W波段螺旋波纹波导回旋行波管注波互作用的非线性分析*

薛智浩[1)] 刘濮鲲[2)†] 杜朝海[2)]

1) (中国电子科技集团公司第五十四研究所, 石家庄 050000)

2) (北京大学信息科学技术学院, 北京 100871)

(2012 年 2 月 29 日收到; 2014 年 1 月 9 日收到修改稿)

回旋行波管是下一代高分辨率成像雷达、高速率远程通信等电子系统首选的高功率电磁波辐射源, 在国防安全方面具有重要的战略意义. 研究发现, 螺旋波纹波导回旋行波管具有较大的带宽, 较高的电子效率及稳定性. 本文从有源麦克斯韦方程组出发, 系统地推导了螺旋波纹波导的色散方程及非线性注波互作用理论, 数值计算结果与已有的实验报道基本相符. 在此基础上, 设计了 W 波段螺旋波纹回旋行波管, 工作电压为 80 kV, 工作电流为 5 A, 中心频率为 95 GHz, 3 dB 带宽约 4.5%, 饱和增益为 52 dB, 最大输出功率为 142 kW, 电子效率达 20%—35%. 最后, 本文计算了电流、电压及输入功率的改变对 W 波段螺旋波纹波导回旋行波管输出性能的影响.

关键词: 回旋行波管, 螺旋波纹波导, 非线性注波互作用

PACS: 02.10.Yn, 33.15.Vb, 98.52.Cf, 78.47.dc **DOI:** 10.7498/aps.63.080201

1 引 言

回旋行波管 (Gyro-TWT) 能够在毫米波和亚毫米波频率范围产生数百千瓦量级的相干电磁波辐射[1−3], 是下一代高分辨率成像雷达、高速率远程通信等电子系统首选的高功率电磁波辐射源, 在国防安全方面具有重要的战略意义. 在 Gyro-TWT 的发展过程中, 为了提高其输出功率, 扩展其带宽并增强其稳定性, 国内外的研究机构开展了大量的研究工作. 在此过程中, 涌现出了一些新颖的互作用电路[4−6].

20 世纪 80 年代早期, 美国海军实验室 (NRL)[7] 开展的 Gyro-TWT 实验采用金属圆波导 TE_{01} 模工作. 20 世纪 90 年代, NRL 采用矩形波导横截面渐变结构, 成功地扩展了 Gyro-TWT 的频带宽度[8]. 在同一时期, 台湾清华大学的朱国瑞教授等[9,10] 开展了基于圆波导 TM_{11} 模基波互作用 Gyro-TWT 实验, 该实验采用内壁涂覆损耗石墨层的圆波导为互作用高频结构, 在 35 GHz Ka 波段取得了 93 kW 的输出, 电子效率达到 26%, 增益达到 70 dB, 3 dB 带宽达到 8.6%. 基于分布损耗机制, 美国加州大学洛杉矶分校 (UC Los Angeles) 和戴维斯分校 (UC Davis) 开展了二次谐波[11] 和三次谐波[12]Gyro-TWT 实验. 实验分别采用了开缝波导和开槽波导的互作用高频电路. 两种互作用电路的损耗机制类似, 沿轴向开缝能够截断竞争模式在波导壁上的感应电流, 使其从波导槽缝中辐射出去, 被损耗材料吸收, 从而构成模式选择分布损耗电路. 2000 年以后, 美国 NRL[13,14] 连续开展了 Gyro-TWT 实验, 采用的互作用电路是基于损耗介质环和金属环间隔排列构成的分布损耗结构与开缝波导. 前一种互作用电路使得工作模式受到低衰减, 竞争模式受到强衰减, 后一种互作用结构

* 国家自然科学基金 (批准号: 61072024, 60971072) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: pkliu@pku.edu.cn

使得回旋行波管具有了高平均功率和模式选择能力[15,16]. 上述的技术改进使Gyro-TWT的性能在不同方面有所提高.

在1996年, 由Denisov等[17,18]提出了用螺旋波纹波导的高频结构来提高回旋行波管的效率, 增加回旋行波管的带宽. 因为, 当纵向波数约为零时, 螺旋波纹波导的色散特性相对于圆波导有了很大的改变, 如图1所示. 在螺旋波纹波导中, 当纵向波数近似为零时, 电磁场的群速在较宽的频率内近似为常数且不为零. 这一色散特性有利于提高回旋管的放大带宽, 提高电子注效率, 并减少电子速度离散对其性能的影响. 国内的电子科技大学[19,20]、十二所、国防科技大学、中国农业大学等都对该类型的回旋行波管进行了深入的研究. 本文在前人研究的基础上, 系统地推导了螺旋波纹波导的色散方程及螺旋波纹波导回旋行波管注波互作用的非线性理论. 根据该理论, 本文给出了X波段螺旋波纹波导回旋管的计算, 数值计算结果与已有的实验结果基本相符, 说明文中所采用的理论模型符合实际物理过程. 用本文所介绍的理论可以初步确定一定工作频段下螺旋波纹波导回旋行波管的各项参数. 在此工作的基础上, 本文设计了W波段螺旋波纹波导回旋行波管, 中心频率95 GHz, 工作电压80 kV, 工作电流5 A, 该回旋行波管的3 dB带宽可以达到4.5%, 饱和增益52 dB, 电子效率达到20%—35%. 最后, 本文分析了电压、电流、输入功率变化对螺旋波纹波导回旋行波管性能的影响. 结果显示, 螺旋波纹波导回旋行波管可以在较大的参数范围内有功率输出, 相对于电流来说, 电压与输入功率的改变对回旋管的性能影响较大.

