

二能级原子玻色-爱因斯坦凝聚体与双模光场相互作用系统中原子激光的压缩性质*

李明^{1)†} 陈翠玲^{2)‡}

1)(桂林理工大学理学院, 桂林 541004)

2)(广西师范大学数学与统计学院, 桂林 541004)

(2013年8月13日收到; 2013年11月13日收到修改稿)

利用格子液体方法对二能级原子玻色-爱因斯坦凝聚体与双模光场相互作用系统的哈密顿量进行了改进, 并且研究了系统中原子激光的压缩性质. 结果表明: 原子激光的两个正交分量均可被周期性压缩, 其最大压缩深度主要依赖于光场初始压缩因子, 而崩塌-回复振荡频率和量子 Rabi 振荡频率主要分别由光场与原子间的相互作用强度和光场圆频率决定.

关键词: 玻色-爱因斯坦凝聚, 二能级原子, 双模压缩相干态光场, 原子激光

PACS: 32.80.Qk, 42.50.-p

DOI: 10.7498/aps.63.043201

1 引言

自美国物理学家 1995 年发现玻色-爱因斯坦凝聚 (BEC) 现象^[1-3]以来, 引起了广泛的关注. 1997 年, Ketterle 等^[4]首次实现了具有 BEC 耦合输出的原子激光. 1998 年, Anderson 和 Kasevich^[5]创建了原子激光装置. 1999 年, Hagley 等^[6]首次研制了可调控的、高校准的原子激光装置. 此后, 人们对 BEC 的产生及其性质进行了大量的研究, 取得了许多重要的研究成果^[7-19].

众所周知, 二能级原子 BEC 体与光场的相互作用在原子的冷却、BEC 的制备和探测过程中有极为重要的作用. 因此, 研究二能级原子与光场的相互作用系统的光学性质不仅有助于研究 BEC 自身的特性, 而且可能为 BEC 的探测提供有效方法. 格子液体方法^[20]突出强调了液体是近程有序的特点, 近似将液体的结构看作与晶体的格子类似, 它不但与实际情况比较接近, 而且在数学处理上可以

合理地简化. 因此, 本文利用格子液体方法, 对文献^[21]给出的二能级原子 BEC 与双模光场相互作用系统的哈密顿量进行了改进, 并研究了系统中原子激光的压缩性质. 结果表明: 原子激光的两个正交分量均被周期性压缩, 其最大压缩深度主要由光场初始压缩因子决定, 而崩塌-回复振荡频率和量子 Rabi 振荡频率主要分别由光场与原子间的相互作用强度和光场圆频率决定.

2 改进的模型和求解

在熟知的 Bogoliubov 近似下^[22], 文献^[21]已给出了原子 BEC 与双模压缩相干态光场相互作用系统的哈密顿量为

$$\begin{aligned}
 H = & (\omega_0 + 2N_0\Omega)b^\dagger b + \omega a_1^\dagger a_1 \\
 & + \omega a_2^\dagger a_2 + \varepsilon\sqrt{N_0}[(a_1^\dagger b + a_2^\dagger b)e^{i\theta} \\
 & + (a_1 b^\dagger + a_2 b^\dagger)e^{-i\theta}] + N_0^2\Omega, \quad (1)
 \end{aligned}$$

* 国家自然科学基金(批准号: 11364010)、广西教育厅科研基金(批准号: 200103YB058)和桂林理工大学博士科研基金资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: liming928@163.com

‡ 通讯作者. E-mail: mathchen@163.com

式中 \mathbf{b}^+ 和 \mathbf{b} 分别表示原子态的产生算符和湮没算符, \mathbf{a}_j^+ 和 \mathbf{a}_j ($j = 1, 2$) 分别表示第 j 模光场光子的产生算符和湮没算符, ω_0 表示原子基态和激发态之间的本征跃迁频率, ω 表示光场的圆频率, ε 表示光场与原子间相互作用强度, Ω 表示 BEC 中原子间相互作用强度, N_0 为 BEC 中的原子数.

