号: 184080H20178) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: fengshaotong@njnu.edu.cn

通过全息图将涡旋光束的相位和振幅分布信息记录下来并再现, 可实现涡旋光束光强分布和相位结构的全面表征; 从理论和实验研究了涡旋光束与参考光束产生的全息图, 不仅研究了整数阶涡旋光束拓扑电荷数的测定方法, 并同时分析了分数阶涡旋光束的拓扑电荷数的测定方法.

2 理论分析

以最具有代表性的拉盖尔-高斯涡旋光束(Laguerre-Gaussian vortex beam, LGVB)为例, LGVB 光束在传输距离 $z = 0$ 时, 横截面上的复振幅可以表示为^[11]

$$O(x', y', z = 0) = O_0(\sqrt{x'^2 + y'^2}/\sigma_0)^l \exp(-(x'^2 + y'^2)/\sigma_0^2) \times \exp(il\theta). \quad (1)$$

为方便书写, 在(1)式中采用 $\theta = \arctan y'/x'$ 的记法, O_0 为强度调制系数. 在经过 $z = z_0$ 的传输后, 观察面上的复振幅由下式表示:

$$O(x, y, z) = -\frac{ikz}{2\pi z} \exp(ikz) \iint O(x', y', z = 0) \times \exp\left\{\frac{ik}{2z}[(x - x')^2 + (y - y')^2]\right\} dx' dy'. \quad (2)$$

为了区别, $z = 0$ 平面和 $z = z_0$ 分别用 (x', y') 和 (x, y) 表示. 将(1)式 $O(x', y', z = 0)$ 代入(2)式, 并且由

$$\exp(il\theta) = \exp\left(i \arctan \frac{y'}{x'}\right)^l = (\sqrt{x'^2 + y'^2})^{-l} (x' + iy')^l,$$

可得到下式:

$$O(x, y, z) = C_z \iint \exp[-\alpha^2(x'^2 + y'^2) - i(px' + qy')][(x' + iy')/\sigma_0]^l dx' dy', \quad (3)$$

式中

$$C_z = -[ik \exp(ikz)O_0/(2\pi z)] \times \exp[(ik) \cdot (x^2 + y^2)]/(2z),$$

$$\alpha^2 = 1/\sigma_0^2 - ik/(2z), \quad p = kx/z, q = ky/z.$$

对(3)式进行复变函数推演可得

$$O(x, y, z)$$

$$= C'_z \iint \exp\{-\alpha^2[(x' - x_0)^2 + (y' - y_0)^2]\} \times \{[(x' - x_0) + i(y' - y_0) + (x_0 + iy_0)/\sigma_0]\}^l \times dx' dy', \quad (4)$$

其中,

$$C'_z = \exp[-(p^2 + q^2)/(4\alpha^2)]C_z,$$

$$x_0 = -ip/(2\alpha^2), \quad y_0 = -iq/(2\alpha^2).$$

当 l 为正整数时, 对(4)式可以进行二项式展开并积分, 简化后转换位极坐标系下的表示, 可得 LGVB 光束在 $z = z_0$ 处复振幅分布的解析表达式:

$$O(\mathbf{r}, \theta, z) = O_0(-i)^{l+1} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^l \left(\frac{r}{\sigma_0}\right)^l \times \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2}\right) \exp\left[ikz + i\frac{2z}{k\sigma_0^2}\frac{r^2}{\sigma^2}\right] \times \exp(il\theta), \quad (5)$$

拓扑电荷数 l 为负整数的时候, LGVB 光束的等相位螺面旋转方向与 $l > 0$ 时相反, 其他性质不变; \mathbf{r}, θ, z 分别为极半径、极角、 z 光轴; l 为拓扑电荷数; k 为波数; $\sigma^2 = \sigma_0^2\left(1 + \frac{4z^2}{k^2\sigma_0^4}\right)$, σ_0 和 σ 分别表征初始平面和观察面上 LGVB 光束的光斑尺寸参数.

而当 l 为分数时, 对(4)式的衍射积分计算不能采用二项式展开, 积分没有解析解. 但是对于光束的几何中心 ($x_0 = 0, y_0 = 0$), (4)式可以简化为

$$O(0, 0, z) = -ik \exp(ikz)/(2\pi z) \times \iint \exp[-\alpha^2(x'^2 + y'^2)] \times [x' + iy']^l dx' dy'. \quad (6)$$

(6)式通过积分变换并转换为极坐标:

$$O(0, 0, z) = -ik \exp(ikz)[\exp(i2l\pi) - 1] \times I'/(2l\pi z \alpha^{l+2}), \quad (7)$$

(7)式即为分数阶 LGVB 光束中心点复振幅解析式, 其中 $I' = \int_0^\infty r^{l+1} \exp(-r^2) dr$ 是仅与 l 相关的收敛于一正的实数.