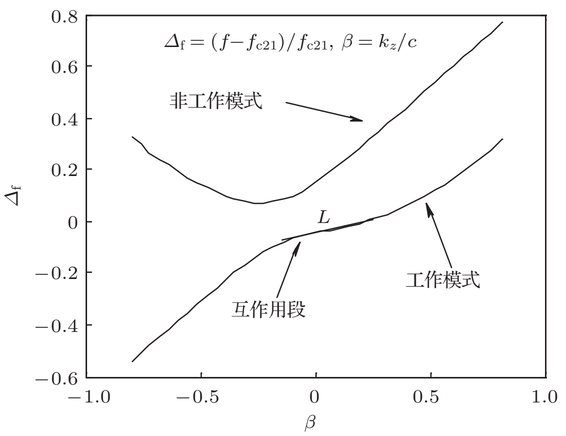

图1 螺旋波纹波导本征模式示意图

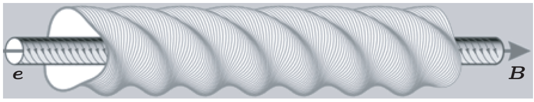

图2 螺旋波纹波导示意图

2 螺旋波纹波导的色散特性

螺旋波纹波导中的模式耦合方程组需要从有源麦克斯韦方程组 (1) 出发来解.

$$\begin{aligned}\nabla\times\boldsymbol{E}&=-\mathrm{j}\omega\mu\boldsymbol{H}-\boldsymbol{M},\\ \nabla\times\boldsymbol{H}&=\mathrm{j}\omega\varepsilon\boldsymbol{E}+\boldsymbol{J},\end{aligned}\tag{1}$$

$\boldsymbol{M}$为磁流源, $\boldsymbol{J}$为电流源. 假设螺旋波纹波导中场的表示如下:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}_{\mathrm{t}}&=V_k\boldsymbol{e}_k,\\ \boldsymbol{H}_{\mathrm{t}}&=I_k\boldsymbol{h}_k,\end{aligned}\tag{2}$$

其中, $\boldsymbol{e}_k$, $\boldsymbol{h}_k$为场型函数, V_k, I_k为场型函数的振幅. 场型函数定义如下:

$$\boldsymbol{e}_k=\boldsymbol{i}_z\times\nabla_{\mathrm{t}}\mathit{\Pi}_k,\boldsymbol{h}_k=\boldsymbol{i}_z\times\boldsymbol{e}_k,\tag{3}$$

其中$\mathit{\Pi}_k$为赫兹函数, 它满足亥姆霍兹方程:

$$\nabla_{\mathrm{t}}^2\mathit{\Pi}_k+k_{ck}^2\mathit{\Pi}_k=0.\tag{4}$$

解得:

$$\begin{aligned}\mathit{\Pi}_k=&\sqrt{\frac{2}{\pi}}\cos(m\phi)\mathrm{J}_m(k_{\mathrm{c}}r)\\ &\Big/\left\{\left[(k_{\mathrm{c}}a)^2-m^2\right]^{1/2}\mathrm{J}_m(k_{\mathrm{c}}a)\right\},\end{aligned}$$

其中J_m为贝塞尔函数. 螺旋波纹波导形状如图2所示, 在圆波导表面有一个微小形变, 其半径用下式表示:

$$r=r_0+a_1\cos(m_{\mathrm{B}}\varphi+k_{\mathrm{B}}z),\tag{5}$$

以r_0处为参考圆波导表面半径,

$$\Delta_r=a_1\cos(m_{\mathrm{B}}\phi+k_{\mathrm{B}}z),$$

Δ_r为波导表面偏离参考平面的距离. 我们用微扰法来求解螺旋波纹波导当中的耦合问题, 在求解过程中, 近似地假定圆波导表面的微小移动对原来表面上切向磁场和法向电场的影响可以忽略, 它的作用仅仅是在原来圆波导表面上产生出切向电场, 而这个场在边界移动前是不存在的, 假设螺旋波纹波

导表面形变为 Δ_r, 则它在圆波导参考面引起的附加电场为[21]

$$\Delta \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{i}_t = \mathrm{j}\omega\mu\Delta_r(\boldsymbol{i}_n \times \boldsymbol{H}) \cdot \boldsymbol{i}_t + \nabla(E_n\Delta_r) \cdot \boldsymbol{i}_t, \tag{6}$$

$\boldsymbol{i}_t$ 和 $\boldsymbol{i}_n$ 和分别代表圆波导内表面的切向和法向单位矢. 表面微扰电场可等效为表面磁流 $\boldsymbol{M}$, 等效表面磁流为

$$\boldsymbol{M} = -\boldsymbol{i}_n \times \Delta\boldsymbol{E}, \tag{7}$$

将 (2) 式代入到 (6) 和 (7) 式, 可得表面磁流的具体表达方式如下:

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{i}_\varphi\left(\mathrm{j}\omega\mu\Delta_r H_\varphi + \frac{\partial(E_r\Delta_r)}{\partial z}\right) + \boldsymbol{i}_z\left(\mathrm{j}\omega\delta H_z + \frac{1}{r}\frac{\partial(E_r\Delta_r)}{\partial\varphi}\right). \tag{8}$$

为了计算方便, 同时考虑到在螺旋波纹波导表面存在纵向周期, 我们做如下假设:

$$V_\mathrm{i} = B_{\mathrm{i}+}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_\mathrm{B}z} + B_{\mathrm{i}-}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}k_\mathrm{B}z}, \tag{9}$$