根据文献 [23] 的分析, 利用格子液体方法可得出 Ω 对应于 $\frac{u_0}{2N_0}$, 对于密度一定的 BEC 凝聚体, u_0 近似为一个常数且与 N_0 无关, 于是得到改进后的哈密顿量为

$$\begin{aligned} \mathbf{H} = & (\omega_0 + u_0)\mathbf{b}^+\mathbf{b} + \omega\mathbf{a}_1^+\mathbf{a}_1 + \omega\mathbf{a}_2^+\mathbf{a}_2 \\ & + \varepsilon\sqrt{N_0}[(\mathbf{a}_1^+\mathbf{b} + \mathbf{a}_2^+\mathbf{b})e^{i\theta} \\ & + (\mathbf{a}_1\mathbf{b}^+ + \mathbf{a}_2\mathbf{b}^+)e^{-i\theta}] + \frac{1}{2}u_0N_0. \end{aligned} \quad (2)$$

由 (2) 式可知, BEC 中原子间相互作用强度使原来的原子能系 ω_0 增加到 $\omega_0 + u_0$. 增加量 $\Delta = u_0$ 与 BEC 中原子数 N_0 和原子间相互作用强度 Ω 无关.

在非共振条件下, 求解系统的 Heisenberg 运动方程

$$i\dot{\mathbf{a}}_1 = [\mathbf{a}_1, \mathbf{H}] = \omega\mathbf{a}_1 + \varepsilon\sqrt{N_0}\mathbf{b}e^{i\theta}, \quad (3)$$

$$i\dot{\mathbf{a}}_2 = [\mathbf{a}_2, \mathbf{H}] = \omega\mathbf{a}_2 + \varepsilon\sqrt{N_0}\mathbf{b}e^{i\theta}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} i\dot{\mathbf{b}} &= [\mathbf{b}, \mathbf{H}] \\ &= \varepsilon\sqrt{N_0}(\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2)e^{-i\theta} + (\omega_0 + u_0)\mathbf{b}, \end{aligned} \quad (5)$$

得到

$$\begin{aligned} b(t) = & \frac{e^{-i(\omega+\omega_0+u_0)t/2}}{\gamma} \left\{ -i\sqrt{N_0}\varepsilon\sin(\gamma t) \right. \\ & \times e^{-i\theta}[a_1(0) + a_2(0)] + [\gamma\cos(\gamma t) \\ & \left. + \frac{i}{2}(\omega - \omega_0 - u_0)\sin(\gamma t)]b(0) \right\}, \end{aligned} \quad (6)$$

其中

$$\gamma = \sqrt{\varepsilon^2 N_0 + (\omega - \omega_0 + u_0)^2/4}.$$

3 原子激光的压缩性质

原子激光的两个缓变的正交分量算符可定义为 [24]

$$U_1 = \frac{1}{2}(\mathbf{b} + \mathbf{b}^+), \quad (7)$$

$$U_2 = \frac{1}{2i}(\mathbf{b} - \mathbf{b}^+). \quad (8)$$

U_1, U_2 满足下列对易关系

$$[U_1, U_2] = i/2. \quad (9)$$

相应的不确定关系为

$$(\Delta U_1)^2(\Delta U_2)^2 \geq 1/16. \quad (10)$$

引入

$$Q_i = (\Delta U_i)^2 - 1/4 \quad (i = 1, 2), \quad (11)$$

由 (6)—(8) 和 (11) 式可以得到

$$\begin{aligned} Q_1(t) = & \frac{\varepsilon^2 N_0 \sin^2(\gamma t)}{\gamma^2} \left\{ \sinh^2 r + \sinh r \cosh r \right. \\ & \left. \times \cos[(\omega + \omega_0 + u_0)t + 2\theta - \varphi] \right\}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} Q_2(t) = & \frac{\varepsilon^2 N_0 \sin^2(\gamma t)}{\gamma^2} \left\{ \sinh^2 r + \sinh r \cosh r \right. \\ & \left. \times \cos[(\omega + \omega_0 + u_0)t + 2\theta \right. \\ & \left. - \varphi + \pi] \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

为简便计算, 不妨取 $\omega = \omega_0, \theta = 0, \varphi = 0$. 由于 $Q_1(t)$ 和 $Q_2(t)$ 的函数关系具有对称性, 我们只对 $Q_1(t)$ 进行数值分析, 所得结果见图 1—4.