通过数字全息技术^[12]将物光波的振幅和相位同时记录. 设传播到记录介质上的物光波和参考光波所形成的全息图为

$$I = |R + O(\mathbf{r}, \theta, z)|^2 = |R|^2 + |O(\mathbf{r}, \theta, z)|^2 + R \times O^*(\mathbf{r}, \theta, z) + R^* \times O(\mathbf{r}, \theta, z)$$

$$= U_1 + U_2 + U_3 + U_4, \quad (8)$$

其中 $R = |R| \times \exp(j\varphi)$ 为参考光的复振幅分布, $\exp(j\varphi)$ 通常为已知的平面或球面波相位, $|R|$ 为参考光的振幅, 通常为已知常数, $|O(\mathbf{r}, \theta, z)|^2$ 为物光即 LGVB 光束的光强分布. 通过数字全息中滤波处理手段将 U_4 从 I 中分离后再现处理:

$$R \times U_4 = R \times R^* \times O = |R|^2 \times O(\mathbf{r}, \theta, z). \quad (9)$$

从 (9) 式可以看出, 经过数字全息技术再现处理后的结果即 LGVB 的复振幅分布, 通过判定复振幅中螺旋相位所包含围绕相位奇点 $-\pi-\pi$ 的周期个数来测定 LGVB 光束的拓扑电荷数.

3 数值模拟

当 l 为整数阶时, 涡旋光束的相位分布可由 (5) 式直接计算得出. 对 LGVB 光束的衍射过程进行数值模拟后结果如图 1 所示, 其中 (a)—(c) 为 $z = 0$ 处横截面相位分布, (d)—(f) 为 $z = z_0$ 处横截面相位分布. 可以看出, 红蓝交界线的数目所代表的围绕相位奇点 $-\pi-\pi$ 周期个数, 其数目在传输前后没有改变, 这表示在传输不同 z 值后, LGVB 光束的拓扑电荷数也即轨道角动量大小没有改变, 但是横截面上的相位结构发生了变化. 源平面上的红蓝交

界线都是从坐标原点发出的射线, 传输一段距离后等相位线转变为弧线, 形状为螺旋状. 红蓝交界线形状的改变是由传输一段距离后 $z = z_0$ 面上所包含的二次相位因子所引起的, 围绕相位奇点的螺线数目和拓扑电荷数相等.

而当 l 为分数时, 衍射距离为 $z > 0$ 处中心点位置的复振幅由 (7) 式中各项的乘积所决定, 在 $z \neq 0$ 时, 分子的值不可能为 0, 这表明对于分数阶 LGVB 光束, 传输一段距离后, 涡旋光束中心点位置的振幅和相位都变为已知, 由此可见分数阶 LGVB 光束的几何中心相位奇异性消失 [13]. 与整数阶 LGVB 光束在 $z = z_0$ 处复振幅由解析式直接给出所不同的是, 分数阶 LGVB 光束通常采用数值模拟的方法进行研究. 图 2 即为数值模拟得到的不同 l 取值分数阶 LGVB 光束的光强分布以及波前相位重建结果, 其中 (b)—(d) 所示的重构相位中包含的沿直径方向的多个 $-\pi-\pi$ 分布同样由一个二次相位因子引起 [14,15].

分数阶 LGVB 光束的另一个典型特征是在其光斑亮环上会出现缺口, 由相位突变所引起, 图 2 (a) 所示的分数阶 LGVB 光束光强分布水平方向亮斑圆环上出现缺口, 与理论相符合. 图 2 (b), (c) 和 (d) 中的红框区域 φ_1, φ_2 的选取, 其位置应遵