在下文中, 下标 i 表示入射的 TE_{11} 模, 下标 k 表示耦合出的 TE_{21} 模. 用 $B_{\mathrm{i}+}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_\mathrm{B}z}$ 表示入射波前向波的振幅, 用 $B_{\mathrm{i}-}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}k_\mathrm{B}z}$ 表示入射波反向波的振幅. 将 (8) 和 (9) 式代入到 (1) 式, 可得出如下耦合方程组:

$$\frac{\mathrm{d}^2V_\mathrm{k}}{\mathrm{d}z} = -k_{z\mathrm{k}}^2V_\mathrm{k} - \kappa B_{\mathrm{i}+}, \tag{10}$$

$$\frac{\partial B_{\mathrm{i}+}}{\partial z} - \mathrm{i}hB_{\mathrm{i}+} = \mathrm{i}\frac{1}{2}\kappa V_\mathrm{k}, \tag{11}$$

其中

$$\kappa = \upsilon_k\upsilon_i\left[r_0^4k_\mathrm{ck}^2k_\mathrm{ci}^2 - r_0^2m_\mathrm{k}m_\mathrm{i}(k_\mathrm{ck}^2 - k_\mathrm{B}h)\right]\frac{a_1}{r_0^3},$$

$$h = k_{z\mathrm{i}} - k_\mathrm{B},$$

$m_\mathrm{i}, m_\mathrm{k}$ 表示模式的角向指数, m_B 为波导模截面上的折皱数, 三者满足 $m_\mathrm{i} - m_\mathrm{k} = m_\mathrm{B}$. 也就是说 $m_\mathrm{i} = 1$, $m_\mathrm{k} = -2$, $m_\mathrm{B} = 3$, 即入射的 TE_{11} 模极化方向与耦合出的 TE_{21} 模的极化方向相反. 这一点非常重要, 因为当该波导用作回旋行波管的高频结构时, 需要据此来确定出电子的旋转方向, 否则电子不能将能量传递给电磁场. 假设方程具有形式解 $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\beta z}$, 代入 (1) 式, 可得系统的冷色散方程为

$$(\beta^2 - 2\Delta_\mathrm{f})\left(\beta + \Delta_\mathrm{g} - \frac{\Delta_\mathrm{f}}{h_0}\right) = \frac{2\sigma^2}{h_0}, \tag{12}$$

其中

$$\Delta_\mathrm{f} = (k - k_0)/k_0, \quad \Delta_\mathrm{g} = (\bar{h} - h_0)/k_0,$$

$$h_0 = \sqrt{k_\mathrm{c21}^2 - k_\mathrm{0B}^2}/k_0, \quad \sigma = \kappa/k_\mathrm{c21}^2;$$

h_0 表示波数等于 TE_{21} 的截止波数时的 TE_{11} 的归一化纵向波数; $\bar{h}$ 为波导表面的纵向波数; 假设 d 为波导纵向周期, 则 $\bar{h} = 2\pi/d$. 螺旋波纹波导工作模式色散特性如图 3 所示. 区域 D 为回旋管的工作频段, E 点为归一化的群速最低点. 特别需要注意的时, 群速最小点在横坐标轴上的位置非常重要, 它将直接影响外加磁场的设置, 从而影响注波互作用的同步条件能否最终实现.

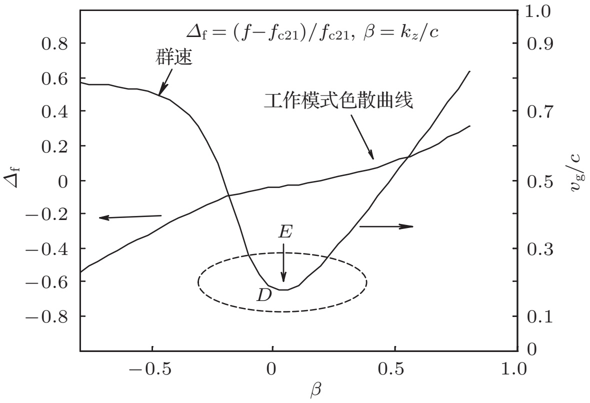

图 3 工作模式色散特性示意图

3 电子运动方程

假设与电子互作用的 TE_{mn} 模纵向磁场表示为

$$H_z = \mathrm{i}f(z)\mathrm{J}_m(k_{mn}\rho)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t - m\phi)}, \tag{13}$$

则在以电子回旋中心 O_1 为原点, 以纵向为 z 轴方的导引坐标系 (如图 4) 下横向场的各分量为

$$H_r = \frac{k_z}{k_{mn}}f(z)\mathrm{J}_s'(k_{mn}r_\mathrm{L})\mathrm{J}_{m-s}(k_{mn}r_\mathrm{c}) \times \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t - \mathrm{i}(m-s)\phi_\mathrm{c} - \mathrm{i}s\theta}, \tag{14}$$

$$H_\theta = -\frac{\mathrm{i}sk_z}{r_\mathrm{L}k_\mathrm{c}^2}f(z)\mathrm{J}_s(k_{mn}r_\mathrm{L})\mathrm{J}_{m-s}(k_{mn}r_\mathrm{c}) \times \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t - \mathrm{i}(m-s)\phi_\mathrm{c} - \mathrm{i}s\theta}, \tag{15}$$

$$E_r = -\frac{\mathrm{i}\omega}{cr_\mathrm{L}k_\mathrm{c}^2}sf(z)\mathrm{J}_s(k_{mn}r_\mathrm{L})\mathrm{J}_{m-s}(k_{mn}r_\mathrm{c}) \times \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t - \mathrm{i}(m-s)\phi_\mathrm{c} - \mathrm{i}s\theta}, \tag{16}$$

$$E_\theta = -\frac{\omega}{ck_{mn}}f(z)\mathrm{J}_s'(k_{mn}r_\mathrm{L})\mathrm{J}_{m-s}(k_{mn}r_\mathrm{c})$$

$$\times\ \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t-\mathrm{i}(m-s)\phi_\mathrm{c}-\mathrm{i}s\theta}. \tag{17}$$