由图 1—4 可知, 原子激光的两正交分量的涨落均被周期性压缩, 并且具有原子发射和吸收光子造成的量子 Rabi 振荡和崩塌-回复现象两种形式的振荡. 由图 1 可以看出, 当保持光场圆频率 ω 和光场与原子间的相互作用强度 ε 不变时, 原子激光的最大压缩深度随光场初始压缩因子 r 增大而增大, 而量子 Rabi 振荡频率和崩塌-回复振荡频率保持不变. 由图 2 可以看出, 当保持光场圆频率 ω 和光场初始压缩因子 r 不变时, 崩塌-回复振荡频率随 ε 增大而增大, 而最大压缩深度和量子 Rabi 振荡频率均保持不变. 由图 3 可以看出, 当保持光场与原子间的相互作用强度 ε 和光场初始压缩因子 r 不变时, 量子 Rabi 振荡频率随 ω 增大而增大, 而最大压缩深度和崩塌-回复振荡频率均保持不变. 由图 4 可以看出, 当保持光场圆频率 ω 、光场与原子间的相互作用强度 ε 和光场初始压缩因子 r 不变时, 崩塌-回复振荡频率随 u_0 增大而增大, 最大压缩深度随 u_0 增大而减少, 而量子 Rabi 振荡频率保持不变.