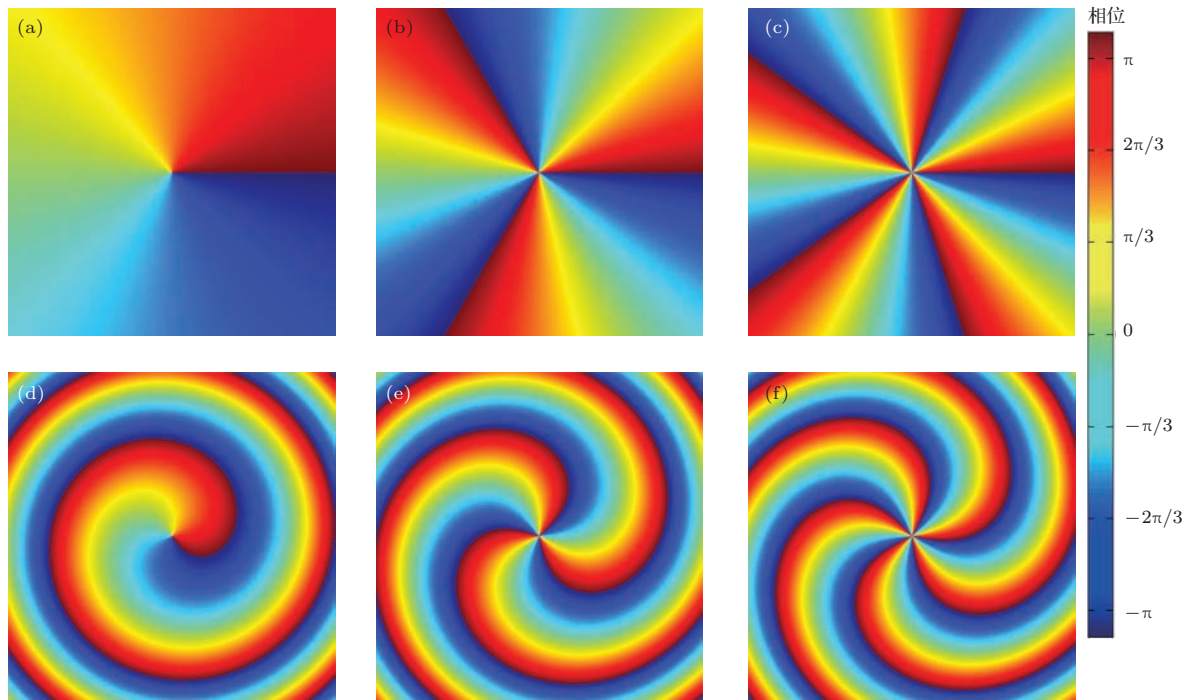


图 1 (网刊彩色) 不同阶数涡旋光束的横截面相位分布 (a)—(c) $z = 0$ 处横截面相位分布, l 分别为 1, 3, 5; (d)—(f) $z = z_0$ 处横截面相位分布, l 分别为 1, 3, 5; 从蓝色到红色表示相位从 $-\pi$ 变到 π