电子进入到互作用段以后, 受洛仑兹力作用, 其运动状态将会改变, 在此过程中, 电子将其本身动能传递给高频场从而使得场被放大, 根据牛顿第二定律可得电子受力方程为

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}=-e\left[\boldsymbol{E}+\frac{\boldsymbol{v}}{c}\times(\boldsymbol{H}_0+\boldsymbol{H})\right], \tag{18}$$

其中: $\boldsymbol{p}=\gamma m_\mathrm{e}\boldsymbol{v}$ 为电子的动量, 文中计算时假设工作磁场为沿轴向的均匀静磁场, 即 $\boldsymbol{H}_0=H_0\boldsymbol{e}_z$, $\boldsymbol{H}$ 为需要放大的高频磁场. 电子能量的变化用动量定理来表示:

$$\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}t}=-ev_tE_t, \tag{19}$$

$\varepsilon=\gamma m_\mathrm{e}c^2$ 表示电子的能量, E_t 表示工作模式的横向电场. 在导引坐标系下, 电子受力的矢量方程通常可以分解为5个标量方程, 即电子轴向动量演化方程, 电子横向动量演化方程, 电子回旋角演化方程, 电子导引中心半径与中心角演化方程. 在实际计算中, 经常忽略导引中心的漂移. 而且, 对于电子的横向动量、纵向动量及其相对论因子这三个变量, 只需知道其中一个量, 即可近似求出其他两个量. 所以可以用两个方程来表示一个电子的运动状态变化, 即相对论因子与缓变因子的演化方程. 经过计算可以得上述两方程的具体表达形式为

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}\varsigma}+\frac{\dfrac{k}{k_{\mathrm{c}21}}-s\dfrac{k_\mathrm{H}}{\gamma}}{\beta_z}\\&=\frac{e}{m_\mathrm{e}c^2}\frac{1}{\gamma\beta_t\beta_z}\mathrm{Im}\left[\left(\frac{s^2}{r_\mathrm{H}}-r_\mathrm{H}\right)\frac{1}{k_{\mathrm{c}21}}f\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\vartheta}\right]\\&\quad\times \mathrm{J}_s(k_{mn}r_\mathrm{L})\mathrm{J}_{m-s}(k_{mn}r_\mathrm{c}),\end{aligned} \tag{20}$$

$$\frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}\varsigma}=\frac{e}{m_\mathrm{e}c^2}\frac{\beta_t}{\beta_z}\mathrm{J}_s'\mathrm{J}_{m-s}\mathrm{Re}\left(\frac{1}{k_0}f\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\vartheta}\right), \tag{21}$$

其中, 缓变角的定义为 $\vartheta=s\theta-\omega t+(m-s)\phi_\mathrm{c}$. $k_{\mathrm{c}21}$ 为TE$_{21}$ 模的截止波数, s 为谐波数, r_L 为拉莫尔半径, r_c 为电子回旋中心到波导中心的距离. β_t,β_z 为归一化的横向电子速度与纵向电子速度. 将 (13) 式代入 (1) 式可得工作模式振幅的演化方程为

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}(k_0z)^2}\left(\frac{e}{m_\mathrm{e}c^2}\frac{1}{k_{\mathrm{c}21}}f\right)\\&+\left(\frac{k_z}{k_0}\right)^2\left(\frac{e}{m_\mathrm{e}c^2}\frac{1}{k_0}f\right)\\&=-\mathrm{i}\frac{8\frac{eI}{m_\mathrm{e}c^3}\mathrm{J}_{m-s}(k_{mn}r_\mathrm{c})}{N_A}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\beta_t}{\beta_z}\\&\quad\times \mathrm{J}_s'(k_{mn}r_\mathrm{L})\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\vartheta}\,\mathrm{d}\theta_0,\end{aligned} \tag{22}$$

其中, $N_A=\mathrm{J}_m^2(k_{mn}r_w)(\chi_{mn}^2-m^2)$.

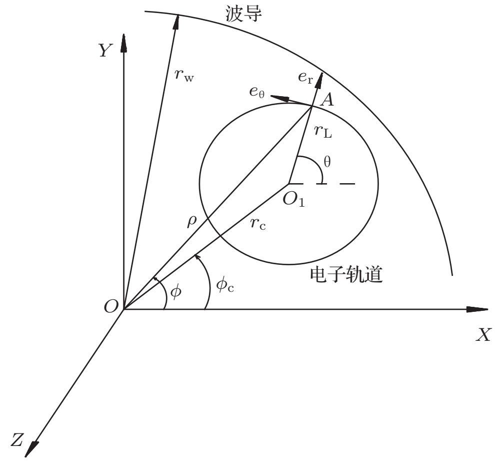

图4 电子导引坐标系示意图

4 注波互作用方程组

在螺旋波纹波导回旋行波管中, 电子注直接与TE$_{21}$ 模互作用, 使得能量在电子与TE$_{21}$ 模之间耦合, 同时, 波导表面的形变提供了另外一种能量耦合机制, 使得能量在TE$_{11}$ 与TE$_{21}$ 模之间耦合. 基于这种物理过程, 螺旋波纹波导回旋行波管的注波互作用理论与圆波导回旋行波管的互作用理论稍有不同. 从数学角度分析, 就是要联合方程 (10) 与 (20), 在表示与电子互作用的TE$_{21}$ 模振幅演化方程 (20) 的右边加上耦合项 $-2\kappa B_{\mathrm{i}+}$, 表示电子的能量在耦合到TE$_{21}$ 模的同时, 也耦合到TE$_{11}$ 模. 整个互作用方程组还要多加入一个表示能量在两个模式之间互相耦合的方程, 即方程 (11). 为了得到最后的注波互作用方程组, 还需要做一些数学上的处理. 比较 (1) 式与 (23) 式可以得到