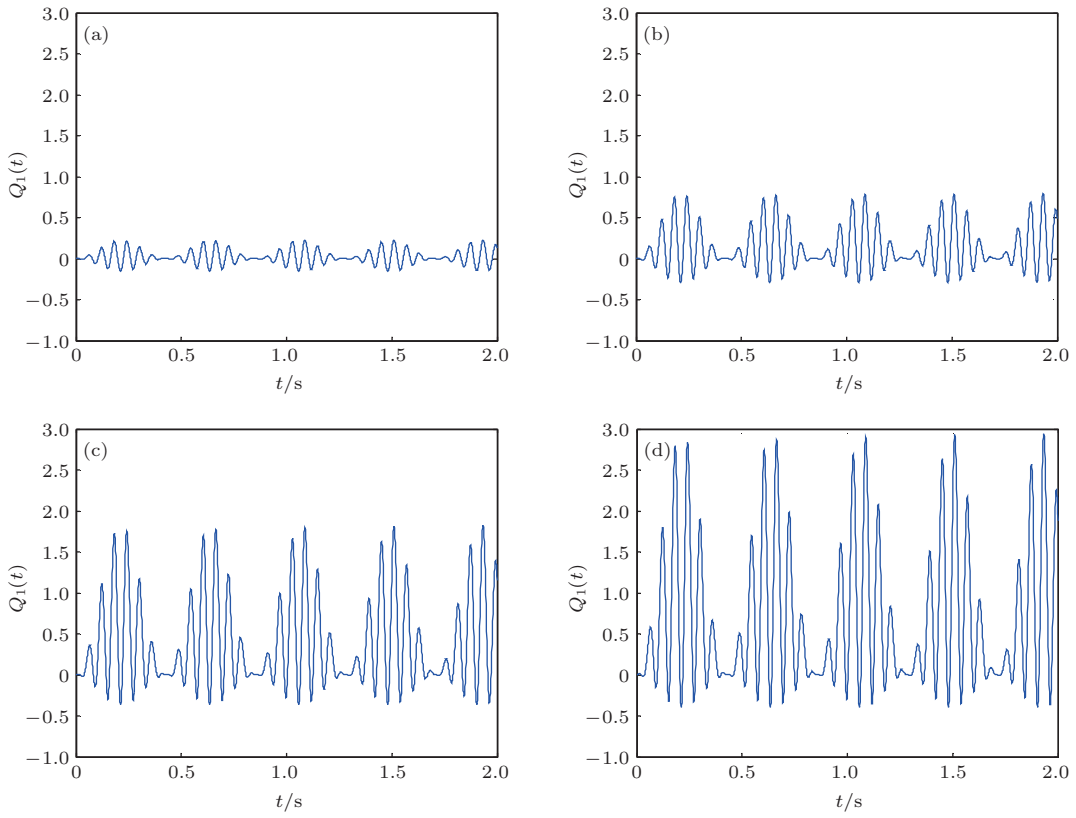


图1 $Q_1(t)$ 的时间演化曲线 ($N_0 = 200, \omega = 50, u_0 = 4, \varepsilon = 0.5$) (a) $r = 0.2$; (b) $r = 0.5$; (c) $r = 0.8$; (d) $r = 1$

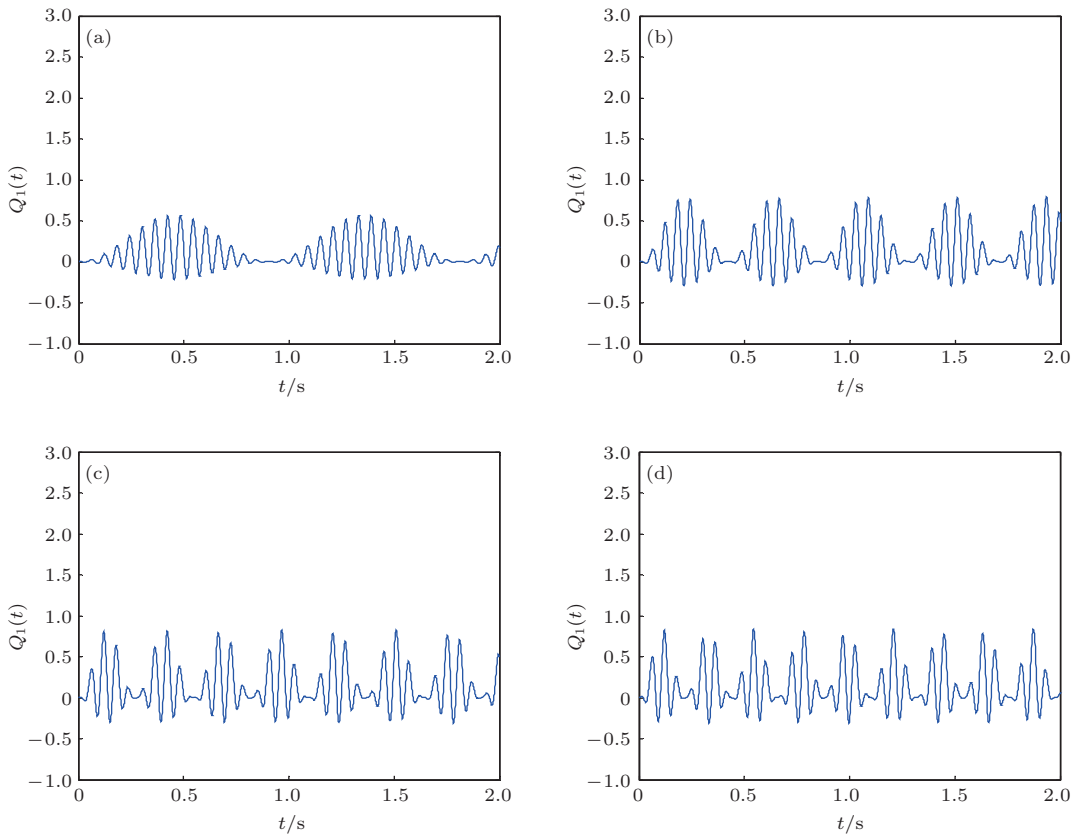


图2 $Q_1(t)$ 的时间演化曲线 ($N_0 = 200, \omega = 50, u_0 = 4, r = 0.5$) (a) $\varepsilon = 0.2$; (b) $\varepsilon = 0.5$; (c) $\varepsilon = 0.8$; (d) $\varepsilon = 1$