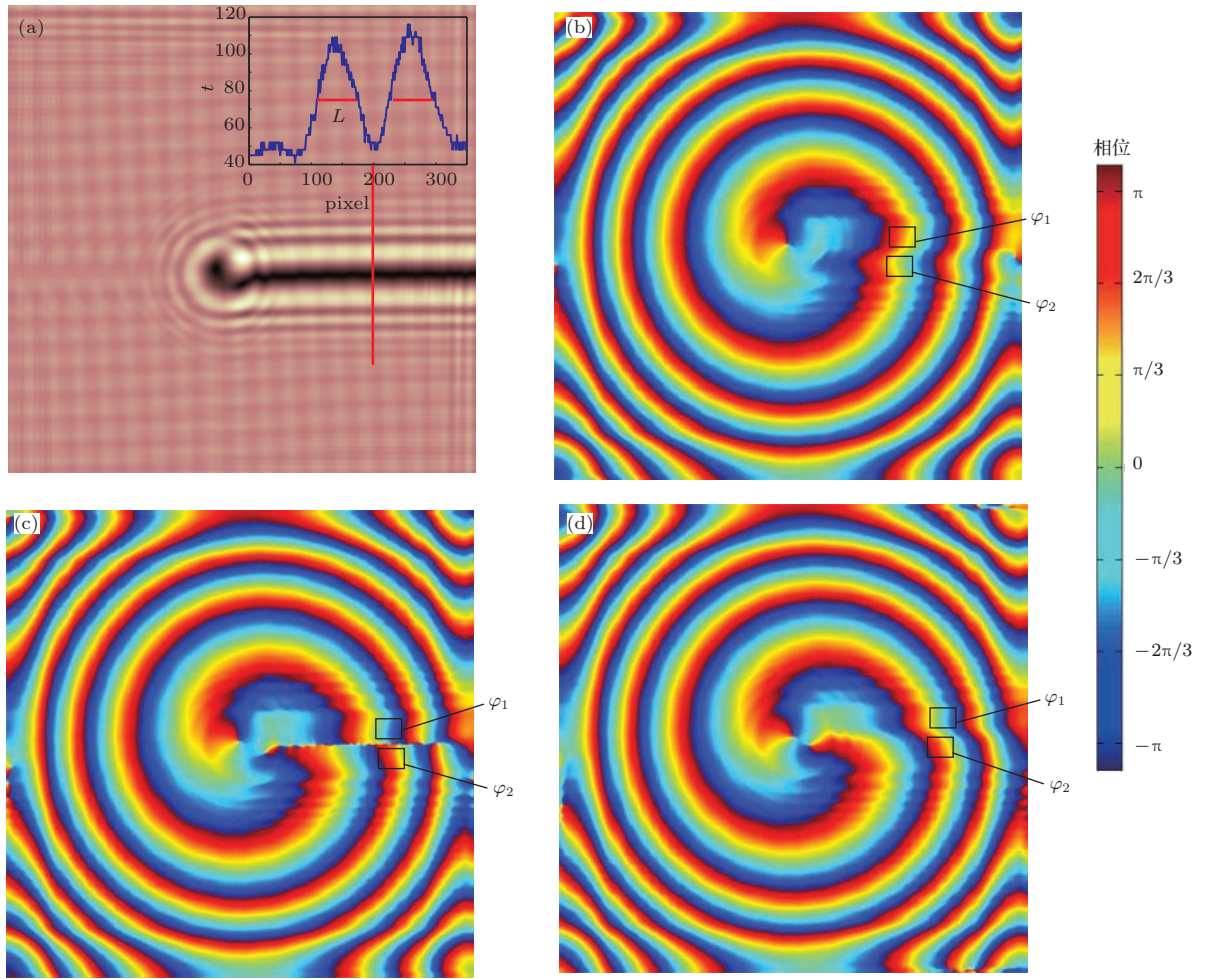


图2 (网刊彩色) 涡旋光束强度和相位分布 (a) 分数阶涡旋光束强度分布; (b)—(d) 分别为 $l = 1.3, 1.5$ 和 1.7 的相位分布

循左右坐标相等的原则; 为避免抽样点过少或覆盖缺口区域, 红框区域大小的确定应遵循其宽度取值在沿径向 $-\pi-\pi$ 的一个周期内, 其高度取值为图 2(a) 中右上角所示 L 或大于 L 的原则, L 为分数阶 LGVB 光束缺口上下的光强分布的半高宽, 本文则以 L 为参考取值. 根据理论计算, 其上下相位差应为 $(m-l+1) \cdot 2\pi$, 其中 m 为分数 l 的取整部分. 通过计算 φ_1, φ_2 的相位均值, 得出图 2(b) 中 $\varphi_1 - \varphi_2$ 为 $4.40 \text{ rad} \approx (m-l+1) \cdot 2\pi$, 其中 l 为 $1.3, m$ 为 1 ; 图 2(c) 中 $\varphi_1 - \varphi_2$ 为 3.14 rad ; 图 2(d) 中 $\varphi_1 - \varphi_2$ 为 1.89 rad , 与理论相符合.

4 实验系统与测量结果

4.1 实验装置

在实验室中采用如图 3 所示的 M-Z 干涉装置分别拍摄了拓扑电荷数为整数和分数时不同的 L-GVB 光束与平面波参考光干涉图. 涡旋光束由型

号为 HOLOEYE LC-R 2500 的空间光调制器 (spatial light modulator, SLM) 加载一幅叉形光栅图样获取.

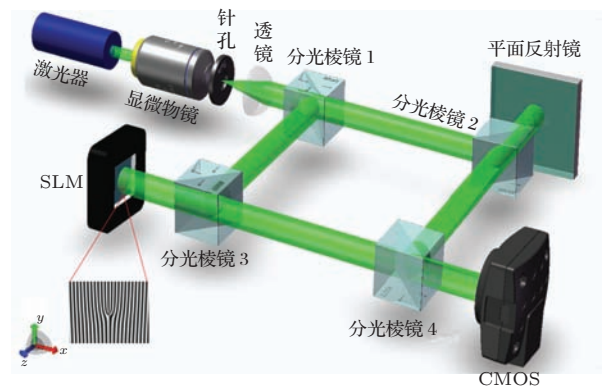


图3 (网刊彩色) 实验装置示意图

波长为 532.8 nm 的激光经过准直扩束后由分光棱镜 1 分为两束, 一路激光经过分光棱镜 3 反射到加载了叉形光栅的 SLM 上行射形成 LGVB 光束;

另一路光束由分光棱镜2反射到平面反射镜上来补偿光程, 两束激光通过分光棱镜4合束后传播到光电耦合器件CMOS上产生干涉条纹, 通过计算机驱动光电耦合器件CMOS将全息干涉条纹记录下来. 通过数字全息再现技术重构涡旋光束的相位.