$$V_k=-[\omega f_k(z)]/[C_kck_\mathrm{c}^2], \tag{23}$$

其中,

$$C_k=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\bigg/\left\{[(k_\mathrm{c}a)^2-m^2]^{1/2}\mathrm{J}_m(k_\mathrm{c}a)\right\},$$

为归一化系数. 经数学推导可得:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial\varsigma}\left[Kf_\mathrm{i}(z)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_\mathrm{B}z}\right]+\mathrm{i}\left(\frac{\Delta_\mathrm{f}}{h_0}-\Delta_\mathrm{g}\right)\\&\times\left[Kf_\mathrm{i}(z)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_\mathrm{B}z}\right]=-\mathrm{i}\frac{\sigma}{h_0}f_k,\end{aligned} \tag{24}$$

其中,

$$K=\frac{\left[(k_{\mathrm{ci}}a)^2-m_{\mathrm{i}}^2\right]^{1/2}\mathrm{J}_{m_{\mathrm{i}}}(k_{\mathrm{ci}}a)k_{\mathrm{ck}}^2}{\left[(k_{\mathrm{ck}}a)^2-m_{\mathrm{k}}^2\right]^{1/2}\mathrm{J}_{m_{\mathrm{k}}}(k_{\mathrm{ck}}a)k_{\mathrm{ci}}^2},\tag{25}$$

f_{i} 表示入射的 TE_{11} 模的振幅, f_{k} 表示耦合出的 TE_{21} 模的振幅. 综上所述, 联合 (10), (11), (20), (21), (22) 式, 可得到螺旋波纹波导回旋行波管的互作用方程组如下:

$$\frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}\varsigma}=\frac{\beta_t}{\beta_z}\mathrm{J}_s'(r_{\mathrm{H}})\mathrm{J}_{m-s}(k_{mn}r_{\mathrm{c}})\mathrm{Re}(f\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\vartheta_l}),\tag{26}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}\varsigma}+\left(\frac{k}{k_{\mathrm{c21}}}-\frac{sk_{\mathrm{H}}}{\gamma}\right)\Big/\beta_2\\&=-\frac{1}{\gamma\beta_t\beta_z}\mathrm{Re}\left[\mathrm{i}\left(\frac{s^2}{r_{\mathrm{H}}}-r_{\mathrm{H}}\right)f\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\vartheta_l}\right]\\&\times\mathrm{J}_s(r_{\mathrm{H}})\mathrm{J}_{m-s}(k_{mn}r_{\mathrm{c}}),\end{aligned}\tag{27}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}^2f}{\mathrm{d}\varsigma^2}+2\varDelta_{\mathrm{f}}f\\&=-2\sigma b-\mathrm{i}\frac{8\hat{I}J_{m_A-s}(\hat{r}_{\mathrm{g}})}{N_A}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\beta_t}{\beta_z}\\&\times\mathrm{J}_s'(\hat{r}_{\mathrm{H}})\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\vartheta}\,\mathrm{d}\theta_0,\end{aligned}\tag{28}$$

$$\frac{\partial}{\partial\varsigma}b+\mathrm{i}\left(\frac{\varDelta_{\mathrm{f}}}{h_0}-\varDelta_{\mathrm{g}}\right)b=-\mathrm{i}\frac{\sigma}{h_0}f,\tag{29}$$

其中的参数为

$$\begin{aligned}&r_{\mathrm{H}}=\gamma\beta_t/k_{\mathrm{H}},k_{\mathrm{H}}=eH_0/(m_{\mathrm{e}}c^2k_{\mathrm{c21}}),\\&h_0=\sqrt{k_{\mathrm{c21}}^2-k_{\mathrm{c11}}^2/k_{\mathrm{c21}}^2},\\&K=\frac{\left[(k_{\mathrm{ci}}a)^2-m_{\mathrm{i}}^2\right]^{1/2}\mathrm{J}_{m_{\mathrm{i}}}(k_{\mathrm{ci}}a)}{\left[(k_{\mathrm{ck}}a)^2-m_{\mathrm{k}}^2\right]^{1/2}\mathrm{J}_{m_{\mathrm{k}}}(k_{\mathrm{ck}}a)}\frac{k_{\mathrm{ck}}^2}{k_{\mathrm{ci}}^2},\\&b=K\frac{e}{m_{\mathrm{e}}c^2k_{\mathrm{c21}}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_{\mathrm{B}}z}f_{\mathrm{k}}(z),\\&f=\frac{e}{m_{\mathrm{e}}c^2k_{\mathrm{c21}}}f_{\mathrm{i}},\quad\sigma=\kappa/k_{\mathrm{c21}}^2,\\&\varDelta_{\mathrm{f}}=(k-k_{\mathrm{c21}})/k_{\mathrm{c21}},\\&\varDelta_{\mathrm{g}}=(\bar{h}-h_0)/k_{\mathrm{c21}}.\end{aligned}\tag{30}$$