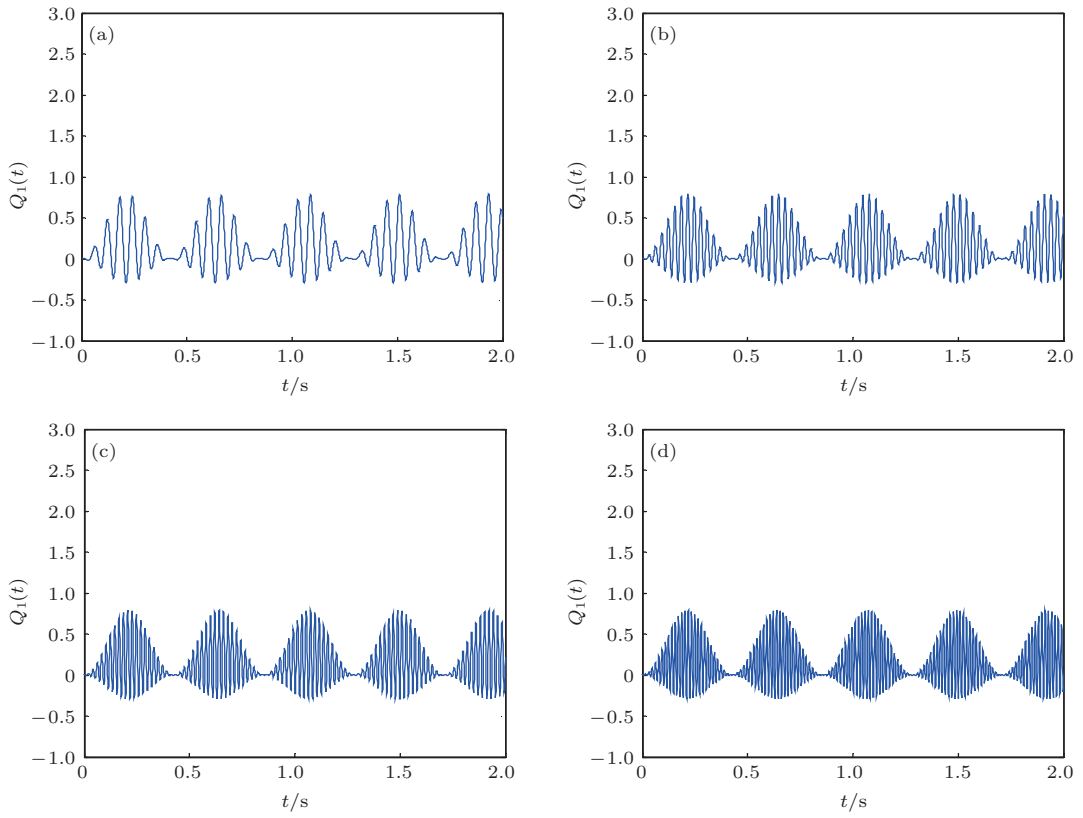


图3 $Q_1(t)$ 的时间演化曲线 ($N_0 = 200$, $\varepsilon = 0.5$, $u_0 = 4$, $r = 0.5$) (a) $\omega = 50$; (b) $\omega = 100$; (c) $\omega = 150$; (d) $\omega = 200$