4.2 实验结果与讨论

利用上述的实验装置分别拍摄了拓扑电荷数为整数和分数的 LGVB 光束与参考光的全息图, 实验中拍得的全息图如图4所示, 其中图4(a)和(b)为拓扑电荷数 $l = 1$ 的全息图及局部放大图像, 在

图4(a)中可以明显地看到LGVB光束环形光强分布及光束中心的暗核, 该暗核是由涡旋光束中心点的相位奇点所引起. 在图4(b)所示的放大图中可以看到LGVB光束与参考光形成的稳定均匀的全息干涉条纹.

从图5所示的整数阶 LGVB 光束波前相位重构结果可以看出, 利用数字全息技术重构 LGVB 光束波前相位的方法可以较准确地测出整数阶 LGVB 光束的拓扑电荷数, 图5中黑色箭头线所代表的即为围绕相位奇点分布 $-\pi-\pi$ 的周期个数, l 的数目和横截面上螺旋红蓝交界线的数目相同.

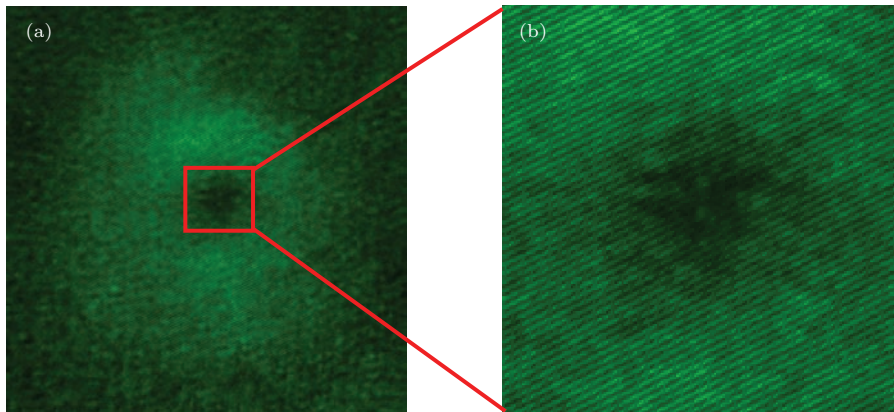


图4 (网刊彩色) (a)为LGVB光束全息图; (b)为(a)中红框区域放大图

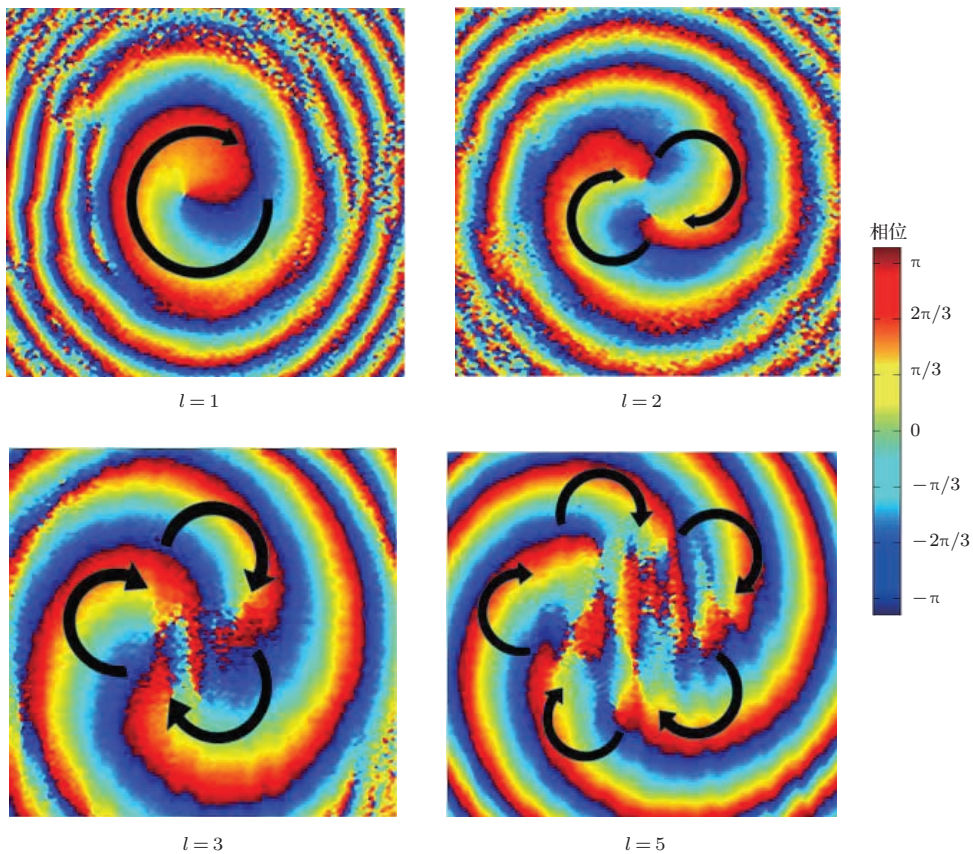