在注波互作用方程组中 γ 表示电子的相对论因子, ϑ 表示缓变相位, f 表示归一化的 TE_{21} 模的振幅, b 表示归一化的 TE_{11} 的振幅, ς 表示归一化的互作用距离, k_{c21} 为 TE_{21} 模的截止波数, 其他各项参数的含义于上式中给出. 需要注意, r_{c} 代表的是电子注的回旋中心处的半径, 在螺旋波纹波导回旋行波管中, 采用的是大轨道回旋电子枪, $r_{\mathrm{c}}=0$. 关于 f 与 b 的耦合方程中, 相应的撇号已经去掉. 在注波互作用方程组中, 方程 (24), (25) 均含有 $\mathrm{J}_{m-s}(k_{mn}r_{\mathrm{c}})$, 贝塞尔函数的性质如图 5 所示, 只有零阶贝塞尔函数在自变量趋于零时函数值不为零. 在螺旋波纹波导回旋行波管中, 所采用的大回旋半径电子枪, $s=2$, 所以只有当高频场的角向指数 $m=2$ 时, 方程 (24), (25) 的右边才不等于零, 也就是说, 在螺旋波纹波导回旋行波管当中, 电子注只与 TE_{21} 模发生互作用.

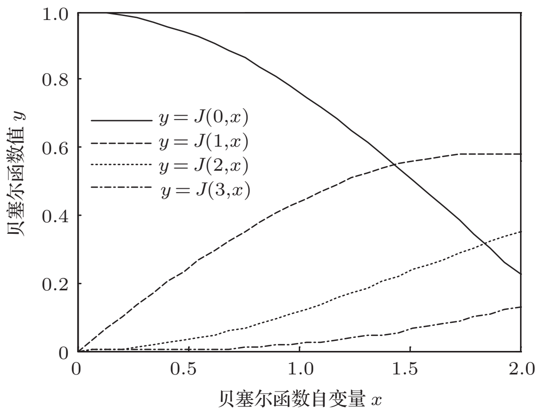

图 5 贝塞尔函数解的性质

如果用 P_{in} 表示输入功率, 则输入功率与高频场振幅的关系如下:

$$P_{\mathrm{in}}=\frac{c}{8}(\mathrm{i}f_{\mathrm{i}})^2\frac{kk_z}{k_{\mathrm{ci}}^4}(p_{mn}^2-m_{\mathrm{i}}^2)\mathrm{J}_m^2(p_{mn}),\tag{31}$$

由此可以得到 b 的初值为

$$\begin{aligned}b(0)&=Kf_{\mathrm{i}}(0)\\&=\frac{-\mathrm{i}}{\left[(k_{\mathrm{ck}}a)^2-m_{\mathrm{k}}^2\right]^{1/2}\mathrm{J}_{m_{\mathrm{k}}}(k_{\mathrm{ck}}a)}\frac{k_{\mathrm{ck}}^2}{k_{\mathrm{ci}}^2}\\&\times\sqrt{\frac{8k_{\mathrm{ci}}^4}{ckk_z}P_{\mathrm{in}}},\end{aligned}\tag{32}$$

注意在这里, 将 $f_{\mathrm{i}}(0)$ 的初值取为

$$f_{\mathrm{i}}(0)=-\mathrm{i}\sqrt{\frac{8k_{\mathrm{ci}}^4}{(p_{mn}^2-m_{\mathrm{i}}^2)\mathrm{J}_{m_{\mathrm{i}}}^2(p_{m_{\mathrm{i}}n})ckk_{z\mathrm{i}}}P_{\mathrm{in}}}.$$

加上虚数单位是为了防止在求功率时出现负号. 电子效率的计算为

$$\eta=\left\langle\frac{\gamma_0-\gamma}{\gamma_0-1}\right\rangle,\tag{33}$$

$\langle\cdots\rangle$ 代表对所有电子进行平均, 在此我们假设所有电子失去的能量全部转化为场增加的能量. 需要说明的是, 在确定工作磁场的时候, 一般根据工作模式的最低群速点进行设置. 根据前文推导, 注波

互作用的表达式为

$$\Delta_{\rm f} = \Delta_{\rm H} + h_1\beta_{z0}, \tag{34}$$

h_1 为工作模式的最小群速, 如果忽略上式右边第二项, 则 $\Delta_{\rm f} \approx \Delta_{\rm H}$, 这表明最小群速所在点的位置将直接影响该回旋行波管的磁场 $\Delta_{\rm H}$ 的设置, 也就是说波导的表面起伏与纵向微扰周期对该回旋行波管的性能有非常大的影响.

5 数值分析

为了验证互作用方程组的正确性, 本文采用Bratman等[22]在2000年报道的X波段螺旋波纹波导回旋行波管的参数进行了计算,结果显示,本文计算的结果 (图6) 与实验所测数据[20] (图7下面的曲线所示) 基本相符. 计算时所采用的参数如下: 波导平均半径为14.2 mm,波导表面起伏为1.5 mm, 波导表面纵向周期为37.5 mm, 工作磁场为0.22 T, 电压为185 kV, 电流为19 A, 该回旋行波管的最大输出功率可达1.1 MW, 饱和增益达到35 dB. 数值计算结果与实验报道结果基本相符, 说明本文采用的理论模型符合螺旋波纹波导回旋行波管当中的实际物理过程, 可以初步设计螺旋波纹波导回旋行波管的各项参数.