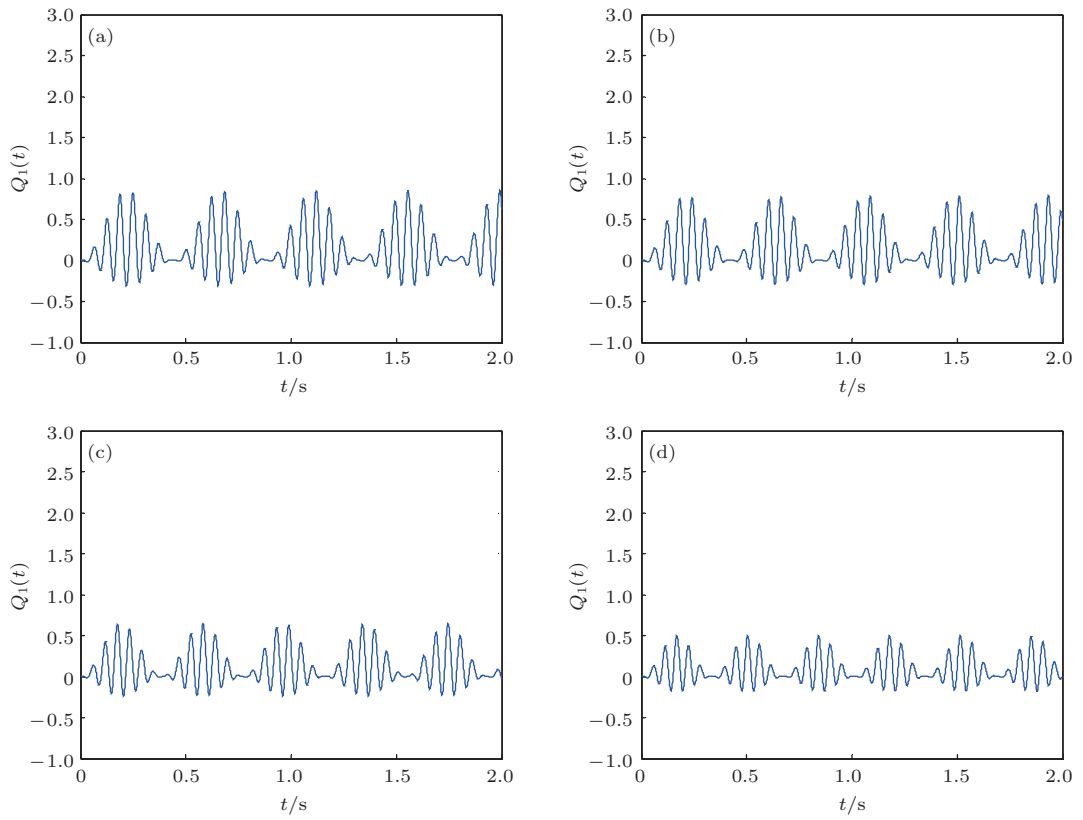


图4 $Q_1(t)$ 的时间演化曲线 ($N_0 = 200$, $\varepsilon = 0.5$, $\omega = 50$, $r = 0.5$) (a) $u_0 = 1$; (b) $u_0 = 4$; (c) $u_0 = 8$; (d) $u_0 = 12$

4 结 论

利用格子液体方法对二能级原子BEC与双模压缩相干态光场相互作用系统的哈密顿量进行了改进, 并且研究了二能级原子双模光场系统中原子激光的压缩性质. 结果表明: 二能级原子双模光场系统中原子激光的两正交分量被周期性压缩, 并且具有原子发射和吸收光子造成的量子Rabi振荡和崩塌-回复振荡效应. 原子激光的两正交分量涨落的最大压缩深度随光场初始压缩因子 r 增大而增大; 其崩塌-回复振荡频率随光场与原子间的相互作用强度 ε 增大而增大, 其量子Rabi振荡频率随光场圆频率 ω 增大而增大.