图5 (网刊彩色) 整数阶 LGVB 光束相位分布, 以相位分布图中 $-\pi-\pi$ 的周期个数确定涡旋光束的拓扑电荷数

分数阶 LGVB 光束中的整数部分也即 m 的取值判定和整数 LGVB 光束的判定方法类似, 以相位分布图中围绕相位奇点的 $-\pi-\pi$ 周期个数确定分数阶 LGVB 光束拓扑电荷数的整数部分. 图 6 为分数阶 LGVB 光束相位重构的数值模拟和实验结果,

其中 (a)—(c) 为数值模拟, (d)—(f) 为实验结果. 需要注意的是 m 的准确值为 $-\pi-\pi$ 周期个数减 1, 如图 6 中所示, (a), (d) LGVB 光束的 l 取值为 0.5, 则 m 为 0, 其相位分布的 $-\pi-\pi$ 周期个数为 1, (b), (e) 和 (c), (f) 中整数部分的判定与此类似.

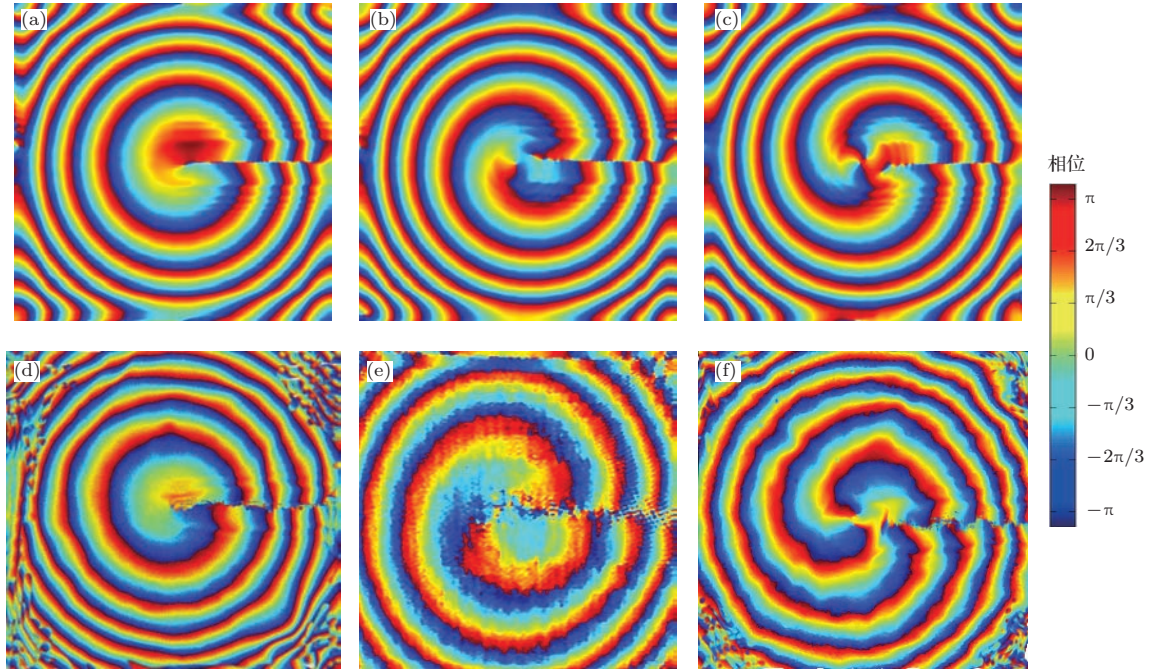


图 6 (网刊彩色) 分数阶 LGVB 光束相位分布 (a)—(c) 为数值模拟, l 分别为 0.5, 1.5 和 2.5; (d)—(f) 为实验结果, l 分别为 0.5, 1.5 和 2.5