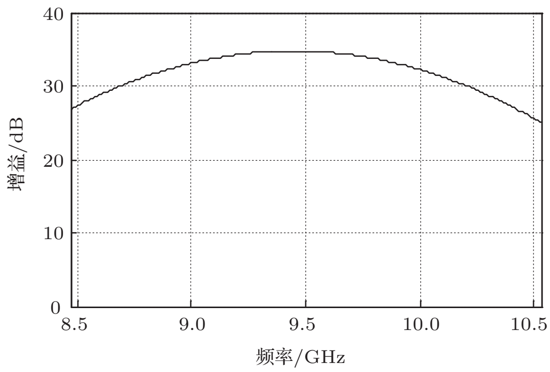

图6 计算所得X波段频率与增益的关系

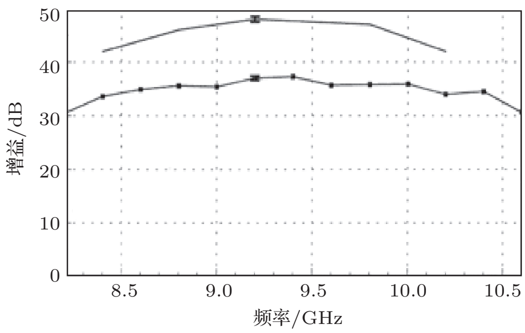

图7 实验测得X波段频率与增益的关系[20]

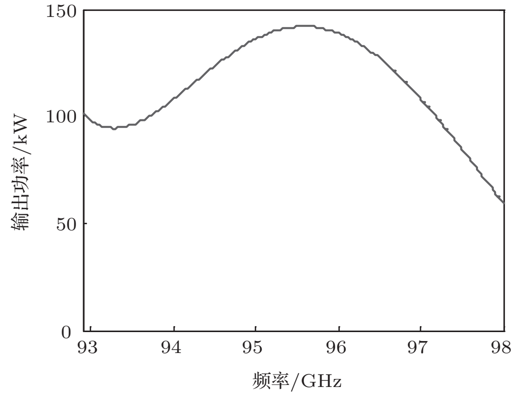

图8 输出功率与频率的关系

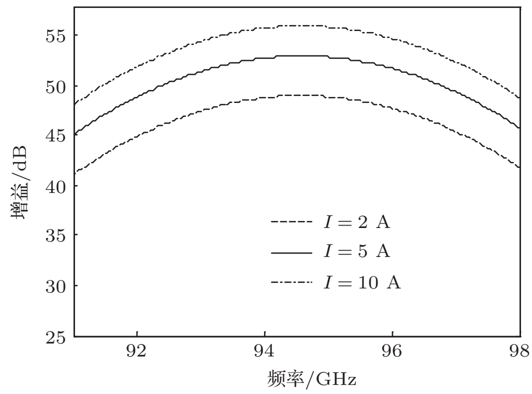

图9 电流改变对增益的影响

本文在上述工作的基础上设计了W波段螺旋波纹波导回旋行波管, 并对其各项参数对回旋管性能的影响进行了计算. 考虑到实际工程情况, 计算时本文采用了弱相对论电子, 电压为80 kV, 电流为5 A, 输入功率为1 W, 计算结果如图8所示. 以95 GHz为中心频率, W波段螺旋波纹波导回旋行波管的3 dB带宽约为4.5%, 饱和增益达到52 dB, 电子效率为20%—35%. 如图9所示, 当电流增加时, 相应的增益加大, 所以在螺旋波纹波导回旋行波管的设计中, 应当适当提高电子枪的电流, 这样会使得输入电子注的功率增大, 从而使得增益增大. 另外, 从图10可以看出电压的改变不仅对电子效率的改变较大, 而且它还会引起放大带宽的改变及最大输出功率所在的频率点, 这是因为电压的改变使得注波互作用的同步条件不再满足, 从而使行波管不能正能工作. 图11反映出输入功率变化时, 对回旋管也会产生较大影响, 它的变化与电压一样会同时改变电子效率, 放大带宽及最大输出功率所对应的频率点. 所以为了稳定螺旋波纹波导回旋行波管的输出功率, 保持它的稳定性, 应当尽量稳定螺旋波纹波导回旋行波管的工作电压, 同时应当使

高频场的输入功率保持稳定.