参考文献

- [1] Anderson M H, Ensher J R, Matthews M R, Wieman C E 1995 *Science* **269** 198
- [2] Davis K B, Mewes M O, Andrews M R, Druten N J, Durfee D S, Kurn D M, Ketterle W 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 3969
- [3] Fried D G, Killian T C, Willmann L, Landhuis D, Moss S C, Kleppner D, Greytak T J 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 3811
- [4] Mewes M O, Andrews M R, Kurn D M, Durfee D S, Townsend C G, Ketterle W 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 582
- [5] Anderson B P, Kasevich M A 1998 *Science* **282** 1686
- [6] Hagley E W, Deng L, Kozuma M, Wen J, Helmerson K, Rolston S L, Phillips W D 1999 *Science* **283** 1706
- [7] Jing H, Chen J L, Ge M L 2001 *Phys. Rev. A* **63** 015601
- [8] Kuang L M, Ouyang Z W 2000 *Phys. Rev. A* **61** 023604
- [9] Zhou M, Huang C J 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2514 (in Chinese)[周明, 黄春佳 2002 物理学报 **51** 2514]
- [10] Zhou M, Fang J Y, Huang C J 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1916 (in Chinese)[周明, 方家元, 黄春佳 2003 物理学报 **52** 1916]
- [11] Zhou M, Huang C J 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 54 (in Chinese)[周明, 黄春佳 2004 物理学报 **53** 54]
- [12] Zhang J M, Liu W M, Zhou D L 2008 *Phys. Rev. A* **77** 033620
- [13] Li Z G, Fei S M, Wang Z D, Liu W M 2009 *Phys. Rev. A* **79** 024303
- [14] Li Z G, Fei S M, Albeverio S, Liu W M 2009 *Phys. Rev. A* **80** 034301
- [15] Li Z G, Zhao M J, Fei S M, Liu W M 2010 *Phys. Rev. A* **81** 042312
- [16] Li M 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 063201 (in Chinese)[李明 2011 物理学报 **60** 063201]
- [17] Li M, Tang T, Chen D H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 073203 (in Chinese)[李明, 唐涛, 陈鼎汉 2011 物理学报 **60** 073203]
- [18] Li M, Chen D H, Chen C L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 183201 (in Chinese)[李明, 陈鼎汉, 陈翠玲 2013 物理学报 **62** 183201]
- [19] Zhou M, Huang C J 2009 *Acta Opt. Sin.* **29** 1096 (in Chinese) [周明, 黄春佳 2009 光学学报 **29** 1096]
- [20] Hu Y 1982 *Molecular Thermodynamics on Fluids* (Beijing: High Education Press) p380 (in Chinese) [胡英 1982 流体的分子热力学 (北京: 高等教育出版社) 第380页]
- [21] Wang L, Sun C Y 2011 *Laser Optoelectron. Prog.* **48** 022701 (in Chinese) [王磊, 孙长勇 2011 激光与光电子学进展 **48** 022701]
- [22] Ni G J, Chen S Q 2000 *Advanced Quantum Mechanics* (Shanghai: Fudan University Press) p372 (in Chinese) [倪光炯, 陈苏卿 2000 高等量子力学 (上海: 复旦大学出版社) 第372页]
- [23] Li M, Sun J X 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2702 (in Chinese) [李明, 孙久勋 2006 物理学报 **55** 2702]
- [24] Peng J S, Li G X 1996 *Introduction of Modern Quantum Optics* (Beijing: Science Press) p185 (in Chinese) [彭金生, 李高翔 1996 近代量子光学导论 (北京: 科学出版社) 第185页]

Squeezing properties of atom laser from two-level atomic Bose-Einstein condensate interacting with two-mode light field*

Li Ming^{1)†} Chen Cui-Ling^{2)‡}

1) (College of Science, Guilin University of Technology, Guilin 541004, China)

2) (College of Mathematics and Statistics, Guangxi Normal University, Guilin 541004, China)

(Received 13 August 2013; revised manuscript received 13 November 2013)

Abstract

The Hamiltonian operator of a system of two-level atomic Bose-Einstein condensate interacting with two-mode squeezed coherent light field is improved in terms of the lattice-liquid model. The squeezing properties of atom laser in this system are studied. Results show that the two quadrature components of the atom laser can be squeezed periodically, and the maximum depth depends greatly on the initial squeezing factor of the light field. The collapse-revival oscillatory frequency of the atom laser and the quantum Rabi frequency are largely determined by the interaction intensity between the light field and the atoms and by the circle frequency of the light field, respectively.

Keywords: Bose-Einstein condensate, two-level atoms, two-mode squeezed coherent state field, atom laser

PACS: 32.80.Qk, 42.50.-p

DOI: [10.7498/aps.63.043201](https://doi.org/10.7498/aps.63.043201)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11364010), the Scientific Research Fund of the Education Department of Guangxi Province, China (Grant No. 200103YB058), and the Doctoral Research Foundation of Guilin University of Technology, China.

† Corresponding author. E-mail: liming928@163.com

‡ Corresponding author. E-mail: mathchen@163.com