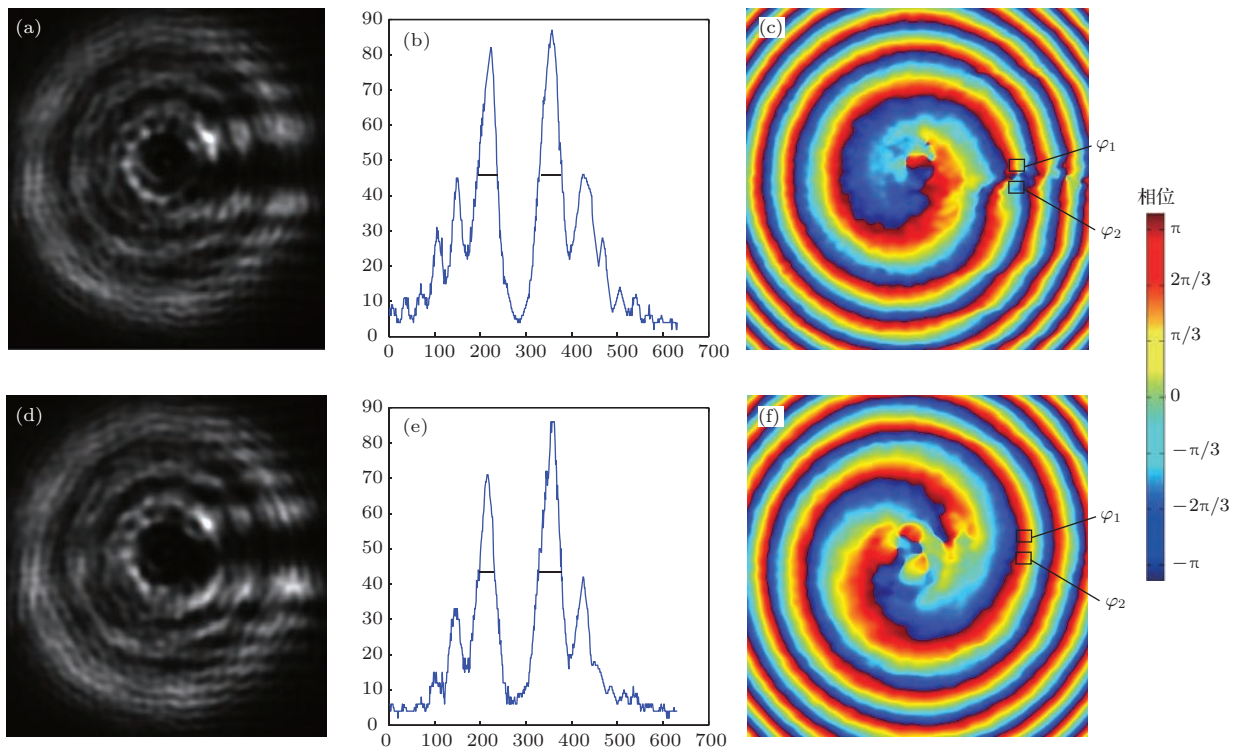


图 7 (网刊彩色) 分数阶 LGVB 光束的光强和相位分布 (a)—(c) 分别为 $l = 0.3$ 的光强分布, 缺口峰值分布和相位分布; (d)—(f) 分别为 $l = 1.7$ 的光强分布, 缺口峰值分布和相位分布

图7所示为分数阶LGVB光束分数部分不同时LGVB光束的相位分布, 根据计算图7(c)中 $\varphi_1 - \varphi_2 = 4.31$ rad, 图7(d)中 $\varphi_1 - \varphi_2 = 1.80$ rad, 与理论值 $(m - l + 1) \cdot 2\pi$ 相接近, 由此可以判定出分数阶LGVB光束的分数部分数值.

由分数阶LGVB光束的整数和分数部分的判定可以看出, 当 l 为分数时, 如果其值越接近0.5的奇数倍, 相位的位错结构越明显; 其值越接近0.5的偶数倍, 相位结构的完整程度越趋于整数阶LGVB光束相位.