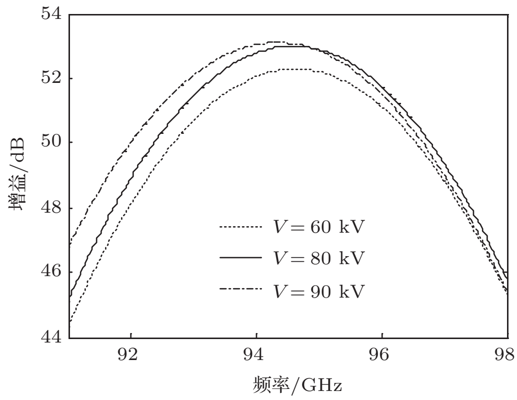

图 10 电压改变对电子效率的影响

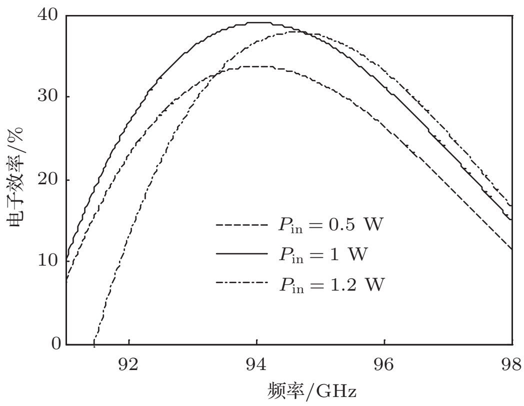

图 11 输入功率改变对电子效率的影响

6 结 论

本文推导出了螺旋波纹波导的冷色散方程及螺旋波纹波导回旋行波管的注波互作用的非线性理论, 数值计算结果与实验结果基本符合, 说明该非线性理论与实际物理过程相符, 基于它计算的各项参数对实际工程有重要的参考价值. 本文的计算表明, 在 W 波段, 螺旋波纹波导回旋行波管仍然具有频带较宽、输出功率较大的优点. 提高工作电流可以提高螺旋波纹波导回旋行波管的增益, 同时其带宽受到的影响很小, 所以在设计螺旋波纹波导回旋行波管时, 应该尽量提高其工作电流. 相对于电流而言, 电压与输入功率的改变对行波管性能的影响较大, 它会影响电子效率, 从而直接影响输出功率, 也会引起带宽的变化和最大输出功率所对应的频率点的变化. 所以, 在实际制管过程中应当最大限度地稳定其工作电压及输入高频场的功率. 除此之外, 螺旋波纹波导表面微扰的幅度及纵向微扰周期对工作磁场的设置起决定作用, 所以为了保证螺旋波纹波导回旋行波管的输出功率最大, 同时所需磁场最小, 在设计过程中应该对波导的参数进行不断的优化.

参考文献

[1] Liu P K, Du C H 2013 *J. Microwave* **29** 33 (in Chinese) [刘濮鲲, 杜朝海 2013 微波学报 **29** 33]

[2] Du C H, Xue Q Z, Liu P K 2010 *Chin. Phys. B* **19** 048703

[3] Lu Z G, Gong Y B 2009 *Chin. Phys. B* **18** 2445

[4] Peng W F 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 8478 (in Chinese)[彭维峰 2010 物理学报 **59** 8478]

[5] Du C H, Liu P K, Xue Q Z 2010 *J. Inf. Technol.* **32** 1717 (in Chinese)[杜朝海, 刘濮鲲, 薛谦忠 2010 电子与信息学报 **32** 1717]

[6] Jiao C Q, Luo J R 2007 *J. Inf. Technol.* **29** 2009 (in Chinese)[焦重庆, 罗积润 2007 电子与信息学报 **29** 2009]

[7] Chu K R 2002 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **30** 903

[8] Park G S, Choi J J, Park S Y 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 2399

[9] Chu K R, Barnett K R, Chen H Y 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 1103

[10] Chu, K R, Chen H Y, Hung C L 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 4760

[11] Wang Q S, McDermott D B 1996 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **24** 700

[12] Chong C K, McDermott D B 1998 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **26** 500

[13] Calame J P, Garven M, Danly B G 2002 *IEEE T. Electron. Dev.* **49** 1469

[14] Garven M, Calame J P, Danly B G 2002 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **30** 885

[15] Pershing D E, Nguyen K T, Calame J P 2004 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **32** 947

[16] Nguyen K T, Calame J P, Pershing D E 2001 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **48** 108

[17] Denisove G G, Bratman V L, Cross A W 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 5680

[18] Gregory G D, Vladimir L. Bratman 1998 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **26** 508

[19] Zhu S Q, Wang E F, Li H F 2006 *HPPB* **18** 110 (in Chinese) [朱世秋, 王峨锋, 李宏福 2006 强激光与粒子束 **18** 110]

[20] Wang E F, Li H F, Li H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5339 (in Chinese)[王峨峰, 李宏福, 李浩 2005 物理学报 **54** 5339]

[21] Huang H J 1963 *Microwave Theory* (Vol I) (Beijing: Science Press) p299 (in Chinese) [黄宏嘉 1963 微波原理 (卷 I) (北京: 科学出版社) 第 299 页]

[22] Bratman V L, Cross A W, Denisov G G 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2746

物理学报 Acta Phys. Sin. Vol. 63, No. 8 (2014) 080201

Research on non-linear beam-wave interaction of W-band Gyro-TWT with helical waveguide*

Xue Zhi-Hao[1)] Liu Pu-Kun[2)†] Du Chao-Hai[2)]

1) (*54th Institute of Chinese Electronics Technology Group, Shijiazhuang 050000, China*)

2) (*School of Electronics Engineering and Computer Science, Peking University, Beijing 100871, China*)

(Received 29 February 2012; revised manuscript received 9 January 2014)

Abstract

Gyro-TWT is one of the most promising candidates for the transmitter microwave source of the next generation imaging radar; meanwhile, it plays an important role in national security. Gyro-TWT with helical waveguide is capable of generating broad-bandwidth radiation and highly stable. In this paper, we derive the dispersion equation of helical waveguide and the non-linear theory for calculating the beam-wave interaction. Numerical stimulations basically accord with the experimental results. We design a W-band Gyro-TWT operating with a 80 keV, 5 A electron beam, producing an output power of 142 kW with 3 dB bandwidth 4.5%, central frequency 95 GHz, and saturation gain 52 dB. In the end, we calculate the effects of the changes of voltage, current and input power on the output performance of Gyro-TWT.

Keywords: Gyro-TWT, helical waveguide, non-linear beam-wave interaction

PACS: 02.10.Yn, 33.15.Vb, 98.52.Cf, 78.47.dc **DOI:** 10.7498/aps.63.080201

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61072024, 60971072).

† Corresponding author. E-mail: pkliu@pku.edu.cn