5 结 论

本文提出一种基于数字全息技术测定LGVB光束拓扑电荷数的方法. 该方法通过分析LGVB光束在全息记录中的衍射过程, 数值模拟得到涡旋光束在自由空间传输中的相位变化, 并利用数字全息技术将LGVB光束的复振幅记录并再现其相位, 通过判定再现出的LGVB光束波前相位中绕相位奇点分布的 $-\pi$ — π 周期个数来测量LGVB光束的拓扑电荷数. 数值模拟及实验结果表明, 该方法能较为准确地测出 l 为整数或者分数的涡旋光束的拓扑电荷数, 可用于涡旋光通信中的解码以及粒子操控中对涡旋光束拓扑电荷数的确定等方面.

参考文献

- [1] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, Woerdman J P 1992 *Phys. Rev. A* **45** 8185
- [2] Allen L, Babiker M, Lai W K, Lembessis V E 1996 *Phys. Rev. A* **54** 4259
- [3] Yang Y, Dong Y, Zhao C, Cai Y 2013 *Opt. Lett.* **38** 5418
- [4] Chen M, Mazilu M, Arita Y, Wright E M, Dholakia K 2013 *Opt. Lett.* **38** 4919
- [5] Leach J, Padgett M J, Barnett S M, Arnold S F, Courtial J 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 257901
- [6] Berkhout G C G, Beijersbergen M W 2009 *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **11** 094021
- [7] Liu R F, Long J L, Wang F R, Wang Y L, Zhang P, Gao H, Li F L 2013 *J. Opt.* **15** 125712
- [8] Saitoh K, Hasegawa Y, Hirakawa K, Tanaka N, Uchida M 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 074801
- [9] Liu M 2013 *Eur. Phys. J. D* **67** 244
- [10] Fang G J, Sun S H, Pu J X 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 064210 (in Chinese) [方桂娟, 孙顺红, 蒲继雄 2012 物理学报 **61** 064210]
- [11] Ding P F, Pu J X 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 094204 (in Chinese) [丁攀峰, 蒲继雄 2011 物理学报 **60** 094204]
- [12] Goodman J W (translated by Qin K C) 2005 *Introduction to Fourier Optics* (Beijing: Publishing House of Electronics Industry) p227 (in Chinese) [古德曼 J W 著 (秦克诚译) 2005 傅里叶光学导论 (北京: 电子工业出版社) 第227页]
- [13] Ding P F, Pu J X 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 064103 (in Chinese) [丁攀峰, 蒲继雄 2012 物理学报 **61** 064103]
- [14] Martinez-Castellanos I, Gutiérrez-Vega J C 2013 *J. Opt. Soc. Am. A* **30** 2395
- [15] Basistiy I V, Pas'ko V A, Slyusar V V, Soskin M S, Vasnetsov M V 2004 *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* **6** S166

Measuring topology charge of vortex beam using digital holography*

Wang Lin¹⁾²⁾ Yuan Cao-Jin¹⁾ Nie Shou-Ping¹⁾ Li Chong-Guang²⁾ Zhang Hui-Li²⁾
Zhao Ying-Chun¹⁾ Zhang Xiu-Ying¹⁾ Feng Shao-Tong^{1)†}

1) (*Key Laboratory for Opto-Electronic Technology of Jiangsu Province, Nanjing Normal University, Nanjing 210023, China*)

2) (*Laser Research Institute, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650051, China*)

(Received 5 May 2014; revised manuscript received 4 July 2014)

Abstract

In this paper we propose a method to detect the topology charge of vortex beam using digital holography. Hologram of vortex beam interference with reference beam is recorded, and the phase of vortex beam is reconstructed. The topology charge can be accurately determined by judging the periodicity of reconstructed phase distribution around the phase singularity. The phases of vortex beams generated by numerical simulation and those obtained by experiment of vortex beams with integral and fractional topology charges are compared with each other. The feasibility of the method of detecting the topology charge of vortex beam using digital holography is proved by comparing the results.

Keywords: vortex beam, topology charge, digital holography, phase reconstruction

PACS: 42.40.-i, 42.40.Kw, 42.40.My

DOI: [10.7498/aps.63.244202](https://doi.org/10.7498/aps.63.244202)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61377003, 11104120), the Scientific Research Foundation for Advanced Talents, Nanjing Normal University, China (Grant No. 184080H20162), the Major Natural Science Research Project of University of Jiangsu Province, China (Grant No. 14KJA140001), and the Training Programme Foundation for Youth Leader Talents of Nanjing Normal University, China (Grant No. 184080H20178).

† Corresponding author. E-mail: fengshaotong@njnu.edu.cn